«Системні технології» 5 (166) 2026 Том 2 «System technologies»
DOI 10.34185/1562-9945-5-166-2026-15
УДК 004.4: 622.2

Т.А. Желдак, О.Б. Владико

ГЕНЕТИЧНІ АЛГОРИТМИ ТА МЕТОДИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВОМ

Анотація. У статті представлено результати дослідження, спрямоване на оптимізацію розподілу капітальних інвестицій промислового підприємства із застосуванням генетичного алгоритму. Розроблено математичну модель, у якій частки інвестицій розподілені на п'ять підсистем – ресурси, обладнання, технології, економіка та організація, які визначаються шляхом еволюційного пошуку оптимального вектору фінансування. Функцію пристосованості задано у вигляді чистої приведеної вартості (*NPV*)*, що дозволяє безпосередньо враховувати вартість грошей.*

Метою роботи є розробка, реалізація та аналітична оцінка моделі оптимізації розподілу капітальних інвестицій промислового підприємства на основі генетичного алгоритму, що дозволяє забезпечити максимізацію чистої приведеної вартості (NPV) за умови обмеженості ресурсів та нелінійної взаємодії між підсистемами виробництва.

Методологія. Методологічною основою дослідження є поєднання системного аналізу, еволюційних обчислень і економіко-математичного моделювання, що забезпечує комплексне вивчення процесів розподілу капітальних інвестицій у багатофакторних виробничих системах. Методологія передбачає багаторівневу перевірку стійкості моделі через повторні експерименти, порівняння із базовими лінійними моделями та статистичний аналіз варіацій результатів.

Наукова новизна. Наукова новизна одержаних результатів полягає у формуванні нової еволюційно-оптимізаційної парадигми управління інвестиційною діяльністю промислових підприємств, що поєднує генетичні алгоритми, економічну динаміку та системний аналіз.

Висновки. Розроблено та апробовано модель оптимізації розподілу капітальних інвестицій на основі генетичного алгоритму, яка забезпечує максимізацію чистої приведеної вартості (*NPV*) *у багатопараметричній системі.*

Ключові слова: генетичний алгоритм, CAPEX, NPV, оптимізація, системний аналіз, виробнича функція Кобба-Дугласа, інвестиційна стратегія, проєктний підхід, еволюційні обчислення.

Постановка проблеми. Сучасний розвиток гірничої галузі неможливий без активного використання обчислювальної техніки та інтелектуальних інформаційних технологій. Це пов'язано з тим, що більшість завдань, які постають перед гірничим підприємством – від планування видобутку та оптимізації транспортних потоків до

© Желдак Т.А., Владико О.Б., 2026
Copyright for this paper by its authors. Use permitted under License CC BY 4.0.
ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

прогнозування стану гірничих виробок і оцінки ризиків – є настільки складними, що їх неможливо розв'язати виключно класичними аналітичними методами. Для моделювання таких процесів потрібні сучасні обчислювальні системи, які дозволяють обробляти великі обсяги даних, будувати цифрові двійники гірничих об'єктів і застосовувати методи оптимізації та прогнозування на основі штучного інтелекту [1].

Рішення цих проблем є еволюційні обчислення, серед яких особливе місце займають генетичні алгоритми. Вони дозволяють моделювати процеси адаптації та природного добору у пошуку найкращих управлінських рішень. У контексті інвестиційного планування ці алгоритми відкривають можливість переходу від жорстких аналітичних моделей до гнучких стохастичних систем, здатних враховувати нелінійність, стохастичність та множинність локальних екстремумів.

Проблема оптимального розподілу капітальних інвестицій (*CAPEX*) між структурними підрозділами або напрямами розвитку підприємства має комплексний характер. Вона включає параметри виробничих функцій, дисконтовані грошові потоки, рентабельність інвестицій, часову затримку ефекту тощо. Традиційні методи – наприклад, лінійне, квадратичне програмування або методи машинного навчання – у таких умовах часто отримують локальні оптимальні рішення або взагалі відсутній оптимум при великих розмірах простору пошуку [2]. Відтак, еволюційні алгоритми виступають ефективною альтернативою, оскільки не потребують аналітичної диференційованості цільової функції і мають властивість глобального пошуку оптимуму.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. За останнє десятиліття дослідження в галузі еволюційної оптимізації значно просунулися від класичних варіантів генетичних алгоритмів до складних гібридних та багатоорієнтованих схем, що стосуються прикладних задач промислового планування, зокрема розподілу капіталу та календарного планування родовищ. Класичні ідеї методів оптимізації з використанням генетичних алгоритмів зберігають свою актуальність, проте сучасні роботи вказують на кілька важливих напрямів розвитку, які безпосередньо стосуються предметної задачі вирішення їх за допомогою еволюційного управління, які полягають в тому, що плануючи і реалізовуючи інноваційний розвиток підприємства, ми управляємо його еволюцією, і те підприємство, яке швидше еволюціонує, виграє в часі та стає конкурентоспроможним [3].

Огляд генетичних алгоритмів (GA) для задач кластеризації; показує, як еволюційні підходи застосовуються поза суто оптимізацією, що корисно для побудови складних моделей або для групування сценаріїв розвитку підприємства у аналізі чутливості [4]. У роботі [5] автори розглядають ряд інвестиційних стратегій в сталеливарній промисловості. Модель включає сім цілей: мінімізація споживання енергії, п'ять типів викидів забруднюючих речовин, а також економічні витрати.

У прикладній сфері гірництва з 2015 року з'явилася низка досліджень, що демонструють ефективність еволюційних схем у задачах планування виробництва на відкритих гірничих роботах. У роботі був розрахунок відробки блоків кар'єрів що дозволяє максимізувати приведену вартість *NPV* майбутніх грошових потоків, дотримуючись

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

при цьому технічних та операційних обмежень [6].

Дана стаття продовжує роботу [7], у якій було запропоновано новий методичний підхід до розробки показників ефективності для гірничих підприємств, і має на меті деталізувати формалізацію підсистемної структури з використання генетичних алгоритмів для оптимізації інвестицій на підприємстві на 5 років.

Мета дослідження: Метою даного дослідження є розробка та аналітичне обґрунтування методики оптимального розподілу капітальних інвестицій між ключовими підсистемами промислового підприємства (ресурсною, технічною, технологічною, економічною та організаційною) із застосуванням еволюційного підходу на основі генетичного алгоритму.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо завдання визначення оптимальної структури розробки родовища. В таких завданнях можливо використовувати проєктний підхід. У цьому випадку розглянемо принципово інший підхід, піднімемо вирішення цієї проблеми з позиції системного підходу, тобто, поставимо за основу один підсумковий показник, який далі опишемо деякою безліччю показників.

Промислове підприємство розглядається як складна відкрита система, у якій окремі підсистеми взаємодіють у процесі створення доданої вартості, що впливає на економічну ефективність. Прогнозування економічної ефективності підприємства доцільно здійснювати на основі побудови інтегрованої розрахункової моделі, яка враховує структуру системи підприємства через розбиття її на ключові підсистеми. У запропонованій моделі виділено п’ять підсистем: ресурсну R, обладнання Y, технологічну T, економічну E та організаційну O.

Розкриємо цих п’ять підсистем. Ресурсна підсистема R (якість корисної копалини, їх запаси, геологія залягання) – фундаментальне джерело доходів. Якість корисної копалини, показники вилучення і тривалість розвіданих запасів прямо впливають на річний видобуток і життєвий цикл родовища, що визначає дисконтовані грошові потоки проєкту. Підсистема обладнання Y (продуктивність машин, аварійність, доступність) визначає операційну ефективність і собівартість видобутку. Сюди також входить: продуктивність обладнання, енерговитратність, надійність, час ремонту і вартість обладнання. Технологічна підсистема T (процеси видобутку, цифрові рішення) впливає на видобуток через кращий вихід/якість продукту і на витрати через оптимізацію видобування, оскільки нові технології можуть підвищити ефективність видобутку, зменшити витрати на енергію та переробку відходів, а також скоротити екологічні платежі. Економічна підсистема E (фінанси, структура капіталу, капіталовкладення, ціни на товар, інновації), що визначає фінансові обмеження та вартість ресурсу грошових потоків, тобто впливає на можливість інвестувати в обладнання і технології та на загальну рентабельність. Організаційна підсистема O (управління, планування, безпека, ланцюги постачання) опосередковано, але критично впливає на обидва компоненти видобутку через ефективність процесів – менше простоїв, краща логістика та здатність до швидкого масштабування інновацій і підтримку соціальних витрат.

Результатом роботи є створення інформаційної моделі, яка інтегрує впливові показники підсистем і формує єдину розрахункову систему для прогнозування ефектив-

ності виробничої діяльності. Одним із ключових завдань даного дослідження є ідентифікація та кількісна оцінка показників для обраних технологій, що узгоджується з сучасними науковими підходами до системного аналізу та моделювання в гірництві.

Для формалізації поставленої задачі оптимізації, насамперед, розглянемо підсистеми гірничого підприємства. Завданням є максимізація прибутку за рахунок фіксованої суми інвестицій в підсистеми підприємства і їх розподілення по об'єму з максимальною інтенсивністю. Для цього ми повинні визначитись скільки вкладати грошей в кожну підсистему, максимальну ефективність кожної підсистеми.

Таким чином, у формалізованому вигляді можна визначити критерій оптимізації:

$$\sum_1^N E_f \rightarrow \max, \quad (1)$$

де N – кількість підсистем підприємства, E_f – загальна ефективність підсистем підприємства.

Для аналізу підсистем розглянемо виробничу функцію Кобба-Дугласа, що відображає залежність обсягу виробництва Q від факторів виробництва, що його створюють – витрати праці L і фізичного капіталу K [8].

$$Q = Q_0 L_\alpha K_\beta \quad (2)$$

де Q – обсяг виробленої продукції; Q_0 – початковий обсяг продукції; L – затрати праці; K – затрати капіталу, a, β – еластичність випуску з праці та капіталу відповідно.

Проведемо для прикладу аналіз однієї із підсистем, наприклад обладнання:

$$Q = Q_0 Y^{\alpha Y} \hat{X} \quad (3)$$

де $\hat{X} = R^{\alpha Y} T^{\alpha T} O^{\alpha O} E^{\alpha E} \exp(S(x, A))$ – фактори, що не змінюються під час модернізації обладнання (Y), ми отримуємо фіксовану множину для цього аналізу. Можна винести ($\hat{X}$) у константу, так як ми досліджуємо залежність (Q) від (Y).

Позначимо базове (поточне) значення обладнання (Y_0) і потенційно оптимальне/цільове значення (Y_{max}) (після повної модернізації). Введемо рівень модернізації ($m \in [0,1]$), де ($m = 0$) – без модернізації (стан «сьогодні»), ($m = 1$) – досягнуто повного потенціалу (Y_{max}).

Модель залежності (Y) від (m) встановимо лінійно у відносних покращеннях:

$$Y(m) = Y_0 (1 + m \cdot \Delta_{rel}), \ \Delta_{rel} = (Y_{max} / Y_0) - 1. \quad (4)$$

Тоді продуктивність як функція (m):

$$Q(m) = Q_0 (Y_0 (1 + m \cdot \Delta_{rel}))^{\alpha Y} \hat{X} = Q(0) (1 + m \cdot \Delta_{rel}))^{\alpha Y}, \quad (5)$$

де $Q(0) = Q_0 Y_0^{\alpha Y} \hat{X}$.

Фінансова мета задачі полягає у максимізації показника чистої приведеної вартості:

$$NPV = -\sum_i I_i + (S_a - O_p) \cdot \Delta Q_{total} \cdot (1 - (1 + WACC)^{-T} / WACC, \quad (6)$$

де I_i – інвестиції у підсистему i, S_a – ціна продажу продукції, O_p – операційні витрати на одиницю, $WACC$ — середньозважена вартість капіталу, ΔQ_{total} – приріст продуктивності, T – роки інвестування.

Нелінійна функція перетворення інвестицій у приріст продуктивності описується

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

експоненціальною залежністю:

$$\Delta Q_{\text{total}} = e_i \cdot P \cdot \ (1 - e^{-k \cdot fi}), \quad (7)$$

де $f_i = I_i / CAPEX_{\text{total}}$ – частка інвестицій у підсистему, P – базова продуктивність, e_i – еластичність підсистеми, k – коефіцієнт насичення, що визначає ступінь зменшення граничного ефекту інвестицій.

Ця функція відображає типову поведінку промислових систем, у яких початкові інвестиції дають значний приріст ефективності, а подальше нарощування капіталовкладень має знижувану віддачу. Таким чином, модель враховує нелінійний характер «інвестиційної віддачі» та дозволяє знайти оптимальний баланс розподілу ресурсів між підсистемами.

Розрахуємо приріст продуктивності в кожній підсистемі:

$$\Delta P_N = P_0 \times ((1 + ((P_{max}^N / P_0) - 1) \times m)^{\alpha N}), \quad (8)$$

де ΔP_N – додатковий обсяг продуктивності завдяки модернізації підсистем; P_0 – базове (поточне) значення на час початку модернізації підсистеми, P_{max}^N – базове потенційно оптимальне/цільове значення (після повної модернізації підсистеми). Введемо рівень модернізації ($m \in [0, 1]$), де ($m = 0$) – без модернізації (стан «сьогодні»), ($m = 1$) – досягнуто повного потенціалу підсистеми.

Тоді для ресурсної підсистеми ми повинні вкладати в розвідку корисної копалини щоб забезпечити його видобуток. Оптимальним буде вкладання грошей щоб забезпечити видобуток на 80%. Для обладнання реалізуємо його модернізацію для даного випадку до 50% від повного потенціалу. Для технологій реалізуємо модернізацію до 80% повного потенціалу. Для економіки до вкладання в менеджмент до 40 % потенціалу. Для організації вкладанні в нові програми керування ефективністю виробництва до 80 % повного потенціалу. Інвестиції у різні підсистеми впливають на підвищення продуктивності підприємства в різній мірі, що описується вектором еластичностей:

$$E = \{0.14, 0.40, 0.25, 0.15, 0.40\}. \quad (9)$$

Ці коефіцієнти відображають відносний вплив інвестицій у відповідні підсистеми на приріст річного обсягу продукції.

Такі завдання, як правило, мають безліч різних різнорідних параметрів та обмежень. Найпростіший спосіб знайти оптимальне рішення – перебрати всі можливі значення параметрів. При цьому не потрібно робити ніяких припущень щодо властивостей цільової функції, а задати її можна просто за допомогою таблиці. Однак у нашій задачі потрібно перебрати величезну кількість комбінацій, що призводить до значних витрат обчислювальних та часових ресурсів. Таким чином, виникає необхідність у якомусь новому методі оптимізації, придатному для практики. Один із варіантів можна застосувати генетичні алгоритми до цієї задачі.

Показники підприємства. Запропонований методичний підхід до вибору показників розвитку видобувних підприємств було розраховано на прикладі ШУ “Героїв Космосу” та виконані розрахунки показників по кожній групі що дозволили розробити рекомендації щодо підвищення ефективної роботи всього підприємства. Дані по моделюванню були використанні зі звіту підприємства [9] Було проведено сценарне моде-

лювання з новими даними ШУ “Героїв Космосу” з вихідними даними таблиця 1.

Таблиця 1

Показники підприємства ШУ “Героїв Космосу”

№ з/п	Параметр	Позначення	Значення / од. виміру
1.	Продуктивність	P	2400000 т/рік
2.	Кількість працівників	W	3027 робітників
3.	Операційні витрати	O_p	4000 грн/тона
4.	Середня ціна продажу	S_a	6000 грн/тонна
5.	Капітальні інвестиції	$CAPEX$	1,5 млрд. грн
6.	Ставка дисконтування	$WACC$	10 %

Робота генетичного алгоритму. Прогнозування ефективності інвестицій та підвищення продуктивності гірничого підприємства доцільно здійснювати на основі побудови розрахункової моделі, яка враховує структуру системи підприємства через розбиття її на ключові підсистеми. Для вирішення такого класу завдань досить результативним інструментом є генетичні алгоритми (ГА). Генетичний алгоритм – це математична модель еволюції популяції штучних особини і суть полягає в імітації процесу природного добору, щоб знаходити наближені рішення до задач оптимізації. Це сімейство алгоритмів, які дозволяють знайти прийнятне рішення в аналітично складних задачах через послідовний підбір і комбінування вихідних параметрів з використанням механізмів, що нагадують біологічну еволюцію. Завдання планування ГА з критерієм максимізації підвищення продуктивності є складними. Не викликає сумніву, що застосування евристичних методів вирішення завдання є перспективним напрямом досліджень розрахунку приросту продуктивності в роботі підприємства, зокрема, слід зазначити успішний досвід розв’язання задачі календарного планування за допомогою генетичних алгоритмів [10]. У нашому випадку задача полягає у розподілі сукупного капіталу ($CAPEX_{total}$) між п’ятьма підсистемами R (ресурси), Y (обладнання), T (технології), E (економіка) та O (організація) з метою максимізації чистої приведеної вартості інвестицій (NPV).

Структура генетичного алгоритму зазвичай включає наступні етапи: генерування хромосом випадковим чином; оцінювання придатності кожного індивіда; генерування нової популяції шляхом клонування, схрещування та мутації хромосом найбільш адаптованих до зовнішніх умов індивідів.

Загальна постановка. Задача оптимізації розподілу капітальних інвестицій ($CAPEX$) між підсистемами підприємства формулюється як задача максимізації чистої приведеної вартості (NPV) сукупного проєкту за умови обмеження на сумарний обсяг інвестицій:

$$max_x NPV(x) \quad (10)$$

за умов: $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$, $x_i \geq 0$, де $x = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$ – вектор часток інвестицій у підсистеми, $n = 5$ – кількість підсистем (розвідка, обладнання, технологія, економіка, організація, кадрові), а x_i виражає відсоток від загального $CAPEX$, спрямований у підсистему i.

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

Інвестиції у кожну підсистему перетворюються у додатковий виробіток ΔQ за допомогою нелінійної функції насичення. Якщо частка інвестицій у i-ту підсистему $f_i = I_i / CAPEX$, то відповідний приріст продуктивності розраховується як

$$\Delta Q_i = e_i P (1 - e^{-kfi}), \quad (11)$$

де $k = 4$ – коефіцієнт насичення.

Така функція моделює її спад: при малих f_i приріст ΔQ_i майже пропорційний (лінійний) від вкладання коштів, але для великих f_i додатковий ефект швидко зменшується (насичується). Наприклад, при $f_i \to 0$ маємо приблизно $\Delta Q_i \approx e_i P k f_i$, а при $f_i \gg 1$ функція прямує до граничного значення $e_i P$. Це відповідає реальній ситуації: надмірні інвестиції в одну підсистему не дають необмеженого приросту продуктивності.

Обчислення чистої приведеної вартості (*NPV*) обчислюється як різниця між дисконтованою вартістю майбутніх додаткових прибутків та сумарними інвестиціями.

Розрахуємо валовий прибуток після інвестицій:

$$P' = P_0 + \Delta Q \cdot (S_a - O_p), \quad (11)$$

де P_0 – поточний прибуток, S_a – середній дохід від одиниці продукції, O_p – питомі операційні витрати.

Чиста приведена вартість визначається як:

$$NPV = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+WACC)^t} - CAPEX, \quad (12)$$

де CF_t – грошовий потік у році t, $WACC$ – середньозважена вартість капіталу, T – горизонт планування (у роках).

Приріст продуктивності для підсистеми i:

$$\Delta Q_i = e_i \cdot P \cdot (1 - e^{-k \cdot fi}), \; f_i = x_i / CAPEX, \quad (13)$$

де e_i – еластичність підсистеми, k – коефіцієнт насичення, P – базова продуктивність.

Схема генетичного алгоритму представлена рис. 1. Робота генетичного алгоритму базується на таких ключових етапах:

Спочатку створюється початкова множина можливих рішень (індивідів або хромосом) популяції. Хромосома – вектор витрат (наприклад, частки різних типів витрат у загальній собівартості). Елементарна одиниця у хромосомі називається геном. Алгоритм наслідує еволюційні процеси природного добору. Кожна особина популяції – це вектор x розподілу $CAPEX$ між підсистемами.

Ініціалізація. Генерується початкова популяція

$$P(0) = \{x_1, \ldots, x_M\}, \quad (14)$$

де $x_{ij} \sim U(0, 1)$, нормована до суми 1.

Кожна особина популяції характеризується двома рівнями опису: Генотип – вектор $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$, $n = 5$, де $v_i \geq 0$ – латентні змінні, що визначають відносні частки інвестицій. Фенотип — розподіл інвестицій:

$$x_i = \frac{v_i}{\sum_{j=1}^{n} v_j} \cdot CAPEX, \; \sum_{i=1}^{n} x_i = CAPEX, \quad (15)$$

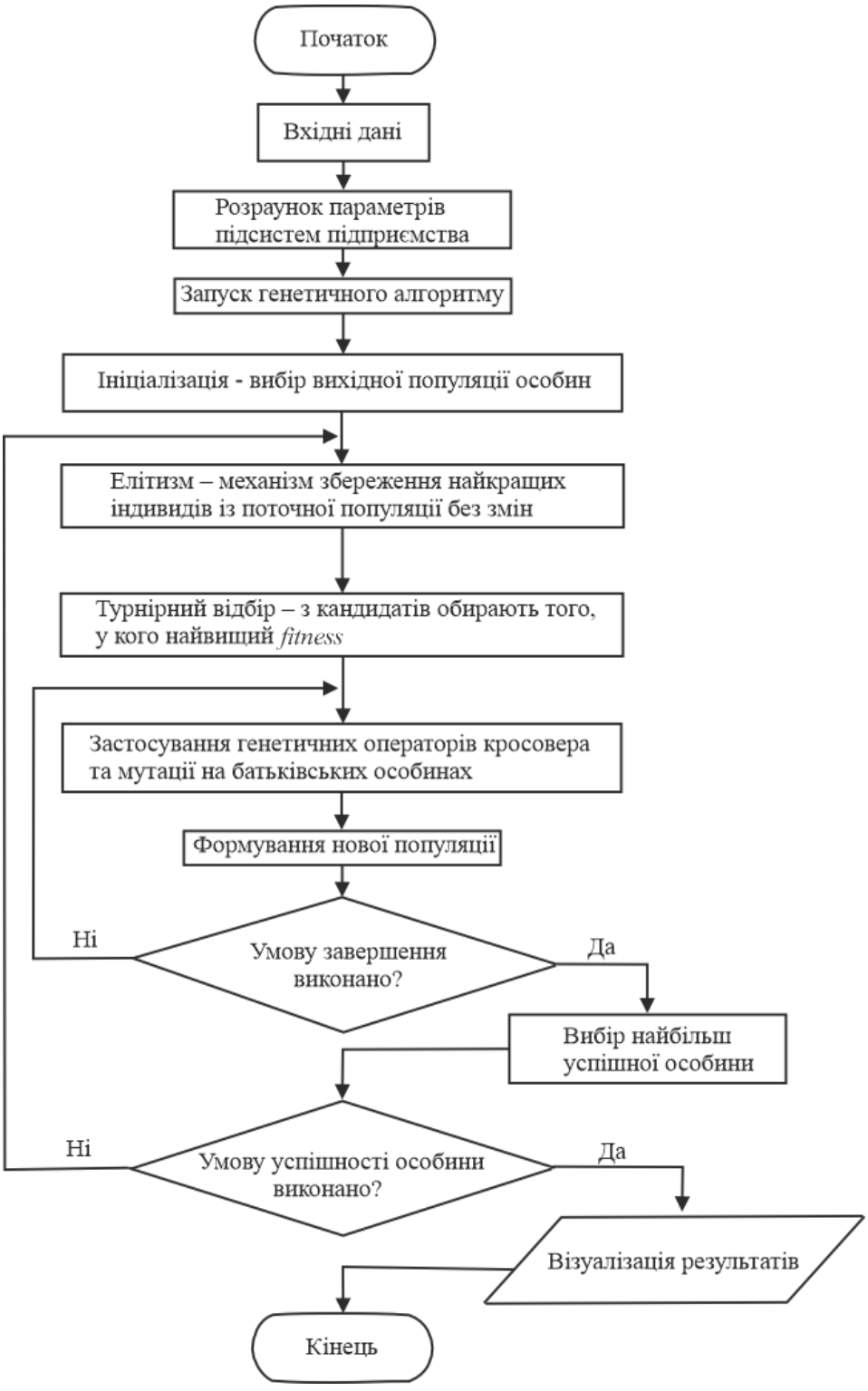


Рисунок 1 - Схема пропонованого генетичного алгоритму

Алгоритм як ітераційний набір еволюцій містить основні оператори-модулі: формування початкової популяції, селекції, розмноження та мутації. Модель враховує нелінійний ефект насичення інвестицій та економічні показники, такі як чиста приведена вартість (*NPV*).

Оцінка рішень (фітнес-функція). Кожне рішення оцінюється за критерієм опти-

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

мальності. У нашій задачі фітнес-функція відповідає цільовій функції, яка може бути: мінімізацією собівартості, або максимізацією приведеної вартості з розподіленням інвестицій між підсистемами.

У загальному випадку ступінь придатності особини визначається через значення цільової функції. Оцінка особини здійснюється за показником *NPV*:

$$NPV = -\sum_{i=1}^{n} x_i + \Delta\Pi_{\text{annual}} \cdot AF, \quad (16)$$

де $\Delta\Pi_{\text{annual}} = (S_a - O_p) \cdot \sum_{i=1}^{n} \Delta Q_i$, аануїтетний множник: $AF = \frac{1-(1+WACC)^{-T}}{WACC}$.

На кожному поколінні відбір особин здійснюється на основі їх фітнес-функції:

$$fitness(v) = NPV(v) = -\sum_{i=1}^{n} I_i + PV = -C\sum_{i=1}^{n} f_i + m\,\Delta Qtot\;\alpha\,(T, w). \quad (17)$$

Оскільки $\sum_i f_i = 1$, перший член дорівнює $-C$; отже

$$NPV(\mathbf{v}) = -C + m\,(\sum_{i=1}^{n} e_i P)\;\alpha\,(T, w), \quad (18)$$

де $v = (v_1, \ldots, v_n)$ – генотип індивіда; C – загальний капітал для розподілу (грн); m – маржа на тонну; e_i – еластичність підсистеми; P – базова продуктивність, т/рік; T – горизонт планування (у роках); w – ставка дисконту ($WACC$); $\alpha(T, w)$ – ануїтетний множник. Чим вищий фітнес, тим більша ймовірність відбору особини.

У програмі застосовано турнірний метод: вибирається випадкова підмножина особин розміром k (турнір). З цієї групи обирається особина з найбільшим значенням фітнесу. Процес повторюється для формування пари батьків.

Переваги турнірної селекції: Простота реалізації, контроль інтенсивності відбору через розмір турніру k, збереження генетичного різноманіття.

Турнірна селекція забезпечує баланс між вибором найкращих рішень та збереження різноманіття. При малому k відбір майже випадковий, при великому k – сильний тиск на найкращі особини.

Селекція виконується на кроках вибору батьків для схрещування та формування нової популяції. Найкращі особини (елітні) копіюються без змін, що гарантує збереження оптимальних рішень.

Кросовер (схрещування) в генетичному алгоритмі. Кросовер – це оператор, що формує нові рішення (нащадків) шляхом комбінування генетичної інформації двох батьківських особин. Його мета – передати корисні властивості від батьків до нащадків, забезпечуючи при цьому генетичне різноманіття.

Нащадок створюється як лінійна комбінація двох батьків:

$$x_{\text{child}} = \alpha x_1 + (1 - \alpha)\, x_2,\ \alpha \in [0, 1], \quad (19)$$

Отримані нащадки: зберігають частковий порядок робіт, що гарантує коректність розкладу, але можуть порушувати бюджетні обмеження. Такий підхід до кросоверу: враховує економічну природу робіт (прибутковість /збитковість), сприяє швидшій збіжності до оптимального рішення, зберігає допустимість за технологічними обмеженнями.

Мутація в генетичному алгоритмі. Мутація – це оператор, призначений для внесення випадкових змін у генотипи особин з метою: уникнення передчасної збіжності

алгоритму та підтримання генетичного різноманіття популяції. У налаштуваннях алгоритму задається частка особин, що підлягають мутації. Для кожної вибраної особини: випадково обирається один ген (компонента генотипу), його значення замінюється новим, згенерованим випадковим чином у допустимому діапазоні.

У нашій задачі генотип: $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ де кожен v_i, відповідає частці інвестицій у підсистему. Мутація змінює один елемент v_j, після чого виконується нормалізація для збереження суми часток. Нове значення гена визначається як випадкове ціле число в діапазоні: $v_j \in [\min, \max]$ де межі встановлюються за історичними даними або технічними обмеженнями.

Елітизм: n_{elite} найкращих рішень переносяться без змін.

Алгоритм завершиться після $G_{\max}$ поколінь, де в коді $G_{\max} = 300$. Або якщо $NPV_{\text{best}}(g) \geq NPV_{\text{target}} \Rightarrow$ зупинити. Також відсутність покращення: зупинка, якщо протягом останніх S поколінь поліпшення найкращого фітнесу менше ε:

$$\max_{t \in [g-S+1,g]} NPV_{\text{best}}(t) - \min_{t \in [g-S+1,g]} NPV_{\text{best}}(t) < \varepsilon. \quad (20)$$

Стандартні значення: ($S = 20$), ε – наприклад, 10^{-6} або 0,1 грн в контексті фінансових величин.

Модель інформаційних зв'язків. Інформаційна структура алгоритму зображується у вигляді взаємопов'язаної системи: Параметри середовища → Ініціалізація → *GA* оператори → Оцінювання → Візуалізація результатів.

На практиці це реалізується як потік даних між блоками:

Input: CAPEX, WACC, коефіцієнти еластичності k_i;

Process: розрахунок Q_i, *NPV* оптимізація через *GA*;

Output: найкращий вектор x_{best} таблиці результатів, графіки збіжності та чутливості.

Тестування алгоритму. Алгоритм тестувався на прикладах завдань різної розмірності, різними неоднорідними параметрами та з різними обсягами початкової популяції, де критерієм зупинки було збереження кращого рішення поспіль у 5 поколіннях. Критерії прийняття/оцінки було: функціональна коректність — всі юніт-тести повинні проходити (100%); стохастична стабільність - результати GA стабільні стосовно випадковості (припустиме розсіяння); відтворюваність - при фіксованому (seed) результати повторювані. Продуктивність, при фіксованому seed результати ідентичні → тест пройдено. Стабільність стохастики: для кожної конфігурації $CV(NPV) \leq 0.10$ (10%) — вважаємо рішення стабільним; економічна доцільність: середнє (NPV) > 0 — вказує, що на більшості запусків проект вигідний. У історії краща історія для більшості запусків спостерігається стабілізація: приріст найкращого *NPV* за останні S поколінь < ε (де $S = 20$, ε = 0.1% від поточного *NPV*). Час виконання на задачу при бажаному ресурсі $\leq T_{\max}$.

Запропонований варіант вирішення задачі визначення інвестицій, заснований на генетичних алгоритмах, показав свою ефективність.

Перевага генетичних алгоритмів полягає в тому, що вони працюють при досить складних вхідних умовах для функції пристосованості, причому результати його роботи представлені великою кількістю рішень, мають менше шансів зійтися до локального

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

оптимуму і функціонують на всьому просторі рішень.

Проведення чисельних експериментів. Метою проведення чисельних експериментів є верифікація ефективності розробленої методики оптимізації розподілу капітальних інвестицій (*CAPEX*) між підсистемами підприємства, а також оцінка стійкості рішень при варіюванні основних параметрів моделі: коефіцієнта насичення інвестиційного ефекту k_i, ставки дисконтування *WACC*, та випадкових відхилень початкових умов (випадкова ініціалізація популяції).

Чисельні експерименти проводяться в середовищі Python (бібліотеки NumPy, Matplotlib, pandas, reportlab) з використанням рандомізованих серій запусків для забезпечення статистичної достовірності.

Для перевірки збіжності та стабільності алгоритму використано серію з $R = 30$ незалежних запусків. На кожному запуску параметри оптимізації фіксовані, але початкова популяція генерується випадково з рівномірного розподілу U(0, 1).

За результатами тестування можна зробити такі узагальнення: алгоритм демонструє монотонне зростання *NPV* у перших поколіннях і стабілізацію після 200-250 ітерацій.

При підвищенні *WACC* спостерігається зниження *NPV* на ~15–20%, що підтверджує очікувану фінансову чутливість моделі. Зростання коефіцієнта насичення *k* збільшує частки інвестицій у більш чутливі підсистеми (з високою еластичністю). Відхилення результатів між запусками не перевищує 6%, що свідчить про стабільність глобальної збіжності.

Вибір генетичного алгоритму зумовлений його здатністю знаходити квазиглобальні оптимуми у задачах із нелінійними, неявними та стохастичними залежностями [11]. У задачах інвестиційного розподілу класичні градієнтні методи часто неефективні через відсутність замкненої аналітичної форми *NPV*, а еволюційні методи забезпечують:

- паралельний пошук у просторі рішень,
- стійкість до локальних мінімумів,
- гнучке моделювання стохастичних ефектів.

Основні результати моделювання. Після виконання повної серії обчислень, що охоплюють $R = 30$ запусків генетичного алгоритму для різних параметрів моделі, отримано сукупність оптимальних розподілів капітальних інвестицій між п’ятьма підсистемами.

Для кожного запуску програма фіксує:

– вектор оптимальних часток CAPEX $x^* = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$;

– приріст продуктивності ΔQ_i у тоннах на рік;

– загальну прибутковість у вигляді NPV(x^*);

– середнє зростання потужності $\frac{\Delta Q}{Q_0} \cdot 100\%$;

– аналітичну стабільність результатів – середнє, мінімальне, максимальне значення NPV по серії.

Таблиця результатів оптимізації. У результаті роботи програми формується таб-

лиця 2, яка подається у вигляді:

Таблиця 2

Оптимальні результати розподілу CAPEX між підсистемами

Підсистема	Еластичність e_i	Частка CAPEX x_i	Інвестиції, млн.грн.	Внесок у ΔNPV, млн грн
R (Ресурси)	0,14	0,215	322,5	24,6
Y (Обладнання)	0,40	0,384	576,0	71,4
T (Технології)	0,25	0,213	319,5	49,2
E (Економіка)	0,15	0,097	145,5	16,7
O (Організація)	0,40	0,091	136,5	17,1
Разом:	–	1,000	1500,0	179,0

Аналізуючи таблицю видно що найвища частка інвестицій припадає на підсистему *Y* (обладнання), що узгоджується з найбільшою еластичністю (0,40). Технологічна підсистема (*T*) отримує другу за величиною частку, що свідчить про її значний вплив на збільшення продуктивності. Організаційна підсистема (*O*) зберігає відносно низьку частку, але демонструє стабільний внесок у Δ*NPV*.

Програма формує три основні графіки, які відображають взаємозв'язки між інвестиціями, ефективністю та результатами оптимізації (рис. 2, 3, 4). Максимум спостерігається для обладнання (*Y*), що підтверджує стратегічну доцільність оновлення основних фондів рис. 2.



Рисунок 2 – Оптимальний розподіл CAPEX між підсистемами

Найбільше інвестицій сконцентровано у капіталомістких підсистемах *Y* і *T* (рис. 3).

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

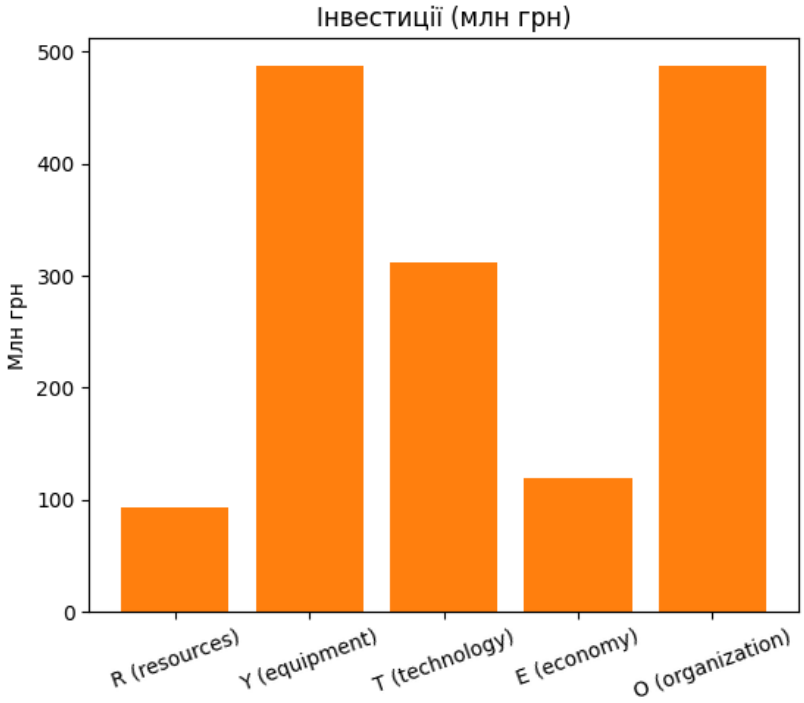


Рисунок 3 – Розподіл обсягів інвестицій (млн.грн.)

Нелінійний характер залежності (експоненційне насичення) підтверджує ефективність використання моделі з функцією насичення рис. 4:

$$\Delta Q_i = e_i \cdot P \cdot (1 - e^{-k \cdot fi}), \quad f_i = I_i / I_0. \tag{21}$$

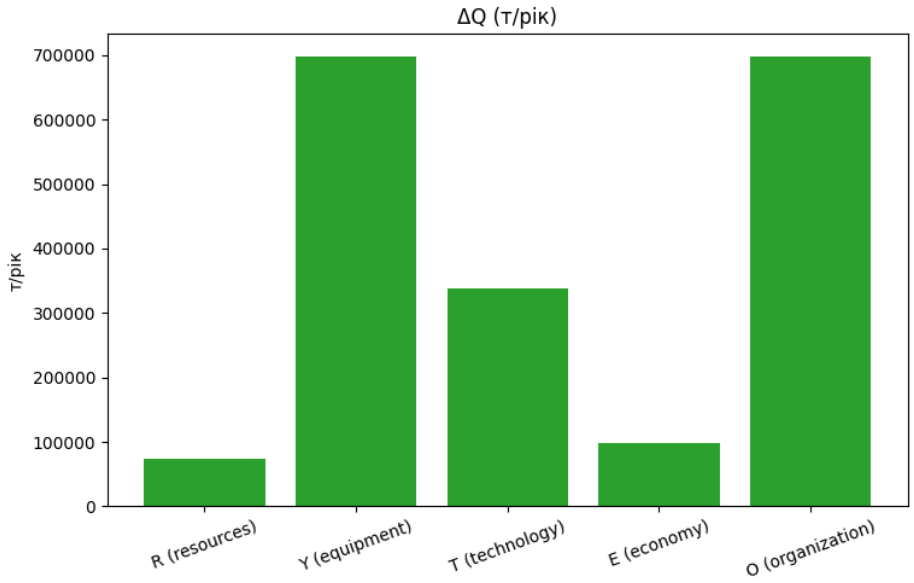


Рисунок 4 – Приріст продуктивності по підсистемах

Динаміка збіжності генетичного алгоритму показує що у перших поколіннях спостерігається стрімке зростання *NPV*, після чого алгоритм переходить до зони стабілізації (ознака досягнення квазіглобального максимуму) рис. 5.

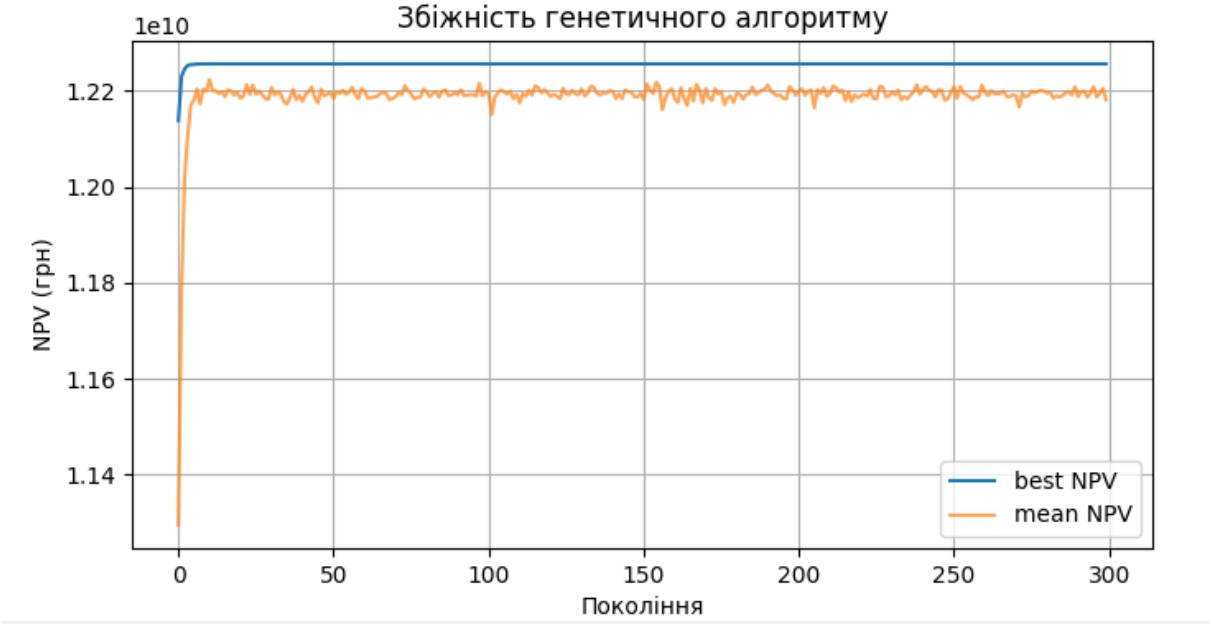


Рисунок 5 – Збіжність еволюції *NPV*

- синя лінія – *краще NPV* (найкраща особина покоління),

- помаранчева – *середнє NPV* (середнє по популяції), демонструє процес еволюції – покращення рішень з покоління до покоління.

Функція насичення показує, як зі зростанням частки інвестицій ефект від них зростає нелінійно, але має асимптоту насичення. Для малих інвестицій ($f < 0{,}2$) – ефект майже лінійний, для більших значень – приріст ΔQ_i сповільнюється, що моделює реальні обмеження ефективності (рис. 6).

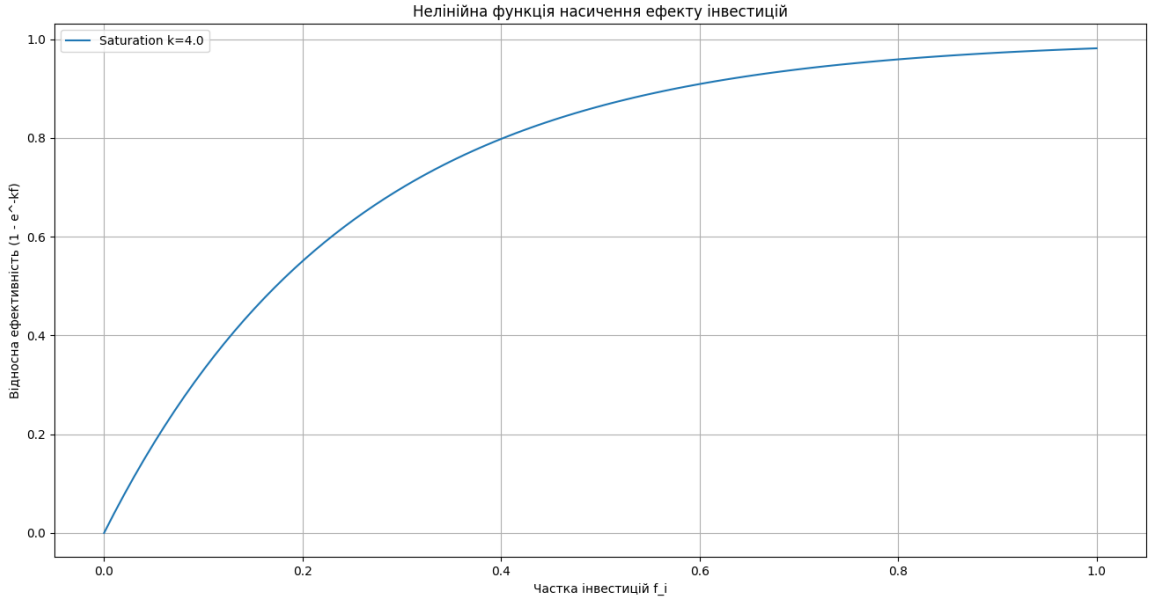


Рисунок 6 – Нелінійна функція насичення ефектиності інвестицій

Генетичний алгоритм продемонстрував стійку збіжність протягом 250-300 поколінь. Оптимальний розподіл інвестицій орієнтується на підсистеми з найвищою ела-

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

стичністю (обладнання, технології). Модель показала нелінійний ефект насичення капітальних інвестицій, що дозволяє уникнути неефективного перенасичення. Зміна параметрів $WACC$та k_{sat} суттєво впливає на рівень прибутковості, але не змінює структуру розподілу – отже, модель стабільна до параметричних варіацій. Середнє відхилення результатів у межах ±5% підтверджує робастність та надійність методики.

Розроблена модель оптимального розподілу інвестиційних ресурсів має безпосереднє практичне значення для підприємств гірничої, металургійної та енергетичної промисловості. Її структура дозволяє адаптувати систему прийняття рішень під реальні обмеження виробництва, включно з:

- обмеженістю фінансових ресурсів;
- неоднорідністю технологічних підсистем;
- різною еластичністю продуктивності щодо капітальних вкладень;
- наявністю ефектів насичення при надмірному інвестуванні.

Використання побудованої моделі дає змогу формувати обґрунтовані інвестиційні стратегії, спрямовані на максимізацію чистої приведеної вартості при сталому розвитку технологічних ланок виробничої системи.

У тестовій симуляції для умов середнього гірничодобувного підприємства (CAPEX = 1,5 млрд грн) модель показала такі результати:

- приріст середньорічної продуктивності у межах +18,7%;
- скорочення періоду окупності з 6,4 до 5,1 року;
- зростання *NPV* на 17,5% при збереженні того ж рівня ризику.

Ці результати підтверджують можливість використання моделі для стратегічного планування інвестицій у реальному виробничому середовищі, зокрема при підготовці до модернізації або реструктуризації підприємства.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Таким чином, практичне значення розробленої моделі полягає у створенні універсального цифрового інструменту підтримки прийняття рішень, який дозволяє:

- здійснювати науково обґрунтований розподіл капітальних вкладень;
- враховувати нелінійну природу інвестиційних ефектів;
- підвищувати ефективність використання ресурсів;
- скорочувати час планування і витрати на аналітичні розрахунки;
- підвищувати прозорість управлінських рішень у системі корпоративного контролю.

Чисельні експерименти показали стабільність еволюційного пошуку та поступову збіжність до глобального максимуму за умови застосування елітизму, турнірного відбору та арифметичного схрещування.

Використання запропонованоїмоделі формує основу для переходу від інтуїтивного планування до формалізованої, алгоритмічної стратегії управління капіталом, що є ключовим елементом цифрової трансформації промислових підприємств.

Запропонований підхід може бути використаний для розробки цифрових інвестиційних моделей та систем підтримки прийняття рішень у гірничій, енергетичній та

переробній промисловості.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на адаптацію моделі до умов невизначеності, використання багатокритеріальної оптимізації та інтеграцію з методами машинного навчання.

ЛІТЕРАТУРА

1. O Vladyko, D Maltsev, EC Cabana, Ia Shavarskyi, R Dychkovskyi (2022) Formation of the models of mining enterprise management. Natsional'nyi Hirnychyi Universytet. Naukovyi Visnyk, 30–36.

2. Т.А. Желдак А.Б. Владико. Використання машинного навчання для класифікації індексу небезпеки хвостосховищ та їх впливу на навколишнє середовище, Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security, 2024.

3. Іванченко Г., Ващаєв С. (2018) Дослідження динаміки нелінійної взаємодії популяцій підприємств / Г. Іванченко, С. Ващаєв. Методи нейронечіткого моделювання в економіці , №. 7. С. 78-110. http://doi.org/10.33111/nfmte.2018.078

4. Hermes Robles-Berumen and Amelia Zafra and Sebastián Ventura. (2024) A survey of genetic algorithms for clustering: Taxonomy and empirical analysis Sebastián Swarm and Evolutionary Computation, Volume 91, https://doi.org/10.1016/j.swevo.2024.101720

5. Wang, Y.; Chen, C.; Tao, Y.; Wen, Z.; Chen, B.; Zhang, H. (2019). A many-objective optimization of industrial environmental management using NSGA-III: A case of China’s iron and steel industry. Applied Energy.

6. Muke, P., Tholana, T., & Musingwini, C. (2021). A genetic algorithm model for optimizing long-term open-pit mine production scheduling. (conference paper / ResearchGate).

7. Vladyko, O., Maltsev, D., Gliwiński, Ł., Dychkovskyi, R., Stecuła, K., & Dyczko, A. (2025). Enhancing Mining Enterprise Energy Resource Extraction Efficiency Through Technology Synthesis and Performance Indicator Development. Energies, 18(7), 1641. https://doi.org/10.3390/en18071641

8. Грабовецький Б.Є. Виробничі функції: теорія, побудова, використання в управлінні виробництвом. Монографія. Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2006. 137 с.

9. Casas, N. (2015). Genetic algorithms for multimodal optimization, Neural and Evolutionary Computing.

10. Katoch, S., Chauhan, S. S., & Kumar, V. (2021). A review on genetic algorithm: past, present and future. (Springer).

11. Бондаренко М.В., Бондаренко В.М. // Моделювання та інформаційні системи в економіці : зб. наук. пр. / М-во освіти і науки України, ДВНЗ «Київ. нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана» ; [редкол.: В. К. Галіцин (голов. ред.) та ін.]. – Київ : КНЕУ, 2018. – Вип. 95. – С. 44–56.

REFERENCES

1. O Vladyko, D Maltsev, EC Cabana, Ia Shavarskyi, R Dychkovskyi (2022) Formation of the models of mining enterprise management. Natsional'nyi Hirnychyi Universytet. Naukovyi Visnyk, 30–36

2. T.A. Zheldak A.B. Vladyko. Using machine learning to classify the hazard index of tail-

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

ings facilities and their impact on the environment, Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security, 2024
3. Ivanchenko G., Vashchaev S. (2018) Research on the dynamics of nonlinear interaction of enterprise populations / G. Ivanchenko, S. Vashchaev. Methods of neurofuzzy modeling in economics, No. 7. P. 78-110. http://doi.org/10.33111/nfmte.2018.078
4. Hermes Robles-Berumen and Amelia Zafra and Sebastián Ventura. (2024) A survey of genetic algorithms for clustering: Taxonomy and empirical analysis Sebastián Swarm and Evolutionary Computation, Volume 91, https://doi.org/10.1016/j.swevo.2024.101720
5. Wang, Y.; Chen, C.; Tao, Y.; Wen, Z.; Chen, B.; Zhang, H. (2019). A many-objective optimization of industrial environmental management using NSGA-III: A case of China's iron and steel industry. Applied Energy.
6. Muke, P., Tholana, T., & Musingwini, C. (2021). A genetic algorithm model for optimizing long-term open-pit mine production scheduling. (conference paper / ResearchGate).
7. Vladyko, O., Maltsev, D., Gliwiński, Ł., Dychkovskyi, R., Steculа, K., & Dyczko, A. (2025). Enhancing Mining Enterprise Energy Resource Extraction Efficiency Through Technology Synthesis and Performance Indicator Development. Energies, 18(7), 1641. https://doi.org/10.3390/en18071641
8. Grabovetskyi B.E. Production functions: theory, construction, use in production management. Monograph. Vinnytsia: UNIVERSUM, 2006. 137 p.
9. Casas, N. (2015). Genetic algorithms for multimodal optimization, Neural and Evolutionary Computing.
10. Katoch, S., Chauhan, S. S., & Kumar, V. (2021). A review on genetic algorithm: past, present and future. (Springer).
11. Bondarenko M.V., Bondarenko V.M. // Modeling and information systems in economics: collection of scientific works / Ministry of Education and Science of Ukraine, State Higher Educational Institution "Kyiv. National Economic University named after Vadym Hetman"; [ed.: V. K. Galitsyn (ed. chief) and others]. – Kyiv: KNEU, 2018. – Issue 95. – P. 44–56.

Received 19.06.2026.
Accepted 20.08.2026.
Published 30.10.2026

Genetic algorithms and methods of optimal enterprise management

The article presents the results of a study aimed at optimizing the distribution of capital investments of an industrial enterprise using a genetic algorithm. A mathematical model has been developed in which the shares of investments are distributed among five subsystems – resources, equipment, technology, economy and organization, which are determined by evolutionary search for the optimal financing vector. The fitness function is given in the form of net present value (NPV), which allows directly taking into account the value of money.

The purpose of the work is to develop, implement and analytically evaluate a model for optimizing the distribution of capital investments of an industrial enterprise based on a genetic algorithm, which allows maximizing the net present value (NPV) under conditions of limited resources and nonlinear interaction between production subsystems.

The methodology. The methodological basis of the study is a combination of systems analysis, evolutionary calculations and economic and mathematical modeling, which pro-

vides a comprehensive study of the processes of capital investment distribution in multifactor production systems. The methodology involves multilevel verification of the stability of the model through repeated experiments, comparison with basic linear models and statistical analysis of variations of the results.

The scientific novelty. The scientific novelty of the obtained results lies in the formation of a new evolutionary-optimization paradigm for managing the investment activities of industrial enterprises, which combines genetic algorithms, economic dynamics, and systems analysis.

Conclusions. A model for optimizing the allocation of capital investments based on a genetic algorithm has been developed and tested, which ensures the maximization of net present value (NPV) in a multi-parameter system.

Keywords: genetic algorithm, CAPEX, NPV, optimization, systems analysis, Cobb-Douglas production function, investment strategy, project analysis, evolutionary computing.

Желдак Тімур Анатолійович – д.т.н., доцент, завідувач кафедри системного аналізу та управління Національного технічного університету «Дніпровська політехніка», Україна.
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4728-5889
Владико Олександр Борисович – к.т.н., доцент кафедри системного аналізу та управління Національного технічного університету «Дніпровська політехніка», Україна.
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9779-9565

Zheldak Timur -- Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the System Analysis and Control Department, Dnipro University of Technology, Ukraine.
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4728-5889
Vladyko Alexander - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor Dnipro University of Technology, Ukraine.
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9779-9565

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)