

СКЛАДОВІ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТУ АНАЛІЗУ СПЕКТРІВ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

Анотація. Процедура оцінки невизначеності результату є основною при розробці нових алгоритмів обробки інформації, приладів визначення і опрацювання даних. Метою статті є оцінювання складових невизначеності результату, що виникають при аналізі спектрів вільних коливань: невизначеність від розтікання спектру, невизначеність по амплітуді і частоті аналізованих спектрів. Досліджено вплив застосування віконної функції на результати спектрального аналізу сигналів складної форми. Проаналізовано зміни складової невизначеності результату при застосуванні гаусівського вікна під час аналізу досліджуваних спектрів вільних коливань. Проведено оцінку впливу невизначеності на результат спектрального аналізу по амплітуді і по частоті дискретизації спектрів. Окреслено умови зменшення цих складових невизначеності.

Ключові слова: спектральний аналіз, невизначеність, віконна функція, накладання спектрів, час дискретизації.

Постановка проблеми. В сучасному світі системи і засоби вимірювання, аналізу та відтворення сигналів застосовуються практично в усіх сферах науки і техніки. Основним у використанні таких приладів є отриманий результат та його точність. Точність результату вимірювань залежить від багатьох факторів: вплив навколишнього середовища (температури, вологості і т.д.), необхідність втручання оператора, внутрішні завади досліджуваного об'єкту та багато іншого. При визначенні і відображенні результату вимірювання необхідно враховувати всі ці чинники, тому постає завдання в отриманні коректного результату з високою точністю. На сьогоднішньому етапі розвитку науки для вираження коректного результату застосовують не похибку (або точність) вимірювання, а відображення результату вимірювання з певною невизначеністю. Більшість систем і засобів вимірювання є багатофункціональними: вимірюють одразу декілька значень, виконують декілька операцій, в

ідображають зміну декількох параметрів і т.д. Процедура оцінювання і вираження невизначеності результату вимірювання була введена лише у 1993

році [1] і ще не до кінця досліджена, а тому не пристосована до усіх алгоритмів, приладів і систем метрологічного забезпечення в Україні. При розробці нових алгоритмів і приладів постає проблема аналізу і розробки процедури оцінювання невизначеності результату вимірювання під час вирішення поставленої задачі.

Аналіз літератури. Раніше при вирішенні метрологічних задач вимірювання, дослідження, обробки, передачі інформації та інших обов'язковою операцією була операція аналізу похибок вимірювання. На сьогоднішній день її замінює пошук та вираження невизначеності результату вимірювання. Про що свідчить документ Спільного комітету керівництва з метрології від 2009 року (JCGM 104:2009 – [2]): в ньому вказано, що метою вимірювання є надання інформації про величину, яка цікавить – вимірювану величину. З міжнародного словника з метрології (International Vocabulary of Metrology – VIM 3rd edition, [3]): термін «невизначеність вимірювання» – це невід'ємний параметр, який характеризує на основі обґрунтованої інформації розподіл величин, що відносяться до вимірюваної величини. З посібника для вираження невизначеності вимірювань (GUM 1995 with minor corrections – [4]): «невизначеність (у вимірюваннях)» – параметр, пов'язаний з результатом вимірювання, що характеризує розсіювання значень, які обґрунтовано можна пов'язати з вимірюваною величиною. Для вираження невизначеності результату вимірювання проводиться знаходження і розрахунок відхилення знайденої величини від ймовірного ідеального значення шуканої величини. Невизначеність вимірювання поділяється на невизначеність типу А – складові, оцінені статистичними способами і невизначеність типу В – складові, оцінені методами відмінними від статистичних. У підручнику з основ теорії невизначеності вимірювань [5]: компоненти категорії А характеризуються оціненими дисперсіями (або оціненими «стандартними відхиленнями») і числом степенів вільності, компоненти категорії В повинні характеризуватися величинами, які можна розглядати як наближення до відповідних дисперсій, існування яких допускається.

Метою статті є оцінювання складових невизначеності результату спектрального аналізу.

Викладення основного матеріалу. В більшості випадків при вирішенні задачі спектрального аналізу невизначеність вимірювання зводиться до розрахунку наступних складових: частотна невизначеність і невизначеність амплітудного значення [6], [7], [8]. Також необхідно враховувати складову невизначеності фази. Для даної статті використано алгоритм дослідження, застосова-

ний у [9], а саме визначення інформативних параметрів сигналу за допомогою спектрального аналізу (використання перетворення Фур'є) та застосування віконної гаусівської функції. Отже, першим етапом є отримання спектру досліджуваного сигналу за формулою:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (1)$$

другий етап: введення віконної функції, тоді отримаємо наступну формулу:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot g(t, a) \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (2)$$

де: $g(t, a) = e^{-\frac{(t-b)^2}{4a^2}}$ – віконна функція Гауса, в якій a – ширина вікна, а b – зсув вікна по часовій осі. Підставивши віконну функцію в (2) отримаємо:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-\frac{(t-b)^2}{4a^2}} \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-\frac{(t-b)^2}{4a^2} - j\omega t} dt. \quad (3)$$

Для спрощення розрахунків перейдемо до дискретної форми подання перетворення Фур'є:

$$X_d(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta t) \cdot e^{-\frac{(n\Delta t - b)^2}{4a^2} - j\omega n\Delta t}, \quad (4)$$

де n – кількість відліків дискретизації, а Δt – крок дискретизації. Застосуємо формулу Ейлера до рівняння (4):

$$X_d(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta t) \cdot \left[\cos\left(-\frac{(n\Delta t - b)^2}{j4 \cdot a^2} - \omega n\Delta t\right) - j \cdot \sin\left(-\frac{(n\Delta t - b)^2}{j4 \cdot a^2} - \omega n\Delta t\right) \right] \quad (5)$$

нехай функція $X_d(j\omega)$ – парна, тоді рівняння (5) можна звести до косинусної форми ряду Фур'є:

$$X_d(j\omega) = x_0 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \cdot \cos\left(-\frac{(n\Delta t - b)^2}{j4 \cdot a^2} - \omega n\Delta t\right), \quad (6)$$

де $x_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(n\Delta t) d\Delta t$ – постійна складова, що являє собою середнє значення

функції за період, а X_n – амплітудне значення n -го відліку вхідного дискретизованого сигналу. Для подальшого знаходження складових невизначеності спектрального аналізу за досліджувану функцію будемо приймати вираз (6).

Одними з основних складових невизначеності спектрального аналізу є невизначеності, що виникають від ефекту «розтікання спектра». Розтікання спектра відбувається якщо при визначенні спектра корисного сигналу використовується дискретне перетворення Фур'є з нецілим числом періодів. В такому випадку з'являються стрибки на границях періодів послідовності, як наслідок у шуканому спектрі виникають додаткові паразитні значення, які не відносяться ні до корисного сигналу, ні до шумів, які він містить. На практиці при отриманні спектра гармонійного періодичного сигналу причиною розтікання спектра є застосування вибірки перетворення Фур'є, розмір якої не кратний періоду досліджуваного сигналу. Для більш точного дослідження сигналу при спектральному аналізі збільшують кількість відліків для побудови спектра. Ті відліки, значення яких не є цілим числом призводять до стрибків сигналу, які відображаються на спектрі у вигляді паразитних гармонік. Для згладжування цих стрибків і застосовують віконні функції, які мають максимальне значення у центрі і плавно спадають до країв послідовності. Отже, розтікання спектру призводить до виникнення наступних складових невизначеності при спектральному аналізі:

- накладання спектрів, через це неможливо визначити до якої з основних гармонік відноситься енергія, що лежить в межах інтервалу накладання;
- розширення основних пелюсток спектру, через що відбувається зменшення енергії основної гармоніки;
- виникнення додаткових гармонік в спектрі сигналу за рахунок некротних частоти досліджуваного сигналу і частоти вибірки при перетворенні Фур'є.

Для прикладу в середовищі MathCad досліджено косинусний затухаючий сигнал виду:

$$y_i := \left(1 \cdot \cos(1.571 \cdot x_i) \cdot e^{-0.002 \cdot x_i} + 0.5 \cdot \cos(2 \cdot 1.571 \cdot x_i) \cdot e^{-0.005 \cdot x_i} + 0.2 \cdot \cos(3 \cdot 1.571 \cdot x_i) \cdot e^{-0.005 \cdot x_i} \right),$$

де x_i – добуток номера відліку на відношення довжини сигналу до довжини вибірки перетворення, $i = 0..N - 1$. На рисунку 1 зображено спектр досліджуваного сигналу – червоного кольору (F_i – величина амплітуди по лівій осі ординат) і спектр цього ж сигналу помноженого на віконну функцію Гауса – синього кольору (G_i – величина амплітуди по правій осі ординат).

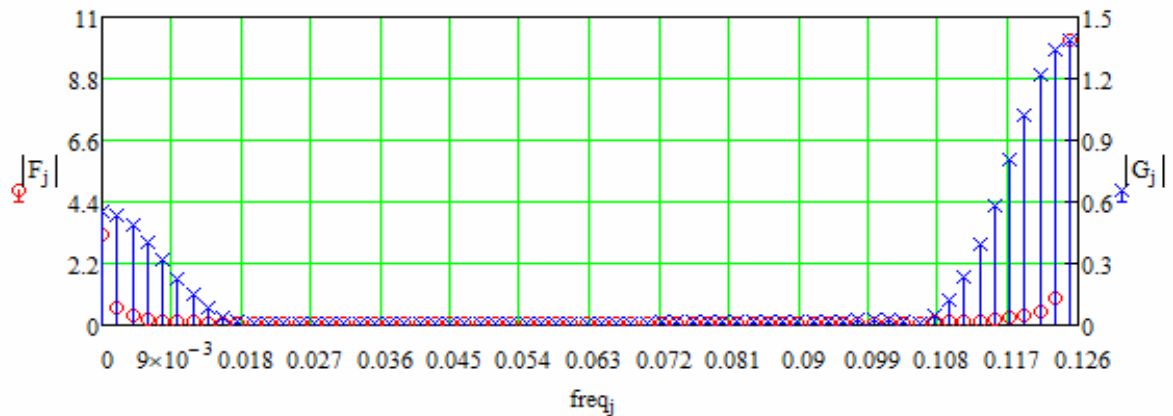


Рисунок 1 – Спектри досліджуваного сигналу (F_j) і його добутку на віконну функцію Гауса (G_j)

Як бачимо, основна енергія сигналу зосереджена на частотах рівних $f_{j1}=0$ ум.од. і $f_{j2}=0,125$ ум.од.. Основна відмінність полягає у величині амплітуд основних гармонік: при перетворенні Фур'є повного сигналу величина основних гармонік: $A_{осн.1}=3,27$ і $A_{осн.2}=10,25$, коли при перетворенні Фур'є сигналу, обмеженого віконною функцією величина основних гармонік становить $A_{осн.1}=0,56$ і $A_{осн.2}=1,4$. Також з даного рисунку можемо побачити розширення основних пелюсток у спектрі сигналу, обмеженого вікном, які повторюють форму віконної функції Гауса. Слід зазначити, що при зменшенні ширини вікна зменшується амплітуда основних гармонік і збільшується амплітуда бокових гармонік, що призводить до вирівнювання спектру по всій частотній осі і неможливості визначити на якій саме частоті зосереджена основна енергія сигналу. Отже, в даному випадку застосування вагового вікна призводить до зменшення інформативності процедури спектрального аналізу.

Для дослідження невизначеностей проведено також аналіз реального сигналу виду:

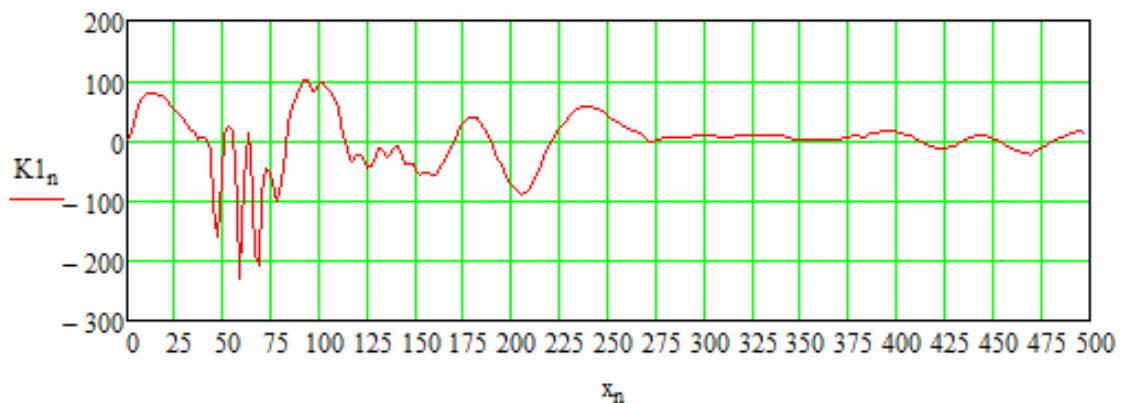


Рисунок 2 – Досліджуваний сигнал

На рисунку 3 відображено графіки спектра досліджуваного сигналу (S_j – синього кольору) і спектра досліджуваного сигналу, обмеженого віконною функцією Гауса (F_j – червоного кольору).

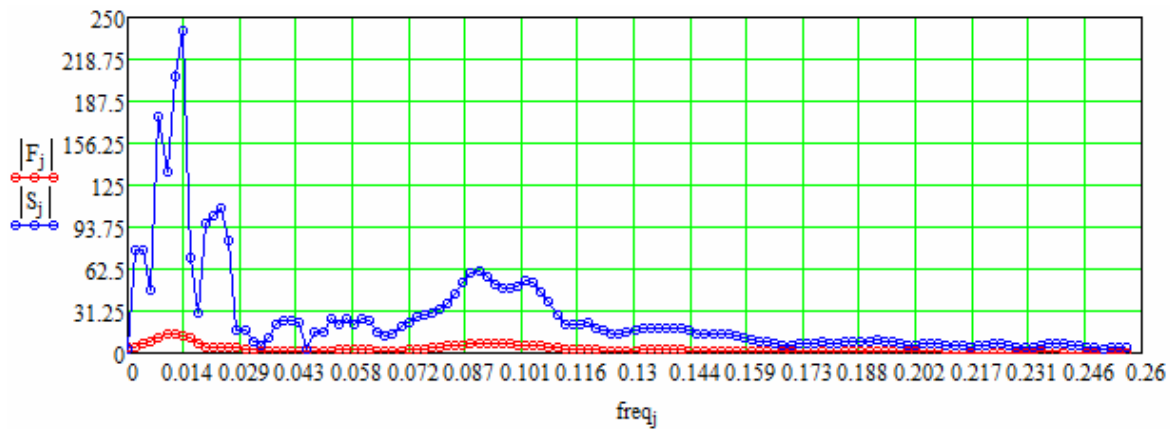


Рисунок 3 – Спектри досліджуваного реального сигналу (S_j) і його добутку на віконну функцію Гауса (F_j)

Віконна функція Гауса обмежувала сигнал на проміжку $[0; 125]$. В даному випадку також спостерігаємо зменшення амплітуди основних гармонік спектра сигналу, обмеженого вікном і розмивання цього ж спектра по всій частотній осі. Це може свідчити про неефективність застосування віконних функцій при спектральному аналізі сигналів. З іншого боку, при збільшенні масштабу спектра обмеженого сигналу отримаємо графік, зображений на рисунку 4.

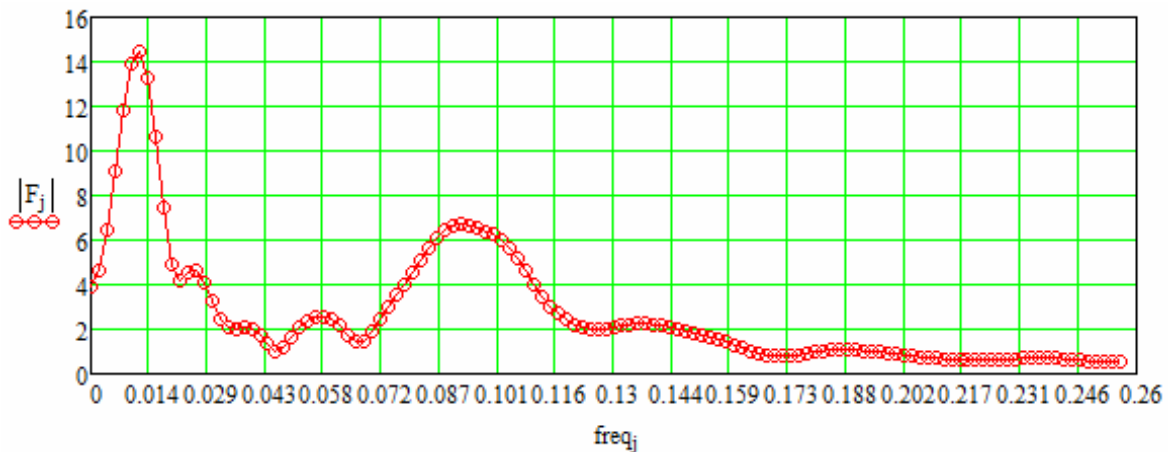


Рисунок 4 – Спектр обмеженого реального сигналу у збільшеному масштабі

Спектр реального сигналу містить 5 пікових значень з амплітудами від $A_{\min 1} = 61$ до $A_{\max 1} = 241$, в той час як спектр обмеженого сигналу має всього два піки: $A_{\min 2} = 7$ і $A_{\max 2} = 14,5$. Окрім того, з рисунків 3 і 4 можна побачити змі-

щення гармоніки з максимальним значенням амплітуди, а саме: на спектрі реального сигналу ця гармоніка знаходиться на частоті: $f_{\max 1} = 0,014 \text{ ум.од.}$, а на спектрі обмеженого сигналу: $f_{\max 2} = 0,012 \text{ ум.од.}$. Такі відмінності можна розцінювати як розширення основних пелюсток з більшою амплітудою і перекриття ними додаткових гармонік з меншою амплітудою, тобто перекривання частини інформації про наявність гармонійних складових у полігармонічному сигналі. Тому в даному прикладі можемо сказати, що має місце наявність складових невизначеності від накладання спектрів і розширення основних пелюсток досліджуваного спектру.

З іншого боку, не слід нехтувати і спектром сигналу, обмеженого віконною функцією, адже відсутність додаткових пікових значень може свідчити про відсутність паразитних гармонійних складових на виділеному проміжку реального вихідного сигналу.

Ще одна складова невизначеності спектрального аналізу: невизначеність амплітуди. Для розгляду цієї невизначеності в якості досліджуваної функції беремо (6). За основу алгоритму оцінювання невизначеності обираємо алгоритм оцінки невизначеності результатів прямих багаторазових вимірювань за [10]. Виходячи з (6) амплітудні значення дискретного косинусного перетворення Фур'є рівні:

$$X_{nA} = \frac{c_n}{\cos(\varphi_n)} = \left[\int_{-T/2}^{T/2} x(n\Delta t) \cdot \cos\left(-\frac{(n\Delta t - b)^2}{j4 \cdot a^2} - wn\Delta t\right) d\Delta t \right] / \cos(\varphi_n), \quad (7)$$

де φ_n – фаза n -ї гармоніки спектру.

За вказаним вище алгоритмом необхідно розрахувати середнє значення амплітуд:

$$\overline{X}_{nA} = \frac{\sum_{n=1}^N \left[\int_{-T/2}^{T/2} x(n\Delta t) \cdot \cos\left(-\frac{(n\Delta t - b)^2}{j4 \cdot a^2} - wn\Delta t\right) d\Delta t \right] / \cos(\varphi_n)}{N}, \quad (8)$$

нехай $-\frac{(n\Delta t - b)^2}{j4 \cdot a^2} - wn\Delta t = \alpha$. Тоді стандартна невизначеність середнього значення

амплітуди буде розраховуватися за формулою:

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N \left(N \cdot \left[\int_{-T/2}^{T/2} x(n\Delta t) \cdot \cos(\alpha) \right] d\Delta t / \cos(\varphi_n) - \sum_{n=1}^N \left[\int_{-T/2}^{T/2} x(n\Delta t) \cdot \cos(\alpha) \right] d\Delta t / \cos(\varphi_n) \right)^2}{N(N-1)}}. \quad (9)$$

З формули бачимо, що невизначеність амплітуди буде мінімальною при $\cos(\alpha) \rightarrow 0$, тобто при $\alpha = \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} = \dots = \frac{k\pi}{2}$ і т.д. при $k = 1, 3, 5, \dots$. Розрахуємо необхідний час дискретизації за цих умов:

$$-n\Delta t \left(\frac{(1-b)^2}{j4 \cdot a^2} - w \right) = \frac{k\pi}{2} \Rightarrow n\Delta t = -\frac{k\pi}{2} \cdot \frac{1}{(1-b)^2 / j4 \cdot a^2 - w} \quad (10)$$

Отже, результат невизначеності по амплітуді буде мінімальним, якщо буде виконуватися рівність (10).

Наступною складовою, яку необхідно оцінити є невизначеність від апроксимації при відновленні сигналу після спектрального аналізу. Ця складова залежить від частоти дискретизації $f_d = \frac{1}{\Delta t}$, тобто від кроку дискретизації, і способу апроксимації. Найбільш поширеною є кусково-лінійна апроксимація. Для кусково-лінійної апроксимації застосовуються ступеневі поліноми першого порядку. При такому наближенні крива в проміжках між двома відомими значеннями замінюється відрізком прямої. Тоді найбільше значення невизначеності буде на тих проміжках зміни кривої, де друга похідна матиме найбільше значення. Складову невизначеності тоді можна розрахувати за формулою:

$$u_{an} = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot f_n^2}{2 \cdot f_o} = \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot \Delta t \cdot f_n^2, \quad (11)$$

де $f_n = n \frac{1}{T}$ – частота повного сигналу. Якщо спектр обмежений частотою $f_{обм}$, а інтервал дискретизації задовольняє умову $\Delta t = \frac{1}{2 \cdot f_{обм}}$, то період повторення спектра буде вдвічі більший за $f_{обм}$ і, відповідно, зменшиться значення невизначеності відтворення сигналу.

Висновки. В даній публікації було проаналізовано основні складові невизначеності спектрального аналізу. На прикладах показано як застосування віконної функції у спектральному аналізі впливає на результати дослідження сигналів складної форми з локально зосередженими параметрами. Основними складовими невизначеності спектрального аналізу є невизначеності від розтікання спектру, а саме: накладання спектрів, через це неможливо визначити до якої з основних гармонік відноситься енергія, що лежить в межах інтервалу накладання; розширення основних пелюсток спектру, через що відбувається зменшення енергії основної гармоніки; виникнення додаткових гармонік в спектрі сигналу за рахунок некротних частоти досліджуваного сигналу і частоти ви-

бірки при перетворенні Фур'є. За умов зменшення ширини вікна збільшується невизначеність знаходження частот з найбільшими енергіями. Також на загальну невизначеність впливають складові невизначеності по амплітуді і частоті сигналу. Надалі планується дослідження впливу динамічної невизначеності на загальний результат спектрального аналізу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Guide to the expression of uncertainty in measurement. (First edition 1993) International Organization for Standardization. 1993.
2. Joint Committee for Guides in Metrology. Evaluation of measurement data — An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents – JCGM 104:2009.
3. Joint Committee for Guides in Metrology. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms – VIM 3rd edition – 2008.
4. Joint Committee for Guides in Metrology. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement – JCGM 100:2008.
5. Васілевський О.М. Основи теорії невизначеності вимірювань: підручник / О.М. Васілевський, В.Ю. Кучерук, Є.Т. Володарський. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 230 с.
6. Consolatina Liguori. UNCERTAINTY ON SIGNAL PARAMETER ESTIMATION IN FREQUENCY DOMAIN / Trends in Electrical Measurement and Instrumentation - September 13-14, - Lisbon, Portugal – 2001. – 276 – 280 p.
7. Васілевський О. М. Спектральний метод оцінювання динамічної непевності вимірювання / О. М.Васілевський // Третя міжнародна наукова конференція «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах» (ВКДТС-2015), 27-29 жовтня, 2015 р. Збірник тез доповідей. – Вінниця – 38 с.
8. T.Kallinger et al. A heuristic derivation of the uncertainty for frequency determination in time series data / T. Kallinger, P. Reegen, and W. W. Weiss // Astronomy & Astrophysics - A&A - Volume 481, Number 2, April II 2008 – 571- 574 p.
9. Єременко В.С., Осінцева М. Б. Методика виявлення інформативних параметрів на локальних проміжках складних сигналів / Єременко В.С., Осінцева М. Б. // The 4th International scientific and practical conference “Perspectives of world science and education” (December 25-27, 2019) – CPN Publishing Group, Osaka, Japan. 2019 – 358 - 364 pages
10. Васілевський О. М. / Основи теорії невизначеності вимірювань: навчальний посібник / Васілевський О. М., Кучерук В.Ю. – Херсон: Олді-плюс, 2013 – 223 с.

REFERENCES

1. Guide to the expression of uncertainty in measurement. (First edition 1993) International Organization for Standardization. 1993.
2. Joint Committee for Guides in Metrology. Evaluation of measurement data — An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents – JCGM 104:2009.
3. Joint Committee for Guides in Metrology. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms – VIM 3rd edition – 2008.
4. Joint Committee for Guides in Metrology. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement – JCGM 100:2008.
5. Vasilevskiy O. M. Osnovy teorii nevyznachenosti vymirivann :pidruchnyk/ O. M. Vasilevskiy, V. Yu. Kucheruk, Ye. T. Volodarskyi. – Vinnytsia :VNTU, 2015. – 230 p.
6. Consolatina Liguori. UNCERTAINTY ON SIGNAL PARAMETER ESTIMATION IN FREQUENCY DOMAIN / Trends in Electrical Measurement and Instrumentation - September 13-14, - Lisbon, Portugal – 2001. – 276 – 280 p.
7. Vasilevskiy O. M. Spektralnyi metod otsiniuvannia dynamichnoi nepevnosti vymirivannia / O. M. Vasilevskiy // Tretia mizhnarodna naukova konferentsiia «Vymirivannia, kontrol ta diahnozyka v tekhnichnykh systemakh» (VKDTS-2015), 27-29 zhovtnia, 2015 r. Zbirnyk tez dopovidei. – Vinnytsia – 38 p.
8. T.Kallinger et al. A heuristic derivation of the uncertainty for frequency determination in time series data /T. Kallinger, P.Reegen, and W.W. Weiss// Astronomy & Astrophysics - A&A -Volume 481, Number 2, April II 2008 – 571-574 p
9. Yeremenko V.S., Osintseva M. B. Metodyka vyivlennia informatyvnykh parametriv na lokalnykh promizhkakh skladnykh syhnaliv / Yeremenko V.S., Osintseva M. B. // The 4th International scientific and practical conference “Perspectives of world science and education” (December 25-27, 2019) – CPN Publishing Group, Osaka, Japan. 2019 – 358 - 364 p
10. Vasilevskiy O.M. / Osnovy teorii nevyznachenosti vymirivann: navchalnyi posibnyk / Vasilevskiy O. M., Kucheruk V.Iu. – Kherson: Oldi-plus, 2013 – 223 p.

Received 11.04.2022.

Accepted 14.04.2022.

Utilization of machine and their elements is actual science and practical task

Basic physical and mechanical properties of heatcover composition material that is used for making of protective screens are experimentally investigated. For this purpose on the example of flowed plastic STEF executed (with the use of traditional charts) research at small (less than 1 m/s) and high (more than 3 m/s) rate-of-change of ladening. At

small speeds of lading durability of material was investigated at superficial deformation, tension, bend and change. At high speeds work of destruction and shock viscosity was determined. Organization and realization of experiments were done according to rules of planning experiments. All investigations were made with the using kinds of experimental equipment which had according certifications of control their quality and accuracy. Obtained results were treated by methods of mathematical statistics and researches of their dispersions.

The results of experimental researches drawn on at the decision of concrete design-engineering tasks, in particular, at development of equipment and choice of the modes of crushing of composition materials during their utilization (although, undoubtedly, the obtained data have more wide value). For example, data of intruding conical elements in material were used for selecting optimal angles for working elements of equipment. Correlations between power parameters of intruding process were used for selecting power parameters of equipment for crushing of composition materials.

Equipment and technology for crushing of composition materials during their utilization, which are designed on the base of these investigations, have new useful technical and technological specialties, that is why, authors obtained document of intellectual property on this object.

Еременко Володимир Станіславович – д.т.н., професор, завідувач кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського».

Осінцева Марія Борисівна – аспірант кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського».

Eremenko Volodymyr Stanislavovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Information and Measurement Systems, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute».

Osintseva Mariia Borysivna – Postgraduate student of the Department of Information and Measurement Systems, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute».