

## ВИМІРЮВАННЯ СКЛАДОВИХ ІНДУКТИВНОГО ІМПЕДАНСУ НА НИЗЬКИХ ЧАСТОТАХ

*Анотація. Досліджені можливості методу трьох вольтметрів для виміру індуктивності та її активного опору, а також їх частотних характеристик. Встановлено, що в діапазоні частот до 100 кГц похибка виміру індуктивності складає не більше 0,3%, активного опору - 8,7%, добротності – 5%.*

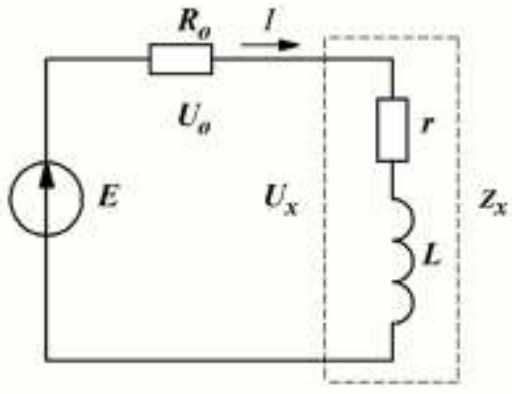
*Ключові слова: індуктивність, опір, імпеданс, метод трьох вольтметрів, вимір, частотна характеристика, добротність, похибка, зразкова міра.*

**Вступ.** Серед методів виміру індуктивного імпедансу виділяється метод трьох вольтметрів [1,2], який використовують на промислових частотах (50, 400 Гц) для визначення потужності, споживаної приймачем електричної енергії, його активного опору, реактансу і повного опору. Порівняння методів Q-метра і мостового, використовуваних для виміру складових імпедансу в широкому діапазоні частот, з методом трьох вольтметрів показує, що останній має безперечну перевагу - експлуатаційна простота і зручність, що полягає в тому, що для виміру параметрів приймача досить усього лише визначити напругу на трьох ділянках електричного кола, що складається з приймача електричної енергії і послідовно включеним зразковим активним опором.

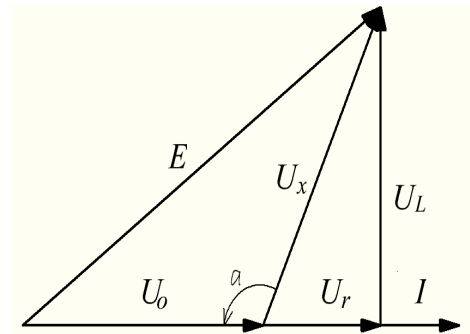
**Постановка завдання.** Оцінити можливості методу трьох вольтметрів для виміру складових індуктивного імпедансу, а також визначення їх частотних характеристик в діапазоні вище за промислові частоти.

**Основна частина.** На рис.1 представлена еквівалентна схема вимірювального кола (а) для визначення складових індуктивного імпедансу методом трьох вольтметрів і її векторна діаграма (б), де  $E$  - напруга генератора гармонійних коливань,  $R_o$  - зразковий опір,  $L, r$  - індуктивність і активний опір вимірюваного імпедансу  $z_x$ ,  $U_o, U_x$  - спад напруги на зразковому опорі і вимірюваному імпедансі,  $U_L, U_r$  - реактивна і активна складові напруги  $U_x$ ,  $I$  - струм у ви-

мірjuвальному колі. Імпеданси вимірюваної індуктивності  $z_x$  і вимірювального кола  $z$  мають вигляд



а)



б)

Рисунок 1 – Вимірювальне коло (а) і його векторна діаграма напруг і струму (б)

$$z_x = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}, \quad (1)$$

$$z = \sqrt{(R_o + r)^2 + \omega^2 L^2}, \quad (2)$$

де  $\omega$  - частота коливань гармонійного генератора  $E$ . Для послідовного кола значення імпедансів можна представити як

$$z_x =, \quad z = \frac{R_o E}{U_o}. \quad (3)$$

Із (1) – (3) випливає система рівнянь

$$\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{R_o U_x}{U_o}, \quad (4)$$

$$\sqrt{(R_o + r)^2 + \omega^2 L^2} = \frac{R_o E}{U_o}, \quad (5)$$

рішення якої дозволяє отримати вирази для активної складової індуктивного імпедансу

$$r = \frac{R_o}{z} \left( \frac{E^2 - U_x^2}{U_o^2} - 1 \right) \quad (6)$$

і його індуктивності

$$L = \frac{R_o}{\omega} \sqrt{\frac{U_x^2}{U_o^2} - \frac{1}{4} \left( \frac{E^2 - U_x^2}{U_o^2} - 1 \right)^2}. \quad (7)$$

З двох останніх виразів виходить, що величини  $r$  і  $L$  можна знайти виміром напруг  $E$ ,  $U_x$  і  $U_o$  з подальшим обчисленням по (6) і (7). Слід зазначити, що знайдені складові індуктивного імпедансу  $r$  і  $L$  будуть дійсними і додатними при виконанні умови

$$U_x^2 + U_o^2 \leq E^2 \leq (U_x + U_o)^2, \quad (8)$$

на векторній діаграмі (рис. 1б) це означає, що кут  $\alpha$  може набувати значень в обмеженому діапазоні  $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$ .

Для визначення можливості виміру складових індуктивного імпедансу була зібрана вимірювальна схема згідно рис.1а. В якості вимірюваного імпедансу використані котушки з набору зразкових мір індуктивності типу L - 0170 III розряду класу 0,2. Виміри проводилися на частоті 1 кГц вольтметром В7-27А/1 з використанням генератора гармонійних коливань ГЗ-118. Зразковим опором  $R_0$  було вибрано резистор типу МЛТ- 2 з активним опором 1475 Ом (на частоті 1 кГц).

У таблиці 1 представлені результати вимірів, де  $L_0$  - номінальні значення зразкових мір індуктивності;  $L_\partial$ ,  $r_\partial$  - дійсні значення індуктивностей і активного опору мір, отримані мостовим вимірювачем Е7-8;  $L$ ,  $r$  - індуктивність і активний опір зразкових мір, визначені методом трьох вольтметрів.

Таблиця 1

Результати вимірів зразкових мір індуктивності

|                       |       |       |       |       |       |      |       |       |       |       |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| $L_0$ ,<br>мГн        | 0,2   | 0,5   | 1     | 2     | 5     | 10   | 20    | 50    | 100   | 200   |
| $L_\partial$ ,<br>мГн | 0,201 | 0,501 | 1     | 1,999 | 4,997 | 10   | 20,01 | 49,99 | 100   | 199,9 |
| $r_\partial$ ,<br>Ом  | 1,612 | 1,944 | 2,97  | 4,73  | 9,98  | 20,6 | 75,2  | 125,5 | 294   | 241   |
| $L$ ,<br>мГн          | 0,225 | 0,518 | 0,997 | 1,984 | 4,907 | 9,99 | 19,9  | 49,98 | 99,97 | 200,5 |
| $r$ ,<br>Ом           | 1,499 | 1,999 | 2,987 | 4,948 | 11,67 | 20,7 | 76,92 | 125,6 | 292,7 | 217,6 |

Використовуючи метод найменших квадратів отримані рівняння лінійної регресії для індуктивності  $L = f(L_\partial)$

$$L = - 0,0641 + 1,0026L_\partial \quad (9)$$

і активного опору  $r = \varphi(r_\partial)$

$$r = 1,0182 + 0,9601r_\partial; \quad (10)$$

при рівні значущості 0,001 коефіцієнти кореляції склали для індуктивності  $r_L \approx 1$ , для активного опору  $r_r \approx 0,9983$ ; середньоквадратичне відхилення окремого виміру індуктивності  $\sigma_L = 0,1168$  мГн, активного опору  $\sigma_r = 6,5419$  Ом, середня відносна похибка виміру індуктивності склала 0,3%, активного опору - 8,7%.

Результати дослідження частотних характеристик показані на рис. 2.

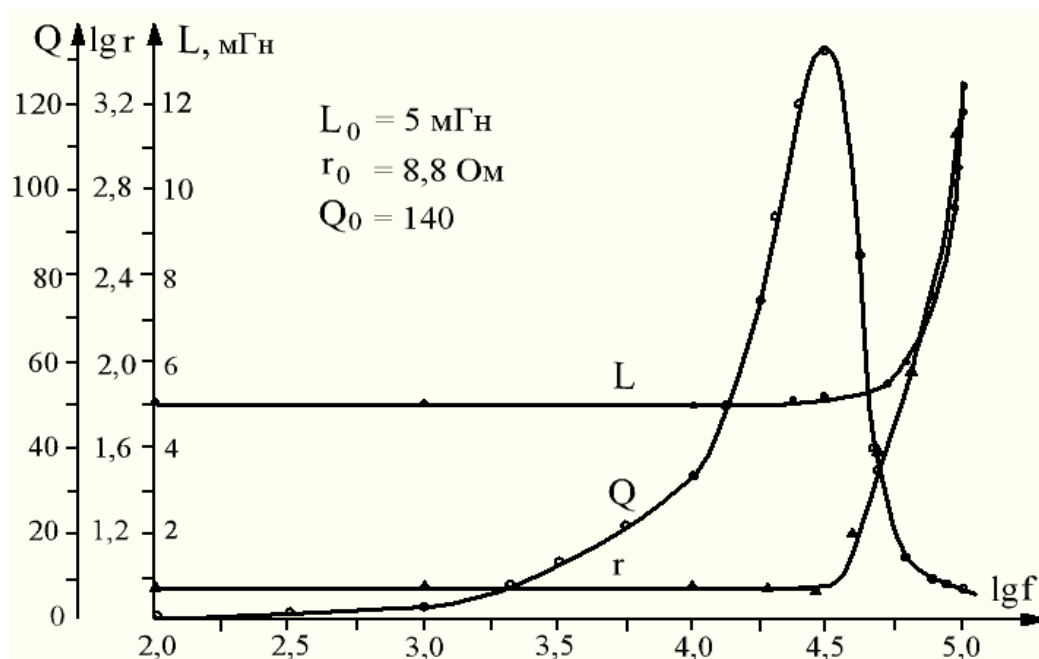


Рисунок 2 - Частотні характеристики індуктивності  $L$ , активного опору  $r$  і добротності  $Q$  зразкової міри індуктивності  $L_0$

Експериментальні частотні залежності індуктивності  $L$ , активного опору  $r$  і добротності  $Q$  визначені в діапазоні 0,1 – 100 кГц. В якості досліджуваного індуктивного імпедансу була використана зразкова міра з індуктивністю  $L_0 = 5$  мГн, омичним опором 8,8 Ом і добротністю 140. З отриманих залежностей видно, що в діапазоні частот від 0.1 до 30 кГц активний опір  $r$  і індуктивність  $L$  залишаються практично незмінними з відхиленнями в межах похибки експерименту. Після 30 кГц активний опір  $r$  починає збільшувати своє значення, що можна пояснити зростаючим впливом ефекту близькості і скін-ефекту. Також спостерігається збільшення індуктивності  $L$  завдяки шунтуючому впливу розподіленої ємності котушки і вимірювального кола в цілому, які утворюють з індуктивністю паралельний контур з певною частотою власного резонансу  $f_0$ . Із зростанням частоти  $f$  при  $f < f_0$  імпеданс паралельного контуру збільшується, що викликає уявне збільшення індуктивності  $L$ . Це явище вносить похибку у визначення індуктивності на частотах, що наближаються до частоти власного резонансу котушки. Похибку можна зменшити за умови врахування величини розподіленої ємності, для цього знадобиться розгляд дещо іншої еквівалентної схеми вимірювального кола, в якому враховується міжвиткова ємність вимірюваної котушки, вхідні ємності вимірювальних приладів і з'єднувальних провідників.

Частотна залежність добротності  $Q = 2\pi fL/r$  досліджуваної зразкової міри індуктивності має максимум  $Q = 133$  на частоті  $f = 30$  кГц, величина якого відрізняється на 5% від добротності, вказаної в паспорті зразкової міри.

**Висновки.** Результати дослідження показують:

- методом трьох вольтметрів досить просто вимірювати складові індуктивного імпедансу на фіксованих частотах вище промислових; у діапазоні до 100 кГц відносна похибка визначення індуктивності складає не більше 0,3%, активного опору - 8,7%, добротності – 5%, що відповідає класу точності використаних вимірювальних приладів;

- метод дозволяє отримувати інформативну характеристику у вигляді частотних залежностей активного опору і індуктивності; це дає можливість вибрати діапазон частот, в якому заважаючий вплив розподіленої ємності незначний, а також знайти оптимальну частоту, при якій добротність індуктивності максимальна;

- подальше підвищення точності визначення дійсних значень складових індуктивного імпедансу можливо з урахуванням шунтуючого впливу розподіленої ємності.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Ознакомление с методом трех вольтметров: веб-сайт.

URL: <http://www.vunivere.ru/work/36704> (дата звернення: 23.08.2022).

2. Твердоступ Н.И. Особенности измерения индуктивного импеданса на низких частотах. *Системні технології*. Дніпропетровськ, 2016. Вип. 1(102). С. 87 - 92.

#### REFERENCES

1. Oznakomlenie s metodom threh voltmetrov: web-sait.

<http://www.vunivere.ru/work/36704> (data zvernennja: 23.08.2022).

2. Tverdostup N.I. Osobennosti izmereniya induktivnogo impedansa na nizkih tchastotah. *Systemni technologies*. Dnipropetrovsk, 2016. Vyp. 1(102). S. 87 – 92.

Received 03.06.2022.

Accepted 10.06.2022.

#### ***Measurement of inductive components impedance at low frequencies***

*The method of three voltmeters allows you to determine the components of the inductive impedance by measuring the voltages on the tested impedance, on the reference active resistance and at the output of the harmonic voltage source that feeds the measuring circuit. The analysis of the measuring circuit using the method of three voltmeters was carried out, mathematical expressions were found for calculating the active resistance and inductance as components of the investigated impedance based on the*

*results of the measurement of three voltages. Regarding the values of the voltages on the investigated impedance, on the reference active resistance and on the output of the harmonic voltage source, there is a well-founded condition under which the obtained results will be valid. Using the method of three voltmeters, the frequency characteristics of the active resistance, inductance and Q-factor of the reference coil were experimentally determined in the range up to 100 kHz from a set of exemplary inductance measurements with previously known parameters. Experimental frequency dependences indicate the presence of a region of constant value of the impedance components at low frequencies. At frequencies higher than 30 kHz, there is a region of growth of the active component due to the influence of the proximity effect and skin effect and a region of apparent increase in inductance due to the influence of the distributed capacitance of the coil. The obtained characteristics make it possible to choose a frequency range in which the interfering influence of the distributed capacitance is minimal, as well as to determine the optimal frequency at which the Q-factor of the inductance is maximal. The relative error of inductance determination was no more than 0.3%, active resistance – 8.7%, Q factor – 5%.*

**Твердоступ Микола Іванович** – доцент, к.т.н., доцент кафедри електронних обчислювальних машин Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

**Tverdostup Mykola Ivanovych** – Associate Professor of Computer Systems Engineering Department of the Oles Honchar Dnipro National University.