

АНАЛІЗ КОМП'ЮТЕРНОЇ МОДЕЛІ ПОВЕДІНКИ ТОНКОЇ ПЛАСТИНИ ЗАНУРЕНОЇ У РІДИНУ

Анотація. В статті розглядається питання взаємодії між потоком рідини і тонкими металевими конструкціями. Метою роботи є дослідження поведінки пластини, зануреної в рідину, що здійснює вимушені коливання під дією прикладеного навантаження. В ході роботи необхідно досліджувати механізм поведінки даної взаємодії та визначити приєднані маси рідини. Знання приєднаних мас допомагає оцінити вплив рідини на конструкції. Рішення завдання про змушені коливання плоскої пластини в рідині допоможе в подальшому перейти до дослідження взаємодії більш складних об'єктів з водою.

Ключові слова: взаємодія пластини та рідини, вимушені коливання, ANSYS.

Вступ. Велика маса коливальної системи може служити причиною виникнення вібрацій інженерних конструкцій, що в свою чергу може призвести до незворотних наслідків. У свою чергу великі коливання конструкції збуджують потік рідини, що оточує конструкцію, таким чином, що дана взаємодія носить руйнівний характер для інженерних споруд. Взаємодія між потоком рідини і конструкціями стало особливо важливим у світлі появи нових матеріалів, використовуваних для більш легких конструкцій, так як полегшені конструкції більше схильні до взаємодій з потоком рідини, а, отже, більш легкі конструкції краще піддаються руйнуванню під дією потоку рідини. В цілому конструкції найчастіше більш чутливі до динамічного порушення, тим не менш, загальна поведінка конструкції під впливом збудження, викликаного потоком, складно передбачити.

В цивільній інженерії більшість конструкцій схильні до впливу потоків повітря і рідини. Таким чином, загальні цивільні споруди повинні відповідати критеріям безпеки, таким як статичний опір і наявність безпечного спектра реакцій на вплив від дорожнього транспорту, землетрусів і т.д. Як наслідок, інженерам відтепер необхідно дотримуватися допустимих правил проектування і оцінки безпеки конструкцій, що піддаються вібраціям. Однак складність більшості явищ взаємодії рідини і конструкції означає, що все ще дуже важко ви-

значити надійні і точні оцінки ризику, які будуть застосовні до широкого діапазону експлуатаційних станів.

Відсутність універсальної і простої моделі взаємодії рідини і конструкції (далі FSI = fluid-structure interaction) спонукало створити область експериментального і чисельного дослідження коливань, викликаних потоком. Сьогодні чисельне моделювання підсилює вплив в інженерії, оскільки забезпечує важливі локальну і глобальну оцінку параметрів, таких як напруга і деформація. Даний інструмент дозволяє інженерам збільшувати подальше розуміння фізичних механізмів пов'язаних із взаємодією рідини і конструкції.

Метою роботи є дослідження поведінки пластини, зануреної в рідину, що здійснює вимушені коливання під дією прикладеного навантаження. Необхідно досліджувати механізм поведінки даної взаємодії та визначити приєднані маси рідини. Знання приєднаних мас допомагає оцінити вплив рідини.

Викладення основного матеріалу дослідження. Визначення приєднаних мас складається з декількох важливих кроків: визначення моделі використовуваної рідини, опис руху конструкції і оцінки сил рідини, що викликають цей рух. Етап оцінки включає в себе обчислення чутливості сил рідини до модів руху і деформації твердого тіла з базових рівнянь моделі рідини. Це може бути досягнуто за допомогою наближених рішень. Якщо застосовується модель рідини і область течії не надто складні, то приєднані маси можуть бути визначені за допомогою аналітичних рішень, які представлені в довіднику Короткіна [1] для суднових конструкцій.

Для можливості проведення аналітичного дослідження припускаємо, що розглянута рідина є нев'язкою, незтискаємою, а також нехтуємо наявністю вихорів [2]. Рівняння нерозривності $\nabla \cdot \mathbf{v}_F = 0$ і умова відсутності обертання $\nabla \times \mathbf{v}_F = 0$, де $\mathbf{v}_F$ - вектор швидкості потоку рідини, дозволяють ввести потенціал Φ , який забезпечує співвідношення $\mathbf{v}_F = \nabla \Phi$ і призводить до рівняння Лапласа [1] для потенційного потоку на всьому об'ємі рідини, V

$$\Delta \Phi = 0 \quad (1)$$

і до граничних умов Неймана на поверхні розділу рідини і конструкції, S

$$(\nabla \Phi - \dot{\mathbf{w}}_S) \cdot \mathbf{n}_S = 0,$$

де вектор нормалі $\mathbf{n}_S$ спрямований назовні від області рідини, а $\mathbf{w}_S$ - вектор переміщення конструкції. Аналогічно, визначимо умова непроникності уздовж зовнішньої поверхні кордону рідини Σ

$$\nabla \Phi \cdot \mathbf{n}_\Sigma = 0.$$

За допомогою рівняння Бернуллі для несталих потоків під час відсутності об'ємних сил маємо

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \|\nabla \Phi\|_2^2 + \frac{p}{\rho_F} = 0,$$

тиск рідини може бути представлено як $p = -\rho_F \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho_F \|\nabla \Phi\|_2^2$, де ρ_F - щільність рідини.

Тут швидкість на кордоні розділу рідини і конструкції, S може змінюватися через коливальну поведінку конструкції, яке може бути представлено лінійною комбінацією руху твердого тіла і гнучких мод.

Рух поверхні розділу рідини і конструкції S , яке є еквівалентом руху зовнішній поверхні конструкції, може бути представлено за допомогою розкладання переміщень в просторі (поверхнева координата s) і в часі t , використовуючи базис лінійних незалежних мод деформацій [3]

$$w_S(s, t) = \sum_k u_k(s) \cdot g_k(t),$$

де $u_k(s)$ - вектор координатних функцій, а $g_k(t)$ - відповідний вектор узагальнених координат.

Оскільки використовуються рівняння для обраної моделі рідини лінійні, потенціал швидкостей рідини, пов'язаний з кожною формою коливання зовнішньої поверхні конструкції, може бути представлений за допомогою суперпозиції і [3]

$$\Phi(x, y, z, t) = \sum_k \Phi_k(x, y, z) \cdot \dot{g}_k(t),$$

а рівняння Лапласа (1) вирішується тепер для змінних Φ_k з наступними граничними умовами

$$(\nabla \Phi_k - u_k \dot{g}_k) \cdot n_S = 0 \text{ на } S \text{ та } \nabla \Phi_k \cdot n_\Sigma = 0 \text{ на } \Sigma.$$

Для переходу до вимушених коливань пластини, для початку необхідно визначити частоту вільних коливань пластини в рідині. Якщо визначення частоти вільних коливань пластини в повітрі не складає труднощів, то визначення частоти вільних коливань пластини в воді стає нетривіальним завданням. Для знаходження власних частот коливань пластини в воді розглянемо рішення наступної пов'язаної задачі в динамічній постановці: на одну з поверхонь пластини прикладається початковий тиск величиною 250 Па, що діє на пластину протягом 0,2 с. Розглядається пластина, жорстко зафіксована на дні контейнера, який заповнений водою. Габарити пластини: висота пластини 1 м, товщина – 0,005 м, ширина - 0,4 м. Матеріал пластини - сталь. Механічні характеристики

стали: модуль пружності, $E=210$ ГПа; щільність, $\rho = 7850$ кг / м³; коефіцієнт Пуассона, $\nu = 0,3$. Властивості води: щільність, $\rho = 1000$ кг / м³; коефіцієнт динамічної в'язкості, $\mu = 0,0008899$ Па·с.

Для вирішення завдання про коливання пластини в воді під дією імпульсного навантаження використовується чисельна модель FSI. На рисунку 1 представлені розміри простору рідини навколо пластини.

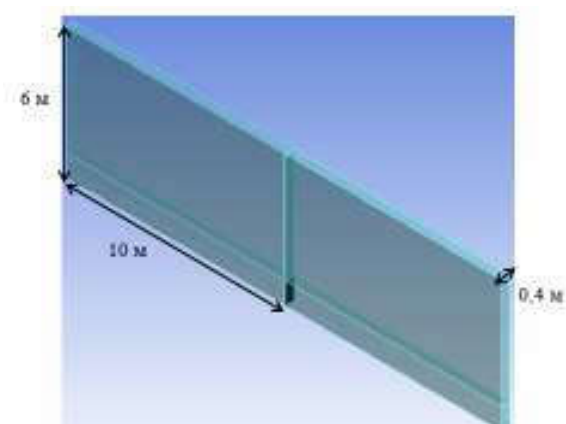
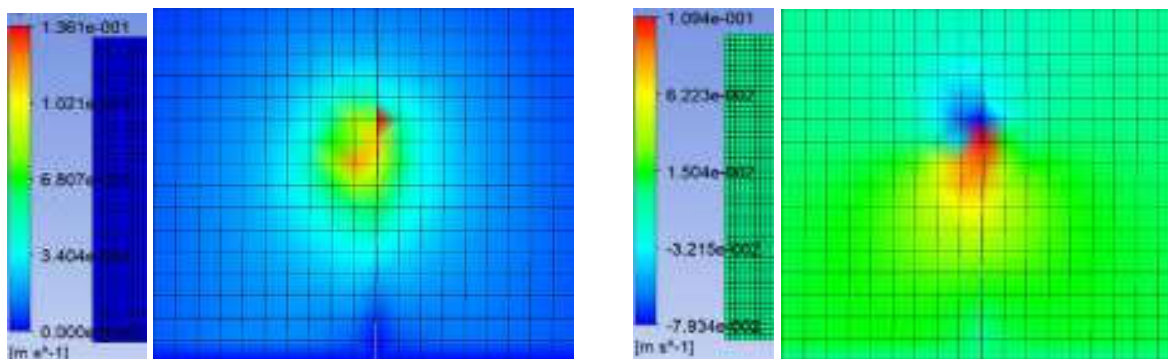


Рисунок 1 - Розміри простору рідини

Як можна бачити на рисунку 1, розрахункова модель складається з двох областей, а саме: з пластини і рідини навколо неї, тому розрахункова область включає в себе як пластину, так і обсяг рідини навколо. Час моделювання процесу коливань пластини в воді встановлюється рівним 2 с, для того щоб простежити загасання коливань. Всі розрахунки проводимо у розрахунковій програмі ANSYS CFX [4].

На рисунку 2 представлено результати розподілів поля швидкості потоку рідини та компонент швидкостей потоку уздовж осей x .



Скалярне поле швидкості
потоку рідини

Швидкість потоку
вздовж осі x

Рисунок 2

На рисунку 3 наведено розподіл переміщень верхнього краю пластини вздовж осі x при коливаннях у воді. На графіку чітко спостерігається загасання амплітуди коливань пластини. Це відбувається через те, що рідина має властивість в'язкості, яка чинить опір руху пластини.

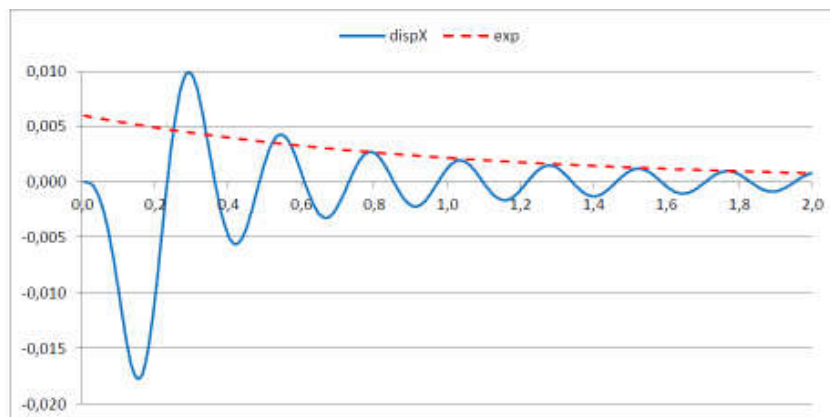


Рисунок 3 – Переміщення верхнього краю пластини вздовж осі x

З графіка на рисунку 3 визначимо частоту затухаючих коливань пластини в воді. Звернемо увагу на те, що даному графіку спостерігається перехідний і сталий режим коливань. Всі необхідні величини визначаються нами на сталому режимі коливань пластини.

Диференціальне рівняння затухаючих коливань має вигляд

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (2)$$

Для визначення першої частоти вільних коливань пластини в воді скористаємося такою формулою

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - n^2}, \quad (3)$$

де ω - частота затухаючих коливань пластини в воді, ω_0 - частота власних коливань пластини в воді без урахування демпфірування, n - коефіцієнт загасання коливань.

Значення частоти затухаючих коливань пластини в воді, ω , визначається за допомогою періоду затухаючих коливань, значення T визначається з графіка згасаючих коливань. $T = 0,26$ с, таким чином, $\omega = 24,165$ рад/с.

Коефіцієнт загасання n чисельно дорівнює зворотному часу, за яке амплітуда коливань зменшується в e раз. Час життя коливань τ - це проміжок часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e раз:

$$\frac{A(t)}{A(t + \tau)} = \frac{A_0 e^{-nt}}{A_0 e^{-n(t+\tau)}} = e^{n\tau} = e.$$

Таким чином, коефіцієнт загасання n дорівнює $n = \frac{1}{\tau}$ значення τ , визначається з графіка згасаючих коливань, і становить $\tau = 0,98 \text{ c}$, отже, $n = 1,0204$.

Знаючи величину коефіцієнта загасання n , визначимо першу частоту вільних коливань пластини в воді, ω_0 , за формулою (3). Після обчислень частота власних коливань води має значення $\omega_0 = 24,237 \text{ рад/с}$. Відзначимо, що на рисунку 3 крім переміщення верхнього кінця пластини вздовж осі x представлений графік експоненти $A_0 e^{-nt}$, який описує загасання коливань.

Також за допомогою модального аналізу була визначена перша частота вільних коливань пластини в повітрі. Значення першої частоти вільних коливань пластини в повітрі необхідне для оцінки приєднаних мас рідини. На рисунку 4 наведені результати модального аналізу пластини в повітрі.

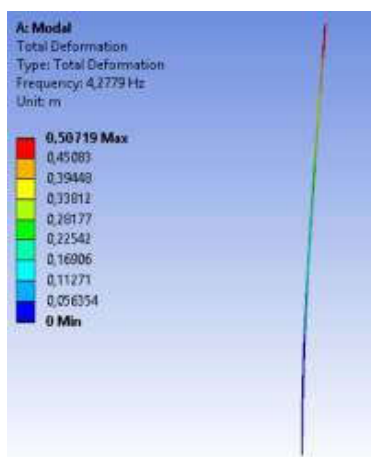


Рисунок 4 - Результат модального аналізу пластини в повітрі

Виходячи з модального аналізу коливань пластини в повітрі, перша власна частота має значення $\omega_0^* = 4,2779 \text{ 1/с} = 26,879 \text{ рад/с}$.

Далі розглядаємо вимушені коливання пластини в рідині під дією періодичних навантажень з різною частотою. Для цього необхідно побудувати амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) коливань пластини в воді в залежності від частоти вимушеного навантаження. З теорії вимушених коливань відомо, що резонанс, тобто різке зростання амплітуди коливань, спостерігається в тому випадку, коли частота вільних коливань конструкції збігається з частотою вимушеного навантаження. Таким чином, необхідно вирішувати задачу FSI для пластини в воді під дією періодичного навантаження n число раз для побудови АЧХ. За АЧХ визначаємо резонансну частоту коливань пластини.

На рисунку 5 представлена АЧХ для розглянутого випадку, побудована по 30 точках. Періодичне навантаження прикладається на одну зі сторін пластини в наступному вигляді $P = P_0 \sin(\omega_i \cdot t)$, де $P_0 = 250$ Па - початковий тиск, ω_i - частоти періодичної навантаження, $i = 1 \dots 30$.

З наведеної на рисунку 5 АЧХ можемо визначити резонансну частоту коливань пластини в воді. У нашому випадку резонансна частота - це частота, на якій досягається максимальна амплітуда коливань пластини. Таким чином, резонансна частота коливань пластини в воді має значення $\omega_p = 20,23$ рад/с.

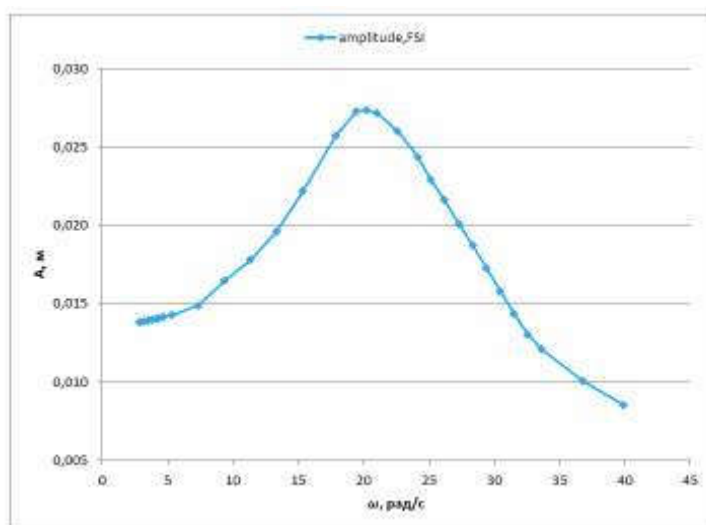


Рисунок 5 - АЧХ коливань пластини в воді під дією періодичної навантаження

Як зазначалося вище, знання власних частот коливань пластини в повітрі і воді необхідні для оцінки приєднаних мас рідини навколо пластини при її коливаннях. Оцінка проводиться за наступною формулою [2]

$$\omega_0^2 \approx \frac{\omega_0^{*2}}{1 + \frac{\lambda}{m}}, \quad (4)$$

$$\lambda = \left(\frac{\omega_0^{*2}}{\omega_0^2} - 1 \right) \cdot m,$$

де ω_0^* - перша частота вільних коливань конструкції в повітрі, ω_0 - перша частота вільних коливань конструкції у воді, m - маса конструкції. У нашому випадку $m = 15,7$ кг. Підставивши всі отримані значення змінних в формулу (4), отримаємо значення приєднаної маси води пластини при коливаннях під дією імпульсного навантаження $\lambda = 3,61$ кг.

Оскільки завдання FSI в силу своєї природи досить ресурсномісткі, то рішення n числа таких задач про коливання пластини в рідині під дією різних

навантажень, щоб дослідити напружено деформований стан коливальної системи, не дуже зручний метод. Виникає питання, чи можна уникнути вирішення завдань FSI і знайти більш простий спосіб вирішення завдань про коливання конструкцій в рідині. Оскільки відома оцінка приєднаних мас води пластини, то можна припустити, що дана приєднана маса води розподілена навколо пластини рівномірно і з урахуванням цього факту можемо виконати гармонійний аналіз. Але слід зазначити, що маса пластини в силу наявності приєднаної маси води збільшилася на величину λ , тобто

$$m_{\text{нов}} = m + \lambda = 15,7 + 3,61 = 19,31 \text{ кг.}$$

У зв'язку з тим, що обсяг пластини постійний, а маса змінилася, змінилася і щільність пластини

$$\rho = \frac{m_{\text{нов}}}{V} = \frac{19,31}{0,002} = 9655 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Тепер можемо провести гармонійний аналіз пластини з новою щільністю матеріалу і побудувати АЧХ коливань пластини з урахуванням наявності приєднаної маси води.

Як було зазначено вище в силу наявності в'язкості вода демпфує амплітуду вільних коливань пластини. Таким чином, для того щоб можна було порівнювати результати серії завдань FSI і гармонійного аналізу, останній необхідно моделювати з урахуванням демпфірування в моделі. Демпфірування для розрахункової моделі гармонійного аналізу будемо визначати за допомогою констант Релея α і β . Матриця демпфірування $[C]$ розраховується з використанням цих констант у вигляді множників для матриці мас $[M]$ і матриці жорсткості $[K]$

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K].$$

Коефіцієнт α має на увазі під собою наявність в системі інерціального демпфірування (в'язкого тертя). Коефіцієнт β описує демпфірування, пов'язане з енергетичними втратами (конструкційну), зумовленими силами сухого (кулонівського) тертя. Значення коефіцієнтів α і β зазвичай прямо не визначаються, але розраховуються за коефіцієнтами демпфірування ξ . ξ - відношення фактичного демпфірування до критичного демпфірування для конкретного режиму вібрації. Критичне демпфірування визначається як граничне значення між коливальною і не коливальною поведінкою, де коефіцієнт демпфірування одиниці. Якщо ω_k - власна частота моди коливань k , то α і β задовольняють наступному співвідношенню

$$\frac{\alpha}{2\omega_k} + \frac{\beta\omega_k}{2} = \xi.$$

В нашому випадку коефіцієнт демпфірування має значення $\xi = 0,0422$.

Врахуємо в чисельній моделі гармонійного аналізу інерційне демпфірування (в'язке тертя), тобто, нехтуючи величиною коефіцієнта β , визначимо значення коефіцієнта α у вигляді $\alpha = 2\omega_k \xi$.

У нашому випадку досліджується перша мода коливань пластини, тому для визначення коефіцієнта α скористаємося першою частотою коливань пластини в воді, що має значення $\omega_0 = 24,237 \text{ рад/с}$. В результаті обчислень коефіцієнт α приймає значення $\alpha = 2,046$. Використовуючи отримані параметри демпфірування в чисельній моделі гармонійного аналізу з урахуванням приєднаної маси води, отримаємо АЧХ коливань і порівняємо це з АЧХ, отриманої рішенням серії завдань FSI для вимушених коливань пластини в воді. Результати гармонійного аналізу наведені на рисунку 6.

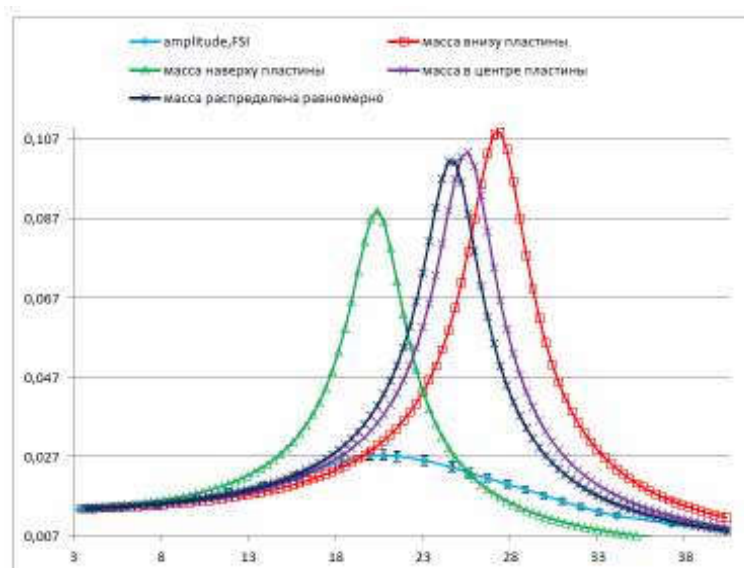


Рисунок 6 - Порівняння АЧХ, отриманої за допомогою серії завдань FSI і АЧХ, отриманих з допомогою гармонійного аналізу для різних варіантів розподілу приєднаної маси води

Крім рівномірного розподілу приєднаної маси води навколо пластини були розглянуті випадки, коли залучена маса поміщається наверх, вниз і в центр пластини.

Висновки. Вочевидь, що в реальності при коливаннях пластини в воді більший обсяг приєднаної маси буде накопичуватися нагорі пластини. З графіка на рисунку 6 видно, АЧХ при розподілі приєднаної маси води зверху пластини

має резонансну частоту $\omega_{p1} = 19,89 \text{ рад/с}$ близьку до резонансній частоті для АЧХ, побудованої методом вирішення серії завдань FSI, $\omega_p = 20,23 \text{ рад/с}$. Таким чином, для гармонійного аналізу передбачається використовувати даний розподіл приєднаних мас води. Також можемо зробити висновок про те, що метод гармонійного аналізу з додаванням приєднаної маси води можна використовувати на низьких власних частотах коливань до резонансу. На всіх інших власних частотах коливань використовувати метод гармонійного аналізу з урахуванням приєднаної маси води не рекомендується. Розбіжність АЧХ спостерігається через те, що в реальності вода не розподілена по пластині рівномірно, а знаходиться в постійному русі навколо пластини.

Рішення завдання про змушені коливання плоскої пластини в рідині допоможе в подальшому перейти до дослідження взаємодії більш складних об'єктів з водою.

ЛІТЕРАТУРА

1. Короткин А.И. Присоединенные массы судна: Справочник – Ленинград: Судостроение, 1986. – 312 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / под редакцией Л.Г. Лойцянского. – Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1974. – 712 с.
3. Zilian A. (2014) Modelling of Fluid-Structure Interaction – Effects of Added Mass, Damping and Stiffness. In: Irschik H., Belyaev A.K. (eds) Dynamics of Mechanical Systems with Variable Mass. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol 557. Springer, Vienna. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-1809-2_5
4. Обчислювальна гідродинаміка ANSYS. Інженерна Компанія ТЕХНОПОЛІС, Київ – 2021. Режим доступу https://tpolis.com/ansys/files/ansys_gidrodinamic.pdf

REFERENCES

1. Korotkin A.I. Prisoedinennye massy sudna: Spravochnik – Leningrad: Sudostroenie, 1986. – 312 s.
2. Shlihting G. Teoriya pogranychogo sloya / pod redakciej L.G. Lojcyanskogo. – Moskva: Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury izdatelstva «Nauka», 1974. – 712 s.
3. Zilian A. (2014) Modelling of Fluid-Structure Interaction – Effects of Added Mass, Damping and Stiffness. In: Irschik H., Belyaev A.K. (eds) Dynamics of Mechanical Systems with Variable Mass. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol 557. Springer, Vienna. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-1809-2_5

4. Obchislyuvalna gidrodinamika ANSYS. Inzhenerna Kompaniya TEHNOPOLIS, Kiyiv – 2021. Rezhim dostupu https://tpolis.com/ansys/files/ansys_gidrodinamic.pdf

Received 14.02.2022.

Accepted 17.02.2022.

Analysis of a computer model of the behavior of a thin plate immersed in a liquid

Modeling the oscillation of a steel plate in water under the action of loads to assess the safety of the structure is an urgent task of modern times in the design of structures. The aim of this work was to study the behavior of a plate immersed in a fluid that makes forced oscillations under the action of an applied load; the mechanism of behavior of this interaction and the determination of the connected masses of the fluid. Knowledge of the connected masses helps to assess the effect of the liquid.

In this work, the oscillations of a steel plate in water under the action of two types of loads were studied. For the harmonic analysis of the oscillations of the plate, our own frequency response was constructed, which was compared with the frequency response acquired by the method of solving a series of FSI problems. From the comparison of the obtained frequency response it is concluded that it is possible to use harmonic analysis to study the stress-strain state of the plate during its oscillations.

Since FSI problems are quite resource-intensive due to their nature, solving a number of such problems about plate oscillations in a fluid under various loads to study the stress-strain state of an oscillatory system is not a very convenient method. The question arises as to whether it is possible to avoid solving FSI problems and to find a simpler way to solve the problems of vibration of structures in a fluid. Since the estimation of the attached water masses of the plate is known, it can be assumed that this attached water mass is distributed around the plate evenly and in view of this fact we can perform a harmonic analysis.

Due to the viscosity, water dampens the amplitude of free oscillations of the plate. Thus, in order to be able to compare the results of a series of FSI and harmonic analysis problems, the latter must be modeled taking into account the damping in the model.

The method of harmonic analysis with the addition of the attached mass of water can be used at low oscillation frequencies. At all other oscillation frequencies it is not recommended to use the method of harmonic analysis taking into account the connected mass of water.

Дмитрієва Ірина Сергіївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій і систем Інститут промислових та бізнес технологій Українського державного університету науки і технологій.

Стовпченко Іван Володимирович – старший викладач кафедри інформаційних технологій та систем, Національна металургійна академія України.

Dmytriieva Iryna – Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of Department of Information Technologies and Systems, Institute of Industrial and Business Technologies, Ukrainian State University of Science and Technology.

Stovpchenko Ivan - Senior Lecturer, Department of Information Technologies and Systems, National Metallurgical Academy of Ukraine.