

І.В. Байрак, О.В. Поливода, Г.В. Рудакова

МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ ВОЛОГОСТІ ҐРУНТУ В ПРОЦЕСІ РОБОТИ ДОЩУВАЛЬНОЇ МАШИНИ «ФРЕГАТ»

Анотація. Стаття присвячена розробці математичної моделі зміни вологості ґрунту в просторі станів, яка дозволяє визначати вологовміст у прикореневому та приповерхневому шарах ґрунту та може використовуватись для прогнозу параметрів руху ланок дощувальної машини «Фрегат».

Ключові слова: вологість ґрунту, дощувальна машина, дощувач Xi-Wob, моделювання, дискретизація, метод кінцевих різниць, простір станів, лінеаризація.

Постановка проблеми. Процес зрошення є одним з найважливіших елементів технологій вирощування сільськогосподарських культур на поливних ґрунтах. Це комплексний захід, який складається з розподілу у часі кількості та норм різних видів поливів залежно від біологічних особливостей культур, меліоративного стану зрошуваних масивів, погодних умов вегетаційного періоду, способів поливу, наявності водних, енергетичних, агротехнічних, фінансових ресурсів та запланованого рівня врожаю [1]. Задачі забезпечення оптимального водного режиму ґрунту і фітоклімату посівів, виключення гравітаційних втрат води за межі зони активного вологообміну та сприяння найбільш повному використанню рослинами біокліматичного потенціалу регіону потребують моделювання динаміки вологості ґрунту у процесі зволоження, а також конструкцій і технологій, пов'язаних з водогосподарськими об'єктами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зволоження ґрунту на півдні України здійснюється переважно дощуванням із застосуванням дощувальної машини типу «Фрегат», що у великій мері наближено до природних процесів внесення вологи в ґрунтові структури, особливо з використанням новітніх дощувачів типу Xi-Wob [2,3], які забезпечують однорідне зрошення та однаковий розмір крапель. На рис. 1 наведено розпилювальні характеристики дощувачів звичайного типу та Xi-Wob при роботі в однакових умовах: тиск 1,03 бар, висота розташування 1,83 м, витрата води 3028 л/год. Xi-Wob розбризкує такий же об'єм води, що і звичайний розпилювач, зрошуючи майже в'ятеро більшу площу [3].

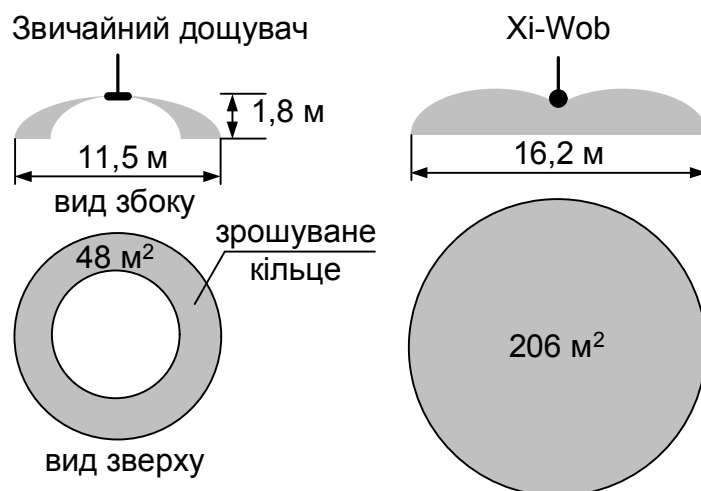


Рисунок 1 - Порівняння дощувачів звичайного та Xi-Wob

Для опису динаміки вологості ґрунту традиційно використовують статистичні, балансові, логічні, нейромережеві, стохастичні, адаптаційні моделі, моделі в частинних похідних і ін. [4-10], однак всі ці моделі мають негативні властивості при практичному застосуванні.

Статистичні (регресійні) моделі динаміки вологості ґрунту не дозволяють враховувати обмеження, обумовлені специфікою ґрунту як об'єкту моделювання [4]. Із зростанням кількості чинників, що враховуються, збільшуються помилки оцінок коефіцієнтів регресії при заданій вибірці, що обмежує можливості регресійного аналізу як методу вивчення ґрунтових характеристик. Недоліком балансових моделей є відсутність можливості прогнозувати зміну стану вологовмісту і руху води в ґрунті в залежності від часу через узагальненість параметрів водного режиму ґрунтів [5]. Моделі в частинних похідних для математичного опису руху води в ненасичених ґрунтах засновані на рівнянні Дарсі [6], яке зазвичай представляють у вигляді тришарової кінцево-різницевої схеми (0–20, 20–50, 50–100 см) [7]. Недолік моделі полягає в тому, що не можна точно оцінити динаміку вологості в прикореневому та приповерхневому шарі, бо вологість ґрунту визначають у середньому по шарах. Логічні та стохастичні моделі передбачають наявність великого масиву даних результатів спостережень за попередні роки [8]. Для використання нейромережевої моделі потрібний великий масив даних для навчання нейронної мережі, що недоцільно для моделювання динаміки вологості у відкритому ґрунті [9]. Адаптаційні моделі не враховують багато чинників, від яких залежить вологість ґрунту, такі як температура і вологість повітря, швидкість вітру та інші в явному вигляді. При використанні даного підходу обов'язково треба оцінювати точність отримуваних результатів,

проводячи для цього спеціальні чисельні експерименти, на основі даних багаторічних спостережень [10].

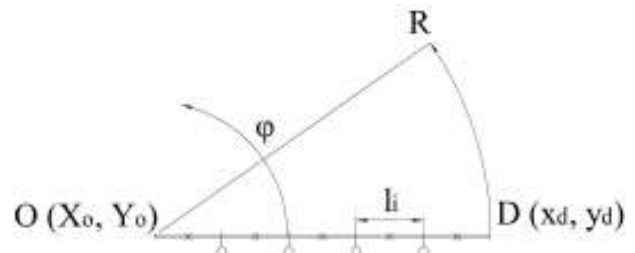
Для моделювання зміни вологості ґрунту при поливі доцільно застосовувати підхід із застосуванням лінеаризованої моделі в просторі станів, яка дозволяє аналізувати вологість ґрунту в необхідній точці орного шару з урахуванням структури зрошувальної системи та можливих опадів.

Мета досліджень. Метою статті є розробка моделі зміни вологості ґрунту, що дозволить визначати вологовміст як у прикореневому так і у приповерхневому шарі ґрунту та прогнозувати параметри руху ланок дощувальної машини «Фрегат».

Викладення основного матеріалу досліджень. Дощувальні машини типу «Фрегат» мають круговий характер переміщення навколо нерухомої опори і представляють собою трубопроводи, що розташовані на рухомих візках та обладнані середньоструйними дощувальними апаратами. Загальний вигляд дощувальної машини та схему її переміщення в процесі роботи наведено на рис. 2.



а) загальний вигляд



б) схема переміщення

Рисунок 2 - Дощувальна машина типу «Фрегат»

Конструкції дощувачів, існуючих на даний час, дозволяють забезпечити рівномірну інтенсивність розбризкування крапель по всій робочій зоні у процесі роботи «Фрегату», тому для моделювання можна обрати окрему точку. Дані отримані для однієї точки можливо поширити на всю робочу зону. Для математичного опису руху води в ґрунті використовується рівняння Дарсі:

$$\frac{\partial w(z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(w(z,t)) \frac{\partial \psi(w(z,t))}{\partial z} + k(w(z,t)) \right] - I_{w(z,t)}, \quad (1)$$

де $w = w(z, t)$ – функція вологості ґрунту на глибині z в момент часу t ; $k(w)$ – функція вологопровідності ґрунту, (см/с); $\psi(w)$ – водний потенціал ґрунту (см); $I_{w(z,t)}$ – об'єм води, що видаляється з одиниці об'єму ґрунту в одиницю часу, (мм/доб).

Початкові й граничні умови задаються в такий спосіб:

$$w(z, 0) = w_0 = \text{const}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial w(z, t)}{\partial t} + \frac{k(w)}{\mu} [w_1 - w(z_0, t)] = 0, \\ \frac{\partial w(z, t)}{\partial t} + \frac{k(w)}{\mu} [w_2 - w(z_1, t)] = 0, \end{cases} \quad (3)$$

де $w_0(x, y)$ – початковий вологозапас в орному шарі, що потребується для культури; $w_1(w_2)$ – вологість ґрунту на верхній (нижній) границі орного шару; $z_0(z_1)$ – верхня (нижня) границя орного шару.

Рівняння Дарсі (1) є рівнянням в частинних похідних, для отримання чисельного рішення якого можна використовувати метод кінцевих різниць. Вісь z (глибина ґрунту) розбивається на N вузлових точок з кроком $h = z_{\max}/N$, а інтервал часу спостереження t_n – на M точок з кроком $K = t_n/M$. Вологість ґрунту на глибині i та у час j у кінцевих різницях для елемента (i, j) $i = 0, 1, \dots, N$, $j = 0, 1, \dots, M$, буде мати вигляд:

$$w(i, j+1) = w(i, j) + \frac{K}{h^2} [k(w(i, j)) \cdot (\psi(w(i-1, j)) - \psi(w(i, j)) - h) + k(w(i+1, j)) \cdot (\psi(w(i+1, j)) - \psi(w(i, j)) + h)] - I(w(i, j)) \cdot K. \quad (4)$$

Значення w_{i0} на лівій стороні сітки визначаються з початкових умов ($w_{i0} = w(i, 0) = w_0$). Крайові значення w_{0j} та w_{Nj} на верхній і нижній сторонах сітки відповідно отримуються у результаті апроксимації кінцевими різницями граничних умов (2), (3).

При $i = 0$:

$$w(0, j+1) = \frac{w(1, j+1) + \frac{h \cdot k(w(1, j+1)) \cdot w_{okr}}{\mu}}{1 + \frac{h \cdot k(w(1, j+1))}{\mu}}, \quad (5)$$

де w_{okr} – вологість на поверхні ґрунту, яка задається рівною 1, якщо на поверхню ґрунту поступив шар опадів або 0, якщо на поверхні ґрунту сухо; μ – кінематична в'язкість води.

При $i = N$:

$$w(N, j+1) = w(N-1, j+1) \cdot \left(1 - \frac{h \cdot k(w(N-1, j+1))}{\mu} \right) + \frac{h \cdot k(w(N-1, j+1)) \cdot w2(j+1)}{\mu}, \quad (6)$$

де $w2(j+1)$ – вологість на верхній границі підорного шару, для визначення якої пропонується формула:

$$w2(j+1) = \frac{w(N, j+1) - w(N, j)}{k_0} k'_0 + w2(j) \quad (7)$$

де $k_0 (k'_0)$ – коефіцієнт фільтрації орного (підорного) шару.

На основі рівнянь (4) – (7) можна визначити значення вологості $w(i, j)$ по всій глибині орного шару протягом будь-якого інтервалу часу з вегетаційного періоду.

Вологість ґрунту може бути визначена при відомих ґрунтово-гідрофізичних константах: максимальній гігроскопічності w_{MG} , вологості зав'ядання w_{VZ} , найменшій w_{NV} і повній w_{PV} вологоємності, P – порозності ґрунту, коефіцієнті фільтрації $k_0 = 10^{-18.2} \cdot P^{10}$ та з урахуванням виду культивованих рослин, об'єму води, що поступає на поля від поливних систем або у вигляді випадкових опадів.

Дискретизоване рівняння Дарсі (4) можна представити в просторі станів як

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{z}) + \mathbf{b}(\mathbf{z})\mathbf{u} + \mathbf{q}, \quad (8)$$

де $\mathbf{z} = (z_0, z_1, \dots, z_k, \dots, z_N)^T$ – вектор стану (значень вологості ґрунту по глибині); $\mathbf{f}(\mathbf{z})$ і $\mathbf{b}(\mathbf{z})$ – безперервні функції, залежні від елементів вектора стану, що формуються на основі гідрофізичних характеристик ґрунтів; $\mathbf{q}$ – вектор зовнішніх впливів, що включає опади, водоспоживання культур, а також відтік в підорний шар; $\mathbf{u}$ – вектор керування, сформований з урахуванням типу поливної системи.

Подальша лінеаризація рівнянь (8) дала можливість отримати їх у векторно-матричній формі. Для цього з урахуванням $\hat{z}_i = z_i - z_{is}$, $\hat{u} = u - u_s$ ($i = \overline{0, N}$) було розкладено рівняння (8) в ряд Тейлора, обмежуючись членами першого порядку. Рівняння динаміки були лінеаризовані навколо деякого сталого стану $\mathbf{z} = (z_{0s}, \dots, z_{Ns})$ і заданих керувань $\mathbf{u}_s$.

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{q}, \quad (9)$$

де матриці $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{q}$ мають постійну структуру але їх елементи змінюються залежно від умов функціонування системи:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{21} & a_{22} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{N-1, N-2} & a_{N-1, N-1} & a_{N-1, N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{N, N-1} & a_{N, N} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{B} = (b_{00} \ 0 \ \dots \ 0)^T, \quad \mathbf{q} = (q_0 \ -TR(z_1) \ \dots \ -TR(z_{N-1}) \ q_N)^T. \quad (11)$$

Елементи матриць визначаються із співвідношень:

$$b_{00} = \frac{c_k (z_{1s} + d_k)^4}{\mu}, \quad a_{00} = \frac{c_k (z_{1s} + d_k)^4}{\mu}, \quad a_{01} = \frac{4(z_{0s} + u_s) c_k}{\mu} (z_{1s} + d_k)^3;$$

$$\text{для } i = \overline{1, N-1}: \quad a_{i+1, i} = l e^{b_\psi z_{(i-1)s}} (z_{is} - d_k)^4,$$

$$a_{ii} = r (a_\psi e^{b_\psi z_{(i-1)s}} - a_\psi e^{b_\psi z_{is}} - h) (z_{is} - d_k)^3 - l ((z_{is} - d_k)^4 + (z_{(i+1)s} - d_k)^4) e^{b_\psi z_{is}},$$

$$a_{i, i+1} = r (a_\psi e^{b_\psi z_{(i+1)s}} - a_\psi e^{b_\psi z_{is}} + h) (z_{(i+1)s} - d_k)^3 + l (z_{(i+1)s} - d_k)^4 e^{b_\psi z_{(i+1)s}};$$

$$\text{для } i = N: \quad a_{N, N-1} = c_k (z_{(N-1)s} + d_k)^3 \left(5z_{(N-1)s} - d_k + \frac{4k'_0 z_{Ns}}{\mu k_0} \right),$$

$$a_{NN} = \frac{k'_0}{\mu k_0} c_k (z_{(N-1)s} + d_k)^4.$$

Коефіцієнти a_ψ , b_ψ , c_k , d_k обчислюються через ґрунтові константи:

$$a_\psi = -10220 e^{\frac{3,58 w_{VZ}}{w_{NV} - w_{VZ}}}, \quad b_\psi = -\frac{3,58}{w_{NV} - w_{VZ}}, \quad c_k = \frac{k_0}{(P - w_{MG})^4}, \quad d_k = w_{MG}.$$

Допоміжні коефіцієнти задаються як $l = c_k \cdot a_\psi \cdot b_\psi \cdot h^{-2}$, $r = 4c_k \cdot h^{-2}$, а елементи вектора сталого стану $\mathbf{z}_s$ визначено як розв'язок системи рівнянь (8) з нульовою лівою частиною.

Висновки. Розроблена математична модель зміни вологості ґрунту в просторі станів дозволяє визначати вологовміст як у прикореневому так і у приповерхневому шарі ґрунту залежно від його гідрологічних характеристик, виду культивованих рослин, об'єму води, що поступає на поля від поливних систем або у вигляді випадкових опадів та може використовуватись для прогнозу параметрів руху ланок дощувальної машини «Фрегат».

ЛІТЕРАТУРА

1. Черноволов В.А., Кравченко Л.В. Математическое моделирование процессов распределения жидкостей в агротехнологиях: монография. Зерноград: Азово-Черноморский инженерный институт ФГБОУ ВО Донской ГАУ, 2016. 208 с.
2. Переоборудование ДМУ Фрегат спринклерами компании Сеннингер. URL: <https://ua.tegraco.com/irrigation/modernizirovannyye-dozhdevlok/> (дата обращения: 11.03.2022).
3. Mechanized Irrigation Product Catalog. <https://www.senninger.com/> (date of access: 11.03.2022).
4. Дмитриев Е.А. Математическая статистика в почвоведении: учебник. М.: Изд-во МГУ, 1995. 320 с.
5. Рекс Л.М. Системные исследования мелиоративных процессов и систем. М.: «Аслан», 1995. 192 с.
6. Бэр Я., Заславский Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М.: Мир, 1971. 451 с.
7. Сиротенко О.Д. Математическое моделирование водно-теплового режима и продуктивности агроэкосистем. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 167 с.
8. Кондаков Э.П., Ильинко А.В., Зайцев А.А. Экономико-математическое моделирование гидромелиоративных и водохозяйственных систем. М.: МГМИ, 1989. 154 с.
9. Питенко А.А. Нейросетевой анализ в геоинформационных системах. Красноярск: КГТУ, 2000. 97 с.
10. Галямин Е.П. Оптимизация оперативного распределения водных ресурсов в орошении: производственно-практическое издание. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 272 с.

REFERENCES

1. Chernovolov V.A., Kravchenko L.V. Matematicheskoe modelirovanie protsessov raspredeleniya zhidkostey v agrotekhnologiyah: monografiya. Zernograd: Azovo-Chernomorskiy inzhenernyiy institut FGBOU VO Donskoy GAU, 2016. 208 s.

2. Pereoborudovanie DMU Fregat sprinklerami kompanii Senninger. URL: <https://ua.tegraco.com/irrigation/modernizirovannyye-dozhdevlok/> (data obrasheniya: 11.03.2022).
3. Mechanized Irrigation Product Catalog. <https://www.senninger.com/> (date of access: 11.03.2022).
4. Dmitriev E.A. Matematicheskaya statistika v pochvovedenii: uchebnik. M.: Izd-vo MGU, 1995. 320 s.
5. Reks L.M. Sistemnyie issledovaniya meliorativnyih protsessov i sistem. M.: «Aslan», 1995. 192 s.
6. Ber Ya., Zaslavskiy D., Irmey S. Fiziko-matematicheskie osnovyi filtratsii vodyi. M.: Mir, 1971. 451 s.
7. Sirotenko O.D. Matematicheskoe modelirovanie vodno-teplovogo rezhima i produktivnosti agroekosistem. L.:Gidrometeoizdat, 1981. 167s.
8. Kondakov E.P., Ilinko A.B., Zaytsev A.A. Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie gidromeliorativnyih i vodohozyaystvennyih sistem. M.: MGMI, 1989. 154 c.
9. Pitenko A.A. Neyrosetevoy analiz v geoinformatsionnyih sistemah. Krasnoyarsk: KGTU, 2000. 97 s.
10. Galyamin E.P. Optimizatsiya operativnogo raspredeleniya vodnyih resursov v oroshenii: proizvodstvenno-prakticheskoe izdanie. L.: Gidrometeoizdat, 1981. 272 s.

Received 07.02.2022.

Accepted 11.02.2022.

Modelling of soil moisture change during the operation of the "Frigate" sprinkler

The irrigation process is one of the most important elements of technologies for growing crops on irrigated soils. The tasks of ensuring optimal soil water regime, eliminating gravitational water losses outside the zone of active moisture exchange and promoting the fullest use of plants of bioclimatic potential of the region require modeling of soil moisture dynamics in the process of wetting, as well as structures and technologies related to irrigation facilities. Soil moistening in the south of Ukraine is carried out mainly by sprinkling with the use of a Frigate sprinkler, which is largely close to the natural processes of moisture in soil structures, especially with the use of the latest Xi-Wob sprinklers, which provide uniform irrigation and uniform droplet size.

The aim of the article is to develop a model of soil moisture change, which will determine the moisture content in both the root and near-surface layers of the soil and prognoses the movement parameters of the "Frigate" sprinkler elements.

The designs of sprinklers currently available allow to provide uniform intensity of spraying of drops on all working area of "Frigate" sprinkler, therefore it is possible to choose a separate point for modeling. The data obtained for one point can be extended to the entire work area. The Darcy equation is used to mathematically describe the movement of water in the soil. The finite difference method was used to solve the Darcy equation based on the initial and boundary condi-

tions. Assuming that within each soil element the humidity changes linearly, and replacing the partial derivatives of moisture in depth and time with the analogues, the discretized model of soil moisture dynamics in the final differences was obtained, which allows you to predict moisture at any time due to hydro-soil characteristics in previous time and boundary conditions. Discretization of the Darcy equation made it possible to obtain a model of the dynamics of the humidity of the root layer in the space of states. It turned out to be nonlinear due to the hydro-physical characteristics of the soil and was linearized by transformation into the Taylor series.

The developed mathematical model of soil moisture change in the space of states allows to determine the moisture content in both the root and near-surface soil layer depending on its hydrological characteristics, type of cultivated plants, volume of water entering the fields from irrigation systems or in the form of random precipitation used to predict the movement parameters of the "Frigate" sprinkler elements.

Байрак Ігор Віталійович – аспірант кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету.

Поливода Оксана Валеріївна – доцент кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету.

Рудакова Ганна Володимирівна – професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету.

Bairak Ihor Vitaliiiovych – Postgraduate Student of the Automation, Robotics and Mechatronics Department, Kherson National Technical University.

Polyvoda Oksana Valeriivna – Assistant Professor of the Automation, Robotics and Mechatronics Department, Kherson National Technical University.

Rudakova Hanna Volodymyrivna – Professor of the Automation, Robotics and Mechatronics Department, Kherson National Technical University.