

МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ

УДК 621.17

Х.А. Аскеров, А.Д. Ахмедов

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНО-ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ НА СТРУКТУРНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ И КОМПЛЕКС МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТРОИТЕЛЬНЫХ СТАЛЕЙ

В настоящее время одним из наиболее эффективных методов повышения уровня свойств в условиях массового производства проката строительных сталей является термомеханическая обработка. Правильное использование термических и механических воздействий позволяет достичь существенного повышения механических и других служебных характеристик металлопродукции из строительных сталей. В связи с этим возникла необходимость исследования процессов формирования структуры и субструктуры в ходе горячей деформации и последующего охлаждения, а также влияние температурно-деформационных параметров на процессы структурообразования [1].

В качестве материала для проведения исследования были использованы две марки строительной стали промышленной плавки: низкоуглеродистая сталь СтЗсп и низколегированная сталь 16Г2АФ.

Исследование процессов горячей деформации проводили на кулачковом пластометре. Испытания осуществляли при скорости деформации в интервале температур 900°C - 700°C и степеней деформации от 0 до 50 процентов, характерных для чистовых клетей прокатных станов.

По результатам экспериментов построены диаграммы горячей деформации строительных сталей СтЗсп и 16Г2АФ, анализ которых показал, что при выбранной скорости деформации установившаяся стадия не достигается как для стали 16Г2АФ, так и для стали СтЗсп. В начальный период деформации резко возрастает прочность аустенита вследствие горячего наклепа. Продолжающееся увеличение числа дислокаций при одновременном воздействии температуры привело к их перераспределению по механизму динамического

возврата, которых в данных условиях является единственным механизмом динамического разупрочнения [2].

Исследование исходной структуры аустенита показало, что снижения температуры подсуживания с 900°C до 700°C практически не проводит к изменению среднего размера зерна аустенита: при изменении температуры 900°C он составляет 14,37 мкм, при 800°C – 14,5 мкм, при 700°C – 14,8 мкм, несколько повышая разноструктурность.

Увеличение обжатия с 15 до 50 процентов при 900°C вызывает измельчение аустенитного зерна вдвое и получение более однородной структуры. Понижение температуры деформации с 900°C до 800°C и 700°C приводит к получению типичной деформационной структуры. Кроме сплющивания аустенитных зерен процесс деформации вызывает образование значительного числа деформационных полос [3,4].

Поскольку получаемый в результате термомеханической обработки комплекс механических свойств в значительной степени определяется соответствующими изменениями в тонкой структуре, было изучено изменение плотности дислокаций, уровня микроискажений, величины блоков исследуемых сталей после различных режимов термомеханической обработки. Исследование тонкой кристаллической структуры проводили методом рентгеноструктурного анализа на автоматическом комплексе ДРОН-2.

Исходное зерно аустенита стали 16Г2АФ при 900°C довольно мелкое, интенсивность процессов наклепа в нем достаточно велика. Уже при обжатии 15 процентов плотность дислокаций увеличилась практически в два раза по сравнению с контрольной обработкой. Проведенные электронно-микроскопические исследования показали, что дальнейшее увеличение степени деформации приводит к повышению количества объектов, занятых структурой горячего наклепа, появлению участков с ячеистой структурой, когда объемные сплетения дислокаций приводит к следующему: образованию полигонизованной субструктуры когда тело деформированного зерна разделено на субзерна малоугловыми субграницами, представляющими собой плоские сетки дислокаций [5].

Деформация при низких температурах 800⁰С и 700⁰С сопровождается образованием удлинённых зерен с субструктурой, стабилизированной дисперсными карбонитридами ванадия [6].

Горячая пластическая деформация как стали 16Г2АФ, так и стали СтЗсп способствует внутризеренному образованию зародышей феррита, что вызывает значительное его измельчение и увеличение доли в структуре. Местами внутризеренного образования зародышей феррита является дислокации, ячеистая структура, границы субзерен.

В низкоуглеродистой стали СтЗсп после деформации при 900⁰С с большой скоростью протекают последеформационные рекристаллизационные процессы, а повышение степени деформации способствуют получению более мелкого рекристаллизационного зерна с повышенной плотностью дефектов кристаллического строения $\bar{\rho}=0,911 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ после контрольной обработки. $\bar{\rho}=1,876 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ после $\varepsilon=15$ процентов, $\bar{\rho}=2,456 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ после $\varepsilon=25$ процентов. За счет сохранения в аустените повышенной плотности дислокаций увеличивается число центров зарождения феррита, выделения его более дисперсные и равномерно распределены по объему. Анализ тонкой структуры стали СтЗсп после деформации при 900⁰С позволил сделать вывод, что оптимальным разовым обжатием следует считать обжатие 25÷35 процентов, которое позволяет получить в аустените упорядоченные дислокационные построения, вызывающие в свою очередь диспергирование и равномерное распределение цементитных выделений по объему [7,8,9].

Термомеханическую обработку осуществляли на опытном стенде Института черной металлургии АН Украины, в состав которого входили печи ОКБ-210 и 1-30, Экспериментальный прокатный стан ДУО-300, охлаждающее камерное устройство конструкции ИЧМ, обеспечивающее скорость охлаждения порядка 100⁰С. Упрочнению подвергались карточки металла, имеющие следующие размеры. 130 x 250 x 20 мм.

Режимы термомеханической обработки и полученные механические свойства представлены в таблице 1 и 2.

Термомеханическая обработка при всех исследуемых режимах приводит к значительному повышению прочности стали 16Г2АФ по сравнению с нормализацией и закалкой с отдельного нагрева.

Максимальный прирост прочности составил $400\text{Н}/\text{мм}^2/52$ процента/ после прокатки при 900°C обжатиет 25 процентов по сравнению с закалкой с отдельного нагрева.

Таблица 1

Механические свойства стали 16Г2АФ после термомеханической обработки

Механические свойства	Режимы упрочнения					
	Температуры деформации 900 ⁰ С			Температуры деформации 900 ⁰ С		
	Степень обжатия, %					
	15	25	35	15	25	35
Временное сопротивление разрыву $\sigma_{\text{в}}, H / \text{mm}^2$	$\frac{984}{784}$	$\frac{1091}{828}$	$\frac{1172}{831}$	$\frac{978}{719}$	$\frac{1019}{780}$	$\frac{1022}{801}$
Предел текучести $\sigma_{\text{в}}, H / \text{mm}^2$	$\frac{795}{680}$	$\frac{872}{757}$	$\frac{933}{767}$	$\frac{726}{630}$	$\frac{816}{686}$	$\frac{810}{719}$
Относительное удлинение $\delta, \%$	$\frac{17}{21}$	$\frac{16}{18}$	$\frac{16}{17}$	$\frac{19}{22}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{18}{23}$
Относительное сужение $\psi, \%$	$\frac{52}{60}$	$\frac{37}{56}$	$\frac{33}{55}$	$\frac{35}{55}$	$\frac{26}{54}$	$\frac{24}{53}$

В числителе указаны значения после закалки, в знаменателе - после закалки и отпуска при 600°C , 1 час.

Таблица 2

Механические свойства стали СтЗсп после термомеханической обработки

Механические свойства	Режимы упрочнения					
	Температуры деформации 900 ⁰ С			Температуры деформации 900 ⁰ С		
	Степень обжатия, %					
	15	25	35	15	25	35
Временное сопротивление разрыву $\sigma_{\text{в}}, H/mm^2$	$\frac{644}{596}$	$\frac{667}{567}$	$\frac{642}{571}$	$\frac{643}{575}$	$\frac{650}{593}$	$\frac{681}{607}$
Предел текучести $\sigma_{\text{в}}, H/mm^2$	$\frac{518}{463}$	$\frac{516}{455}$	$\frac{527}{460}$	$\frac{528}{447}$	$\frac{525}{465}$	$\frac{557}{487}$
Относительное удлинение $\delta, \%$	$\frac{23}{30}$	$\frac{22}{29}$	$\frac{21}{28}$	$\frac{27}{26}$	$\frac{23}{28}$	$\frac{22}{28}$
Относительное сужение $\psi, \%$	$\frac{53}{60}$	$\frac{60}{62}$	$\frac{58}{61}$	$\frac{63}{64}$	$\frac{57}{64}$	$\frac{52}{62}$

Закалка с прокатного нагрева низкоуглеродистой стали СтЗсп также приводит к повышению прочности по сравнению с закалкой с отдельного нагрева: σ_T увеличивается на $111 \text{ Н} / \text{мм}^2 / 26$ процентов/, σ_B -на $102 \text{ Н} / \text{мм}^2 / 18$ процентов/ после прокатки при 900°C с $\varepsilon=25$

процентов, что свидетельствует о возможности фиксации эффекта термомеханической обработки.

Результаты испытаний на ударный изгиб свидетельствуют о высокой хладостойкости исследуемых строительных сталей, упрочненных по оптимальным режимам. Наряду с достаточно высокими абсолютными значениями ударной вязкости : $KCU^{-70} = 0,38$ МДЖ/м² для стали Ст.3сп, $KCU^{-70} = 0,60$ МДЖ/м² для стали 16Г2АФ-исследуемые стали отличаются низкой температурой перехода в хрупкое состояние, расположенной ниже минус 50 С.

ЛИТЕРАТУРА

1. Диаграмма горячей деформации. Структура и свойства сталей. Справочник. Под ред. Проф. М.А. Бернштейна.И. Металлургия.1989.- 544с.
2. Тылкин М.А., Большаков В.И., Одесский П.Д. Структура и свойства строительной стали. М.: Металлургия. 1983, 287с.
3. З.Большаков В.И.. Термическая обработка конструкционных сталей. Базилиан Пресс. Канада, 1998-316с.
4. Большаков В.И., Аскеров Х.А., Котова Л.И., Погребная Н.Э. Повышение качества металлопроката путем термической и термомеханической обработки Тез. Докл. Всесоюз. Научн.-техн. Конф.-Москва., 1988.с.21.
5. Большаков В.И., Аскеров Х.А., Антонов С.М., Лукьянскова А.Н. Повышение вязкости строительной стали Ст3сп термомеханической обработкой Разработка ресурсосберегающих технологий, эффективных технологии производства строительных материалов и конструкций и ведения строительно-монтажных работ. Тез. Докл. Респ. Научн-техн. Конф.- Днепропетровск, 1988.-с.136.
6. Большаков В.И.,Аскеров Х.А., Смольянинова Н.А., Антонов С.М. Влияние режимов термомеханической обработки на конструктивную прочность строительной малоуглеродистой стали. Практика, проблемы разработки и внедрение ресурсосберегающих технологий Тез. Докл науч-техн конф- Липецк, 1991.-с.11-12
7. Большаков В.И., Аскеров Х.А. Карбидообразование и упрочнение строительных сталей с ванадием. Перспективные задачи инженерной науки. Сборник научных трудов международной конференции. Днепропетровск. 2001, выпуск 2.с 125
8. Жербин М.М. Высокопрочные строительные стали. Киев Будивельник, 1973,с 158.
9. Х.А.Аскеров. Эффективность технологии термической и деформационно-термической обработки с использованием тепла прокатного нагрева толстолистовой стали для морских стационарных платформ. Материалы международной науч техн конф Стародубовские чтения. Днепропетровск 19-21 апреля, 2005г с130.

Получено __.__. 2006 г.

УДК 539.3

А.Н. Давидчик

ВЕРХНИЕ ГРАНИ НАИЛУЧШИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ПОЛИНОМАМИ КЛАССОВ W_1^r

Класс Γ_p^ρ образован непрерывными функциями $f(t)$ представленными в виде $f(t) = u(\rho, t)$, $0 < \rho < 1$, где функция $u(\rho, t)$ гармонична в круге $\{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\} \Leftrightarrow r < 1$ и удовлетворяет неравенству

$$\|u(r, \cdot)\|_p \leq 1, \quad 0 \leq r < 1$$

Функции класса Γ_p^ρ представляются в виде интеграла Пуассона

$$f(t) = (X_\rho * z)(t),$$

где

$$X_\rho(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \rho^k \cos kt, \quad \|z\|_p \leq 1$$

$$\Gamma_p^{0, \rho} = \{f | f \in \Gamma_p^\rho, f \perp 1\}$$

Определим классы функций допускающих представление в виде свертки

$$W_p(K) = \{f | f = a + K * \theta, \quad \|\theta\|_p \leq 1\}, \quad (1)$$

где

$$(K * \theta)(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K(t-u) \cdot \theta(u) du \quad (2)$$

и

$$W_p^0(K) = \{f | f = a + K * \theta, \quad \|\theta\|_p \leq 1, \quad \theta \perp 1\} \quad (3)$$

Докажем следующее утверждение.

Теорема 1. Если функция $K(t)$ – четная или нечетная и M_n – произвольное подпространство из L_1 , содержащее константы, то для $p \in [1, \infty]$ справедливы равенства

$$E(W_1^0(K), M_n)_p = \frac{1}{2} \sup E(K(\cdot + t') - K(\cdot + t''), M_n)_{p'} \quad (4)$$

и

$$E(W_1(K), M_n)_p = \sup E(K(t' - \cdot), M_n)_{p'},$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1 \quad (5)$$

Доказательство. В силу теорем двойственности Никольского

$$E(f, M_n)_p = \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot g(t) dt \quad (6)$$

отсюда

$$E(W_1^0(K), M_n)_p = \sup_{f \in W_1^0(K)} \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot g(t) dt =$$

$$= \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \sup_{\substack{\|\theta\|_1 \leq 1 \\ \theta \perp 1}} \int_{-\pi}^{\pi} (K * \theta)(t) \cdot g(t) dt. \quad (7)$$

Но если функция K – четная или нечетная, то из (8) получим

$$E(W_1^0(K), M_n)_p = \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \sup_{\substack{\|\theta\|_1 \leq 1 \\ \theta \perp 1}} \int_{-\pi}^{\pi} (K * g)(t) \cdot \theta(t) dt =$$

$$= \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \inf_{\lambda} \|K * g - \lambda\|_{\infty} = \frac{1}{2} \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \sup_{t', t''} |(K * g)(t') - (K * g)(t'')| \quad (8)$$

$$E(W, (K), M_n)_p = \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \sup_{\|\theta\|_1 \leq 1} \int_{-\pi}^{\pi} (K * g)(t) \cdot \theta(t) dt =$$

$$= \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \|K * g\|_{\infty} = \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \sup_t |(K * g)(t)|. \quad (9)$$

Из (8) далее получаем

$$E(W_1^0(K), M_n)_p = \frac{1}{2} \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \max_{t', t''} \left| \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (K(t' - u) - K(t'' - u)) g(u) du \right| =$$

$$= \frac{1}{2} \max_{t', t''} \sup_{\substack{\|g\|_{p'} \leq 1 \\ g \perp M_n}} \left| \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (K(t' - u) - K(t'' - u)) g(u) du \right|. \quad (10)$$

Снова используя теорему двойственности окончательно получаем

$$E(W_1^0(K), M_n)_p = \frac{1}{2} \sup_{t', t''} E(K(t' - \cdot) - K(t'' - \cdot), M_n)_p.$$

Из равенства (9) аналогично следует утверждение

$$E(W_1(K), M_n)_p = \sup_t E(K(t - \cdot), M_n)_p.$$

Теорема доказана.

Замечание 1. Если M_n – инвариантно относительно сдвига аргумента, то

$$E(K(t - \cdot), M_n)_p = E(K, M_n)_p. \quad (11)$$

Следствие 1. Для всех $r = 1, 2, \dots$

$$E(W_1^r, T_n)_p = \frac{1}{2} \max_{t', t''} E(D_r(t' - \cdot) - D_r(t'' - \cdot), M_n)_p \quad (12)$$

где

$$D_r(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos\left(kt - \frac{\pi k}{2}\right)}{K^r}.$$

Доказательство следует из теоремы 1 и интегрального представления для $f \in W_1^r$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(u) du + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^{(r)}(u) D_r(t - u) du.$$

Следствие 2. Для всех $n = 1, 2, \dots$ $\rho \in [1, \infty]$ и $\rho \in (0, 1)$

$$E(\Gamma_1^{0, \rho}, M_n)_p = \frac{1}{2} \max_{t', t''} E(X_{\rho}(t' - \cdot) - X_{\rho}(t'' - \cdot), M_n)_p, \quad (13)$$

где $X_{\rho}(t)$ – ядро Пуассона

$$X_{\rho}(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \rho^k \cos kt = \frac{1 - \rho^2}{2(1 - 2\rho \cos t + \rho^2)} \quad (14)$$

и

$$E(\Gamma_1^{0, \rho}, M_n)_p = \max_t E(X_1(t - \cdot), M_n)_p. \quad (15)$$

Теорема 2. При всех $r = 1, 2, \dots$ справедливы асимптотические равенства

$$E(W_1^r, T_n)_2 = \frac{1}{n^{r-0.5}} \left(\frac{1}{2} \sup_{y \geq 0} \int_1^{\infty} \frac{1 - \cos yu}{u^{2r}} du \right)^{\frac{1}{2}} + o\left(\frac{1}{n^r}\right) \quad (16)$$

Из следствия 1 при $M_n = T_n$ и $p = 2$ следует, что

$$E_n^2(W_1^r)_2 = \frac{1}{4} \sup_{t', t''} \sum_{k=n}^{\infty} \frac{1 - \cos k(t' - t'')}{k^{2r}} = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k^{2r}} - \min \sum_{k=n}^{\infty} \frac{\cos kt}{k^{2r}} \right). \quad (17)$$

Положим

$$K_{n,r}(t) = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{\cos kt}{k^{2r}}.$$

так как

$$\cos kt = \frac{0,5t}{\sin 0,5t} \int_{k-0,5}^{k+0,5} \cos xtdx \quad (18)$$

то при $n \rightarrow \infty$ равномерно по t

$$\begin{aligned} K_{n,r}(t) &= \frac{0,5t}{\sin 0,5t} \sum_{k=n}^{\infty} \int_{k-0,5}^{k+0,5} \frac{\cos xt}{k^{2r}} dx = \frac{0,5t}{\sin 0,5t} \int_{n-0,5}^{n+0,5} \frac{\cos xt}{k^{2r}} dx + o\left(\frac{1}{n^{2r}}\right) = \\ &= \frac{1}{n^{2r-1}} \cdot \frac{0,5t}{\sin 0,5t} \int_1^{\infty} \frac{\cos ntu}{u^{2r}} du + o\left(\frac{1}{n^{2r}}\right). \end{aligned} \quad (19)$$

В силу теоремы Римана-Лебега

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \int_1^{\infty} \frac{\cos yu}{u^{2r}} du = 0 \quad (r = 1, 2, \dots)$$

А отсюда, и из (19) следует, что существует число H такое, что

$$\min_{t \geq 0} K_{n,r}(t) = \frac{1}{n^{2r-1}} \min_{nt \in [0, H]} \frac{0,5t}{u^{2r}} du + o\left(\frac{1}{n^{2r}}\right). \quad (20)$$

Сопоставляя (20) и (18) получим утверждение теоремы 2.

Напомним, что n – мерным поперечником (по Колмогорову) центрально-симметричного множества $\aleph$ в линейном нормированном пространстве X размерности не меньше n называется величина

$$d_n(\aleph, X) = \inf_{F_n} E(\aleph, F_n)_x,$$

где нижняя грань берется по всем подпространствам F_n фиксированной размерности n .

Получено __.__.2006 г.

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ КОЛЬЦЕВОГО ПЬЕЗОВИБРАТОРА КАК ЭЛЕМЕНТА АКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Широкое распространение активных систем во многих областях техники в настоящее время сопровождается интенсивным развитием систем активной виброзащиты [1] и контроля колебаний механических систем. Этому способствуют успехи в технологии создания монолитных конструкций с встроенными электромеханическими преобразователями. Объединение таких конструкций с активными электрическими цепями приводит к динамическим системам, в составе которых поведение механической подсистемы можно контролировать, изменяя параметры электрической цепи.

Необходимым элементом, обеспечивающим согласованную совместную работу системы, является датчик, который вырабатывает электрическое напряжение, пропорциональное механической деформации вибратора.

Рассматривается осциллятор в виде биморфного кольца прямоугольного поперечного сечения с пьезоупругим и вязкоупругим слоями. Принимается, что размеры поперечного сечения малы по сравнению с радиусом кольца r и напряженно-деформированное состояние определяется только окружной деформацией ε , напряжениями σ_p в пьезоупругом и σ_v вязкоупругом слоях.

Пусть сечение пьезослоя прямоугольное и на его цилиндрических поверхностях нанесены электроды. При радиальной предварительной поляризации пьезокерамического материала определяющее уравнение имеет вид [2]

$$\varepsilon = s_{11}^E \sigma_p + d_{31} E \quad (1)$$

$$E = -\frac{U}{h_p}, \quad \varepsilon = \frac{w}{r} \quad (2)$$

Здесь E - напряженность электрического поля в пьезоматериале, U - электрическое напряжение на электродах пьезопреобразователя, d_{31} - пьезомодуль, s_{11}^E - податливость при постоянном электрическом

поле, h_p -толщина пьезоактивного слоя. Отметим, что значения пьезомодуля определяются отрицательными числами, а значения податливости-положительными.

Связь между напряжениями и деформациями для вязкоупругого материала принимается согласно модели Фойгта [3]

$$\sigma_v = q_0 \varepsilon + q_1 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3)$$

Датчик деформаций и пьезопреобразователь соединены с активной электрической цепью, которая определяет связь между деформацией кольца и электрическим напряжением на преобразователе в виде

$$\frac{dU}{dt} = K_0 \varepsilon + K_1 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (4)$$

В данной работе анализируется влияние параметров электрической цепи K_0 и K_1 на характер свободных колебаний системы.

Уравнение движения для элемента кольца имеет вид

$$(\rho_v h_v + \rho_p h_p) \frac{d^2 w}{dt^2} + \frac{\sigma_p h_p + \sigma_v h_v}{r} = 0 \quad (5)$$

где h_v - толщина цилиндрического вязкоупругого слоя кольца.

Представим (1)-(5) в виде системы уравнений относительно w и U

$$(\rho_v h_v + \rho_p h_p) \frac{d^2 w}{dt^2} + \frac{h_v q_1}{r^2} \frac{dw}{dt} + \left(\frac{h_v q_0}{r^2} + \frac{h_p}{r^2} \frac{1}{s_{11}^E} \right) w + \frac{1}{r} \frac{d_{31}}{s_{11}^E} U = 0, \quad (6)$$

$$\frac{dU}{dt} = K_1 \frac{1}{r} \frac{dw}{dt} + K_0 \frac{1}{r} w.$$

Зависимость от времени частных решений этой системы уравнений имеет вид $\exp(s_i t)$, где s_i - корни характеристического уравнения

$$a s^3 + b s^2 + c s + d = 0 \quad (7)$$

$$a = \rho_v h_v + \rho_p h_p, \quad b = \frac{h_v q_1}{r^2},$$

$$c = \frac{h_v q_0}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{h_p}{s_{11}^E} + K_1 \frac{1}{r^2} \frac{d_{31}}{s_{11}^E}, \quad d = K_0 \frac{1}{r^2} \frac{d_{31}}{s_{11}^E}. \quad (8)$$

Убывание или возрастание во времени каждого частного решения, как аperiodического, так и колебательного характера,

связано со знаком коэффициента в показателе действительной экспоненциальной временной функции в этом решении.

В плоскости $K_0 K_1$ область, каждой точке которой соответствует электромеханическая система с убывающими частными решениями, ограничена линиями, на которых по крайней мере в одном из частных решений коэффициент в показателе экспоненты принимает нулевое значение [4]. При этом апериодическое частное решение становится независимым от времени, а колебательные – становятся синусоидальными функциями времени. Для определения этих граничных линий рассмотрим соответствующие установившиеся режимы.

Установившиеся колебания. Для определения переменных составляющих электромеханического состояния в установившемся режиме принимаем, что, в соответствие с методом комплексных амплитуд, перемещение и электрическое напряжение изменяются во времени по закону $\exp(j\omega t)$. Приравняв нулю действительную и мнимую часть характеристического уравнения (7) при $s = j\omega$

$$d - b\omega^2 = 0, \quad c - a\omega^2 = 0, \quad (9)$$

получим соотношение

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}. \quad (10)$$

Подставив сюда выражения для коэффициентов по формулам (8), находим связь между параметрами K_0 и K_1 , которая на плоскости параметров $K_0 K_1$ изображается прямой линией

$$K_1 = \alpha K_0 + \beta, \quad (11)$$

где

$$\alpha = \frac{\rho_v h_v + \rho_p h_p}{h_v q_1} r^2, \quad \beta = \frac{h_v q_0 + \frac{h_p}{s_{11}^E}}{\left| \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \right|}. \quad (12)$$

Эту прямую можно считать границей области устойчивости в плоскости параметров. Проверка показывает, что системам с затухающими колебаниями соответствуют точки, расположенные ниже этой прямой.

Стационарное частное решение. Стационарное аperiodическое решение соответствует нулевому действительному корню. Из свойства корней кубического уравнения (7)

$$s_1 s_2 s_3 = -d/a \quad (13)$$

видно, что при этом $d = 0$ и, следовательно, $K_0 = 0$. Остальные корни удовлетворяют квадратному уравнению

$$as^2 + bs + c = 0, \quad (14)$$

дискриминант которого $D = b^2 - 4ac$ обращается в нуль при

$$K_1 = K_1^c = \beta - \frac{1}{\rho_m h_v + \rho_p h_p} \frac{s_{11}^E}{|d_{31}|} \left(\frac{q_1 h_v}{2r} \right)^2. \quad (15)$$

При этом

$$s_1 = s_2 = -\frac{b}{2a}. \quad (16)$$

Из (9) видно, что коэффициент c является положительным числом, для чего параметр K_1 должен удовлетворять условию

$$K_1 \leq \beta. \quad (17)$$

В точке $K_1 = \beta$ два действительных корня обращаются в нуль, а на интервале $\beta \geq K_1 \geq K_1^c$ оба корня уравнения (14) отрицательны.

Из выражения для дискриминанта в виде

$$D = (K_1 - K_1^c) \frac{4a |d_{31}|}{r^2 s_{11}^E} \quad (18)$$

следует, что при $K_1 \leq K_1^c$ система имеет колебательный характер и частота ее собственных колебаний $\omega = \sqrt{-D}$ возрастает с уменьшением K_1 .

Линия $K_0 = 0$ является граничной и при $K_0 \leq 0$ по крайней мере один действительный корень меньше нуля, что видно из соотношения (13). Действительные части комплексно сопряженных корней под другой граничной линией (11) также отрицательны. В области, ограниченной этими линиями, условие равенства нулю дискриминанта кубического уравнения

$$\left(\left(\frac{b}{3a} \right)^3 - \frac{bc}{6a^2} + \frac{d}{2a} \right)^2 + \left(\frac{c}{3a} - \left(\frac{b}{3a} \right)^2 \right)^3 = 0$$

ограничивает зоны с тремя действительными корнями. В рассмотренном численном примере такая зона имеет вид треугольника и прилегает одной стороной к оси K_1 в районе значения $K_1 = K_1^c$, при этом все корни меньше нуля. Таким образом, в плоскости параметров $K_0 K_1$ область устойчивости может располагаться в левой полуплоскости ниже прямой (21).

Отметим, что $K_1=0$ соответствует характеристике электрической цепи вида

$$\frac{dU}{dt} = K_0 \varepsilon.$$

Из анализа области устойчивости двухпараметрической системы в плоскости параметров K_0 и K_1 , видно, что в данном случае областью устойчивости является отрезок $-\beta/\alpha \leq K_0 \leq 0$. При $K_0 = -\beta/\alpha$ амплитуда периодического частного решения не зависит от времени, а с увеличением K_0 затухание увеличивается. При этом затухание апериодического решения уменьшается и при $K_0=0$ это решение представляет ступенчатую функцию.

В качестве примера рассматривалось кольцо с толщиной каждого слоя $0,0001\text{ м}$ и радиусом, равным $0,1\text{ м}$. Для вязкоупругого слоя принято $q_0 = 10^{11} \text{ Па}$ и $q_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{сек}$, а для электроупругого слоя использованы данные для пьезокерамики *PZT-4* [2]. При этом величины α , β , K_1^c соответственно равны $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ сек}$, $1,814 \cdot 10^7 \text{ В}$ и $1,188 \cdot 10^7 \text{ В}$, а положения вершины треугольной зоны с тремя действительными корнями определяется координатами $K_0 = -0,4 \cdot 10^{12} \text{ В/сек}$ и $K_1 = 1,025 \cdot 10^7 \text{ В}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Динамические свойства линейных виброзащитных систем / Под ред Фролова К.В.-М.:Наука, 1982.-206 с.
2. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях.- В кн.: Физическая акустика / Под ред. У.Мэзона.-М.: Мир, 1966, т. 1, ч. А, с. 204-326.
3. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости.-М.:Мир,1974.-384с.
4. Булгаков Б.В. Колебания.-М.: Госиздат техн.-теор.лит.,1954.-892 с.

Получено __.__.2006 г.

ЗАСТОСУВАННЯ ДВОВИМІРНОГО НАПРУЖЕНОГО СПЛАЙНУ В ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ

Вступ. В роботах [1,3-5] розв'язувалися нестационарні задачі теорії термопружності та термопластичності використовуючи тривимірну модель тіла та класичні моделі теорії оболонок. Пропонується при застосуванні методу покомпонентного розщеплення використовувати більш точні двовимірні напружені сплайни.

1. Постановка задачі. На відміну від роботи [2] в кожній допоміжній області двовимірний базисний напружений сплайн розшукуємо у вигляді наступного добутку

$$S_{2D} = [a_0 + a_1\xi + a_2sh(\sqrt{2}\xi) + a_3ch(\sqrt{2}\xi)] \cdot [b_0 + b_1\eta + b_2sh(\sqrt{2}\eta) + b_3ch(\sqrt{2}\eta)], \quad (1)$$

де $\xi \in [0;1], \eta \in [0;1]$, а для визначення коефіцієнтів $a_i, b_i, i = 0;1;2;3$

використовуються певні умови.

Для кутової області A ці умови у верхівках квадрату $A(0;0), B(0;1), C(1;0), D(1;1)$ мають вигляд

$$\begin{aligned} S_{2D}(0;0) = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \eta} = 0, \\ \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \eta} = 0, \\ S_{2D}(1;0) = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \eta} = 0 \\ \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \xi} = W'_D, \quad \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \eta} = W'_D. \end{aligned} \quad (2)$$

В кутовій області A поверхня, яку створює сплайн, симетрична відносно діагоналі $\xi = \eta$. Це означає, що в виразі (1) можна взяти

$$a_i = b_i, \quad i = 0;1;2;3. \quad (3)$$

Користуючись цим, вираз (1) можна спростити

$$S_{2D} = [a_0 + a_1\xi + a_2sh(\sqrt{2}\xi) + a_3ch(\sqrt{2}\xi)] \cdot [a_0 + a_1\eta + a_2sh(\sqrt{2}\eta) + a_3ch(\sqrt{2}\eta)]. \quad (4)$$

Звідси отримаємо перші частинні похідні

$$\frac{\partial S_{2D}}{\partial \xi} = [a_1 + a_2\sqrt{2}ch(\sqrt{2}\xi) + a_3\sqrt{2}sh(\sqrt{2}\xi)] \cdot [a_0 + a_1\eta + a_2sh(\sqrt{2}\eta) + a_3ch(\sqrt{2}\eta)], \quad (5)$$

$$\frac{\partial S_{2D}}{\partial \eta} = [a_0 + a_1\xi + a_2sh(\sqrt{2}\xi) + a_3ch(\sqrt{2}\xi)] \cdot [a_1 + a_2\sqrt{2}ch(\sqrt{2}\eta) + a_3\sqrt{2}sh(\sqrt{2}\eta)].$$

Перепишемо тепер умови (2) за допомогою формул (4), (5)

$$\begin{aligned} S_{2D}(0;0) &= (a_0 + a_3)^2 = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \xi} = \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \eta} = (a_0 + a_3) \cdot (a_1 + \sqrt{2}a_2) = 0, \\ S_{2D}(0;1) &= S_{2D}(1;0) = (a_0 + a_3) \cdot (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2}) = 0, \\ \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \xi} &= \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \eta} = (a_1 + \sqrt{2}a_2) \cdot (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2}) = 0, \\ \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \xi} &= \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \eta} = (a_0 + a_3) \cdot (a_1 + a_2\sqrt{2}ch\sqrt{2} + a_3\sqrt{2}sh\sqrt{2}) = 0, \\ S_{2D}(1;1) &= (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2})^2 = W_D, \\ \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \xi} &= \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \eta} = (a_1 + a_2\sqrt{2}ch\sqrt{2} + a_3\sqrt{2}sh\sqrt{2}) \cdot (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2}) = W'_D. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналізуючи ці умови можна отримати систему чотирьох рівнянь відносно чотирьох невідомих коефіцієнтів. Вона має вигляд

$$\begin{aligned} a_0 + a_3 &= 0, \\ a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2} &= \sqrt{W_D}, \\ a_1 + \sqrt{2}a_2 &= 0, \\ a_1 + a_2\sqrt{2}ch\sqrt{2} + a_3\sqrt{2}sh\sqrt{2} &= W'_D / \sqrt{W_D}. \end{aligned} \quad (7)$$

Розв'язавши систему (7) отримаємо такі вирази для коефіцієнтів

$$a_0 = k_0 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad a_1 = k_1 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad a_2 = k_2 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad a_3 = -k_0 = -\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} \Delta &= 2 \cdot [\sqrt{2} \cdot (ch\sqrt{2} - 1) - sh\sqrt{2}], \quad \Delta_1 = \sqrt{2W_D} \cdot (ch\sqrt{2} - 1) + \frac{W'_D}{\sqrt{W_D}} \cdot (\sqrt{2} - sh\sqrt{2}), \\ \Delta_2 &= \sqrt{2} \cdot \left[\frac{W'_D}{\sqrt{W_D}} \cdot (ch\sqrt{2} - 1) - \sqrt{2W_D} \cdot sh\sqrt{2} \right], \quad \Delta_3 = \frac{W'_D}{\sqrt{W_D}} \cdot (1 - ch\sqrt{2}) + \sqrt{2W_D} \cdot sh\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Зазначимо, що конкретні числові значення для коефіцієнтів a_i , $i=0;1;2;3$ можна отримати після того як будуть відомі чисельні значення для W_D , W'_D , які не можна обирати довільно. Вони визначаються виходячи з умов норміровки сплайну, умов неперервності значень сплайну та його перших похідних в сусідніх областях. Типова поверхня в цьому випадку показана в роботі [2] на рисунку 1.

Таким чином в області А напружений сплайн задається виразом

$$S_{2D} = \left[k_0 \left(1 - ch\sqrt{2}\xi \right) + k_1\xi + k_2sh\sqrt{2}\xi \right] \cdot \left[k_0 \left(1 - ch\sqrt{2}\eta \right) + k_1\eta + k_2sh\sqrt{2}\eta \right]$$

2. Центральна область С. Для центральної області С умови у верхівках квадрату $D(0;0), N(0;1), F(1;0), M(1;1)$ мають вигляд

$$\begin{aligned} S_{2D}(0;0) &= W_D, \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \xi} = W'_D, \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \eta} = W'_D, \\ S_{2D}(0;1) &= W_F, \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \xi} = W'_F, \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \eta} = 0, \\ S_{2D}(1;0) &= W_F, \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \xi} = 0, \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \eta} = W'_F, \\ S_{2D}(1;1) &= W_M, \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \xi} = 0, \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \eta} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В центральній області С поверхня, яку створює сплайн, теж симетрична відносно діагоналі $\xi = \eta$. Це означає, що в виразі (1) можна взяти $a_i = b_i$, $i = 0;1;2;3$. Користуючись цим, вираз (1) можна представити в формі (4), а перші похідні матимуть вигляд (5).

Перепишемо умови (10) за допомогою формул (4), (5)

$$\begin{aligned} S_{2D}(0;0) &= (a_0 + a_3)^2 = W_D, \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \xi} = \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \eta} = (a_0 + a_3) \cdot (a_1 + \sqrt{2}a_2) = W'_D, \\ S_{2D}(0;1) &= S_{2D}(1;0) = (a_0 + a_3) \cdot (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2}) = W_F, \\ \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \xi} &= \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \eta} = (a_1 + \sqrt{2}a_2) \cdot (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2}) = W'_F, \\ \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \xi} &= \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \eta} = (a_0 + a_3) \cdot (a_1 + a_2\sqrt{2}ch\sqrt{2} + a_3\sqrt{2}sh\sqrt{2}) = 0, \\ S_{2D}(1;1) &= (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2})^2 = W_M, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \xi} = \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \eta} = (a_1 + a_2\sqrt{2}ch\sqrt{2} + a_3\sqrt{2}sh\sqrt{2}) \cdot (a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2}) = 0.$$

Аналізуючи умови (11) можна отримати систему чотирьох рівнянь відносно чотирьох невідомих коефіцієнтів, а також дві умови, які треба накласти на параметри $W_D, W_F, W_M, W'_D, W'_F$.

Система має вигляд

$$\begin{aligned} a_0 + a_3 &= \sqrt{W_D}, \\ a_0 + a_1 + a_2sh\sqrt{2} + a_3ch\sqrt{2} &= \sqrt{W_M}, \\ a_1 + \sqrt{2}a_2 &= W'_D / \sqrt{W_D}, \\ a_1 + a_2\sqrt{2}ch\sqrt{2} + a_3\sqrt{2}sh\sqrt{2} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Друге та третє рівняння системи (12) можна записати ще й так

$$a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2} = W_F / \sqrt{W_D}, \quad a_1 + \sqrt{2}a_2 = W'_F / \sqrt{W_M}.$$

Звідси порівнюючи можна отримати дві умови для вибору параметрів $W_D, W_F, W_M, W'_D, W'_F$. Вони мають вигляд

$$\frac{W_F}{\sqrt{W_D}} = \sqrt{W_M}, \quad \frac{W'_D}{\sqrt{W_D}} = \frac{W'_F}{\sqrt{W_M}}. \quad (13)$$

Розв'язавши систему (12) отримаємо такі вирази для коефіцієнтів

$$a_0 = n_0 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad a_1 = n_1 = \frac{W'_D}{\sqrt{W_D}} - \sqrt{2} \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad a_2 = n_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad a_3 = n_3 = \sqrt{W_D} - \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad (14)$$

де для цього випадку введено

$$\Delta = 2 \cdot (1 - ch\sqrt{2}) + \sqrt{2}sh\sqrt{2}, \quad \Delta_1 = -l_2 \cdot (ch\sqrt{2} - 1) - l_1 \cdot (\sqrt{2} - sh\sqrt{2}), \quad (15)$$

$$\Delta_2 = l_1(ch\sqrt{2} - 1) - l_2sh\sqrt{2}, \quad l_1 = -\frac{W'_D}{\sqrt{2W_D}} - \sqrt{W_D} \cdot sh\sqrt{2}, \quad l_2 = \sqrt{W_M} - \frac{W'_D}{\sqrt{W_D}} - \sqrt{W_D}ch\sqrt{2}.$$

Зазначимо, що конкретні числові значення для коефіцієнтів a_i , $i=0;1;2;3$ можна отримати після того як будуть вибрано чисельні значення для $W_D, W_F, W_M, W'_D, W'_F$. Типова поверхня в цьому випадку показана в роботі [2] на рисунку 2.

Таким чином в області С напружений сплайн задається виразом

$$S_{2D} = [n_0 + n_1\xi + n_2sh\sqrt{2}\xi + n_3ch\sqrt{2}\xi][n_0 + n_1\eta + n_2sh\sqrt{2}\eta + n_3ch\sqrt{2}\eta].$$

3.Область В. Для областей В, де поєднуються поверхні А та С в вершинах квадрата $C(0;0), D(0;1), E(1;0), F(1;1)$ виконуються умови

$$S_{2D}(0;0) = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \eta} = 0,$$

$$S_{2D}(0;1) = W_D, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \xi} = W'_D, \quad \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \eta} = W'_D, \quad (16)$$

$$S_{2D}(1;0) = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \eta} = 0,$$

$$S_{2D}(1;1) = W_F, \quad \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \eta} = W'_F.$$

В цьому випадку будемо користуватися загальним виразом (1) та першими похідними отриманими з нього

$$\frac{\partial S_{2D}}{\partial \xi} = [a_1 + a_2\sqrt{2}ch(\sqrt{2}\xi) + a_3\sqrt{2}sh(\sqrt{2}\xi)] \cdot [b_0 + b_1\eta + b_2sh(\sqrt{2}\eta) + b_3ch(\sqrt{2}\eta)], \quad (17)$$

$$\frac{\partial S_{2D}}{\partial \eta} = [a_0 + a_1\xi + a_2sh(\sqrt{2}\xi) + a_3ch(\sqrt{2}\xi)] \cdot [b_1 + b_2\sqrt{2}ch(\sqrt{2}\eta) + b_3\sqrt{2}sh(\sqrt{2}\eta)].$$

Дванадцять умов (16), з яких знаходяться вісім коефіцієнтів сплайну $a_i, b_i, i = 0;1;2;3$ запишемо так

$$\begin{aligned}
 S_{2D}(0;0) &= (a_0 + a_3) \cdot (b_0 + b_3) = 0, \\
 S_{2D}(1;0) &= (a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2}) \cdot (b_0 + b_3) = 0, \\
 S_{2D}(0;1) &= (b_0 + b_1 + b_2 sh\sqrt{2} + b_3 ch\sqrt{2}) \cdot (a_0 + a_3) = W_D, \\
 S_{2D}(1;1) &= (a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2}) \cdot (b_0 + b_1 + b_2 sh\sqrt{2} + b_3 ch\sqrt{2}) = W_F, \\
 \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \xi} &= (a_1 + \sqrt{2}a_2) \cdot (b_0 + b_3) = 0, \\
 \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \xi} &= (a_1 + a_2 \sqrt{2} ch\sqrt{2} + a_3 \sqrt{2} sh\sqrt{2}) \cdot (b_0 + b_3) = 0, \\
 \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \xi} &= (b_0 + b_1 + b_2 sh\sqrt{2} + b_3 ch\sqrt{2}) \cdot (a_1 + \sqrt{2}a_2) = W'_D, \\
 \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \xi} &= (a_1 + a_2 \sqrt{2} ch\sqrt{2} + a_3 \sqrt{2} sh\sqrt{2}) \cdot (b_0 + b_1 + b_2 sh\sqrt{2} + b_3 ch\sqrt{2}) = 0, \\
 \frac{\partial S_{2D}(0;0)}{\partial \eta} &= (b_1 + \sqrt{2}b_2) \cdot (a_0 + a_3) = 0, \\
 \frac{\partial S_{2D}(1;0)}{\partial \eta} &= (a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2}) \cdot (b_1 + \sqrt{2}b_2) = 0, \\
 \frac{\partial S_{2D}(0;1)}{\partial \eta} &= (b_1 + b_2 \sqrt{2} ch\sqrt{2} + b_3 \sqrt{2} sh\sqrt{2}) \cdot (a_0 + a_3) = W'_D, \\
 \frac{\partial S_{2D}(1;1)}{\partial \eta} &= (b_1 + b_2 \sqrt{2} ch\sqrt{2} + b_3 \sqrt{2} sh\sqrt{2}) \cdot (a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2}) = W'_F.
 \end{aligned}$$

Аналізуючи ці рівняння можна записати систему, з якої визначаються коефіцієнти сплайну. Так, з третьої умови видно, що $a_0 + a_3 \neq 0$. Тому з першого рівняння (18) виходить, що

$$b_0 + b_3 = 0. \quad (19)$$

В результаті цього тотожно задовольняються друге, п'яте та шосте рівняння.

З дев'ятого рівняння виходить, що

$$b_1 + \sqrt{2}b_2 = 0. \quad (20)$$

Ця умова тотожно задовольняє десяте рівняння (18).

Оскільки з третього рівняння видно, що $b_0 + b_1 + b_2 sh\sqrt{2} + b_3 ch\sqrt{2} \neq 0$, то з восьмого рівняння виходить

$$a_1 + a_2 \sqrt{2} ch\sqrt{2} + a_3 \sqrt{2} sh\sqrt{2} = 0. \quad (21)$$

Третє та четверте рівняння дозволяють записати пропорцію

$$\frac{a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2}}{a_0 + a_3} = \frac{W_F}{W_D}$$

звідки отримаємо таке рівняння

$$W_D \cdot (a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2}) - W_F \cdot (a_0 + a_3) = 0. \quad (22)$$

Аналогічна процедура з третім та сьомим рівнянням (18) дозволяє записати

$$W'_D \cdot (a_0 + a_3) - W_D \cdot (a_1 + \sqrt{2}a_2) = 0, \quad (23)$$

а користуючись одинадцятим та дванадцятим рівняннями можна отримати ще одне рівняння

$$W'_D \cdot (a_0 + a_1 + a_2 sh\sqrt{2} + a_3 ch\sqrt{2}) - W'_F \cdot (a_0 + a_3) = 0. \quad (24)$$

Останнє рівняння отримаємо за допомогою пари третього та одинадцятого рівняння

$$W_D \cdot (b_1 + b_2 \sqrt{2} ch\sqrt{2} + b_3 \sqrt{2} sh\sqrt{2}) - W'_D (b_0 + b_1 + b_2 sh\sqrt{2} + b_3 ch\sqrt{2}) = 0. \quad (25)$$

Таким чином, для визначення коефіцієнтів $a_i, i = 0; 1; 2; 3$ скористаємося системою рівнянь (22), (21), (23), (24). Оскільки в правих частинах цих рівнянь стоять нулі, то ненульовий розв'язок можливий лише у випадку, коли визначник системи дорівнює нулю. Саме це і має місце оскільки рівняння (22) та (24) лінійно залежні. Для доведення цього скористаємось першою та другою рівностями з (13). Поділивши обидві частини на $\sqrt{W_D}$ запишемо $\frac{W'_D}{W_D} = \frac{W'_F}{\sqrt{W_M} \sqrt{W_D}} = \frac{W'_F}{W_F}$,

а це означає, що рівняння (22) та (24) тотожні. Оберемо коефіцієнт a_0 як довільну величину, а рівняння (22), (21), (23) запишемо у вигляді системи

$$\begin{cases} a_1 + sh\sqrt{2}a_2 + \left(ch\sqrt{2} - \frac{W_F}{W_D} \right) a_3 = \left(\frac{W_F}{W_D} - 1 \right) a_0, \\ a_1 + \sqrt{2} ch\sqrt{2} a_2 + \sqrt{2} sh\sqrt{2} a_3 = 0, \\ a_1 + \sqrt{2} a_2 - \frac{W'_D}{W_D} a_3 = \frac{W'_D}{W_D} a_0. \end{cases} \quad (26)$$

Розв'язок системи (26) запишемо так

$$a_1 = \frac{m_1}{m_0} a_0, \quad a_2 = \frac{m_2}{m_0} a_0, \quad a_3 = \frac{m_3}{m_0} a_0, \quad (27)$$

де

$$\begin{aligned}
 m_0 &= \frac{W'_D}{W_D} \cdot (sh\sqrt{2} - \sqrt{2}ch\sqrt{2}) + \left(ch\sqrt{2} - \frac{W_F}{W_D} \right) \cdot \sqrt{2} \cdot (1 - ch\sqrt{2}) + \sqrt{2}sh\sqrt{2} \cdot (sh\sqrt{2} - \sqrt{2}), \\
 m_1 &= \left(1 - \frac{W_F}{W_D} \right) \cdot \left(\frac{W'_D}{W_D} \cdot \sqrt{2}ch\sqrt{2} + 2sh\sqrt{2} \right) + \sqrt{2} \frac{W'_D}{W_D} \cdot \left(\frac{W_F}{W_D} ch\sqrt{2} - 1 \right), \\
 m_2 &= \left(\frac{W_F}{W_D} - 1 \right) \cdot \left(\frac{W'_D}{W_D} + \sqrt{2}sh\sqrt{2} \right) + \frac{W'_D}{W_D} \cdot \left(ch\sqrt{2} - \sqrt{2}sh\sqrt{2} - \frac{W_F}{W_D} \right), \\
 m_3 &= \sqrt{2} \cdot \left(\frac{W_F}{W_D} - 1 \right) \cdot (1 - ch\sqrt{2}) + \frac{W'_D}{W_D} \cdot (\sqrt{2}ch\sqrt{2} - sh\sqrt{2}).
 \end{aligned} \tag{28}$$

Система для визначення коефіцієнтів $b_i, i = 0;1;2;3$ складається з рівнянь (19), (20), (25) та третього рівняння системи (18). Запишемо її так

$$\begin{cases}
 b_0 + b_3 = 0, \\
 b_1 + \sqrt{2}b_2 = 0, \\
 -\frac{W'_D}{W_D} \cdot b_0 + \left(1 - \frac{W'_D}{W_D} \right) \cdot b_1 + \left(\sqrt{2}ch\sqrt{2} - \frac{W'_D}{W_D} \cdot sh\sqrt{2} \right) \cdot b_2 + \left(\sqrt{2}sh\sqrt{2} - \frac{W'_D}{W_D} \cdot ch\sqrt{2} \right) \cdot b_3 = 0, \\
 b_0 + b_1 + sh\sqrt{2} \cdot b_2 + ch\sqrt{2} \cdot b_3 = \frac{W_D \cdot m_0}{(m_0 + m_3) \cdot a_0}.
 \end{cases} \tag{29}$$

Оскільки

$$b_3 = -b_0, \quad b_1 = -\sqrt{2} \cdot b_2, \tag{30}$$

то третьому і четвертому рівнянням системи (29) можна придати вигляд

$$\begin{cases}
 l_{11} \cdot b_0 + l_{12} \cdot b_2 = 0, \\
 l_{21} \cdot b_0 + l_{22} \cdot b_2 = \frac{W_D \cdot m_0}{(m_0 + m_3) \cdot a_0},
 \end{cases} \tag{31}$$

де

$$\begin{aligned}
 l_{11} &= \frac{W'_D}{W_D} \cdot (ch\sqrt{2} - 1) - \sqrt{2} \cdot sh\sqrt{2}, \\
 l_{12} &= \sqrt{2} \cdot (ch\sqrt{2} - 1) + \frac{W'_D}{W_D} \cdot (\sqrt{2} - sh\sqrt{2}), \\
 l_{21} &= 1 - ch\sqrt{2}, \quad l_{22} = sh\sqrt{2} - \sqrt{2}.
 \end{aligned} \tag{32}$$

Система (31) має такий розв'язок

$$b_0 = \frac{m_4}{a_0} \cdot m_0, \quad b_2 = \frac{m_5}{a_0} \cdot m_0, \tag{33}$$

де для спрощення введено позначення

$$m_4 = \frac{-l_{12} \cdot W_D}{(m_0 + m_3) \cdot l_0}, \quad m_5 = \frac{l_{11} \cdot W_D}{(m_0 + m_3) \cdot l_0}, \quad l_0 = 2 \cdot [sh\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot (1 - ch\sqrt{2})]$$

Тоді за допомогою формул (30) знайдемо і решту коефіцієнтів

$$b_3 = -\frac{m_4}{a_0} \cdot m_0, \quad b_1 = -\sqrt{2} \cdot \frac{m_5}{a_0} \cdot m_0. \quad (34)$$

Підставимо в формулу (1) всі знайдені коефіцієнти $a_i, b_i, i = 0;1;2;3$ (27), (33), (34) і після спрощення запишемо остаточний вираз для області B

$$S_{2D}(\xi, \eta) = (m_0 + m_1\xi + m_2sh\sqrt{2}\xi + m_3ch\sqrt{2}\xi) \cdot [m_4(1 - ch\sqrt{2}\eta) + m_5(sh\sqrt{2}\eta - \sqrt{2})]. \quad (35)$$

Типова поверхня в цьому випадку показана в роботі [2] на рисунку 3.

4. Загальний вираз двовимірного напруженого сплайну. Поверхня двовимірного напруженого сплайну симетрична відносно вісей координат $\xi = 0$ та $\eta = 0$ і складається з шістнадцяти поєднаних частин трьох типів А (формули (4), (8), (9)), В (формули (35), (28), (34)), С (формули (4), (14), (15)) відповідно. В ці формули входять параметри базисного сплайну $W_D, W_F, W_M, W'_D, W'_F$. Деякі з них оберемо так, щоб у перетинах $\xi = 0$ та $\eta = 0$ як частинний випадок створювались одновимірні напружені базисні сплайни [1]. Тому обираємо

$$W_M = \frac{2}{3}, \quad W_F = \frac{1}{6}, \quad W'_F = 0,48492, \quad (36)$$

а користуючись формулами (13) знаходимо і W_D, W'_D

$$W_D = \frac{1}{24}, \quad W'_D = \frac{1}{4} W'_F = 0,12123. \quad (37)$$

Загальний вираз базисного напруженого сплайну для повної області визначення $\alpha_1 \in [-2;2], \alpha_2 \in [-2;2]$ можна представити так

$$S_{2D}(x; y) = \left\{ \begin{array}{l} \left[k_0(1 - ch\sqrt{2}\xi) + k_1\xi + k_2sh\sqrt{2}\xi \right] \left[k_0(1 - ch\sqrt{2}\eta) + k_1\eta + k_2sh\sqrt{2}\eta \right], \\ \quad \partial e \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi = x + 2, \eta = y + 2, x \in [-2; -1], y \in [-2; -1], (A), \\ \xi = 2 - y, \eta = x + 2, x \in [-2; -1], y \in [1; 2], (A_1), \\ \xi = -x + 2, \eta = -y + 2, x \in [1; 2], y \in [1; 2], (A_2), \\ \xi = y + 2, \eta = -x + 2, x \in [1; 2], y \in [-2; -1], (A_3), \end{array} \right. \\ \left(m_0 + m_1\xi + m_2sh\sqrt{2}\xi + m_3ch\sqrt{2}\xi \right) \cdot \left[m_4(1 - ch\sqrt{2}\eta) + m_5(sh\sqrt{2}\eta - \sqrt{2}) \right], \\ \quad \partial e \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi = x + 1, \eta = y + 2, x \in [-1; 0], y \in [-2; -1], (B), \\ \xi = y + 1, \eta = x + 2, x \in [-2; -1], y \in [-1; 0], (B_1), \\ \xi = 1 - y, \eta = x + 2, x \in [-2; -1], y \in [0; 1], (B_2), \\ \xi = x + 1, \eta = 2 - y, x \in [-1; 0], y \in [1; 2], (B_3), \\ \xi = -x + 1, \eta = -y + 2, x \in [0; 1], y \in [1; 2], (B_4), \\ \xi = -y + 1, \eta = -x + 2, x \in [1; 2], y \in [0; 1], (B_5), \\ \xi = y + 1, \eta = -x + 2, x \in [1; 2], y \in [-1; 0], (B_6), \\ \xi = -x + 1, \eta = y + 2, x \in [0; 1], y \in [-2; -1], (B_7), \end{array} \right. \\ \left(n_0 + n_1\xi + n_2sh\sqrt{2}\xi + n_3ch\sqrt{2}\xi \right) \left(n_0 + n_1\eta + n_2sh\sqrt{2}\eta + n_3ch\sqrt{2}\eta \right), \\ \quad \partial e \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi = x + 1, \eta = y + 1, x \in [-1; 0], y \in [-1; 0], (C), \\ \xi = 1 - y, \eta = x + 1, x \in [-1; 0], y \in [0; 1], (C_1), \\ \xi = -x + 1, \eta = -y + 1, x \in [0; 1], y \in [0; 1], (C_2), \\ \xi = y + 1, \eta = -x + 1, x \in [0; 1], y \in [-1; 0], (C_3). \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Введемо допоміжні функції довільного аргумента t

$$\begin{aligned} \varphi_k(t) &= k_0(1 - ch\sqrt{2}t) + k_1t + k_2sh\sqrt{2}t, & \varphi_m(t) &= m_0 + m_1t + m_2sh\sqrt{2}t + m_3ch\sqrt{2}t, \\ \psi_m(t) &= m_4(1 - ch\sqrt{2}t) + m_5(sh\sqrt{2}t - \sqrt{2}), & \varphi_n(t) &= n_0 + n_1t + n_2sh\sqrt{2}t + n_3ch\sqrt{2}t, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} k_0 &= -0,57235; & k_1 &= -0,37114; & k_2 &= 0,26244; \\ m_0 &= 3,78066; & m_1 &= -10,62084; & m_2 &= 7,28425; \\ m_3 &= -4,31838; & m_4 &= 0,19552; & m_5 &= 0,29351; \\ n_0 &= -0,42838; & n_1 &= 2,56711; & n_2 &= -1,39527; & n_3 &= 0,6325. \end{aligned}$$

Тоді вираз для інтерполяційного двовимірного напруженого сплайну на сітці ω_h буде таким

$$\begin{aligned}
W(\xi; \eta) = & \varphi_k(\xi)[b_1\varphi_k(\eta)+b_5\varphi_k(1-\eta)]+\varphi_k(1-\xi)[b_{13}\varphi_k(\eta)+b_9\varphi_k(1-\eta)]+ \\
& + \varphi_m(\xi)[b_2\psi_m(\eta)+b_7\psi_m(1-\eta)]+\psi_m(\xi)[b_3\varphi_m(\eta)+b_6\varphi_m(1-\eta)]+ \\
& + \varphi_m(1-\xi)[b_{15}\psi_m(\eta)+b_{10}\psi_m(1-\eta)]+\psi_m(1-\xi)[b_{14}\varphi_m(\eta)+b_{11}\varphi_m(1-\eta)]+ \\
& + \varphi_n(\xi)[b_4\varphi_n(\eta)+b_8\varphi_n(1-\eta)]+\varphi_n(1-\xi)[b_{16}\varphi_n(\eta)+b_{12}\varphi_n(1-\eta)]
\end{aligned}$$

або таким

$$\begin{aligned}
W(\xi; \eta) = & \varphi_k(\eta)[b_1\varphi_k(\xi)+b_{13}\varphi_k(1-\xi)]+\varphi_k(1-\eta)[b_5\varphi_k(\xi)+b_9\varphi_k(1-\xi)]+ \\
& + \varphi_m(\eta)[b_3\psi_m(\xi)+b_{14}\psi_m(1-\xi)]+\psi_m(\eta)[b_2\varphi_m(\xi)+b_{15}\varphi_m(1-\xi)]+ \\
& + \varphi_m(1-\eta)[b_6\psi_m(\xi)+b_{11}\psi_m(1-\xi)]+\psi_m(1-\eta)[b_7\varphi_m(\xi)+b_{10}\varphi_m(1-\xi)]+ \\
& + \varphi_n(\eta)[b_4\varphi_n(\xi)+b_{16}\varphi_n(1-\xi)]+\varphi_n(1-\eta)[b_8\varphi_n(\xi)+b_{12}\varphi_n(1-\xi)].
\end{aligned}$$

Висновки. Розроблено двовимірні напружені сплайн-функції, які можуть застосовуватися при визначенні напружено-деформованого стану просторових тіл, пластин та оболонок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стеблянюк П.А. Методы расщепления в пространственных задачах теории пластичности. – Киев: Наукова думка, 1998. – 304с.
2. Стеблянюк П.А. Применение двухмерного кубического сплайна для описания геометрических объектов// Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць.- Випуск 3 (44) .- Дніпропетровськ, 2006.- С. -107-111.
3. Steblyanko P.A. The schemes of abnormally high accuracy solution of non-stationary problems of theory of thermo-elastic-plasticity for plates and shells// The Fifth International Congress on Thermal Stresses and Related Topics. Vol.1 – Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, Virginia, USA. – June 8-11,2003.- P. 231 –234.
4. Steblyanko P.A. The method of solving of non-stationary coupled problems of the theory of thermal-plasticity for the rotation shells// International congress of Theoretical and Applied Mechanics 15-21 August 2004, Warsaw, Poland.- P. 212.
5. Shevchenko Yu.N., Steblyanko P.A. The non-stationary 2D and 3D coupled problems of thermal-elastic-plasticity// TS2005-6th International Congress on Thermal Stresses, May 26-29, 2005. Vienna, Austria. - p. 231-234.

Получено __.__.2006 г.

ЗАСТОСУВАННЯ ЛАГРАНЖЕВОГО ФОРМАЛІЗМУ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ КONTИНУАЛЬНО-ДИСКРЕТНИХ ГНУЧКИХ СТРУКТУР З НЕПОТЕНЦІАЛЬНИМИ ДЕФОРМАТИВНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Вступ. Однією з проблем функціонування гнучких протяжних конструкцій, що використовуються в багатьох областях техніки: будівництві, транспорті, машинобудуванні, в авіаційній і космічній техніці, у нафтовій і газовій промисловості, є їх специфічні пружні властивості, які полягають у тому, що вони працюють на розтягання і не працюють на стиск. Це приводить до появи ривків у гнучких елементах, що виникають унаслідок розслаблень при дії зовнішніх факторів (вітер, хвилі, потік, вимушені переміщення). Тривала дія перемінних зусиль і ривкових ефектів негативно позначається на міцності і надійності роботи елементів конструкцій і вузлів. Для зменшення негативних наслідків дії ривків гнучкі елементи конструкцій виготовляють із нелінійнопружних та в'язкопружних матеріалів. В даній роботі пропонується підхід до побудови рівнянь руху таких систем з врахуванням вищенаведених особливостей.

Постановка задачі. Схематично гнучку протяжну конструкцію можна вважати системою твердих тіл, з'єднаних гнучкими тілами (троси, канати, кабелі), тобто дискретно-континуальною одномірною системою. Під гнучким тілом будемо розуміти тіло, яке при малих деформаціях має значні скінченні переміщення і працює тільки на розтяг. Нехай на гнучкий елемент конструкції діють $\vec{P}^\lambda(x_k, t)$ масові сили, на частині поверхні діють поверхневі сили $\vec{F}^\lambda(x_k, t)$ і задані переміщення $\vec{u}^\lambda(x_k, t)$, де час і переміщення відліковуються від початкового незбуреного стану.

Метод розв'язання. Для знаходження розподілу напружень і деформацій в тілі обумовлених рухом тіла запишемо принцип віртуальної роботи для такої динамічної задачі [2]

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_V \sigma^{\lambda m} \delta e_{\lambda m} dV - \delta K - \int_V \vec{P} \delta \vec{R} dV - \int_S \vec{F} \delta \vec{R} dS \right\} dt = 0 \quad (1)$$

$$\text{тут } \vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{u} \quad e = \frac{1}{2} \left(u_{,\mu}^{\lambda} + u_{,\lambda}^{\mu} + u_{,\lambda}^{\chi} u_{,\mu}^{\chi} \right)$$

Використання варіаційного принципу зручне тим, що на залежності між напруженнями і деформаціями не накладаються ніякі обмеження, тобто вони можуть бути і не потенціальними.

Для знаходження розв'язку задачі (1), за умови не потенціальності залежностей між напруженнями і деформаціями, проведемо дискретизацію системи, тобто переміщення виразимо через дискретне число узагальнених координат $q_j (j = 1, 2, \dots, N)$. Переміщення можна зобразити в вигляді: $u^{\lambda} = u^{\lambda}(x^1, x^2, x^3, q_1, q_2, q_3, t)$, тоді

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \vec{R}}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial \vec{R}}{\partial t}, \quad \text{а} \quad \delta \vec{R} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \vec{R}}{\partial q_j} \delta q_j. \quad (2)$$

Так як ми розглядаємо гнучкі протяжні елементи конструкції, то перший член у варіаційному принципі (1) можна привести до виду $\iiint_V \sigma \delta \varepsilon dV = \int_L T \delta \varepsilon ds$, де $T = \iint_F \sigma dF = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ причому функція $f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ може бути не потенціальною. Використовуючи (2), можна записати

$$\delta \varepsilon = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_j} \delta q_j. \quad \text{Введемо } Q_j^e = \int_L T_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_j} ds - \text{узагальнені внутрішні сили,}$$

тоді $\int_L T \delta \varepsilon ds = \sum_{j=1}^N Q_j^e \delta q_j$. Підставляючи одержані вирази в (1), одержимо

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^N \left[\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} - Q_j^3 + Q_j^e \right] \cdot \delta q_j dt = 0. \quad \text{І так як варіації незалежні, то}$$

одержимо систему N рівнянь

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} = Q_j^3 - Q_j^e, \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

Ці рівняння являються рівняннями руху Лагранжа для тіл пружності яких може бути не потенціальною і переміщення скінченні.

Так як тверді тіла вважаються матеріальними точками і якщо $m_{Ts(i)}$ – маса твердого тіла, яке прикріплене в точці $P_{s(i)}$, то вираз для кінетичної енергії прикріплених тіл матиме вигляд

$$K_T = \sum_i \frac{m_{Ts(i)}}{2} \left(\dot{\vec{R}}_{Ts(i)} \right)^2. \quad \text{Сили, що діють на тіла, можна записати у вигляді}$$

$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_{Ts(i)}$. Деталізація сил $\vec{F}_{Ts(i)}$ для деяких видів тіл приводиться в конкретних задачах. З врахуванням точок дискретизації в яких

прикріплені тіла, отримаємо $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial K_T}{\partial q_j} = Q_{Tj}$, тут

$\vec{Q}_{Tj} = \sum_i \vec{F}_{Ts(i)} \frac{\partial \vec{R}_{Ts(i)}}{\partial q_{s(i)}}$ узагальнені сили від сил, що діють на тіла.

Запишемо рівняння руху системи тіл з'єднаних гнучкими елементами в нерухомій прямокутній системі координат $0x_1, x_2, x_3$. Для цього дискретизуємо систему і за узагальнені координати виберемо просторові координати точок дискретизації. Рух гнучкого елемента між точками дискретизації можна записати через $\vec{R}_i = \sum_{k=1}^3 R_{ki} \vec{e}_k$, де, R_i - функції що виражають зв'язок довжин осі гнучкого елемента і координат точок дискретизації.

Узагальнені внутрішні сили для гнучких елементів (нелінійно, непотенціально пружних з односторонньою роботою) залежність між натягом та відносним видовженням можна зобразити у вигляді

$T = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \cdot H(\varepsilon)$, де $\varepsilon = \frac{ds - d\ell}{d\ell} = \left| \frac{\partial \vec{R}}{\partial \ell} \right| - 1$ - відносне видовження. $H(\varepsilon)$ -

функція Хевісайда $= \begin{cases} 1 & \varepsilon > 0 \\ 0 & \varepsilon \leq 0 \end{cases}$ будуть

$$Q_i^B = \int_{\ell_i}^{\ell_{i+1}} f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) H(\varepsilon_i) \cdot \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial x_{kj}} \cdot ds = \int_{\ell_i}^{\ell_{i+1}} f \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| - 1, \frac{\partial \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right|}{\partial t} \right) H \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| - 1 \right) \cdot \frac{\partial \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right|}{\partial x_{kj}} \cdot \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| d\ell$$

Використовуючи традиційні вирази для кінетичної енергії та її похідних, а також узагальнених сил, рівняння руху набуде вигляду

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \sum_{i=0}^{N-1} L_i \left\{ m_i \ddot{\vec{R}}_i \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \dot{x}_{kj}} - m_i \dot{\vec{R}}_i \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial x_{kj}} + \right. \\ & + f \left(\left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| - 1 \right), \frac{\partial \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| \right)}{\partial t} \right) H \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| - 1 \right) \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| \frac{\partial}{\partial x_{kj}} \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| + \\ & \left. + \left(\vec{f}_i^p - \vec{f}_i^m \right) \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial x_{kj}} \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \ell} \right| \right\} d\xi + \sum_s m_{Ts(i)} \delta_j^{s(i)} \ddot{\vec{R}}_{Ts(i)} \vec{e}_k - \sum_s \delta_j^{s(i)} \vec{F}_{Ts(i)} \vec{e}_k = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

де $j = \overline{0, N}$; $k = 1, 2, 3$; $\xi = \frac{l - l_i}{l_{i+1} - l_i}$;

Нехай в деяких r -точках задані кінематичні крайові умови $\vec{R}_{r(i)}^0 = \vec{R}_{r(i)}^0(t)$, тоді в системі (3) кількість рівнянь зменшиться на r рівнянь з відповідними номерами.

Використовуючи запропоновану методику, запишемо рівняння руху гнучкого протяжного в'язкопружного елемента конструкції в рідині.

На гнучкий елемент діють розподілені поверхневі сили: гідродинамічного опору, інерції приєднаної маси рідини, що залучається в сумісний рух, а також розподілені об'ємні сили: ваги та сила Архімеда [3].

Тоді рівняння руху такого гнучкого елемента набудуть вигляду

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \sum_{i=0}^{N-1} L_i \left\{ m_i \ddot{\vec{R}}_i \frac{\partial \dot{\vec{R}}_i}{\partial \dot{x}_{kj}} - m_i \dot{\vec{R}}_i \frac{\partial \dot{\vec{R}}_i}{\partial x_{kj}} - m_{ai} \left(\dot{\vec{V}} - \dot{\vec{R}}_i \right) |\vec{\tau}_i| \frac{\partial \dot{\vec{R}}_i}{\partial x_{kj}} + \right. \\ & \quad \left. + \left(C_{Ei} (|\vec{\tau}_i| - 1) + C_{E2i} |\dot{\vec{\tau}}_i| \right) \vec{\tau}_i \left| \frac{\partial}{\partial x_{kj}} (|\vec{\tau}_i|) + \right. \right. \\ & \quad \left. + \left\{ \left(\rho_c F_i |\vec{\tau}_i| - m_i \right) \vec{g} - \frac{C_{ai}}{|\vec{\tau}_i|} |\vec{\tau}_i| \left(\vec{V} - \dot{\vec{R}}_i \right) \vec{\tau}_i \left[\left(\vec{V} - \dot{\vec{R}}_i \right) \vec{\tau}_i \right] \frac{1}{|\vec{\tau}_i|^2} - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{C_{ni}}{|\vec{\tau}_i|} \left[\vec{\tau}_i \times \left(\vec{V} - \dot{\vec{R}}_i \right) \right] \left(\left| \vec{V} - \dot{\vec{R}}_i \right| |\vec{\tau}_i|^2 - \vec{\tau}_i \left[\left(\vec{V} - \dot{\vec{R}}_i \right) \vec{\tau}_i \right] \right) \frac{1}{|\vec{\tau}_i|^2} \right\} \frac{\partial \dot{\vec{R}}_i}{\partial x_{kj}} \right\} d\xi + \\ & \quad + \left[\vec{g} \left(M_{Tj} - \rho_c V_{Tj} \right) + C_{Tj} \rho_c F_{Tj} \left| \vec{V} - \dot{\vec{R}}_{Tj} \right| \left(\vec{V} - \dot{\vec{R}}_{Tj} \right) + \rho_c \lambda_{Tj} v_{Tj} \frac{\partial^2 \vec{R}_{Tj}}{\partial t^2} \right] \frac{\partial \vec{R}_{Tj}}{\partial x_{kj}} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

де $j = \overline{0, N} \setminus r(i)$; $k = 1, 2, 3$; $\vec{\tau}_i = \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l}$; $\xi = \frac{l - l_i}{L_i}$;

І разом з початковими умовами $\vec{R}_i|_{t=0} = \vec{R}_T$; $\dot{\vec{R}}_i|_{t=0} = \vec{V}_T$ одержимо задачу динаміки гнучкого елемента в рідині.

Для розв'язку цієї задачі систему нелінійних рівнянь в частинних похідних (4) зведемо при допомозі локальних параметричних сплайнів до задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь [1]. Розв'язок нормалізованої нелінійної задачі Коші знаходимо чисельно, користуючись багатокроковими методами типу предиктор-коректор [1, 4].

Чисельні результати. Використовуючи запропонований алгоритм, розглянемо буксирування системи яка складається з двох гілок тралення, які розтягуються в протилежні сторони при допомозі вертикальних крил відвідників, що мають постійну силу F_0 відведення, направлену перпендикулярно до лінії буксирування в різні боки, підтримуючого буя який кріпиться до точки розгалуження, на хвилях.

Конкретні розрахунки проводилися для таких параметрів ПБС довжина буксирного кінця до точки розгалуження 200м, довжини відвідників по 100м, підтримуюча гілку завдовжки 100м. Початок системи координат сумістимо з точкою кріплення буксира. Задамо напрям осі $0x_1$ проти ходу хвиль, осі $0x_3$ - проти напрямку вектора $\vec{g}$, а вісь $0x_2$ направлена так, щоб доповнювала трійку правої системи координат. Тоді закон руху буксированого кінця прийме вигляд:

$$\begin{aligned} x_{15} &= V_b t_H + x_H & x_{25} &= 0 & x_{35} &= 0 \\ \dot{x}_{15} &= V_b & \dot{x}_{25} &= 0 & \dot{x}_{35} &= 0, \\ \ddot{x}_{15} &= 0 & \ddot{x}_{25} &= 0 & \ddot{x}_{35} &= 0 \end{aligned}$$

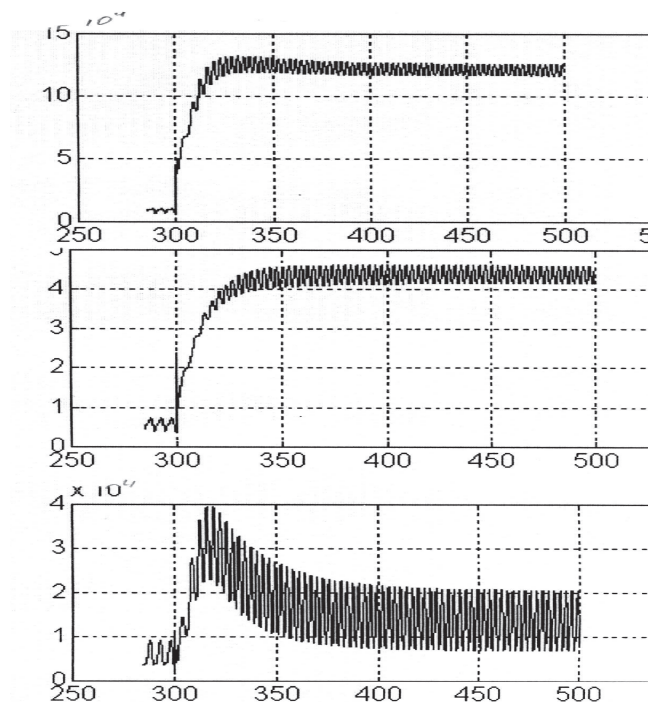


Рисунок 1

де x_H - початкове відхилення точки буксирування від початку координат. За початкову конфігурацію вибрана незбурена конфігурація структури: підводний апарат знаходиться на глибині 200 м, буй - на

поверхні води. Конкретні розрахунки проводилися для таких параметрів ПБС: довжина буксировочного троса 200м, погонна маса троса 3кг/м, площа поперечного перетину кабель-троса $=0,0003\text{м}^2$, коефіцієнти пружності $=10\text{ Н}$ і вязкоупругості, коефіцієнти опору руху $=0,78\text{кг/м}^2$, $=15,6\text{кг/м}^2$, коефіцієнт приєднаної маси $=0,4\text{кг/м}$. Площа мідельового перетину циліндричного буйка 1м^2 , маса 100 кг. Сила відведення $F_0 = 1000\text{Н}$. На рис. 1 представлені зміна натягу при сходянковій зміні швидкості буксирування з $V_b = 1\text{м/с}$ на $V_b = 4\text{м/с}$ у момент часу рівний 300 секунд у корінному кінці(точці буксирування) (крива 1), у точці кріплення відвідника (крива 2) та у точці кріплення буя (крива 3), при хвилях з періодом $T_w=5,6\text{ с}$. З рисунка можна зробити висновок, що зміна натягнення носить самий різний характер. Так в корінному кінці при зростанні швидкості буксирування ростуть як самі значення натягу так і амплітуда зміни натягу $T_a = T_{\text{max}} - T_{\text{min}}$. В точці ж кріплення відвідника характер поведінки натягу такий же самий. В точці кріплення буя середнє значення натягу спочатку сильно зростає, а потім зменшується до величин трохи більших чим до зміни швидкості, а амплітуда значно зростає. Причому як в корінному кінці так і біля відвідника спостерігаються ривки. Такі ж закономірності зберігаються для середніх значень натягнення і амплітуд і при інших зростаннях швидкості буксирування, тоді як для T_{max} таких закономірностей немає.

На рис. 2 представлені зміна натягу при східчастій зміні швидкості буксирування з $V_b = 1\text{м/с}$ на $V_b = 2\text{м/с}$ у момент часу рівний 300 секунд у корінному кінці(точці буксирування) (крива 1), у точці кріплення відвідника (крива 3) і в точці кріплення буя (крива 2), при хвилях з періодом $T_w=4,5\text{с}$. і буксирування виконується в напрямку ходу хвиль. З рисунка можна зробити висновок, що зміна натягу носить самий різний характер. Так у корінному кінці при рості швидкості буксирування ростуть як самі значення натягу так і амплітуда зміни натягу $T_a = T_{\text{max}} - T_{\text{min}}$. У точці кріплення відвідника характер поведінки натягу носить зовсім інший характер, середнє значення натягу небагато зросло в той час як амплітуда зміни натягу значно знизився. У точці кріплення буя середнє значення натягу зменшується, а амплітуда небагато зростає. При буксируванні проти ходу хвиль з періодом $T_w=8,0\text{с}$. на рис. 3 представлені натяги в тих же точках - корінному кінці(точці буксирування) (крива 1), у точці кріплення відвідника (крива 3) і в точці кріплення буя (крива 2). У корінному

кінці при рості швидкості буксирування, при буксируванні проти ходу хвиль, ростуть як значення натягу в так і сильно росте амплітуда зміни натягу. У точці кріплення відвідника характер поведінки натягу носить такий же характер як і при буксируванні по хвилі: середнє значення натягу небагато зросло в той час як амплітуда зміни натягу значно знизився. Причому як у корінному кінці так і біля відвідника спостерігаються ривки. У точці кріплення буя середнє значення натягу незначно зменшується, а амплітуда зростає. Поява ривків спостерігається як при східчастому збільшенні швидкості буксирування так і при її зменшенні.

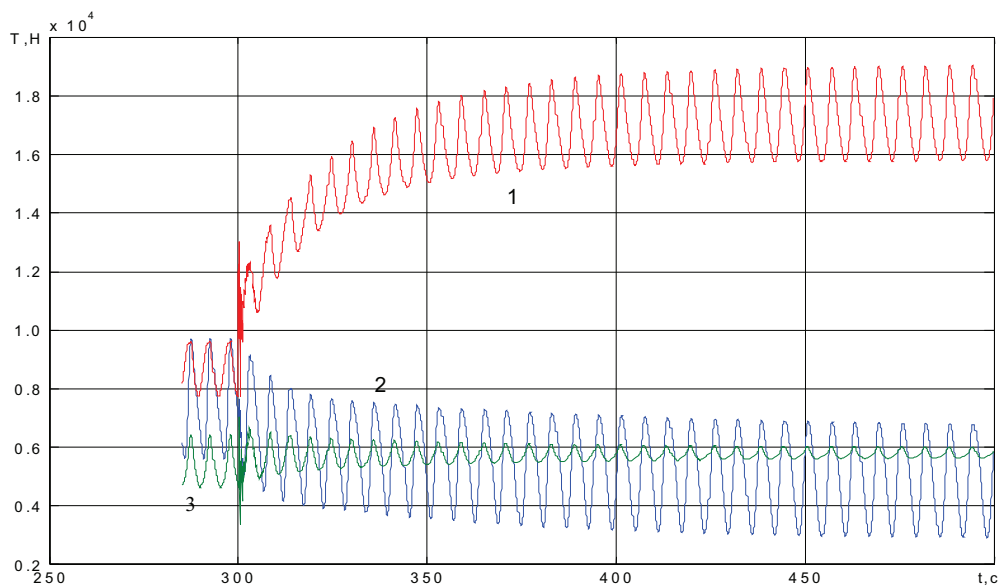


Рисунок 2

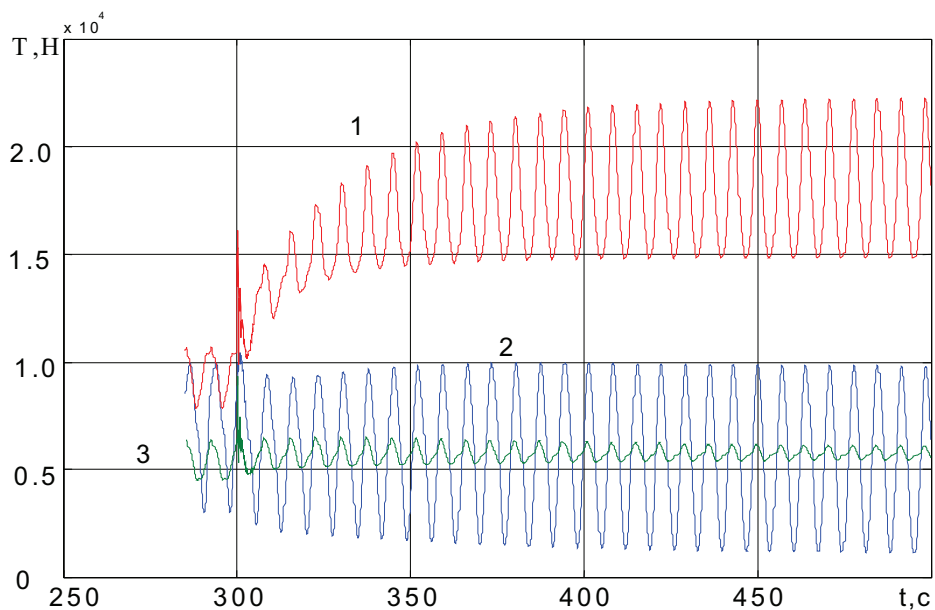


Рисунок 3

Проведений аналіз дозволяє зробити такі висновки: в'язко-пружність впливає тільки при різкій зміні швидкості буксирування і практично не впливає при буксируванні на регулярному морському хвилюванні, тобто коли немає ривків.

Висновок. Запропоновано спосіб розрахунку динаміки просторових розгалужених структур, що буксуються, який дозволяє визначити кінематичні і силові характеристики конструкції при буксируванні на хвилях як проти ходу хвиль, так і по ходу хвиль з урахуванням розслаблення в окремих її елементах, а також зміні швидкості. Проведено аналіз динамічних характеристик конкретної системи при різкій зміні швидкості буксирування і при буксируванні на регулярному морському хвилюванні з різними параметрами хвиль. Проведений аналіз дозволяє зробити такі висновки: в'язко-пружність впливає тільки при різкій зміні швидкості буксирування і практично не впливає при буксируванні на регулярному морському хвилюванні, тобто коли немає ривків. Запропонований підхід до одержання рівнянь руху дискретно-континуальних гнучких одномірних систем з непотенціально-пружними характеристиками являється узагальненням до підходів, що використовувались в [1,4].

ЛІТЕРАТУРА

1. Безверхий О.І. Про один спосіб розрахунку задач динаміки просторових гнучких стержневих систем. // Доповіді. НАН України, 1993, N2, С.46-49
2. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
3. Ньюмен Дж. Морская гидромеханика. – Л.: Судостроение, 1985. – 368с.
4. Шульга М.О., Безверхий О.І., До розрахунку динамічних задач для дискретно-континуальних гнучких одномірних систем з непотенціальними деформативними характеристиками // Доповіді НАН України, 2004, № 7. – С. 59-63

Получено __.__.2006 г.

УДК 629.1:445.75:531.3

Д.З. Шматко, А.Н. Коробочка, О.А. Бейгул, А.Л. Лепетова

ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОРТАЛЬНОЙ МАШИНЫ В ПРОДОЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Постановка проблемы. В настоящее время прогресс многих отраслей промышленности неразрывно связан с новыми формами транспортного обслуживания. Стоит задача создания технологических линий, в которых был бы задействован спецавтотранспорт как более гибкий в своем применении, чем железнодорожный. В этом ряду достаточное место занимают порталные автомобили. Они нашли широкое применение в лесной и деревообрабатывающей промышленности, при проведении погрузочно-разгрузочных работ в складских помещениях, в последнее время находят применение в технологических линиях заводов черной и цветной металлургии. Как правило, такие машины имеют мало аналогов в практике отечественного автомобилестроения, поэтому их разработка, проектирование требуют нового, нетрадиционного подхода. Для создания конструкций рациональной металлоемкости, вместе с тем удовлетворяющих требованиям долговечности, надежности и эксплуатационной пригодности, необходим целый ряд теоретических и экспериментальных исследований, которые бы гарантировали научнообоснованный подход при создании таких машин.

Главным для порталных несущих систем является то, что они вписываются в расчетную схему, включающую в себя прямоугольную в плане раму и четыре стойки, снабженные разным количеством колес, при движении по неровностям дорог могут совершать сложные колебания. Естественным для таких систем является существование резонансных зон, где амплитуды вынужденных колебаний резко возрастают, создавая предпосылки к разрушению несущих элементов.

Для создания конструкций, способных устойчиво работать на разных режимах нагружения, необходимо изучение ряда математических моделей возмущенного движения, получение собственных динамических характеристик несущих систем, обоснование таких конструктивных параметров, при которых в

реальных условиях эксплуатации конструкция никогда не попадает в резонансные зоны.

Анализ исследований и публикаций. В работе [1] показано, что особое место в формировании внешних нагрузок на несущие системы занимает частотное воздействие, связанное с наличием динамических и кинематических возмущений при движении по неровностям дорог и выполнении технологических операций. В этой связи рассмотрены колебания несущих систем платформ, определяются собственные динамические характеристики, частоты внешних возмущений. Расчетные нагрузки при этом зависят от соотношения частот и регламентируются отдельным расчетным случаем нагружения.

В работе [2] выведены и решены дифференциальные уравнения возмущенного движения самоходной металлургической платформы на пневмоколесном ходу в продольной вертикальной плоскости с учетом упругого подвешивания силовой установки. Из соответствующих частотных уравнений получены три собственные частоты платформы, которые влияют на формирование динамических нагрузок при движении по неровностям технологических дорог. Работа [3] посвящена поперечным колебаниям portalной несущей системы, полученные выражения собственных круговых частот дают основание рекомендовать закрытые профили для продольных силовых элементов несущих систем порталных машин.

Нерешенная часть общей проблемы. Работы [1] и [2] не учитывают специфическую компоновку порталных несущих систем, работа [3] посвящена изучению колебаний порталной машины в поперечной плоскости. Вместе с тем основные динамические нагрузки на порталную несущую систему формируются в процессе возмущенного движения в продольной плоскости.

Цель работы в этой связи состоит в разработке математической модели возмущенного движения порталной машины в продольной плоскости.

Изложение основного материала. Уравнение колебаний будем получать в форме уравнения Лагранжа второго рода [4]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + Q_j \quad j = 1, \dots, s, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия системы, Дж;

Π – потенциальная энергия системы, Дж;

q_j – j -я обобщенная координата;

Q_j – обобщенная сила неконсервативного происхождения, соответствующая j -й обобщенной координате;

s – количество степеней свободы.

На рис. 1 представлена расчетная схема несущей системы в возмущенном положении при моментном креплении грузоподъемных штанг. В качестве обобщенных координат принимаем y , φ и x – вертикальную координату, угол поворота рамы и горизонтальную координату груза соответственно.

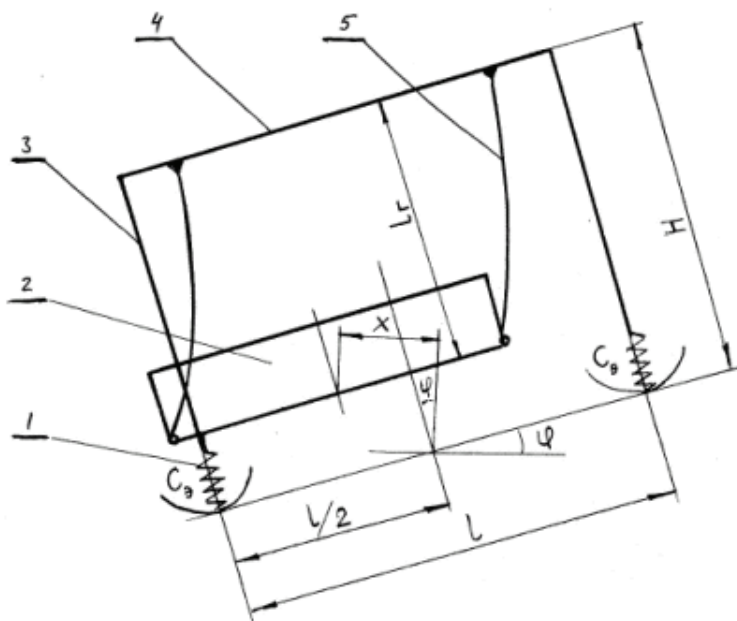


Рисунок 1 – Расчетная схема портальной несущей системы

1- подвеска, 2- груз, 3 – стойка, 4 – лонжерон, 5 – грузоподъемная штанга

Тогда выражения кинетической и потенциальной энергий принимают следующий вид:

$$T = \frac{1}{2}(m_k + m_z)\dot{y}^2 + \frac{1}{2}(J_k + J_z)\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m_k(h_c\dot{\varphi} + \dot{\nu})^2 + \frac{1}{2}m_z(\dot{x} + \dot{\nu})^2; \quad (2)$$

$$\Pi = C_y\left(y + \frac{L}{2}\varphi - h_1\right)^2 + C_y\left(y - \frac{L}{2}\varphi - h_2\right)^2 + \frac{1}{2}C_x\left(x - (H - L_z)\varphi\right)^2, \quad (3)$$

где m_k – масса конструкции, кг;

m_z – масса груза, кг;

J_k – момент инерции конструкции относительно центра массы системы, кг·м²;

J_z – момент инерции груза относительно центра массы системы, кг·м²;

h_c – высота центра массы конструкции, м;

v – скорость движения машины, м/с;

C_3 – приведенный коэффициент жесткости подвески, Н/м;

h_1 – высота неровностей под передней подвеской, м;

h_2 – высота неровностей под задней подвеской, м.

Выполняя действия по схеме уравнения Лагранжа второго рода, получаем следующие уравнения возмущенного движения:

$$(m_k + m_z)\ddot{y} + 4C_3 y = 2C_3(h_1 + h_2); \quad (4)$$

$$(J_k + J_z + m_k h_c^2)\ddot{\varphi} + (C_3 L^2 + C_x (H - L_z)^2)\varphi - C_x (H - L_z)x = -m_k h_c \dot{v} + C_3 L + (h_1 - h_2); \quad (5)$$

$$m_z \ddot{x} + C_x x - C_x (H - L_z)\varphi = -m_z \dot{v}. \quad (6)$$

Уравнение (4) – независимо, уравнения (5) и (6) образуют систему. Рассмотрим решение уравнения (4), которое после преобразований принимает канонический вид:

$$\ddot{y} + \omega_1^2 y = \frac{\omega_1^2}{2}(h_1 + h_2) \quad (7)$$

где ω_1 – собственная круговая частота вертикальных колебаний несущей системы, 1/с.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{4C_3}{m_k + m_z}} \quad (8)$$

Принимая синусоидальный закон изменения неровностей, получаем решение уравнения (7)

$$y = y_0 \cos \omega_1 t + \frac{\dot{y}_0}{\omega_1} \sin \omega_1 t + \frac{h_0}{\left|1 - \frac{4\pi^2 v^2}{L^2 \omega_1^2}\right|} \left[\sin\left(\frac{2\pi v t}{L} - \psi\right) + \sin\left(\frac{2\pi(v t - L)}{L} - \psi\right) \right], \quad (9)$$

где $y_0, \dot{y}_0$ – начальные условия, м, м/с;

h_0 – амплитудное значение синусоиды, аппроксимирующей среднестатистическую неровность, м;

L – длина соответствующей синусоиды, м;

ψ – фазовый угол, рад.

Учитывая, что первые два слагаемых в выражении (9) описывают свободные колебания, которые в реальных условиях быстро затухают, решение уравнения (7) можно записать следующим образом:

$$y = \frac{h_0}{\left|1 - \frac{4\pi^2 v^2}{L^2 \omega_1^2}\right|} \left[\sin\left(\frac{2\pi v t}{L} - \psi\right) + \sin\left(\frac{2\pi(v t - L)}{L} - \psi\right) \right]. \quad (10)$$

Не прибегая к решению системы уравнений (5) и (6), записываем соответствующее частотное уравнение

$$\begin{aligned} & \left((J_{\kappa} + J_{\varepsilon} + m_{\kappa} h_c^2) m_{\varepsilon} \right) (\omega^2)^2 - \left((J_{\kappa} + J_{\varepsilon} + m_{\kappa} h_c^2) C_x + \right. \\ & \left. + (C_{\varepsilon} L^2 + C_x (H - L_{\varepsilon})^2) m_{\varepsilon} \right) \omega^2 + C_x C_{\varepsilon} L^2 = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Вводим обозначения:

$$A = (J_{\kappa} + J_{\varepsilon} + m_{\kappa} h_c^2) m_{\varepsilon}; \quad (12)$$

$$(J_{\kappa} + J_{\varepsilon} + m_{\kappa} h_c^2) C_x + (C_{\varepsilon} L^2 + C_x (H - L_{\varepsilon})^2) m_{\varepsilon}; \quad (13)$$

$$C = C_x C_{\varepsilon} L^2 \quad (14)$$

С учетом обозначений (12) – (14) уравнение (11) принимает следующий вид:

$$A(\omega^2)^2 - B\omega^2 + C = 0. \quad (15)$$

и его решение:

$$\omega_2 = \sqrt{(B - \sqrt{B^2 - 4AC}) / 2A}; \quad (16)$$

$$\omega_3 = \sqrt{(B + \sqrt{B^2 - 4AC}) / 2A}, \quad (17)$$

где ω_2 и ω_3 - собственные круговые частоты несущей системы, 1/с.

Выводы. Таким образом, разработана математическая модель возмущенного движения портальной машины в продольной плоскости, получены собственные динамические характеристики несущей системы при колебаниях в продольной плоскости в случае моментного крепления грузоподъемных штанг.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейгул О.А. Частотный аспект нагружения несущих систем платформ // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: ДНВП "Системні технології", 1998. – Вип. 2. – С. 99-101.
2. Бейгул О.А. Колебания несущей конструкции самоходной металлургической платформы с учетом упругости узлов крепления двигательной установки // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: ДНВП "Системні технології", 1998. – Вип. 4. – С. 3-8.
3. Шматко Д.З. Исследование поперечных колебаний несущей системы технологического портального автомобиля // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: ДНВП "Системні технології", 2002. – Вип. 2(19). – С. 82-86.
4. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч. 2-я. Динамика: Учебник для техн. вузов. – 6-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1984. – 423 с.

Получено __.__.2006 г.

УДК 69.216-147:539.213

Г.А. Сребрянский, А.П. Стовпченко

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ И СКОРОСТИ ОХЛАЖДЕНИЯ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ЛЕНТЫ ИЗ РАСПЛАВА

Введение

При получении металлической ленты из расплава разливкой на наружную поверхность барабана-кристаллизатора реализуются условия охлаждения, позволяющие получать различные сплавы в аморфном или микрокристаллическом состоянии. Структура и свойства аморфных и микрокристаллических лент во многом определяются этими условиями [1-4]. Основными параметрами при этом являются толщина ленты, коэффициент теплопередачи на границе «расплав (лента) - барабан» и скорость охлаждения. Учитывая малую толщину получаемых лент (15-60) мкм и быстротечность процесса, определение указанных параметров является актуальным.

Постановка задачи

Поскольку экспериментальных работ по определению скорости охлаждения и коэффициента теплопередачи относительно мало [5-7], в настоящей работе ставилась задача определить коэффициент теплопередачи в процессе контакта ленты с барабаном и среднюю скорость охлаждения за этот период.

Материал и методика эксперимента

Для экспериментального определения искомых параметров использовали методику, теоретический аспект которой был описан в работе [8]. Определяли среднюю температуру ленты после схода с поверхности барабана, для чего сформировавшуюся ленту сразу после съёма с барабана направляли в калориметр с 0,8 л воды. При этом контролировали температуру расплава, скорость вращения барабана, точку подачи расплава на барабан и место отрыва ленты от его поверхности, толщину получаемой ленты. Схема опыта показана на рис.1.

По известным точкам подачи расплава и съёма ленты при известной скорости вращения барабана определяли время контакта с ним расплава (ленты). Зная температуру расплава перед разливкой, температуру ленты, слетающей с барабана и её время контакта с ним, можно определить некоторую среднюю скорость охлаждения ленты на барабане и коэффициент теплопередачи. Средняя температура покинувшей барабан ленты рассчитывалась по тепловому балансу калориметра:

$$c_v m_v T_v = c_l m_l T_l \quad (1)$$

где c, m, T – теплоёмкость, масса и температура, индексы « v » и « l » относятся к воде и ленте соответственно. Температура воды в калориметре (T_v) измерялась спиртовым термометром с точностью до $0,1^\circ\text{C}$. Масса ленты (m_l) определялась на электронных весах после её просушки, а теплоёмкость ленты (c_l) вычисляли по результатам дифференциального термического анализа (ДТА), полученным с помощью термоанализатора «Дюпон 990» в соответствующем диапазоне температур. Использовали сплав $\text{Fe}_{83}\text{B}_{17}$ (ат.%), ленту которого получали на стальном и медном барабанах-кристаллизаторах, и сплав Sendust (Fe-Al-Si), получаемый на стальном барабане.

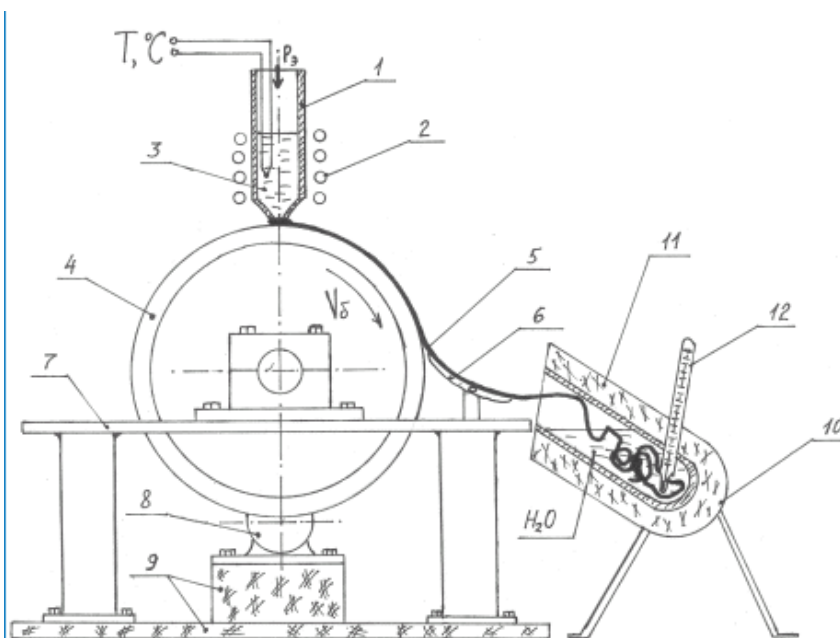


Рисунок 1 - Схема определения температуры аморфной ленты: 1-тигель; 2-индукционный нагреватель; 3-расплав; 4-закалочный барабан; 5-лента; 6-лентосъемник; 7-рабочий стол; 8-приводной двигатель; 9-вибропоглощающие основания; 10,11-калориметр и его теплоизоляция; 12-термометр.

В соответствии с теоретическим обоснованием [8], определяли приведенный коэффициент теплопередачи из формулы:

$$h_{\infty} = \frac{\alpha^* a_{\text{л}}}{\nu}, \quad (2)$$

где h_{∞} - толщина получаемой ленты, $a_{\text{л}}$ - её температуропроводность, а ν - теплофизический параметр, вычисляемый из соотношения:

$$\theta = e^{-\nu t}, \quad (3)$$

в котором t - время контакта ленты с барабаном, а θ - безразмерная температура:

$$\theta = \frac{T_{(x,t)} - T_{10}}{T_0 - T_{10}}, \quad (4)$$

где $T_{(x,t)}$ - средняя температура слетающей с барабана ленты, T_{10} - температура поверхности барабана, T_0 - температура расплава в момент разливки. После подстановки (4) в (3) и логарифмирования получаем выражение:

$$\nu = \frac{1}{t} \ln \frac{T_0 - T_{10}}{T_{(x,t)} - T_{10}}. \quad (5)$$

Теперь, определив температуру (среднюю) слетающей с барабана ленты с помощью калориметра (см. рис.1), замерив её толщину и время контакта с барабаном при известной температуропроводности можно определить приведенный коэффициент теплопередачи α^* (сделав в (2) все необходимые подстановки):

$$\alpha^* = \frac{h_{\infty} \nu}{a_{\text{л}}}. \quad (6)$$

Этот коэффициент теплопередачи α^* связан с искомым коэффициентом α соотношением:

$$\alpha = \lambda \cdot \alpha^*, \quad (7)$$

где λ - теплопроводность охлаждающегося слоя расплава или ленты. Здесь следует уточнить, что по различным экспериментальным данным, представленным в работе [3], значения теплопроводности расплава и ленты близки между собой (по крайней мере в рамках одного порядка) для сплавов на основе железа, никеля или кобальта [9]. Аналогичным образом ведет себя и температуропроводность, поэтому принимаем $\lambda = 40 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ и $a_{\text{л}} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ [3].

Результаты экспериментов и их обсуждение

Результаты экспериментов для сплава Fe₈₃B₁₇ (стальной барабан) представлены в таблице 1.

Таблица 1

Определение коэффициента теплопередачи при получении ленты на барабане из стали 45.

№№ п/п	Темпера- ту- ра расплава T ₀ , °C	Средняя темпера- ту- ра слетевш ей ленты, T _(x,t) , °C	Время контакт а ленты с барабан ом t, с*10 ⁻³	олщ ина лент ы h _∞ , мкм	Пара- метр v, с ⁻¹	Коэф- фицие нт α*, м ⁻¹	Коэф- фицие нт α, Вт/ м ² ·К* 10 ⁴	Средняя скорость охлажден ия $\bar{V}_{охл}$, К/с·10 ⁵
1	1450	350	2,96	27	495	1909	7,64	3,7
2	1300	310	3,3	28	450	1800	7,2	3,0
3	1470	670	3,8	38	211	1145	4,38	2,1
4	1300	540	3,2	35	281	1405	5,62	2,4
5	1435	710	3,3	45	216	1389	5,57	2,2

Полученные данные показывают прямое соответствие между коэффициентом теплопередачи и средней скоростью охлаждения, причём однозначной корреляции между этими двумя величинами и толщиной ленты или температурой расплава не просматривается.

С учетом среднеквадратичной ошибки, посчитанной в соответствии с [10] для α и $\bar{V}_{охл}$ по формулам:

$$\sigma(\alpha) = K \sqrt{\frac{\sum \alpha^2}{5} - (\bar{\alpha})^2} \quad \text{и} \quad (8)$$

$$\sigma(\bar{V}_{охл}) = K \sqrt{\frac{\sum \bar{V}_{охл}^2}{5} - (\bar{\bar{V}}_{охл})^2}, \quad (9)$$

где $K=1,118$, получаем $\alpha=(5,22 \pm 3,79) \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$, а $\bar{V}_{охл}=(2,68 \pm 0,67) \cdot 10^5 \text{ К/с}$.

Полученные экспериментальным путем данные хорошо вписывались в диапазоны значений, полученных расчётным [11-16] и экспериментальным путём [5-7, 17].

Результаты аналогичных измерений, но для медного барабана, представлены в таблице 2.

Таблица 2

Определение коэффициента теплопередачи при получении ленты на барабане из меди

№	Температура расплава T_0 , °C	Средняя температура слетевшей ленты $T_{(x,t)}$, °C	Время контакта ленты с барабаном t , с*10-3	Толщина ленты h_∞ , мм	Параметр ν_1 , с ⁻¹	Коэффициент α^* , с ⁻¹	Коэффициент α , Вт/м ² ·К·10 ⁴	Средняя скорость охлаждения $\bar{V}_{охл}$, К/с·10 ⁵
1	1200	300	3,3	30	436	1869	7,48	2,73
2	1280	393	2,7	22	451	1417	5,67	3,29
3	1350	230	2	30	923	3956	15,82	5,6
4	1180	186	2	20	972	2777	11,11	4,97
5	1180	330	2,7	40	489	2794	11,18	3,15
6	1200	357	2,97	35	422	2110	8,44	2,84
7	1300	420	2,7	40	431	2463	9,85	3,26

В отличие от стального барабана величины скоростей охлаждения для медного уже не показывали однозначного соответствия с коэффициентом теплопередачи. Но, так же как и в предыдущем случае, однозначная корреляция между толщиной ленты и температурой расплава отсутствует. Статистическая обработка результатов таблицы 2 по выражениям (8) и (9) даёт:

$$\alpha = (9,94 \pm 3,37) \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К} \text{ и } \bar{V}_{охл} = (3,69 \pm 1,17) \cdot 10^5 \text{ К/с}$$

Сравнение полученных значений для двух барабанов показывает незначительную разницу между коэффициентами теплопередачи и скоростями охлаждения на медном и стальном барабанах выше, но, хотя различие между теплопроводностью стали и меди велики (≈ 8 раз). Отсюда можно предположить, что условия охлаждения будут зависеть не только от температуры расплава, толщины ленты и теплопроводности барабана, но и от условий контакта ленты (расплава) с его поверхностью (что в данной работе не контролировалось из-за коррозии в калориметре лент сплава $\text{Fe}_{83}\text{B}_{17}$).

Дополнительная проверка точности определения температуры слетающей ленты, проведенная на микрокристаллическом сплаве Sendust (Fe-Al-Si), подтвердила правомерность выбранной методики, поскольку лента сходила с барабана при температуре 850-950⁰C, что согласовывалось с ранее полученными данными [18]. В опытах с этим сплавом использовали барабан из стали 45 (медный сплавом Sendust не смачивается), температура расплава варьировалась в пределах 1400-1450⁰C, а скорость барабана – от 25 до 30 м/с. При этом

сформировавшаяся лента отделялась от поверхности барабана самопроизвольно через 50-60мм от точки подачи расплава с указанной выше температурой (850-950⁰С), что наблюдалось даже невооруженным глазом.

Учитывая, что температуры разливки аморфного сплава Fe₈₃B₁₇ и Sendust различаются между собой незначительно, разницу в температурах слетающих с барабана лент обоих сплавов можно объяснить выделением скрытой теплоты кристаллизации. Эта теплота выделяется при формировании ленты сплава Sendust и замедляет её охлаждение в контакте с барабаном. В результате, при практически одинаковых толщинах и длине зоны контакта (времени контакта) с барабаном-кристаллизатором, ленты микрокристаллического сплава Sendust имеют более высокую температуру (см. рис.2).

Если при формировании аморфной ленты снижение её температуры происходит относительно монотонно по мере удаления от жидкой лужицы (рис. 2а), то тепловыделение в процессе кристаллизации вносит свой вклад в конечную температуру ленты и обуславливает её более высокую температуру на аналогичном удалении от лужицы (рис. 2б).

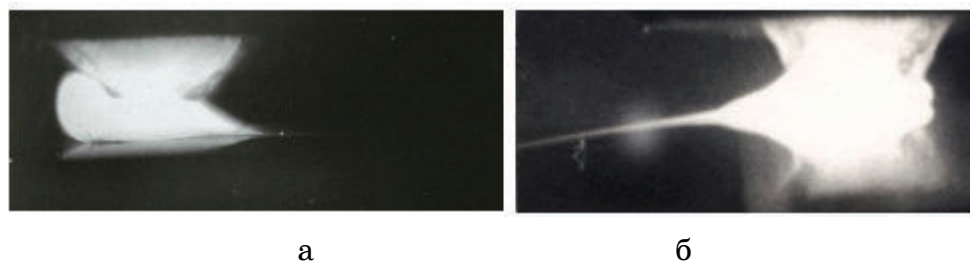


Рис.2 Формирование ленты из расплава на поверхности барабана: а – аморфной, б – микрокристаллической (сплав Sendust), x8.

Выводы

Результаты проведенных экспериментов показали, что коэффициенты теплопередачи на границе «расплав (лента) – барабан» и скорости охлаждения находятся в рамках одного порядка ($5 \div 9 \cdot 10^4$ Вт/м²К и $2 \div 4 \cdot 10^5$ К/с), несмотря на значительную разницу в коэффициентах теплопроводности (≈ 8 раз) стального и медного барабанов. Это указывает на их зависимость от плотности контакта ленты (расплава) с поверхностью барабана-кристаллизатора, определяемых условиями смачивания.

Показано также, что охлаждение аморфных лент отличается от охлаждения микрокристаллических отсутствием выделения скрытой теплоты кристаллизации, которая препятствует монотонному снижению температуры в процессе затвердевания ленты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чернов В.С., Иванов О.Г., Евтеев А.С. Основные факторы формирования свойств аморфных магнитомягких сплавов// Материаловедение. -2001. - №4. -С 38 - 43.
2. Сребрянский Г.А., Стародубцев Ю.Н. Основные принципы совершенствования технологии производства аморфной ленты// Сталь. - 1991. -№9. -С.73 - 78.
3. Сребрянский Г.А., Стовпченко А.П., Чудная В.Л. Анализ условий формирования металлической ленты при закалке расплава на вращающемся барабане// Сучасні проблеми металургії. Наукові праці. -том7. -С. 54-68. Дніпропетровськ: Системні технології., 2005. -151с.
4. Маркелов Н.Д., Сребрянский Г.А. Зависимость структурных факторов аморфных лент от условий закалки расплава// Расплавы. -1990. -№1. - С.91 - 93.
5. Cremer P., Bigot J. An infrared thermography study of the temperature variation of an amorphous ribbon during production by planar flow casting// Mat. Sci. Eng. -1988. -№98. -Р.95 - 97.
6. Ткач В.И., Белошов О.Н., Селяков Б.И., Набережных В.П. Исследование режима охлаждения расплава $\text{Fe}_{40}\text{Ni}_{40}\text{P}_{14}\text{B}_6$ // Расплавы. -1990. -№1. - С.80 - 82.
7. Stephani G., Miihlbach H., Fiedler H., Richter G. Infrared measurements of the melt puddle in planar flow casting// Mater. Sci. Eng. -1988. -V. 98. -Р.29 - 32.
8. Борисов В.Т., Сребрянский Г.А. О формировании аморфной металлической ленты при закалке расплава Изв.АН СССР. Металлы. - 1984. -№4. -С.82 - 85.
9. Борисов В.Т. и др. Теплофизическая модель формирования аморфного волокна на кромке диска// Сталь. -2003. -№8. -С.77 - 80.
10. Салтыков С.А. Стереометрическая металлография. М.:Металлургия, 1976. -360с.
11. Быстрозакалённые металлы. Сб. научных трудов под редакцией Б.Кантора, -М. : Металлургия, 1983. - 326с.
12. Металлические стёкла, Под. ред. Гилмана Дж.Дж. и Лими Х.Дж., США, 1978; Пер. с англ. - М.: Металлургия, 1984. - 267с.
13. Pavuna D. Production of metallic glass ribbons by the chill-black melt-spinning technique in stabilized laboratory conditions. // J. Mater. Sci. - 1981. - №16. - Р.2419 - 2433.
14. Сверхбыстрая закалка жидких сплавов: Сб. научн. трудов. Под ред. Борисова В.Т. М.: Металлургия. - 1986. -375с.
15. Shingu P.H., Kobayashi K., Suzuki R. and Takeshita K. Cooling process of the single roller block casting//Proc. 4th Int. Conf. on Rapidly Quenched Metals (Sendai, 1981). - V.1. - P.57 - 60.

16. Takeshita K. and Shindu P.H. An Analysis of the Heat Transformation during Rapid Quenching. // Trans. of Jap. Inst. Metals. – 1983. - V.24. - №5. - P.293 - 300.
17. Warrington D.H., Davies H.A. and Shohoji N. Estimation of cooling rate during rapid solidification processing of Ni-based superalloys using photograph. // Proc. 4th Int. Conf. on Rapidly Quenched Metals (Sendai, 1981). - V.1/. - P.69 - 72.
18. Ohmori K., Arai K., Tsuya N. Ribbon form Sendustalloy made by rapid quenching methods. // Appl. Phys. – 1980. - V.21. - №4. - P.335 - 338.

Получено __.__.2006 г.

УДК 621.9.048

Ю.М.Ревенко

**РАЗРАБОТКА РАСЧЕТНОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ОПТИМАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ
СОВМЕЩЕННОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ И
ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ТВЕРДЫХ СПЛАВОВ**

Введение. Данная работа посвящена оптимизации режимов совмещенной ультразвуковой (УЗ) и электрохимической (ЭХ) обработки твердых сплавов для повышения ее производительности.

Цель статьи – на основе ранее выведенной автором зависимости производительности совмещенной УЗ и ЭХ обработки твердых сплавов от ее параметров [1,2,3] разработать расчетный метод определения оптимальных технологических режимов совмещенной обработки твердых сплавов при заданной точности обработки и шероховатости обработанной поверхности.

Использование этих режимов, соответствующих максимальной производительности обработки в условиях острого дефицита твердых сплавов, а особенно вольфрамосодержащих, широко применяемых для изготовления технологической оснастки (фильер, матриц и пуансонов штампов и др.), и большой трудоемкости их размерной обработки, является весьма актуальной проблемой.

Основное содержание. К числу основных путей повышения эффективности совмещенной обработки твердых сплавов следует отнести оптимизацию ее режимов. Так как при совмещенной УЗ и ЭХ обработке твердых сплавов анодное растворение не изменяет основных закономерностей УЗ обработки [4], то для рассмотрения вопросов оптимизации ее режимов целесообразно проанализировать существующие способы выбора оптимальных режимов и при УЗ обработке.

Учеными СССР разработан ряд методов по определению оптимальных режимов УЗ обработки твердых и хрупких материалов. В их числе экспериментальный, графический и расчетный методы.

На практике выбор режимов размерной УЗ обработки производился в следующей последовательности [5]:

- выбирается зернистость абразива, в соответствии с заданной точностью и шероховатостью обрабатываемой поверхности;

- выбираются размеры концентратора с коэффициентом усиления, обеспечивающим получение максимально допустимой амплитуды холостого хода;

- определяется экспериментально оптимальное усилие подачи. Для чего проводится ряд опытов с различными усилиями подачи при постоянных значениях амплитуды, зернистости абразива и давления в системе подачи абразивной суспензии. Строится график зависимости производительности от усилия подачи и определяется искомое усилие подачи.

Экспериментальный метод определения оптимальных режимов УЗ обработки обладает следующими недостатками [6,7]:

- во-первых, при выборе коэффициента усиления концентратора по максимальной амплитуде холостого хода не учитываются реальные условия обработки (влияние на него нагрузки, усилия подачи, зернистости абразива);

- во-вторых, для экспериментального определения усилия подачи необходимо проводить опыты не с одним, а с рядом концентраторов, имеющими различные коэффициенты усиления и рабочие амплитуды колебаний, т.к. оптимальный коэффициент усиления фактически не был установлен.

Следовательно, экспериментальный метод не обеспечивает определения оптимального коэффициента усиления концентратора и оптимального усилия подачи инструмента. Если же эксперименты проводить для целого ряда концентраторов с различными коэффициентами усиления, усилиями подач и рабочими амплитудами, то это для условий производства является очень трудоемким процессом и практически неосуществимым. Поэтому, как правило, выбранные режимы не являются оптимальными и не соответствуют максимальной производительности, т.е. энергоемкое оборудование используется частично, что значительно повышает себестоимость обработки [5].

С целью уменьшения трудоемкости выбора оптимальных режимов УЗ обработки в ЭНИМСе была разработана методика [8,9] по выбору усилия подачи по эмпирическим диаграммам, с учетом площади обработки и давления абразивной суспензии (рис. 1).

Однако данная методика также не обеспечивает получение оптимального значения усилия подачи инструмента, т.к. не

учитывает влияния на него зернистости абразива и амплитуды колебания инструмента. Кроме того, графическая зависимость, полученная в ЭНИМСе (рис. 1) для определения оптимального усилия не учитывает большого разброса по характеристикам колебательных систем ультразвуковых станков [7].

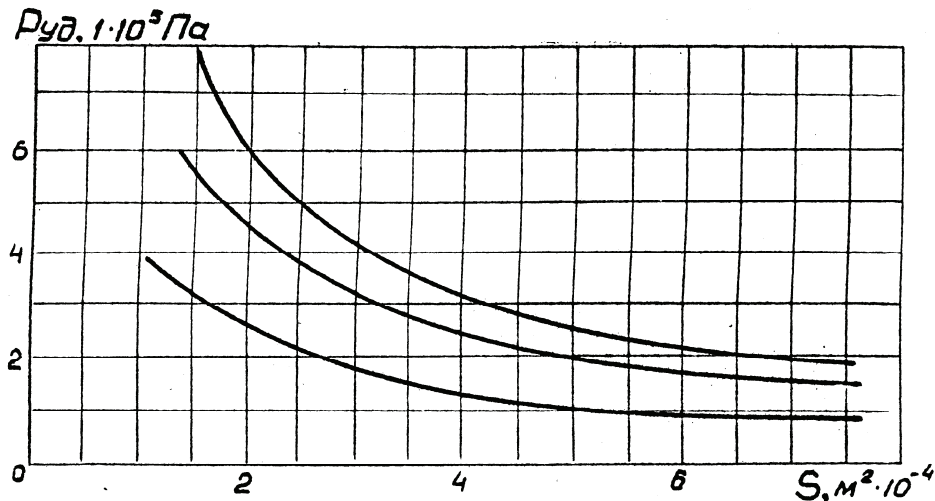


Рисунок 1 - Зависимость удельной силы прижима $P_{уд}$ от площади обработки S и давления абразивной суспензии [10]

Учитывая недостатки описанных методов, Поляковым З.И. и Вшивцовым А.З., была получена теоретическая зависимость производительности УЗ обработки от её технологических параметров, которая была положена ими в основу расчетного метода определения оптимальных режимов [7, 11].

При совмещенной УЗ и ЗХ обработке твердых сплавов её оптимальные режимы (рабочая амплитуда, усилие подачи и коэффициент усиления концентратора) не совпадают по абсолютной величине с режимами, присущими чисто УЗ обработке. Это связано с тем, что оптимальные режимы УЗ обработки без совмещения с ЭХ не являются оптимальными для совмещенной обработки, т.к., при их выборе или расчете не учитывается анодное растворение твердого сплава, т.е. уменьшение прочности и повышение хрупкости обрабатываемой поверхности за счет анодного растворения кобальтовой связки.

Основываясь на положительные результаты, достигнутые в области расчета оптимальных режимов УЗ обработки, для случая совмещенной обработки использовалась выведенная функциональная зависимость производительности от режимов совмещенной обработки

твердых сплавов [2]. После постановки в нее найденных значений K_A , K_i и K_ξ получим её окончательный вид (1). Так как размерность амплитуды колебаний в данной зависимости в м $\cdot 10^{-2}$, то коэффициент K_A будет определяться следующим выражением:

$$K_A = 1 + 0,6 \cdot (1 - 10^{-239A}).$$

$$M_{COBM} = \theta \cdot C \cdot i \cdot F [1 + 0,6(1 - 10^{-239A})] \cdot [3 - 0,2(\xi - 10)^2] + 0,25 \cdot K_l^3 \cdot K_\phi \cdot N \cdot \rho^{1,5} \cdot f \cdot \eta^{-3} \cdot \sigma^{-1} \cdot K_I - \gamma_{\max}^{5,608} \cdot (K_{III} \cdot \gamma_{\max}^{0,84} - \delta_{нач.}) \cdot EXP[-(\bar{\xi} - \xi_{\max})^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma^{-2}] \cdot [1 + 5(1 - 10^{-0,0159i})] \quad (1)$$

Так как совмещенная обработка используется преимущественно в качестве черновой операции, то оптимальными режимами будут такие, которые соответствуют максимальной производительности при заданных точностях обработки и шероховатости обработанной поверхности.

При оптимизации совмещенной обработки использовались следующие параметры системы:

1. Площадь обработки F ;
2. Величины шероховатости обработанной поверхности и точности обработки;
3. Предельная возмущающая сила станка $P_{пред.}$;
4. Параметры механической колебательной системы l_n, l_k, l_h - длины магнитострикционного преобразователя, промежуточного концентратора, расчетная резонансная длина концентратора-инструмента;

$\beta_n, \beta_k, \beta_h$ - постоянные затухания преобразователя, промежуточного концентратора и концентратора-инструмента;

$W_{1, \dots, 5}$ - акустические сопротивления элементов трехполуволновой колебательной системы станка, представленной на рис. 2.

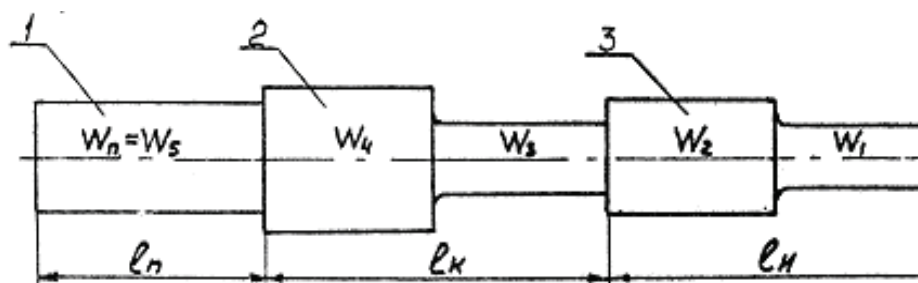


Рисунок 2 - Трехполуволновая колебательная система станка мод. 4Б772: 1 - магнитострикционный преобразователь; 2 - промежуточный концентратор; 3 - концентратор-инструмент

5. Физико-механические свойства обрабатываемого твердого сплава, абразива и инструмента.

Значение $P_{пред.}$ обычно приведено в паспорте станка или определяется экспериментально. Для станка 4Б772 эта величина находится в диапазоне $(3 \div 4) \cdot 10^3$ Н [8,10]. В данном случае станок имел $P_{пред.} = 3,4 \cdot 10^3$ Н.

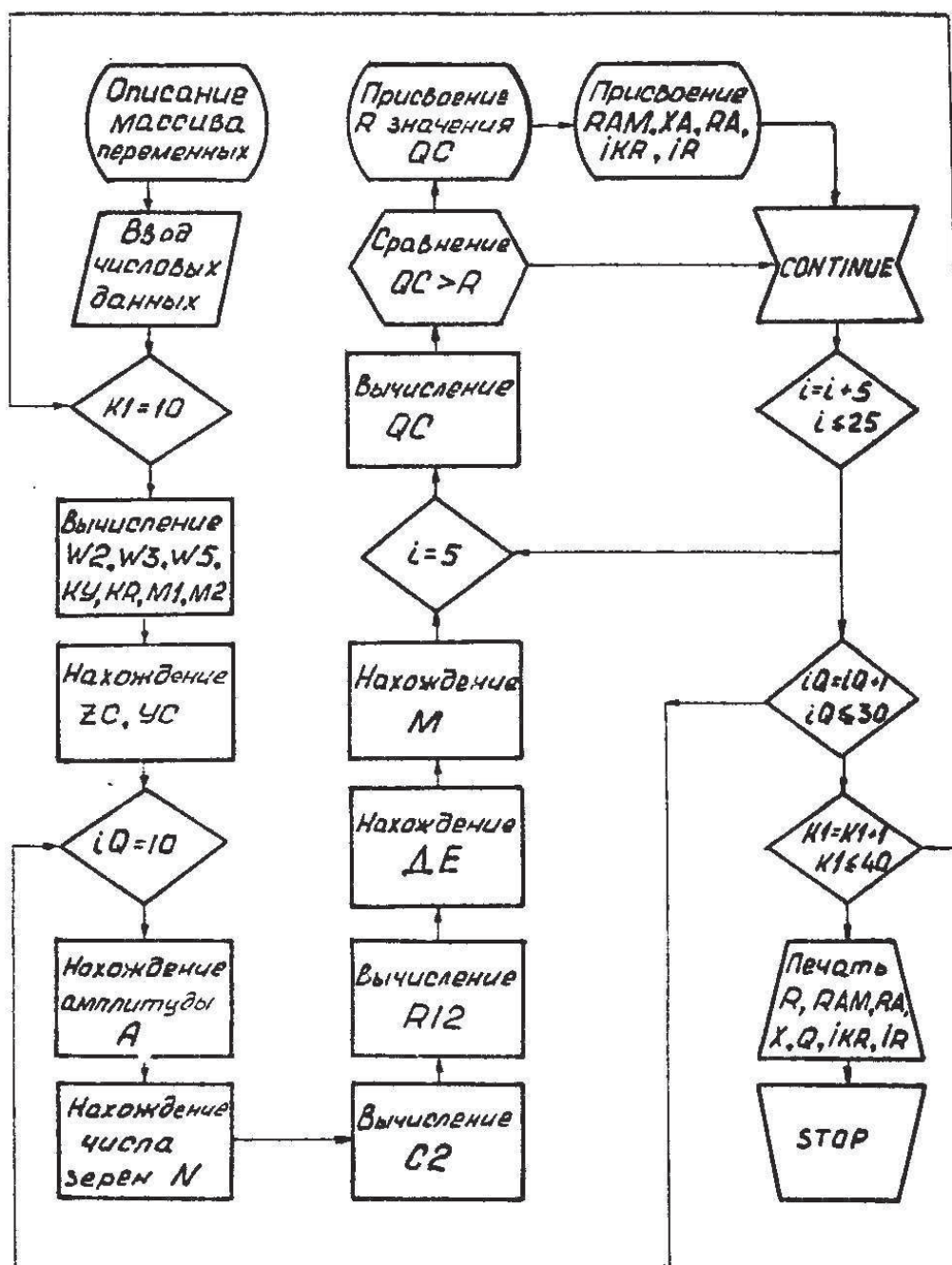


Рисунок 3 - Блок-схема алгоритма расчета режимов совмещенной обработки

При составлении программы расчета на ЭВМ оптимальных режимов в нее были введены характеристики механической колебательной системы станка Z_C и Y_C , связанные с амплитудой холостого хода A_{XX} , усилием подачи Q и рабочей амплитудой выражением [5].

$$A = Z_C \cdot A_{XX} - Y_C \cdot Q$$

и определяемые зависимостями [94]:

$$Y_C = \frac{[0,003F + 3 \cdot 10^{-4}(F)^{\frac{1}{3}}] \cdot K_R \cdot K_5 \cdot 10^{-4}}{(K_3 \cdot \beta_n \cdot l_n + K_4 \cdot \beta_n \cdot l_n + 10^{-4} \cdot K_R \cdot K_5) \cdot F} \quad (2)$$

$$Z_C = \frac{K_3 \cdot \beta_n \cdot l_n + K_4 \cdot \beta_n \cdot l_n}{K_3 \cdot \beta_n \cdot l_n + K_4 \cdot \beta_n \cdot l_n + 10^{-4} \cdot K_R \cdot K_5} \quad (3)$$

где $K = \frac{W_2}{W_1}$ - коэффициент усиления концентратор-инструмента;

$K_\kappa = \frac{W_4}{W_3}$ - коэффициент усиления промежуточного концентратора;

$$K_3 = (W_3 + W_4) \cdot K^{-1} + K_\kappa (W_1 + W_2); \quad (4)$$

$$K_4 = W_5 (K \cdot K_\kappa)^{-1}; \quad (5)$$

$$K_5 = W_5 = W_1 \cdot K \cdot K_\kappa; \quad (6)$$

$$K_R = (1.704 \cdot 10^{-6} \cdot \eta^{-1})^{0.24} \quad (7)$$

η - упругая постоянная материалов детали, абразива и инструмента. Величина определялась по формуле [12] :

$$\eta^{2/3} = \eta_1^{2/3} + \eta_2^{2/3} \quad (8)$$

$$\eta_1 = E_1^{-1}(1 - \mu_1^2) + E_2^{-1}(1 - \mu_2^2) \quad (9)$$

где η_1 - соответствует материалам инструмента (индекс 1);

η_2 - соответствует материалам абразива (индекс 2) и детали (индекс 3).

где E - модуль упругости I рода (модуль Юнга);

μ - коэффициент Пуассона.

В программу вычисления на ЭВМ оптимальных режимов совмещенной обработки вносим также зависимости, связывающие параметры распределения размеров зерен $\bar{\xi}_{исх}$, $\xi_{исх}^*$, $\bar{\xi}_{\max исх}$, $\sigma_{исх}$ и значения рабочей амплитуды A и усилия подачи Q , установленные в работе А.В.Вшивцова [5] :

$$\bar{\xi} = \bar{\xi}_{исх} - \epsilon_1 \cdot Q \cdot A \quad (10)$$

$$\xi^* = \xi_{исх}^* - \epsilon_2 \cdot Q \cdot A; \quad (11)$$

$$\xi_{\max} = \xi_{\max исх} - \epsilon_3 \cdot Q \cdot A \quad (12)$$

$$\sigma = 3 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma_{исх} \left[\frac{e_4 \cdot Q \cdot 88,65 - e_5 \cdot Q^2}{e_6 \cdot A^2 \cdot e_7 \cdot A - 2,5 \cdot 10^{-4}} \right] \quad (13)$$

Так как не все обозначения величин, входящих в формулу (1) совпадают с приведенными в блок-схеме и программе ниже дается таблица их соответствия (таблица 1).

Таблица 1

Соответствие обозначений величин, приведенных в программе и блок-схеме

Обозначение в программе	Обозначения в формуле	Обозначения в программе	Обозначения в формуле
X	K1/10	K1P	K _I
C1	$\sigma_{исх}$	K1R	K _I
C2	σ	K2R	K _{II}
QC	M _{СОВМ}	KF	K _Ф
R	maxM _{СОВМ}	B1	B ₁
RA	A _{ОПТ}	B2	B ₂
AXX	A _{XX}	B3	B ₃
IKP	N _{ОПТИМАЛЬНОЙ ЗЕРНИСТОСТИ}	B4 B5	B ₄ B ₅
IR	i	B6	B ₆
R1 (ИК)	ξ	B7	B ₇
R2 (ИК)	$\bar{\xi}$	B27	β_n
R3 (ИК)	$\xi_{исх}^*$	EF	f
R4 (ИК)	$\xi_{MAX.исх}$	F	F _И
R5 (ИК)	$\xi_{MAX.}$	M1	$K_3 \cdot \beta_n \cdot l_n +$
R6 (ИК)	ξ^*		$K_4 \cdot \beta_n \cdot l_n$
R7 (ИК)	$(\bar{\xi} - \xi_{MAX})^2 / \sigma^2$	M2	$K_3 \cdot \beta_n \cdot l +$
R8 (ИК)	ρ		$K_4 \cdot \beta_n \cdot l_n +$
R12	γ		$10^{-4} \cdot K_5 \cdot K_R$
K2	K ₂	DE	$\delta_{НАЧ}$
KK	K _K	ZC	M1/M2=Z _C
KAR	X	K11R	K _{III}
KO	K _{Об.}	YC	y _C
B11	β_n	IQ	Q
H	η	L1	$l_n = l_R$
L	l_n		

В качестве примера расчета оптимальных режимов с помощью выведенной нами зависимости (1) рассмотрим обработку совмещенным ультразвуковым и электрохимическим способом отверстия $\varnothing 31,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ($F = 7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$) в пластине из твердого

сплава марки ВК15 на станке мод. 4Б772 с предельной возмущающей силой $P_{\text{пред.}} = 3,4 \cdot 10^3$ Н. Заданные шероховатость обработанной поверхности $R_z = 20$ мкм, точность $\pm 1 \cdot 10^{-4}$ м.

Исходя из условий заданной шероховатости обработанной поверхности и точности обработки была выбрана шероховатость абразива №10 (абразив-карбид бора). В качестве абразивонесущего электролита использовали рекомендуемый ЭНИМСом [8] состав, в вес, %: NaNO_3 – 15, NaNO_2 – 1, абразив – 19, вода – 65. Давление абразивной суспензии выбрали равным $Q_{\text{уд}} = 2 \cdot 10^5$ Па.

Так как площадь обработки более (0,00025 – 0,00090) м² по рекомендациям [10] был выбран ступенчатый концентратор-инструмент с центральным отверстием для прокачки абразивонесущего электролита $\varnothing 9 \cdot 10^{-3}$ м. Материал концентратора-инструмента – сталь 40Х (термообработка–улучшение, HRC 34÷40).

Определяем экспериментально резонансную частоту холостого хода колебательной системы станка с помощью пробного концентратора.

Максимальную амплитуду холостого хода выбирали из условия усталостной прочности концентратора-инструмента, $A_{\text{ХХ}} = 50$ мкм. Перед обработкой детали $A_{\text{ХХ}}$ устанавливали варьируя мощностью УЗ генератора станка.

Для нахождения наибольшего значения величины $M_{\text{совм}}$ согласно блок-схемы (рис. 3) образовались 3 цикла. Первый по К1 изменялся от 10 до 40 с шагом 1. Второй цикл образовывался по 100 Н до 300 Н с шагом 10 Н (верхний предел усилия подачи взят по паспортным данным станка мод. 4Б772). Третий цикл организовывался по i , при изменении плотности тока $(5\div 25) \cdot 10^4$ А/м² с шагом 5-10 (использование значений плотности тока выше верхней границы значительно снижает точность совмещенной обработки и увеличивает трудоемкость последующей чистовой обработки отверстия (т.е. УЗ обработки)).

С помощью оператора сравнения значения вычисленных $M_{\text{совм}}$ сравнивались с предыдущим значением и запоминалось большее. И, таким образом, из всех значений $M_{\text{совм}}$ выбиралось наибольшее. В печать выводились значения максимальной производительности совмещенной УЗ и ЭХ обработки твердого сплава, а также соответствующие ей оптимальные режимы обработки $A_{\text{раб.}}$, $K_{\text{опт.}}$, $Q_{\text{опт.}}$,

$i_{\text{опт.}}$ Ниже приводим список значений, констант и рассчитываемых величин, вводимых в программу:

$$\begin{aligned} B1 &= 0,0145; & B2 &= 0,023; & B3 &= 0,0185; & B4 &= 1,02; \\ B5 &= 0,0127; & B6 &= -0,28; & B7 &= 0,0081; & & \text{(табл.2).} \end{aligned}$$

Таблица 2 [5]

Значение констант, вводимых в программу, в зависимости от удельного давления абразивной суспензии

Зернистость № 10							
P, $\text{Па} \cdot 10^5$	$B_1,$ $(9,8H)^{-1}$	$B_2,$ $(9,8H)^{-1}$	$B_3,$ $(9,8H)^{-1}$	$B_4,$ $(9,8H)^{-1}$	$B_5,$ $(9,8H)^{-1}$	$B_6,$ $(9,8H)^{-1}$	$B_7,$ $(9,8H)^{-1}$
1	0,02090	0,0460	0,0370	1,000	0,0200	1,0000	0,0220
1,5	0,0220	0,0350	0,0280	0,0650	0,0090	0,2300	0,0180
2,0	0,0145	0,0230	0,0185	0,0200	0,0127	-0,2900	0,0081
3,0	0,0062	0,0099	0,0079	0,4360	0,0023	-0,3420	0,0077

Значение параметров распределения размера зерен абразива в неработавшем порошке даны в таблице 3.

Таблица 3 [5]

Параметры распределения размеров абразивных зерен в неработавшем порошке

Номера зернистости	$\bar{\xi}_{\text{исх}} \cdot 10^{-6},$ м	$\xi_{\text{исх}} \cdot 10^{-6},$ м	$\xi_{\text{max/исх}} \cdot 10^{-6},$ м	$\sigma_{\text{исх}} \cdot 10^{-6},$ м
3	28	26	50	6,7
10	99	76	160	23

$$R2(IK) = \bar{\xi}_{\text{исх}} = 99 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$R3(IK) = \xi = 76 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$R4(IK) = \xi_{\text{maxисх}} = 106 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$F = 7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$KAP = \chi = 0,25$ (объемная концентрация абразива в воде). Вероятные радиусы округления абразивных зерен карбида бора и коэффициенты заполнения для его порошков выбираются из таблиц 4,5.

Таблица 4 [5]

Радиусы скругления абразивных зерен

Номера зернистости	3	6	10	12	16
ρ ; мкм	4	5	6	7	9

Таблица 5 [5]

Коэффициенты заполнения порошков карбида бора

Номера зернистости	3	6	10	12	16
$K_{\text{об}}^{-1}$	1,55	1,22	1,33	1,48	1,6

$$R8 = \rho = 6 \text{ мкм}$$

$$K0 = K_{06} = 1,33^{-1}$$

Эмпирические коэффициенты K_1 , K_2 , K_Φ характеризующие физико-механические свойства материалов наиболее часто подвергающиеся ультразвуковой обработке даны в таблице 6.

Таблица 6 [5]

Эмпирические коэффициенты, характеризующие свойства обрабатываемых материалов

Обрабатываемый материал	$K_1 \cdot 10^3$, м/Н	$K_2 \cdot 10^{-2}$, Н/м ²	K_Φ
Стекло	1,7	1,75	152
Кварц	1,17	10,01	202
Твердый сплав ВК15	0,48	21,0	2590
Керамика	1,3	6,51	475
Феррит	3,2	13,3	49

$$K1P = K_1 = 0,48 \cdot 10^{-5} \text{ м/Н};$$

$$K2 = K_2 = 21 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}^2;$$

$$KF = K_\Phi = 2590;$$

$$K1R = K_1 = 1000;$$

$$K2R = K_\Pi = 6,1;$$

$$K11R = K_{III} = 0,228;$$

$C = 1,133 \text{ г/А} \cdot \text{ч}$ – электрохимический эквивалент твердого сплава ВК15

$$H = \eta = 0,589 \cdot 10^{-9} \text{ м/Н};$$

$$EXP = 2,718;$$

$$L1 = ln = lk = 0,12 \text{ м};$$

$$L = ln = 0,11 \text{ м}.$$

Постоянные затухания преобразователя, промежуточного концентратора и концентратора-инструмента определены в работе З.И.Полякова [11]:

$$B27 = \beta_k = 0,4 \text{ м}^{-1};$$

$$B11 = \beta_k = \beta_n = 0,0052 \text{ м}^{-1};$$

$$W1 = W_{0(1)} \cdot F_1 = 40,4 \cdot 10^6 \cdot 7 \cdot 10^{-4} = 282900 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$$

$$W3 = W_{0(3)} \cdot F_3 = 40,4 \cdot 10^6 \cdot 12,56 \cdot 10^{-4} = 30566 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$$

$$W4 = W_{0(4)} \cdot F_4 = 40,4 \cdot 10^6 \cdot 32,15 \cdot 10^{-4} = 130000 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$$

$$W5 = W_n \cdot W_{0(5)} = 43,5 \cdot 10^6 \cdot 30,25 \cdot 10^{-4} = 131587 \text{ Н} \cdot \text{с/м}.$$

Удельные акустические сопротивления даны в таблице 7.

Таблица 7 [13]

Удельные акустические сопротивления различных материалов

Материал	Плотность ρ , $H/m^3 \cdot 10^4$	Модуль Юнга E , $Па \cdot 10^7$	Скорость продольных волн $V_L, (м/с) \cdot 10^3$		Удельное волновое сопротивление W_o , $Па \cdot с / м \cdot 10^6$
			В стержне	В неограниченной среде	
Алюминий	2,7	7100	5,08	6,32	13,7
Вольфрам	19,1	35000	4,31	5,46	82,3
Железо сталь	7,8	21000	5,17	5,85	40,4
Никель	8,86	20540	4,78	5,63	42,5
Сплав пермендюр	8,2	-	5,30	-	43,5
Чугун	7,7	-	3,85	4,50	28,7
Стекло кронглас	2,5	7200	5,30	5,66	13,26

Время счета оптимальных режимов составило около 1 минут. В результате были получены расчетные значения максимальной производительности совмещенной УЗ и ЭХ обработки твердого сплава $M_{совм} = 6,53 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{с}$, которой соответствуют следующие оптимальные режимы обработки:

$$RA = A = 46,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}; X = K_{опт.} = 4;$$

$$IQ = Q_{опт.} = 116 \text{ Н};$$

$$IR = i = 25 \cdot 10^4 \text{ А/м}^2.$$

По найденному оптимальному усилию подачи устанавливаемого рабочего значение:

$$Q_{раб.} = Q_{опт.} + Q_{уд.} \cdot F_{и} = 256 \text{ Н}$$

Диаметр комельной части концентратора-инструмента D_2 определяем по следующим зависимостям:

$$X = \frac{W_2}{W_1} = 4 = \frac{D_2^2}{D_1^2}; \quad D_2 = \sqrt{4 \cdot D_1^2} = 62,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Изготавливаем концентратор-инструмент $D_{вх} = 62,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $D_{вых.} = 31,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $d_{внутр.} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $L = 120 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

и с его помощью производим совмещенную обработку твердосплавной пластины. При использовании найденных оптимальных режимов получена скорость съема $6,08 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{с}$ при рабочей амплитуде $46 \cdot 10^{-6} \text{ м}$; т.е. точность расчета максимальной производительности составила 7%. Для сравнения производилась совмещенная обработка отверстия диаметром $31,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ в детали из

твердого сплава при режимах, найденных по известной методике [10]. Получена скорость съема $M_{\text{совм.}} = 4,78 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{с}$. Таким образом, использование данной методики расчета режимов совмещенной УЗ и ЭХ обработки твердосплавной технологической оснастки позволяет увеличить производительность в среднем на 25-30% и снизить себестоимость изготовления.

Выводы. Разработанный расчетный метод определения оптимальных технологических режимов совмещенных УЗ и ЭХ обработки твердых сплавов позволяет по сравнению с применяемым на практике графическим и экспериментальным методами очень оперативно на ЭВМ определять режимы соответствующие максимально возможной производительности. А это в условиях относительно большой энергоемкости процесса совмещенной обработки делает ее еще более конкурентоспособной по сравнению с альтернативными методами обработки точных отверстий твердосплавной технологической оснастки (электроискровой обработки, электроалмазному шлифованию и др.).

Предлагаемая методика расчета применима при совмещенной обработке твердосплавных деталей на серийно выпускаемых станках мод. 4Б772 и его новых модификациях, например, 4Д772Э и других, предназначенных для совмещенной ультразвуковой и электрохимической обработки твердых сплавов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ревенко Ю.М. Повышение эффективности обработки совмещенным ультразвуковым и электрохимическим способом. – Днепродзержинск, 1980. – 6 с. Рукопись представлена Днепродз.инд. ин-том. Деп. В УкрНИИНТИ 11 марта 1980, № 2068.
2. Ревенко Ю.М. Исследование совмещенной ультразвуковой и электрохимической размерной обработки твердосплавных деталей // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. – Выпуск 6 (29). – Днепропетровск, 2004. – С. 29-39.
3. Ревенко Ю.М. Определение доли ультразвуковой и электрохимической составляющих в производительности совмещенной обработки твердых сплавов // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 4 (33). – Дніпропетровськ, 2004. – С. 66-71.
4. Марков А.И. Ультразвуковое резание труднообрабатываемых материалов. – М.: Машиностроение, 1968. – 367 с.
5. Вшивцов А.В. Выбор режимов максимальной производительности размерной ультразвуковой обработки. – Автореф. канд. дисс. – Челябинск, 1975. – 24 с.

6. Вшивцов А.В., Поляков З.И., Ревенко Ю.М. Разрушение хрупких материалов при импульсных контактных нагрузках. – Технология машиностроения. –Тула: ТПИ, 1974, Вып. 34, с. 168-174.
7. Вшивцов А.В. Выбор режимов максимальной производительности размерной ультразвуковой обработки. – Дис. канд.техн.наук.– Челябинск, 1975. – 238 с.
8. Новые технологические процессы электрофизико-химической обработки. Руководящие рекомендации ЭНИМСа. – М. – 1973. – 30 с.
9. Манин М.И., Мечетнер Б.Х. Особенности настройки и эксплуатации станков мощностью 1,5 кВт для ультразвуковой и электрохимической обработки твердых и хрупких материалов. – М.: ЭНИМС, 1969. – 32 с.
10. Мечетнер Б.Х., Манин М.И. Ультразвуковая и комбинированная ультразвуковая и электрохимическая обработка деталей на станке мощностью 1,6 кВт. Технологическое руководство. – М.: ЭНИМС, 1978. – 60 с.
11. Поляков З.И., Вшивцов А.В. К расчету производительности ультразвукового резания. – Научные основы автоматизации производственных процессов в машиностроении и приборостроении: материалы 4-й Всесоюзной конференции. – М., 1974, с.30-35
12. Пономарев С.Д. Расчеты на прочность в машиностроении. – М.: Машигиз, 1958, Т. 2. – 974 с.
13. Теумин И.И. Ультразвуковые колебательные системы – М.: Машгиз, 1959. – 259 с.

Получено __.__.2006 г.

УДК 629.11.012.552.6.001.4

Э.С. Скорняков, Э.Н. Кваша, А.А. Сасов

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ШИН АВТОМОБИЛЕЙ И ТРАКТОРОВ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Введение. Крупногабаритные и сверхкрупногабаритные шины автомобилей и тракторов – карьерные, строительно-дорожные, сельскохозяйственные и другие относятся к классу внедорожных шин, отличающихся такими особенностями как многослойность, большой вес и высокая единичная стоимость. Это позволяет сделать вывод об актуальности всестороннего подхода, охватывающего прочностные и тепловые расчеты, методы проектирования, технологию изготовления, разработку эксплуатационных режимов, ремонт и восстановление крупногабаритных шин.

Постановка задачи и ее решение. Один из известных вариантов модели представляет силовую конструкцию части шины (каркас, брекеры) как изотропную слоистую тороидальную оболочку с переменными геометрическими характеристиками. Учитываются деформации поперечного сдвига слоев.

Контакт между оболочкой и поверхностью абсолютно жесткой дороги осуществляется через протектор.

В качестве альтернативной и более общей модели в работе принята уточненная модель анизотропной многослойной тороидальной оболочки с учетом деформации поперечного сдвига и поперечного обжатия, а также поперечных нормальных напряжений. Эта модель, согласно теории слоистых оболочек, строится на статических гипотезах для поперечных напряжений, касательных и нормальных,

$$\begin{aligned}\sigma_{i3} &= G_{i3}(z) \cdot f_{i,3}(z) \cdot \psi(\alpha_1, \alpha_2), \quad (i=1,2), \\ \sigma_{33} &= q_3 + \frac{h_{m+1}-z}{h} + q_3 - \frac{h_1-z}{h} + \varphi(z) \cdot p(\alpha_1, \alpha_2),\end{aligned}\quad (1)$$

а также на кинематической гипотезе для поперечных деформаций обжатия и приводит к следующим геометрическим соотношениям деформированного состояния

$$u_i(\alpha_1, \alpha_2, z) = v_i(\alpha_1, \alpha_2) - A_i^{-1} z \omega_i + f_1(z) \psi_i - f_3(z) \psi_{3,i}; \quad (2)$$

$$u_3(\alpha_1, \alpha_2, z) = \omega(\alpha_1, \alpha_2) + f_{3,3}(z)\psi_3(\alpha_1, \alpha_2); \quad (i=1,2).$$

Здесь u_1, u_3 - тангенциальные и нормальное перемещения по толщине пакета слоев; v_i, ω - искомые перемещения точек координатной поверхности; ψ_i - искомые функции сдвига; ψ_3 - искомая функция обжатия; $f_i(z)$, $f_3(z)$ - заданные нелинейные функции, описывающие искривление нормали от деформаций сдвига и ее укорочение от обжатия [1].

С помощью смешанного вариационного принципа получена система шести дифференциальных уравнений в частных производных шестнадцатого порядка

$$L_{ij} \cdot V_j + L_{ij} \cdot \psi_j = q; \quad (i, j = 1, 6) \quad (3)$$

и соответствующие краевые условия для шины, жестко закрепленной на ободе

$$\begin{aligned} V_n = 0; \quad V_\tau = 0; \quad \frac{\partial \omega}{\partial n} = 0; \quad w = 0; \\ \psi_n = 0; \quad \psi_\tau = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0; \quad \psi_3 = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Принятая теория позволила не выделять протектор в самостоятельный слой, а включить его непосредственно в число конструктивных слоев оболочки, учитывая его изгибную жесткость в пакете слоев и принимая во внимание поперечное обжатие этого слоя.

В качестве аппарата численной реализации модели НДС принят метод конечных элементов (МКЭ) как альтернатива использованному ранее в задачах расчета НДС КГШ методу локальных вариаций. Применение МКЭ на основе принятой теории многослойных оболочек имеет то существенное преимущество, что требует дискретизации объекта расчета только по его поверхности, существенно сокращая объем вычислений.

Взаимодействие оболочки с поверхностью дороги моделируется системой специальных конечных элементов (КЭ) типа односторонних связей, которые позволяют в процессе расчета при ступенчатом приложении нагрузки определить контактные напряжения (реактивные силы), размеры и форму пятна контакта.

Расчеты произведены на основе вычислительного комплекса "Мираж". Для уточнения моделирования слоистой структуры КГШ в комплексе добавлены специальные функции и определены физико-

механических характеристик слоев в зависимости от характеристик, числа нитей корда, их ориентации, объемных долей волокон и матрицы [2,3].

Расчет произведен для СКГШ 40.00-57 на действие осевой приведенной нагрузки $Q = 620$ кН и внутреннего давления $q = 0,6$ МПа. Рассмотрены два варианта расчетных схем. Вариант 1 составная оболочка - композиция четырех оболочек, моделирующих соответственно каркас, брекер, подканавку и протектор, объединенных стержнями. Этот вариант рассматривается как модель первого приближения для сопоставления общего деформированного состояния шины с другими вариантами расчета и с экспериментальными данными (рис. 1-2).

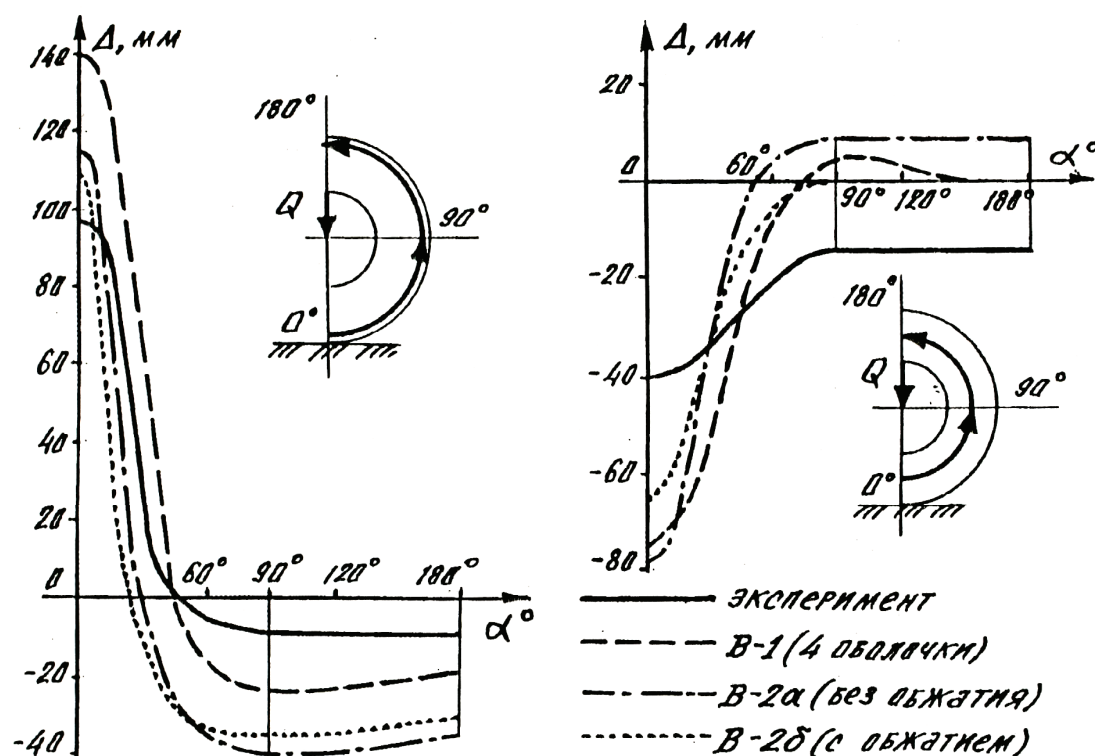


Рисунок 1 – Радиальные перемещения срединной поверхности каркаса: а – по короне; б – по стенке.

Вариант 2 в двух модификациях: 1а – многослойная оболочка с учетом поперечного сдвига и без учета обжатия; 1б – то же, но с учетом обжатия – основной вариант.

Анализ результатов расчета по моделям 1, 2 и сравнение с экспериментальными данными показывает (Рис.1), что максимальные радиальные перемещения серединой поверхности каркаса по короне с

наибольшей точностью моделируются с учетом сдвига и обжатия (16), что подтверждает правильность выбора теории для расчета НДС крупногабаритных шин.

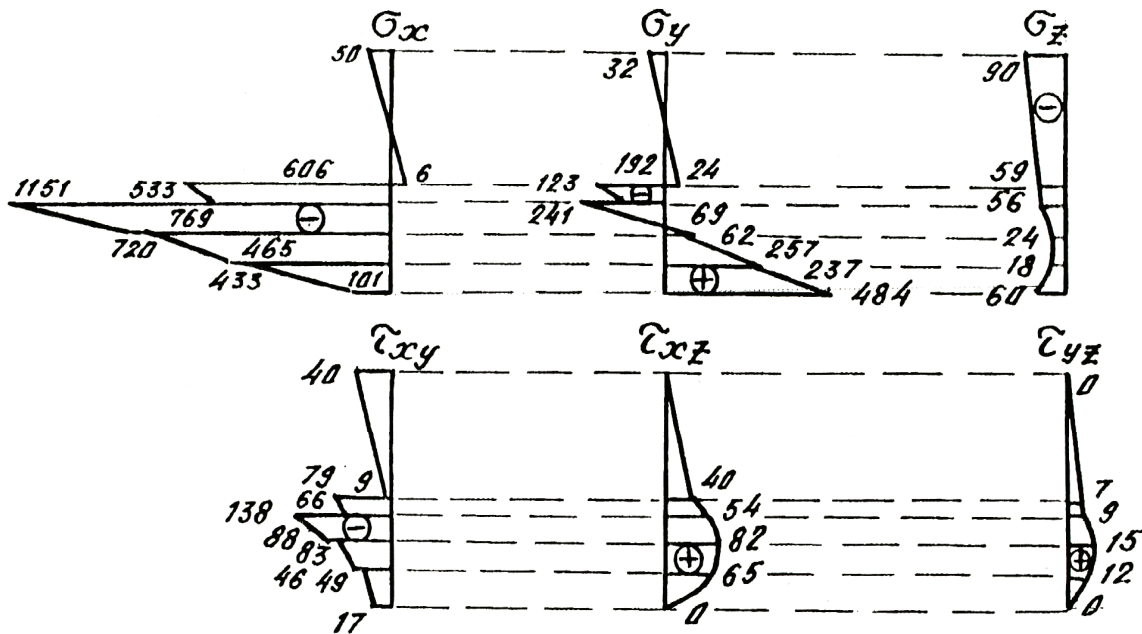


Рисунок 2 – Эпюры напряжений (МПа) по короне в КЭ № 2 нижнего пояса ($\varphi = 0^\circ$)

Для анализа напряженного состояния выделены результаты в трех сечениях-поясах: нижний - $\varphi = 0^\circ$, средний - $\varphi = 90^\circ$, верхний - $\varphi = 180^\circ$. Представлены эпюры компонентов тензора напряжений по толщине шины в трех элементах каждого из поясов (по короне, стенке и ободу). Такие эпюры в нижнем поясе даны на рис.2. В частности отмечено, что наибольшие сжимающие напряжения возникают в каркасе на границе с брекером в нижнем поясе по короне в окружном направлении ($\sigma_x = 11,5$ МПа), а наибольшее растягивающее напряжение - в этом же поясе, но в меридиональном направлении ($\sigma_x = 11,6$ МПа) по ободу на внутренней поверхности шины. Поперечные нормальные напряжения σ_z по толщине шины в зоне контакта с дорогой отвечают характеру прикладываемых нагрузок: 0,6 МПа на внутренней поверхности и 0,9 МПа в пятне контакта, что полностью соответствует значению наибольшего контактного давления, найденного экспериментально. Данные о напряженном состоянии подтверждают предположение о работе протектора на изгиб в среднем и верхнем поясах по короне.

Касательные напряжения кручения τ_{xy} достигают наибольшего значения на внутренней поверхности (8,6 МПа).

Проведены расчеты температурных полей в КГШ. Эти расчеты строятся как решение несвязанной задачи термоупругости с учетом симметрии температурного поля шины в окружном направлении. Материал шины предполагается вязкоупругим, а соотношение между напряжениями и деформациями принимаются согласно модели Кельвина – Фойгта [4].

Для получения численных результатов решение строится методом последовательных приближений - решается упругая задача с определением поля перемещений и деформаций. Далее, учитывая вязкоупругие свойства резины и корда с помощью уравнения теплопроводности, рассчитывают температурные поля; уточняются упругие характеристики и вновь решается упругая задача; находят новое температурное поле. Опыт проведения таких расчетов показал, что достаточно двух приближений. Температурные поля беговой зоны эталонной шины 40.00-57 (нагрузка 620 кН, средняя скорость 15 км/час, температура воздуха 37°C, внутреннее давление 0,6 МПа) даны на рис.3-5 .

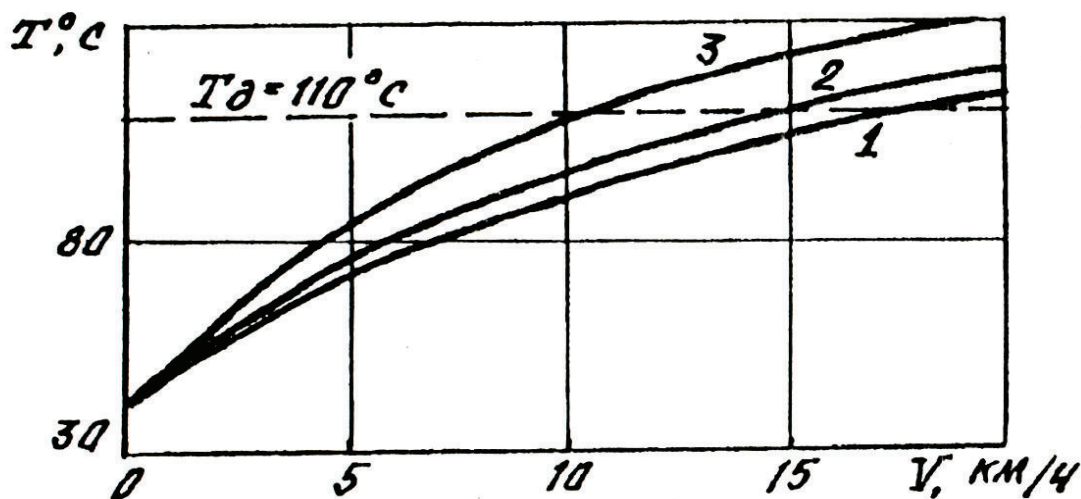


Рисунок 3 – Зависимость максимальной температуры беговой зоны шины 40.00-57 от скорости качения при нагрузках 450(1), 535(2) и 620 кН(3)

С учетом найденного температурного поля устанавливается согласно [5] эксплуатационная производительность шины ТКВЧ. Для эталонной шины ТКВЧ составляет при $t_{\max} = 110^{\circ}\text{C}$ - 880 ткм/ч, а при $t_{\max} = 120^{\circ}\text{C}$ - 1100 ткм/ч.

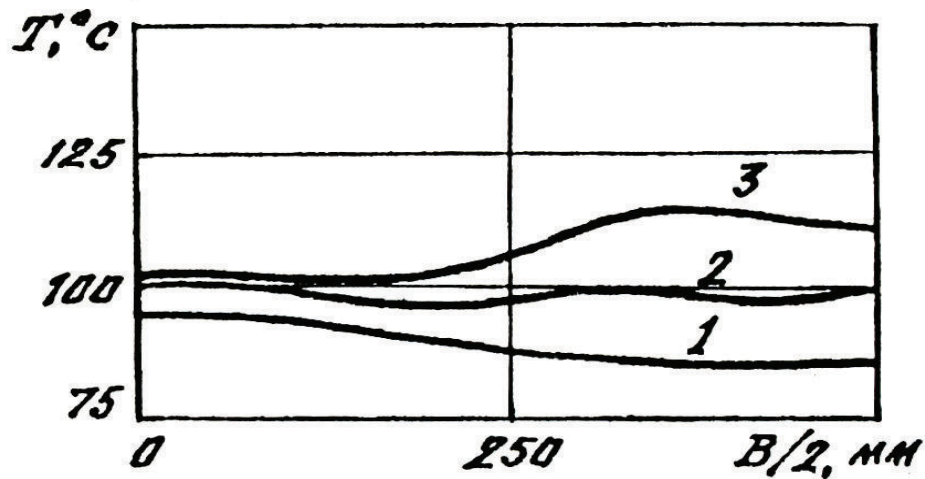


Рисунок 4 – Распределение максимальных температур по ширине (B) беговой зоны шины 40.00-57 при скорости качения 15 км/ч и нагрузках на шину 450(1), 535(2) и 620 кН(3).

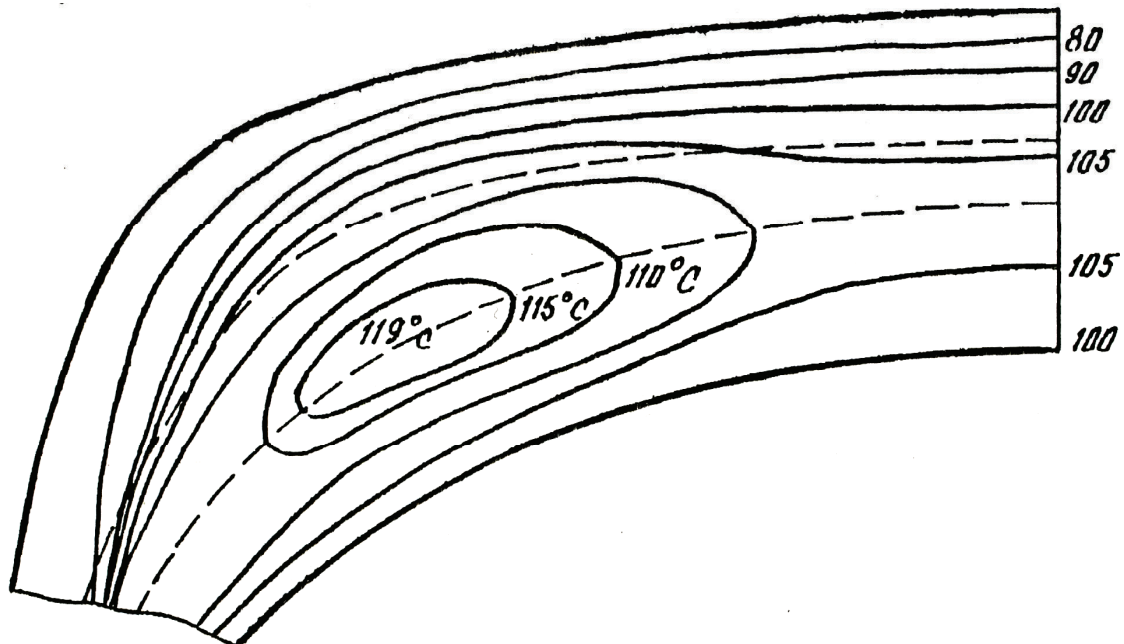


Рисунок 5 – Температурное поле беговой зоны шины 40.00-57; $Q=620$ кН; $V=15$ км/ч; $t_c=37^\circ\text{C}$; $q=0.6$ МПа (пунктир - границы каркаса и подканавки)

Выводы. Изучено влияние конструктивных параметров и режимов эксплуатации на сопротивление качению КГШ. Это влияние связано с потерями энергии на качение шин, которые вычисляются как потери тепловой энергии на единице пути.

Установлено, что основной вклад в сопротивление качению приходится на беговую дорожку. При этом вклад каркаса в

сопротивление возрастает с уменьшением модуля упругости корда и превышает суммарные потери на деформирование покровных резин.

В дополнение к численным методам расчета описан подход, основанный на применении теории моделирования физических и тепловых процессов, происходящих в крупногабаритных шинах [6,7]. В отличие от аналитических и численных методов, являющихся прямыми методами расчета, метод моделирования представляет собой косвенный метод. Для его применения необходимо первоначально иметь надежные результаты расчета одного или нескольких объектов, называемых далее "моделью". Для получения этих результатов применяется один из прямых методов расчета либо проводятся физические эксперименты. Затем косвенным путем, то есть путем пересчета, без прямых вычислений могут быть получены исчерпывающие данные о напряженно-деформированном и тепловом состоянии шины, конструкция которой отличается от "модели". Чтобы отличать объект расчета от уже имеющегося его прототипа, будем далее его называть натурным объектом или, сокращенно, "натурой".

ЛИТЕРАТУРА

1. Скорняков Э.С., Кваша Э.Н., Плеханов А.В. Расчет ресурса сверхкрупногабаритных шин // Тр. II Всесоюз. Симпозиума / Проблемы шин и резинотехнических композитов. – М.: НИИШП, 1990. – С.3-7.
2. Рассказов А.О., Соколовская И.И., Шульга Н.А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – Киев: Вища школа, 1986. – 191 с.
3. Рассказов А.О. Расчет многослойной ортотропной полой оболочки методом конечных элементов // Прикл. механика. – 1978. – 14, Т8. – С. 51-56.
4. Скорняков Э.С., Кваша Э.Н., Хоменко А.А., Бойков В.П. Эксплуатация и ремонт крупногабаритных шин. – М.: Химия, 1991. – 128 с.
5. Скорняков Э.С., Завьялов Ю.П. и др. Малооперационный метод местного ремонта шин // Промышленность синтетического каучука, шин и резиновых технических изделий. – 1987. – С. 27-31.
6. Скорняков Э.С. Моделирование теплового и напряженно-деформированного состояния геометрически и физически подобных шин // Межд. научно-техн. конф. «Эластомеры». Тез. докл.-Рига, 1992. – С. 146-148.
7. Скорняков Э.С. Теория моделирования сверхкрупногабаритных шин. – Днепропетровск: ДГУ, 1992. – 32 с.

Получено __.__.2006 г.

УДК 669.013.0025

Д.З.Шматко, Ю.А.Коржавин

ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКТИВНОЙ ЖЕСТКОСТИ НА СОБСТВЕННЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОРТАЛЬНЫХ НЕСУЩИХ СИСТЕМ

Для несущих систем подъемно-транспортных порталных машин характерно наличие разветвленной пространственной стержневой конструкции с большой строительной высотой, разнесенными массами. Такие конструкции претерпевают сложные пространственные колебания при движении по неровностям дорог в условиях промышленных предприятий, деформации при выполнении штатных подъемно-транспортных операций. В ряде случаев несущая способность порталных машин определяется не только прочностными, но и жесткостными характеристиками основных силовых элементов.

Если для традиционных транспортных средств на пневмоколесном ходу требование низкой крутильной жесткости несущих систем вписывается в статическую картину нагружения, продиктовано снижением внутренних силовых факторов, реализуется применением рам лестничного типа с силовыми элементами открытого профиля, то для порталных машин, кроме того, следует иметь в виду влияние крутильной жесткости на собственные динамические характеристики, которые определяют картину нагружения несущих систем при движении по неровностям дорог.

Поведение несущих систем при наличии гармонических возмущений характеризуется динамической жесткостью, которая зависит не только от параметров системы, но и от внешних возмущений, в том числе снижается в околорезонансных зонах и падает до нуля в моменты наступления резонанса. Сказанное особенно актуально для пространственных стержневых систем, к которым относятся порталные несущие системы.

И, если в продольной вертикальной плоскости конструктивными средствами удастся обеспечить достаточную жесткость как статическую, так и динамическую, например, введением направляющих штанг и подкосов, то в поперечной вертикальной плоскости трудно ввести в рамках рациональной конструкции дополнительные силовые элементы, увеличивающие жесткость

системы. Остается искать резервы повышения жесткости системы в самих силовых элементах несущей конструкции. Этот путь проходит через получение зависимостей между собственными круговыми частотами и конструктивной жесткостью portalной несущей системы в поперечной вертикальной плоскости. Поэтому рассмотрим дифференциальные уравнения свободных колебаний portalной машины в поперечной плоскости, откуда эти зависимости получаются в результате решения частотного уравнения.

При выводе дифференциальных уравнений учтем некоторые конструктивно-компоновочные особенности подъемно-транспортных portalных машин, задействованных в межцеховых перевозках на заводах черной металлургии. Portalные машины, в отличие от portalных автомобилей, рассмотренных с общетеоретических позиций в работах [1,2], имеют низко расположенный центр массы полезного груза и длинные грузоподъемные штанги, когда возмущенное движение поддона в поперечной вертикальной плоскости не вызывает заметного перераспределения вертикальных реакций опор. Возникающие при этом поперечные колебания обуславливаются не вертикальной, а поперечной горизонтальной жесткостью упругих элементов конструкции и носят сдвиговый характер.

На рис.1 представлена расчетная схема несущей системы portalной машины; приняты следующие обозначения: 1 – лонжерон рамы несущей системы; 2 – поддон с полезными грузом; 3 – грузоподъемная штанга несущей системы; 4 – поперечина рамы; 5 – стойка несущей системы; 6 – шина пневматического колеса.

Уравнение поперечных колебаний будем выводить в форме уравнения Лагранжа второго рода [3]. Для этого записываем выражения кинетической и потенциальной энергией системы

Кинетическая энергия:

$$T = \frac{m_k \dot{z}_1^2}{2} + \frac{m_r \dot{z}_2^2}{2} \quad (1)$$

где m_k – масса несущей конструкции; m_r – масса поддона с полезным грузом; $\dot{z}_1$ – обобщенная скорость несущей конструкции; $\dot{z}_2$ – обобщенная скорость поддона с полезным грузом.

Потенциальная энергия:

$$\Pi = \frac{4C_{uz}z_1^2}{2} + \frac{C_{kz}(z_2 - z_1)^2}{2} \quad (2)$$

где C_{uz} – коэффициент поперечной жесткости шины колеса; C_{kz} – коэффициент поперечной конструктивной жесткости несущей системы; z_1 – обобщенная координата колеса; z_2 – обобщенная координата поддона.

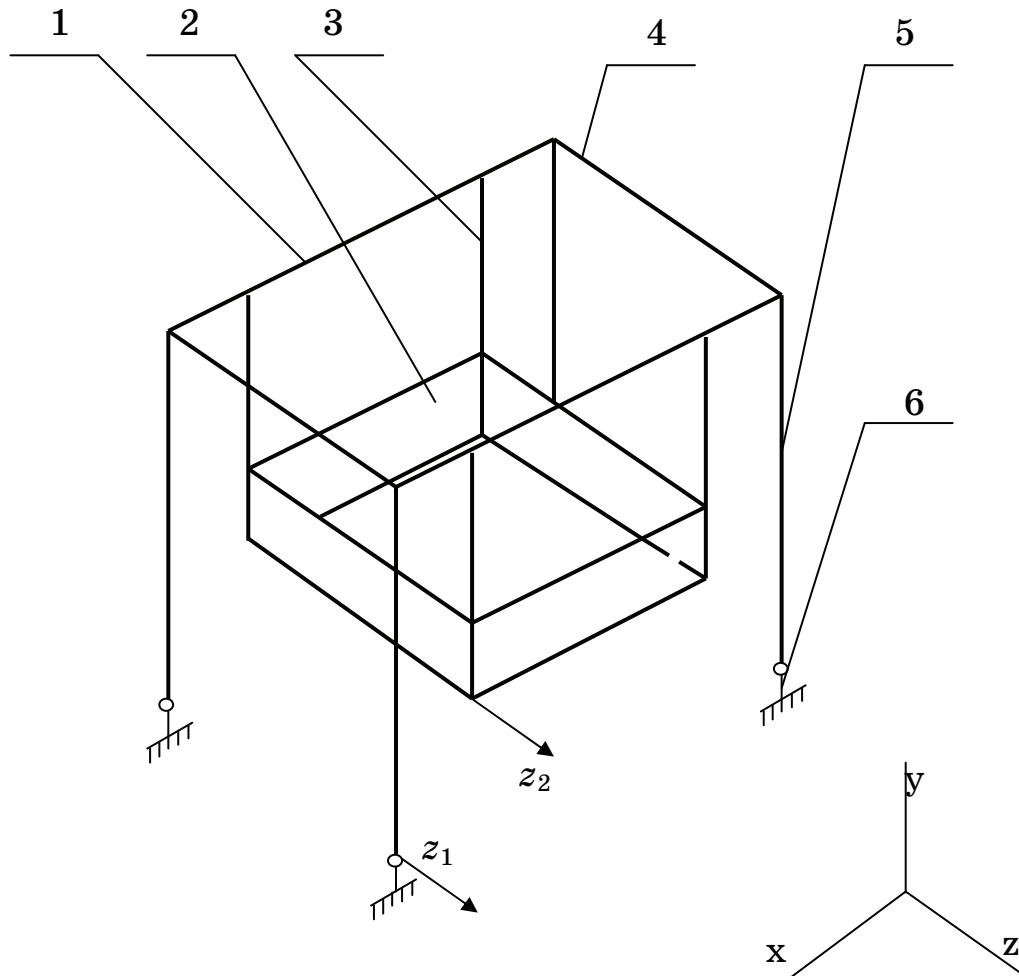


Рисунок 1 - Расчетная схема несущей системы портальной машины

Далее выполняем действия в соответствии с операторами уравнения Лагранжа второго рода и, объединяя полученное выражение, получаем систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} m_k \ddot{z}_1 + 4C_{uz}z_1 - C_{kz}(z_2 - z_1) &= 0, \\ m_r \ddot{z}_2 + C_{kz}(z_2 - z_1) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решение системы дифференциальных уравнений (3) ищем в виде:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= A_1 \sin(\omega t + \varphi); \\ z_2 &= A_2 \sin(\omega t + \varphi); \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где A_1 – амплитуда колебаний по первой обобщенной координате; A_2 – амплитуда колебаний по второй обобщенной координате; ω – круговая частота колебаний; t – время; φ – фазовый угол.

После подстановки выражений (4) в дифференциальные уравнения (3) получаем однородную систему алгебраических уравнений относительно амплитуд A_1 и A_2 :

$$\left. \begin{aligned} (4C_{uz} + C_{kz} - m_k \omega^2) A_1 - C_{kz} A_2 &= 0; \\ -C_{kz} A_1 + (C_{kz} - m_r \omega^2) A_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Система (5) имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю:

$$\begin{vmatrix} (4C_{uz} + C_{kz} - m_k \omega^2) & -C_{kz} \\ -C_{kz} & (C_{kz} - m_r \omega^2) \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

Раскрывая определитель в уравнении (6), получаем частотное уравнение:

$$m_k m_r (\omega^2)^2 - (C_{kz} m_k + 4C_{uz} m_r + C_{kz} m_r) \omega^2 + 4C_{uz} C_{kz} = 0 \quad (7)$$

Из уравнения (7) определяем две собственные круговые частоты поперечных колебаний:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{C_{kz} \left[\left(m_k + m_r + \frac{4C_{uz}}{C_{kz}} m_r \right) \mp \sqrt{\left(m_k + m_r + \frac{4C_{uz}}{C_{kz}} m_r \right)^2 - 4m_k m_r \frac{4C_{uz}}{C_{kz}}} \right]}{2m_k m_r} \quad (8)$$

Теперь получаем полное решение системы дифференциальных уравнений (3), описывающих свободные поперечные колебания несущей системы портальной машины:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= A_{11} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{12} \sin(\omega_2 t + \varphi_2); \\ z_2 &= A_{21} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{22} \sin(\omega_2 t + \varphi_2); \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где постоянные A_{jk} и φ_j определяются из начальных условий.

Как следует из выражения (8), собственные круговые частоты несущей системы портальной машины существенно зависят от коэффициента поперечной конструктивной жесткости C_{kz} несущей системы, что позволяет еще на стадии проектирования смещать собственные круговые частоты в зарезонансную область по показателю динамической жесткости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беккер И.Г. Портальные автомобили. – М.: Машиностроение, 1971. – 316с.
2. Лепетова А.Л. Обоснование и выбор параметров несущих систем порталных автомобилей. – Дис...канд.техн.наук: 01.02.06. – Днепропетровск, 1994. – 124с.
3. Шматко Д.З. Разработка инженерной методики проектирования несущих систем металлургических порталных машин на пневматическом ходу //Системні технології.– Регіон.міжвуз.зб.наук.праць.– Дніпропетровськ: ДНВП “Системні технології”, 2002.– Вип.5 (22).– С.119–127.
4. Шматко Д.З. Обґрунтування параметрів несучих систем металургійних машин на пневмоколісному ході //Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. Випуск 3/2002 (114).–С.92-96.

Получено __.__.2006 г.

**СИСТЕМИ І ПРОЦЕСИ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ ТА
УПРАВЛІННЯ**

УДК 528.235:681.3:628.1

В.Е. Бахрушин, Д.А. Миросенко

**ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ГЕОИНФОРМАЦИОННОЙ
ПОДСИСТЕМЫ ПОВЕРОЧНОГО РАСЧЕТА ГОРОДСКОЙ СЕТИ
ВОДОСНАБЖЕНИЯ**

Введение

Управление сетью водоснабжения производится на основании гидравлического моделирования этой сети и сравнительного анализа расчетных и фактических значений расхода, напора и пьезометров в контрольных точках сети. Задачей поверочного расчета, как одной из задач гидравлического моделирования, является, согласно [1], определение потокораспределения в сети, подачи и напора источников при известных диаметрах труб и отборах воды в узловых точках. При поверочном расчете известными величинами являются: диаметры и длины всех участков сети, их гидравлические сопротивления, фиксированные узловые отборы воды, напорно-расходные характеристики всех источников, геодезические отметки всех узловых точек. В результате поверочного расчета должны быть определены: расходы и потери напора на всех участках сети, подачи источников, пьезометрические напоры во всех узлах системы.

Особенностью решения этой задачи для больших городов является значительный объем информации об объектах сети водоснабжения, расположенных на топографических картах местности, в библиотеках детализированных схем, атрибутивных базах данных объектов сети. Используемые в настоящее время компьютерные программы гидравлического моделирования не имеют возможности ввода и использования для расчетов такого большого объема информации различной структуры.

Задача может быть решена объединением методов геоинформационного и гидравлического моделирования с последующей разработкой компьютерных программ и электронных баз данных специализированной геоинформационной системы.

Актуальность автоматизации поверочного расчета средствами геоинформационных технологий заключается в необходимости компьютерных инструментальных средств проведения оперативной, в режиме реального времени, оценки состояния сети водоснабжения большой размерности, определения оптимальной энергосберегающей структуры, восстановление ее работоспособности при возникновении аварийных ситуаций.

Основанием для разработки геоинформационной подсистемы является классическая постановка задачи поверочного расчета [1] дополненная следующими, повышающими достоверность и точность результатов расчета, факторами:

- техническими характеристиками и текущим состоянием запорной арматуры узлов переключений;
- повременными графиками отбора воды абонентами;
- гидродинамической связью расчетных значений напора и расхода с их фактическими значениями в контрольных точках сети.

Целью исследований является разработка подсистемы поверочного расчета автоматизированной геоинформационной системы оперативного управления городской сетью водоснабжения. Материалы настоящей публикации являются продолжением работ авторов [2].

1. Методика исследования

Исследования и разработка геоинформационной подсистемы проводилась по следующей методике.

1. Определены основные носители информации о городских сетях водоснабжения и канализации - топографические карты М1:2000, содержащие городскую застройку совместно с сетями водоснабжения и канализации, и детализировочные планы колодцев и насосных станций. Решение об электронном картографировании и разработке электронной базы детализировочных планов позволило оперативно вносить изменения в структуру сетей и детализировок, вести базы данных атрибутов объектов сети. Электронная карта имеет оверлейную структуру в составе растровой подложки - плана местности без инженерных коммуникаций, а также условных знаков объектов сетей водоснабжения и канализации - участков водоводов и коллекторов, колодцев, насосных станций, задвижек, обратных клапанов и абонентов.

2. Определен способ управления сетью водоснабжения - оценка состояния сети путем гидравлического моделирования [1] в составе поверочного и конструкторского расчетов, анализа состояния сети при пожаротушении, аварийных ситуациях, контроль и управление качеством питьевой воды. Гидравлические расчеты базируются на математической модели - топологическом графе сети водоснабжения. Анализ структуры топологического графа определил структуру его цифровой модели.

3. На основе методики гидравлического моделирования [1] определен алгоритм оперативного автоматизированного поверочного расчета, использующего как характеристики объектов сети - координаты и значения атрибутов, так и взаимосвязи между объектами, заданные в цифровой модели топологического графа.

2. Структура цифровой модели местности

Цифровую модель местности составляют электронные топографические планы М1:500, 1:2000, 1:10 000, содержащие городскую застройку в системе условных знаков ДСТУ «Умовні знаки для топографічних планів масштабів 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500» [3]. Городская сеть водоснабжения представлена на этих планах условными знаками следующих объектов сети - колодцы, участки водоводов, абоненты, задвижки, датчики автоматического контроля напора и расхода воды, насосные станции. Определен необходимый и достаточный состав атрибутов этих объектов, приведенный в табл. 1.

3. Структура цифровой модели топологического графа

Поверочный расчет производится на математической модели - топологическом графе, являющемся связным ориентированным планарным графом с помеченными ребрами и вершинами, адекватно представляющем на плоскости пространственную структуру городской сети водоснабжения. Топологический граф сети водоснабжения на цифровой модели карты представлен следующим образом:

а) вершинами графа являются условные знаки колодцев, абонентов, задвижек, датчиков автоматического контроля напора и расхода воды, насосных станций;

б) ребрами топологического графа являются участки водоводов;

в) метками вершин и ребер являются значения атрибутов объектов сети водоснабжения; при этом часть атрибутов расположена на цифровой модели карты, а остальные атрибуты каждого из объектов приводятся в диалоговом окне значений атрибутов.

Таблица 1

Основные объекты и их атрибуты

Колодец	Участок водовода	Задвижка
Условный знак: 	Условный знак: полилиния трассы участка водовода.	Условный знак:
Атрибуты: координаты расположения; геодезическая отметка земли; инвентарный номер; графическая схема детализовки колодца, содержащая наличие и схему соединения приборов и запорной арматуры.	Атрибуты: координаты линии трассы; геодезические отметки глубины прокладки труб; длина участка; количество труб в трассе; диаметр и материал трубы водовода; год и месяц постройки.	Атрибуты: марка; диаметр; рабочее давление P_r ; общее число витков; число витков закрытия.
Насосная станция	Датчик	Абонент
Условный знак:  НС-"Хортицкая"	Условный знак: 	Условный знак:
Атрибуты: координаты расположения; геодезическая отметка высоты; показания напора H и расхода Q на выходах насосной станции.	Атрибуты: координаты расположения; геодезическая отметка высоты; показания напора H и расхода Q .	Атрибуты: координаты расположения; отметка земли в месте врезки; высота здания; наименование абонента; фактическое потребление воды за указанный период.

Фрагмент цифровой модели карты - топографического плана с сетью водоснабжения и атрибутами объектов приведен на рис. 1.

Метки вершин и ребер на цифровой модели карты имеют следующую структуру:

- выходы насосной станции задают в виде: **Вых_1 $Q=1020$ $H=37.6$** , где приведен номер выхода, выходные значения расхода Q и напора H ;

- в метках участков кольцевых подграфов и магистральных водоводов размещается ключ расчетных данных в форме **$Q245,556$ л/с $H38,6$ $\Pi 131,8$** , где Q показывает расход на этом участке, H - напор (высота подъема столба воды) в м, Π - пьезометр (высотная отметка уровня земли + H);

- в метках участков, подключающих абонентов к кольцам или магистральным водоводам, размещается ключ расчетных данных в форме F2,056 л/с Н38,6 П131,8, где **F** показывает отбор абонента, **H** - напор в м, **П** - пьезометр в м;

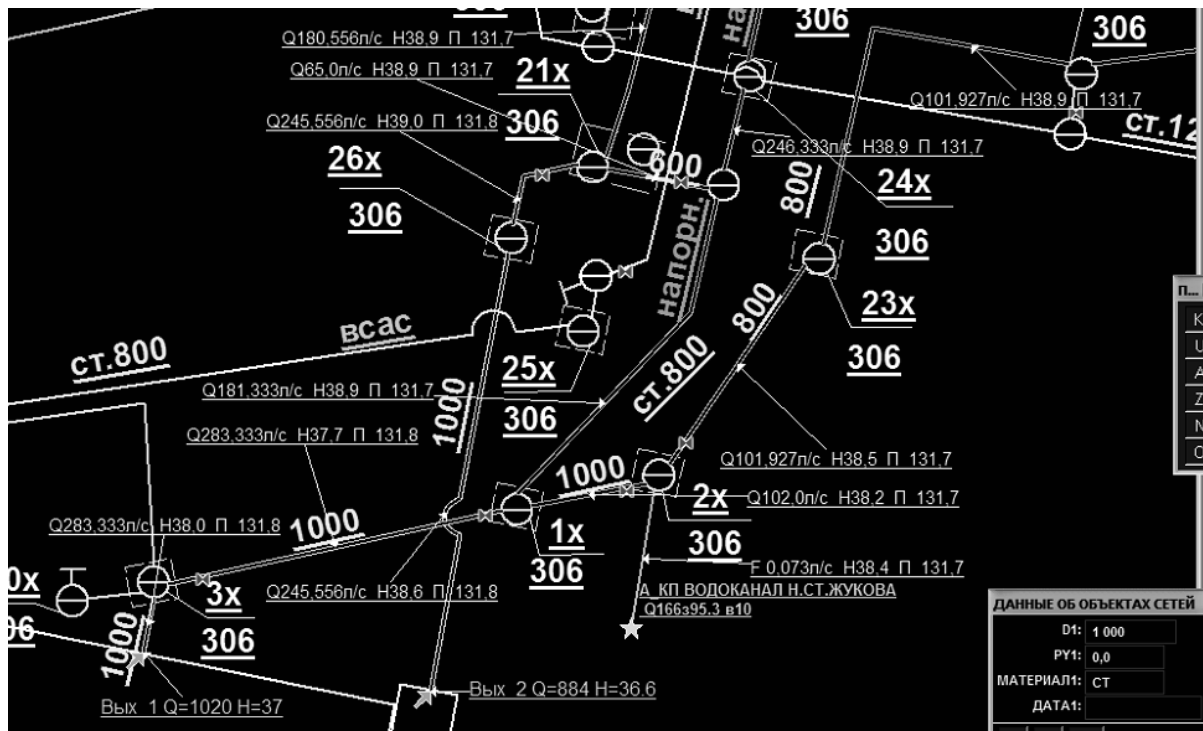


Рисунок 1 - Фрагмент цифровой модели карты сети водоснабжения

- метки абонентов содержат в форме А ЖЭУ-31 пр.Советский 1 / Q1584 384 в52, где приведены данные абонентов: признак метки - буква **A**, наименование абонента, адрес (улица и номер дома), **Q** - месячный отбор м.куб, **з** - уровень поверхности земли, **в** - высота здания в метрах;

- в метках датчиков приведены фактические и расчетные данные в форме: ДСоветский пр Н факт=46.7 Н расчет=46.6, где буква **Д** - признак метки датчика, адрес расположения датчика, **Н факт** - показание напора датчика на момент расчета, **Н расчет** - расчетные значения напора.

Для проведения поверочного расчета на топологическом графе, отражающем текущее состояние сети водоснабжения, формируется матрица инцидентий вершин и контуров следующей структуры:

$$\begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1l} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & \dots & t_{2l} & v_{2\ l+1} \\ t_{31} & t_{32} & \dots & t_{3l} & v_{3\ l+1} \\ & & \dots & & \\ t_{k+1\ 1} & t_{k+1\ 2} & \dots & t_{k+1\ l} & t_{k+1\ l+1} \end{vmatrix}$$

где k - число вершин, l - число участков сети, $u_{1,j}$ ($j = 1, \dots, l$) - номера участков, $v_{i,l+1}$ ($i = 2, \dots, k + 1$) - номера вершин, $t_{i,j} = 1$, если участок $u_{1,j}$ соединен с вершиной $v_{i,l+1}$ и соединение нерегулируемое; $t_{i,j} = 2$, если участок $u_{1,j}$ соединен с вершиной $v_{i,l+1}$ и регулируется задвижкой; $t_{i,j} = 3$, если соединения нет (соединение нерегулируемое и неисправное); $t_{i,j} = \pm 4$, если участок $u_{1,j}$ соединен с вершиной $v_{i,l+1}$ и регулируется обратным клапаном. При направлении потока воды по участку к вершине клапан открыт ($t_{i,j} = +4$), при обратном направлении потока клапан закрывается ($t_{i,j} = -4$).

В матрице инцидентий устанавливается связь между участками и узлами сети с учетом состояния запорной арматуры, определяется ориентация топологического графа - направление потоков воды от выходов точки питания (насосной станции) к вершинам, непосредственно связанным с точкой питания ребрами. Направление потока указывается стрелкой над участком водовода от узла-истока (колодца) до узла-стока (колодца либо абонента).

4. Алгоритм автоматизированного поверочного расчета

Поверочный расчет производится в режиме реального времени диспетчером по следующему алгоритму.

1. По координатно-адресной привязке производится поиск плана местности с необходимым фрагментом сети.

2. Диспетчер производит запуск компьютерной программы поверочного расчета.

3. Компьютерная программа:

а) запрашивает текущие значения расхода Q и напора H выходов насосной станции, текущее время дня, день недели, число, месяц и год;

б) вычисляет фактическую площадь поперечного сечения водоводов, равную площади сечений $S(d, v, z)$ задвижек узлов переключений, где d - диаметр задвижки, v - число витков, z - число витков открытия;

в) определяет текущий на заданное время суток объем отбора Q куб.м/с каждого n -го абонента Q_n по формулам:

- для абонента жилого фонда: $Q_n = Q_{n, \text{мес}} / (3600 \cdot D \cdot H)$, где $Q_{n, \text{мес}}$ - месячный отбор абонента; D - число дней в месяце; H - коэффициент суточной почасовой неравномерности, определяющий долю потребления воды за час в указанное время суток по отношению к суточному объему потребления. Эти коэффициенты определяются эмпирически в привязке к особенностям потребления воды в городском районе и задаются в табличной форме с дискретностью в один час; 3600 - число секунд в одном часе;

- для абонента жилого фонда $Q_n = Q_{n, \text{мес}} / (3600 \cdot D \cdot (ВКОН - ВНАЧ))$, где ВКОН - время окончания рабочего дня; ВНАЧ - время начала рабочего дня;

г) по заданным напору/расходу точек питания производит поверочный расчет сети, результаты которого размещает в метках объектов в вышеприведенных форматах, отображая их в цифровой модели карты на экране дисплея и на бумажном носителе; устранение невязок кольцевых подграфов производится методом Лобачева-Кросса, гидравлический уклон определяется по формулам Ф.А. Шевелева [1].

4. Диспетчер оценивает состояние сети, принимает оперативные решения по нормализации работы сети при нештатных ситуациях.

Выводы

В результате исследований разработаны:

- структура цифровой модели местности, включая сети водоснабжения;
- сигнатура объектов сети и структура атрибутивной базы данных этих объектов;
- цифровая модель топологического графа сети водоснабжения;
- алгоритм проведения автоматизированного поверочного расчета;
- компьютерный программный комплекс геоинформационной подсистемы поверочного расчета городской сети водоснабжения.

Решение проблемы оперативного поверочного расчета городской сети водоснабжения методами геоинформационного моделирования позволяет осуществить комплексный подход при оценке состояния и

работоспособности сети водоснабжения, оптимизации ее структуры, устранении гидравлических нарушений.

В работе впервые реализован комплексный, базирующийся на точных аналитических расчетах, подход в решении задачи оперативного поверочного расчета сети водоснабжения. Разработана специализированная геоинформационная система, использующая комплексное - инфологическое, геоинформационное и гидравлическое моделирование и обеспечивающая оценку состояния сети в режиме реального времени на основании динамического изменения топологического графа актуального состояния сети, итеративного гидравлического моделирования и оперативных данных напора/расхода в контрольных точках городской сети водоснабжения.

Разработанная геоинформационная подсистема поверочного расчета совпадает по своим возможностям с аналогичной подсистемой математической модели сети водоснабжения г. Санкт-Петербурга [4,5], реализована типовой для математического моделирования сетей водоснабжения городов Украины любой размерности (г.Киев, областные центры,...), внедрена в КП «Водоканал» г.Запорожье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сироткин В.П. Схемы и расчет водоводов и водопроводных сетей. Учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1968, С. 272.
2. Бахрушин В.Е., Миросенко Д.А., Савин В.В. Разработка и исследование геоинформационной системы обработки аварийных ситуаций городской сети водоснабжения // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. Вып. 1 (24). - Днепропетровск, 2003. - С. 62 - 68.
3. Умовні знаки для топографічних планів масштабів 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. - К.: Міністерство екології та природних ресурсів України, 2001, С. 268.
4. Крицкий Г.Г., Аширов А.А. Эффективные решения для систем водоснабжения // Водоснабжение и санитарная техника. Вып.12. - Москва, 2002. - С. 17 - 24.
5. Махнев П.П., Юдин М.Ю., Пиленкова Е.Е. Модель системы подачи воды Санкт-Петербурга // Водоснабжение и санитарная техника. Вып.8, ч. 2. - Москва, 2004. - С. 28 - 29.

Получено __.__. 2006 г.

УДК 519.6

А.П.Гожий, И.И.Коваленко

**СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ВЫБОРУ СТАТИСТИЧЕСКИХ
МЕТОДОВ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ И АНАЛИЗЕ СЦЕНАРИЕВ**

Введение. Для анализа принципиально новых проектов и прогноза фундаментальных и прикладных исследований разрабатываются сценарии, в основе которых лежит построение так называемого «дерева целей» или «прогнозного графа», которые отображают как инновационную потребность, так и инновационную альтернативу, в том числе оценку необходимых ресурсов и производственных возможностей.

При разработке сценариев желательна многовариантность описания будущей ситуации, что дает возможность анализировать и определять наиболее рациональную стратегию воздействия на ситуацию. Для разработки сценариев привлекаются различные группы высококвалифицированных специалистов, аналитиков, консультантов, экспертов, и лиц принимающих решения (ЛПР), которые в своей работе выполняют определенные функции.

Очевидно, что при разработке сценариев ни один из имеющихся методов изолированно, вне связи с другими не может дать исчерпывающих результатов. Поэтому стремление к использованию отдельных методов в определенной последовательности с установлением определенных взаимосвязей между ними, является необходимостью. В современной трактовке такой процесс получил название технологическое предвидение [1], которое и формируется на основе методологии системного анализа. Необходимо отметить, что вопросы формализации процедур построения сценариев на основе системного применения ряда инструментальных методов являются наименее разработанными, по ней практически отсутствует библиография, сослаться можно, пожалуй, лишь на работу [2].

Постановка задачи. В данной статье рассматривается системный подход к построению сценариев, в рамках которого рассматриваются следующие вопросы:

систематизированы и выделены основные группы так называемых «инструментальных методов», используемых для

построения и анализа сценариев (методы генерации информации качественного характера; графовые модели, необходимые для построения деревьев целей или событий; вероятностно-статистические методы для получения оценок событий на графах и методы сворачивания сценариев; методы поддержки принятия решений по выбору лучшего из множества альтернативных сценариев).

предложено с позиций системного подхода рассматривать определенную совокупность используемых инструментальных методов в виде системы методов (СМ), между элементами которой (в качестве элементов выступают отдельные методы) существуют определенные связи или формы взаимодействия;

на основе анализа СМ рассмотрены процедуры формирования системных технологий выбора различных вариантов и последовательностей методов в соответствии с установленными критериями и принципами оптимальности их использования.

Основная часть. На начальном этапе изучения проблемы и её качественного анализа используются методы генерации информации качественного характера (мозговая атака, метод аналогий, метод контрольных вопросов, морфологический анализ, эвристические методы и др.), с помощью которой анализируют характерные особенности, определяют направления исследований, формулируют важнейшие критерии для выбранной проблемы (рис.1).

На этапе написания сценариев используются методы теории графов (построение дерева целей, дерева событий, прогнозный граф и др.), что дает возможность получить топологию цепочек событий, связанных причинно-следственными связями. Для количественного оценивания вероятностей событий, из которых формируется сценарий, и последующего его сворачивания применяются вероятностно-статистические методы (стратегия Байеса, многошаговый алгоритм Байеса, методы параметрической, робастной и непараметрической статистики).

После написания сценариев и оценивания их реалистичности последним важным этапом является их представление группе лиц, принимающих решения. В данной ситуации применяются методы поддержки принятия решений (однокритериальные методы при объективных моделях, многокритериальные методы при объективных моделях и многокритериальные методы при субъективных моделях).

Представим некоторую совокупность методов, используемую на различных этапах построения сценариев которую, можно представить в виде системы методов, между элементами которой (в качестве элементов выступают отдельные методы), существуют определенные связи или формы взаимодействия. Выявление таких связей и форм взаимодействия с целью формирования процедуры по применению определенной их совокупности будем называть системной технологией выбора методов генерации и анализа сценариев [3].

Математически задачу выбора (В) можно описать парой: $B = \langle M, O \rangle$, где априори задано $M = \{M_i\}$, $i = 1, n$ – множество исходных методов генерации и анализа сценариев (М), О – принцип оптимальности, задаваемый лицом, принимающим решение (ЛПР) из совокупности требований по допустимости ($O_{\text{доп.}}$) и критериальных требований (далее критериев), причем $O = O_{\text{доп.}} \cup O_{\text{кр.}}$, $O_{\text{доп.}} \cap O_{\text{кр.}} = \emptyset$.

Требования по допустимости $O_{\text{доп.}}$ представляют собой требования к характеристикам объектов (методов) выбора (В) посредством отношений R-типа: $R = \{=, \neq, <, >, \leq, \geq, \subset\}$.

Критериями $O_{\text{кр.}}$, формируемые ЛПР, отображают его целевые устремления с учетом информационного обеспечения на данном этапе процедуры выбора. Решением задачи выбора (В) будем называть подмножество $M_{\text{opt}} \in M$, полученное с помощью принципа оптимальности О в следующей последовательности:

$$\begin{array}{ccc} M & \rightarrow & M_{\text{доп.}} \rightarrow M_{\text{opt.}} \\ & \uparrow & \uparrow \\ & O_{\text{доп.}} & O_{\text{кр.}} \end{array}$$

то есть вначале выделяется множество допустимых методов $M_{\text{доп.}}$, удовлетворяющих требованиям по допустимости, а затем уже на этом усеченном множестве проводится выбор методов по критериям $O_{\text{кр.}}$.

С учётом изложенного, рассмотрим один из возможных подходов системного применения статистических методов, при чём в качестве **критерия по допустимости** будем рассматривать априорные информационные уровни задания функции распределения вероятностей.

1. Задание строгих параметрических моделей распределений вероятностей, описываемых известными законами (например, нормальным законом) может быть обеспечено объединением

следующих информационных составляющих, например, в символах алгебры логики:

$$F \sim I_1 \wedge I_2 \wedge I_3 \wedge I_4,$$

где F – функция распределения вероятностей; I_1 – информация об общей схеме (механизме) формирования случайных величин данной природы; I_2 – область значений случайной величины; I_3 – примеры реальных признаков, подчиняющихся данному закону; I_4 – аналитическое задание (модель) закона и его определяющие параметры. В данной ситуации для обработки данных могут быть использованы **методы параметрической статистики**

2. Задание полной окрестности искажённых параметрических моделей распределений вероятности базируется на том, что распределения реально наблюдаемых случайных величин в подавляющем большинстве отличны от строгих параметрических моделей (например, от нормальных). Такие модели можно охарактеризовать как «искажённые» параметрические модели (наличие «хвостов», многомодальность, выраженные асимметрия или эксцесс).

Подобные искажения обязаны своим появлением наличием, как правило, в исследуемых данных определённой доли (обычно относительно небольшой) так называемых «засоряющих» значений. Формально такие модели представляются симметричными и несимметричными смесями распределений вероятностями вида [7]:

$$\begin{aligned} F(X) &= (1 - \varepsilon)N_0(X; \overline{X}_0; \sigma_0^2) + \varepsilon N_1(X; \overline{X}_1; \sigma_1^2) \\ \overline{X}_0 &= \overline{X}_1 \\ F(X) &= (1 - \varepsilon)N_0(X; \overline{X}_0; \sigma_0^2) + \varepsilon N_1(X; \overline{X}_1; \sigma_1^2; \theta), \\ \overline{X}_0 &\neq \overline{X}_1 \end{aligned}$$

где $N_0(X; \overline{X}_0; \sigma_0^2)$ – плотность основного нормального распределения со средним значением $\overline{X}_0$ и дисперсией σ_0^2 ; ε – доля «засоряющих» значений (уровень неоднородности), определяющих распределение N_1 с соответствующими параметрами $\overline{X}_1$ и σ_1^2 ; θ – параметр сдвига распределения N_1 относительно N_0 .

В данном случае целесообразно использовать **методы робастной (устойчивой) статистики** с целью получения несмещённых (малосмещённых) и эффективных оценок параметров положения и масштаба основного распределения N_0 .

Рисунок 1 - Системное использование методов при построении сценариев

3. Задание только различий между распределениями вероятностей рассматривается в рамках **непараметрической статистики**, которая не делает предположение о принадлежности функции распределения тем или иным параметрическим семействам распределений, и её задачи формулируются в терминах **только различий** между классами или внутри класса неизвестных распределений.

Применение методов параметрической статистики при выполнении первого критерия по допустимости, сводится, как правило, к оцениванию параметров положения, масштаба и других числовых характеристик законов распределения (рис.2). Использование же методов робастной и непараметрической статистики при реализации двух других критериев требует наличия **критериев оптимальности**. Для первой группы методов в качестве таких критериев могут выступать смещённость и эффективность оценок, искажённость по асимметрии (A_s) и эксцессу (E_x) распределений. Критерии оптимального применения методов непараметрической статистики (как правило, методы проверки непараметрических статистических гипотез), определяются постановками основных типов непараметрических задач.

Рассмотрим одну из них, которая получила название задачи согласия. Пусть задано известное непрерывное распределение $F(X)$. Из неизвестного распределения $G(X)$ берётся выборка $X_1, X_2, \dots, X_n$ и формируются гипотезы:

- нулевая $H_0 : F(X)=G(X)$
- альтернативная $H_0 : F(X) \neq G(X)$

Для решения такой задачи используются, например, строгий непараметрический метод Колмогорова-Смирнова [5,6].

Всё изложенное, позволяет сформировать системную технологию применения статистических методов, структурная схема которой представлена на рис.2. Это позволит оптимизировать процесс работы экспертов при анализе сценариев.

Предложенное системное использование методов позволяет генерировать и эффективно оценивать разнообразную информацию при построении и анализе сценариев при исследования сложных систем различной природы.

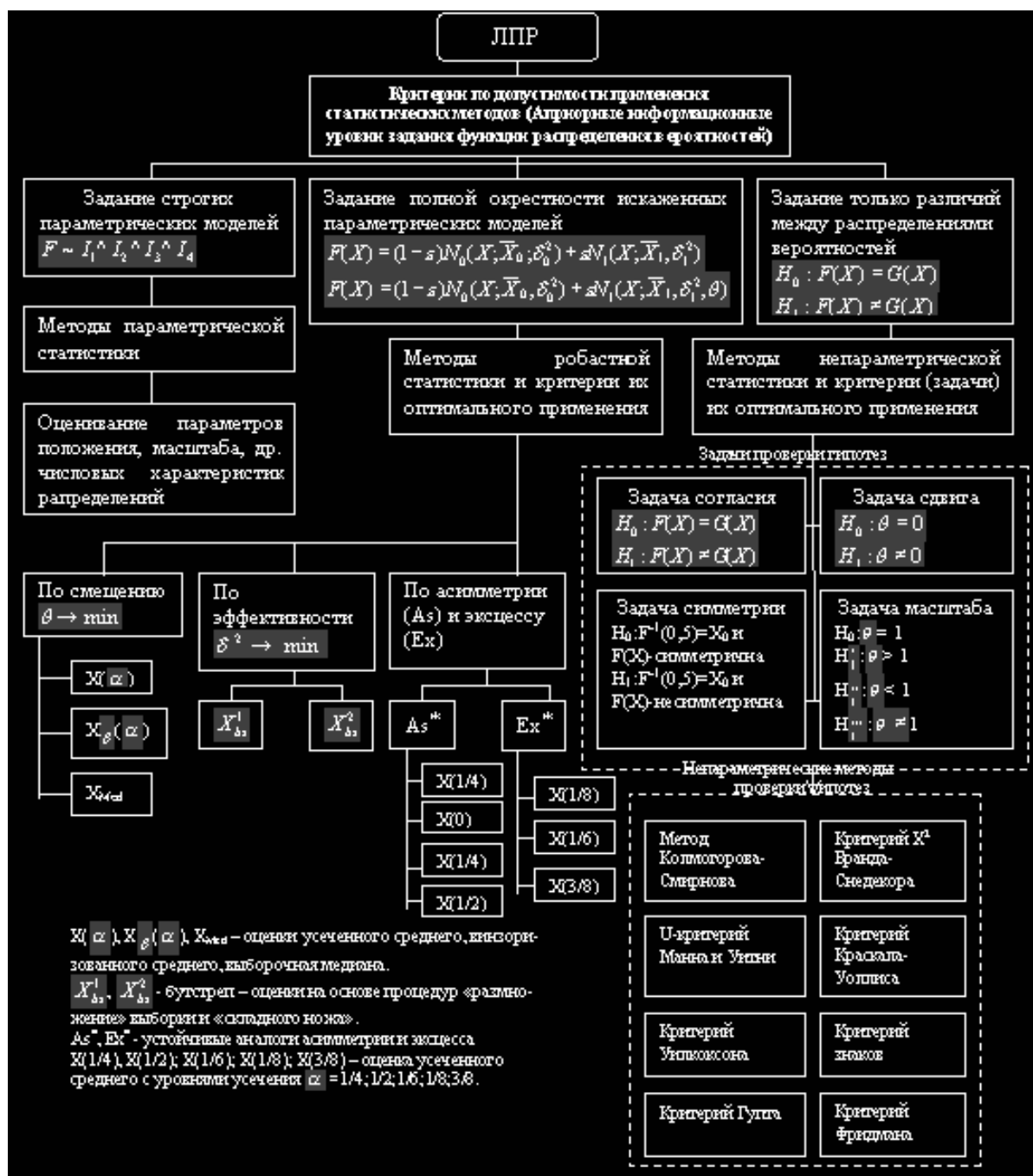


Рисунок 2 - Структурная схема системной технологии применения статистических методов в анализе сценариев

ЛИТЕРАТУРА

1. М.З. Згуровський Системна методологія передбачення - Київ: “Політехніка”, 2001. – 49 с.
2. М.З.Згуровський, Н.Д. Панкратова Технологическое предвидение.- Київ:“Політехніка”, 2005. – 154 с.
3. Гожий А.П., Коваленко И.И. Системные технологии генерации и анализа сценариев // Автоматика, Автоматизация, Электротехнические комплексы и системы, № 2(16), 2005.- 89-96 с.
4. И.И.Коваленко, А.П. Гожий, Т.В. Пономаренко Системный подход к выбору методов анализа сложных физических систем// Материалы

международной научн. Конференции ISDMIT-2005, Евпатория, 2005, с.75-78.

5. Тарасенко Ф.П. Непараметрическая статистика. – Томск.: Из-во ТГУ, 1976.
6. Холлендер М., Вулф Д. А. Непараметрические методы статистики. - М.: Финансы и статистика, 1983.
7. Хьюбер П. Робастность в статистике: Пер. с англ.-М.: Мир, 1984. - 304 с

Получено __.__. 2006 г.

УДК 521.21

Р.В. Лаврухіна, О.В. Шульга

АНАЛІЗ БАЗИСНОГО МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ ПОХИЛИХ ДАЛЬНОСТЕЙ ДО ШТУЧНИХ СУПУТНИКІВ ЗЕМЛІ

Постановка проблеми

В даний час наявність у навколоземному просторі величезної кількості «космічного сміття» (уламки ракетноносіїв, відпрацьовані супутники) являє реальну загрозу для ШСЗ і космічних апаратів, які знаходяться в космічному просторі або виведені на орбіту. Тому, для запобігання зіткнень ШСЗ із «космічним сміттям» при виведенні на орбіту і русі по ній, а також для точного визначення по ШСЗ місця розташування наземних, надводних і підводних об'єктів і рішення інших науково-дослідних і прикладних задач необхідно підвищувати точність визначення елементів орбіт ШСЗ і положення ШСЗ у космічному просторі в будь-який момент часу.

Рішення проблеми точного визначення елементів орбіт можливо завдяки облікові окрім даних спостережень, координат ШСЗ, ще й похилих дальностей від наземних пунктів спостереження до ШСЗ.

Аналіз останніх досліджень

Існує можливість визначення похилих дальностей до ШСЗ за допомогою лазерних або радіотехнічних далекомірів, але не усі супутники мають кутові відбивачі.

Також існують методики визначення похилих дальностей на підставі елементів орбіт, але не завжди ми маємо змогу користуватися цими даними. Тому необхідно мати можливість визначати похилі дальності аналітичними методами на підставі тільки даних спостережень.

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Дана робота присвячена аналізу базисного метода визначення похилих дальностей до штучних супутників Землі на підставі даних спостережень та оцінки точності визначення.

Основна частина

В основі алгоритму обчислення похилих дальностей базисним методом лежить супутникова тріангуляція, що являє собою геометричну побудову, заснована на визначенні взаємного положення

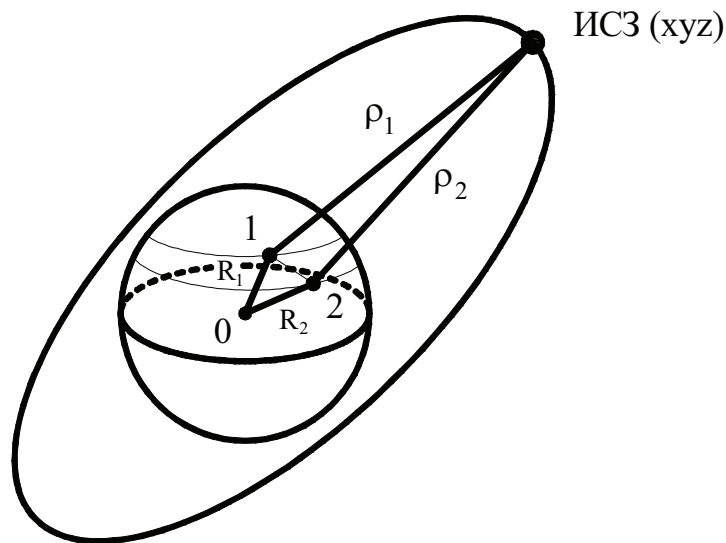
пунктів по синхронно спостереженням на них миттєвим положенням ІСЗ.

Методика визначення похилих дальностей базисним методом ґрунтується на використанні даних синхронних спостережень ІСЗ із двох наземних пунктів. У ході спостережень визначаються значення топоцентричних координат ІСЗ: прямого сходження α , годинного кута γ і відмінювання δ супутника, що визначаються щодо станцій спостереження в системі координат, заданої опорними зірками. При цьому зображення зірок і супутника на знімку виходять у миттєвій системі координат, а вихідними є координати опорних зірок у системі деякого зоряного каталогу.

Зв'язок положення ІСЗ із деяким наземним пунктом описується вираженням:

$$R_i = r - \rho_i, \quad (1)$$

де ρ_i – обмірюваний топоцентричний вектор; r – радіус-вектор ІСЗ; R – радіус-вектор наземного пункту (малюнок 1).



Малюнок 1 – Принцип побудови геодезичних мереж за допомогою ІСЗ

Координати супутника можна одержати по цілком очевидних формулах:

$$\begin{aligned} x &= X_k + \rho l = X_k + \rho \cos \gamma \cos \delta, \\ y &= Y_k + \rho m = Y_k + \rho \sin \gamma \cos \delta, \\ z &= Z_k + \rho n = Z_k + \rho \sin \delta. \end{aligned} \quad (2)$$

де γ – значення годинного кута, узяті зі зворотним знаком; l , m , n – направляючі косинуси напрямків на ІСЗ, що зв'язані з

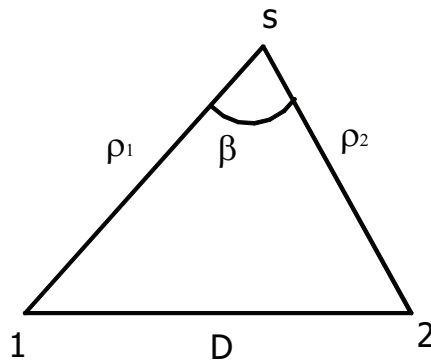
обмірюваними сферичними координатами відомими співвідношеннями [3]:

$$\begin{aligned} l &= \rho \cos \gamma \cos \delta, \\ m &= \rho \sin \gamma \cos \delta, \\ n &= \rho \sin \delta. \end{aligned} \quad (3)$$

Координати наземних станцій спостереження X_k, Y_k, Z_k виражаються через геодезичні координати: геодезичну широту B , довготу L і висоту H .

Нехай на пунктах 1 і 2 з відомими координатами обмірювані напрямки на супутник (малюнок 2). Вираження для координат крапки s мають вигляд:

$$\begin{aligned} x &= X_1 + \rho_1 l_1 = X_2 + \rho_2 l_2, \\ y &= Y_1 + \rho_1 m_1 = Y_2 + \rho_2 m_2, \\ z &= Z_1 + \rho_1 n_1 = Z_2 + \rho_2 n_2. \end{aligned} \quad (4)$$

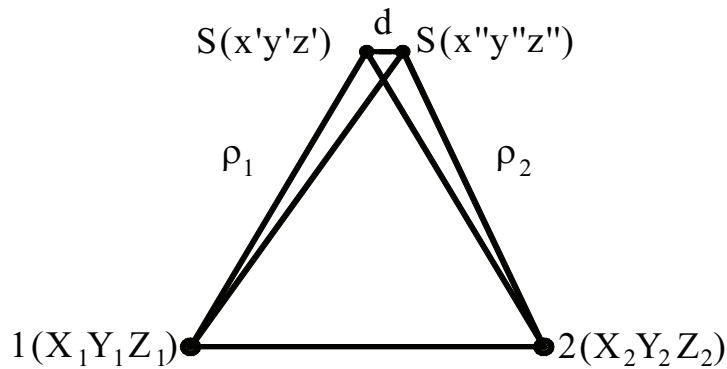


Малюнок 2 – Синхронний трикутник

Система (4) має деякі особливості. Для її рішення необхідно знати відстані від вихідних пунктів до супутника ρ_1 і ρ_2 . Запис системи (4) вірна тільки в тому випадку, якщо прямі $1s$ і $2s$ у просторі перетинаються. У загальному випадку, унаслідок помилок виміру, ці прямі перехресні (малюнок 3), тому система (4) буде мати вигляд

$$\begin{aligned} x' &= X_1 + \rho_1 l_1, & x'' &= X_2 + \rho_2 l_2, \\ y' &= Y_1 + \rho_1 m_1, & y'' &= Y_2 + \rho_2 m_2, \\ z' &= Z_1 + \rho_1 n_1, & z'' &= Z_2 + \rho_2 n_2, \end{aligned} \quad (5)$$

де $x', x'', y', y'', z', z''$ - координати крапок зустрічі прямих $1s$ і $2s$. [3]



Малюнок 3 – Супутникова тріангуляція

У системі (5) як і раніше невідомі відстані ρ_1 і ρ_2 . Для їхнього визначення можна використовувати ті обставини, що відстань між крапками зустрічі

$$d = \sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2 + (z'' - z')^2} \quad (6)$$

є найкоротшим і з обліком (5) дорівнює:

$$d = \sqrt{[(X_2 - X_1) + \rho_2 l_2 - \rho_1 l_1]^2 + [(Y_2 - Y_1) + \rho_2 m_2 - \rho_1 m_1]^2 + [Z_2 - Z_1 + \rho_2 n_2 - \rho_1 n_1]^2}. \quad (7)$$

Умова мінімуму запишеться у виді системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial d}{\partial \rho_1} = 0; \\ \frac{\partial d}{\partial \rho_2} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Вирішуючи систему (6) з урахуванням вираження (7), одержимо:

$$\begin{cases} \rho_1 - \rho_2 \cos \beta - F_1 = 0; \\ \rho_2 - \rho_1 \cos \beta + F_2 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

де β - кут зарубки при супутникові дорівнює $\beta = \arccos(l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2)$.

Для спрощення вираження (7) уведемо позначення:

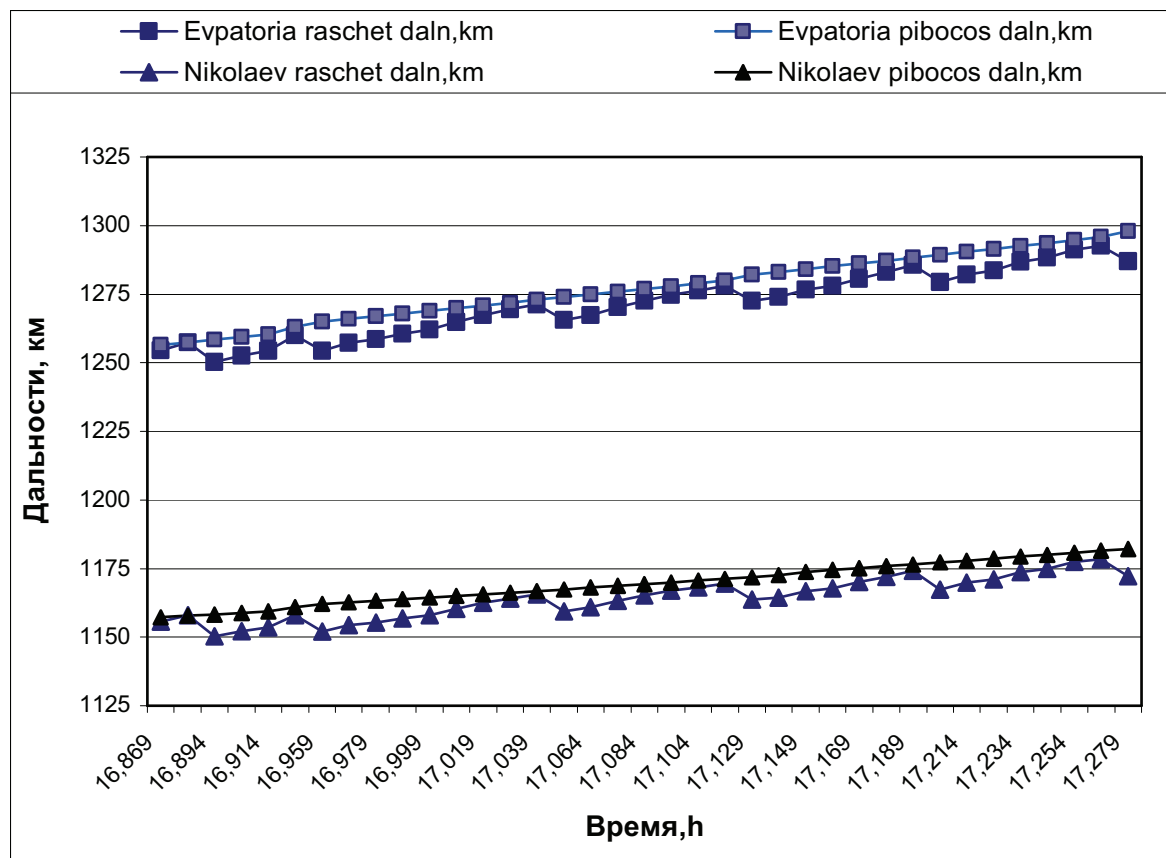
$$F_1 = (X_2 - X_1) \cdot l_1 + (Y_2 - Y_1) \cdot m_1 + (Z_2 - Z_1) \cdot n_1, \\ F_2 = (X_2 - X_1) \cdot l_2 + (Y_2 - Y_1) \cdot m_2 + (Z_2 - Z_1) \cdot n_2.$$

Із системи (9) знайдемо шукані відстані:

$$\rho_1 = \frac{F_1 - F_2 \cos \beta}{\sin^2 \beta}; \quad \rho_2 = \frac{F_1 \cos \beta - F_2}{\sin^2 \beta}. \quad (10)$$

Як показують результати (малюнок 3), похила дальність до ШСЗ може бути обчислена за синхронними спостереженнями з двох

наземних станцій базисним методом з точністю до 5 км (відносно метода рібосос з урахуванням диференціального виправлення).



Малюнок 3 - Результати обчислення похилих дальностей за реальними спостереженнями ІСЗ № 10702 на ШАК і КОС АЗТ-28.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Універсальність цієї методики полягає в можливості визначати похилі дальності до ШСЗ без використання дорогих далекомірів (тим більше що не всі супутники мають кутові відбивачі) і одержувати ці значення аналітичними методами, причому, використовуючи тільки дані спостережень, а не дані про елементи орбіт ШСЗ.

Для калібрування похилої дальності, отриманої базисним методом, необхідні спостереження навігаційних транспондерів (ШСЗ із навігаційними станціями на борту). Однак навіть попередньо обчислені похилі дальності, отримані за допомогою описаної вище методики, дозволяють на порядок підвищити точність визначення елементів орбіт ІСЗ (у порівнянні з методикою визначення елементів орбіт ШСЗ за даними спостережень з урахуванням диференціального виправлення і без обліку похилих дальностей).

Наші подальші дослідження будуть присвячені спостереженню навігаційних транспондерів для отримання значень похилих дальностей до ШСЗ, калібруванню похилих дальностей, отриманих базисним методом та підвищенню точності визначення елементів орбіт штучних супутників Землі з урахуванням похилих дальностей.

ЛІТЕРАТУРА

1. Абалакин В.К., Аксьонов Е.П., Гребенников Е.А., Рябов Ю.А., Довідковий посібник з небесної механіки й астродинаміки, М.: Наука, 1976, 864 с.
2. Космічна геодезія: Підручник для вузів/ В.Н. Баранів, Е.Г. Бойко, И.И. Краснокрылов і ін. – М.: Надра, 1986. – 407с.
3. Довідник геодезиста: У 2-х книгах. Кн.1/Під ред. В.Д.Большакова і Г.П.Левчука. – 3-і изд., перераб. і доп. – М.: Надра, 1985. – 455с.

Получено 03.04.2006 г.

УДК 626.7.018.7:621.396.96

К.І.Мотильов, М.В. Міхайлов, І.Л. Щербов, В.В. Пасльон

МЕТОДИ ОБРОБКИ ДАНИХ ВИМІРІВ, ЯКІ ВОЛОДІЮТЬ ПРОСТОРОВОЮ ТА ЧАСОВОЮ НАДМІРНІСТЮ

Постановка проблеми

При розробці літальних апаратів (ЛА), космічних апаратів (КА) і багаторазових транспортних космічних систем (БТКС) через неможливість отримання теоретичного опису до 40% усіх виникаючих проблем вирішуються за допомогою іспитів [1]. Високі вимоги до точності та вірогідності обумовлені тим, що за результатами траєкторних вимірів приймаються відповідальні рішення про якість і придатність ЛА, КА, чи БТКС. У зв'язку з цим розвиток методів траєкторних вимірів повинен випереджати розвиток об'єктів вимірів. Але це стає все складніше через значне підвищення якості ЛА та наближення вимірювальної техніки до межі своїх можливостей по точності.

Суттєвою особливістю, якою володіє траєкторна інформація, є просторова надмірність (ПН) і часова надмірність (ЧН).

ЧН зв'язана з високим темпом знімання інформації. ПН є наслідком багаторазового дублювання вимірів різними засобами вимірювань.

Аналіз останніх досліджень

Різні аспекти рішення задач обробки даних вимірів розглядалися в роботах вітчизняних і закордонних авторів: П. А. Агаджанова, В. Є. Дулевича, Б. Ф. Жданюка, М. Д. Огороднійчука, В. К. Бакличкого, Д. Андрюса, Н. Х'юбера та інших. Основними роботами у даному напрямку є роботи [5,6]. Ці роботи розглядають можливість використання надмірної траєкторної інформації для отримання більш точних координат положення об'єкту. Але вони не розглядають можливість та методи послідовного використання просторової та часової надмірностей для досягнення кращих результатів.

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Дана робота присвячена загальному огляду послідовної реалізації просторової та часової надмірностей.

Основна частина

Траєкторії руху різних об'єктів прийнято розділяти на два великих класи: детерміновані траєкторії (ДТ) та випадкові (ВТ) [2].

Для ДТ сукупність діючих на об'єкт сил відома з достатнім ступенем точності. Завдяки цьому кожна ДТ може бути задана обмеженням і заздалегідь відомим числом траєкторних параметрів. Прикладами ДТ є еліптичні, параболічні та гіперболічні орбіти космічних апаратів. Для ДТ задача в основному вирішена на базі статистичної оцінки параметрів [1,2].

ВТ - траєкторії, при розрахунку яких немає повної інформації про сили, що діють на об'єкт, або ці сили відомі з суттєвими помилками. Внаслідок цього для ВТ неможливо заздалегідь установити кількість траєкторних параметрів, необхідних для її опису. Прикладами ВТ є траєкторії ЛА і БТКС, що маневрують. Для таких траєкторій задача підвищення точності визначення координат є особливо актуальною. Найбільш раціональна модель для опису ВТ представлена у вигляді [3, 5]:

$$x(t, A) = \sum_{k=0}^m a_k \varphi_k(t), \quad (1)$$

де $x(t, A)$ - координатна складова вектора дійсного положення об'єкта;

a_k - компонент вектора A - коефіцієнтів апроксимуючого полінома;

$\varphi(t)$ - система лінійно незалежних базисних функцій.

Рівень прикладних методів обробки інформації значною мірою визначається можливостями техніки вимірів. Раніше вторинні координати об'єктів дослідження розраховувалися простими методами, заснованими на використанні мінімально необхідного набору первинних координат [3]. Суть простих методів зводилася до аналітичного визначення точки перетинання трьох поверхонь положення.

Прості методи володіють рядом серйозних обмежень [1,2]:

- не враховують кореляцію помилок вимірів;

- не можуть автоматично пристосовуватися до форми ВТ, що змінюється, і метрологічного стану вимірників;
- не є загальними для широкого діапазону умов;
- не завжди задовольняють зростим вимогам до точності;
- не враховують нерівноточність вимірів.
- Ми пропонуємо шлях розв’язання проблеми підвищення точності обробки даних траєкторних вимірів у три етапи:
- використання алгоритму попередньої відбраковування грубих помилок вимірів (збоїв);
- використання алгоритму адаптивного лінійного оптимального згладжування даних вимірів, які мають часову надмірність;
- використання узагальненого методу, що реалізує просторову надмірність даних вимірів.

Останні два методи вільні від недоліків існуючих простих методів обробки та здатні забезпечити розв’язання комплексу задач по підвищенню точності та вірогідності оцінки вторинних координат положення та руху БТКС. А попередня відбраковування грубих помилок вимірів забезпечить максимальну ефективність апостеріорного аналізу зовнішньотраєкторної інформації.

В даний час застосовуються методи згладжування до первинної та вторинної інформації. Згладжування дозволяє:

- робити відбраковування грубих помилок вимірів;
- зменшувати вплив швидкофлюктуючих помилок вимірів;
- оцінити похідні вимірюваних чи обчислюваних параметрів;
- вирішувати інтерполяційні та екстраполяційні задачі;
- здійснювати стиск даних вимірів.

Існує кілька видів згладжування з використанням [6,7]:

- квадратичних ступеневих поліномів;
- тригонометричних рядів Фур’є;
- ортогональних поліномів Чебишева;
- сплайн-наближень.

На початку 60-х років на основі критерію найменших квадратів професором Огороднійчуком М. Д. був розроблений узагальнений метод [3, 4, 6], що передбачає реалізацію просторової надмірності за

допомогою рекурентного співвідношення для обчислення статистичної оцінки (СО) положення об'єкту:

$$r_{v+1} = r_v + \Delta r_v = r_v + U_v^{-1} \sum_{j=1}^m \frac{b_{jv}}{\sigma_{jv}^2},$$

де r_{v+1} - $(v+1)$ -е наближення;

r_v - v -е наближення;

U_v^{-1} - матриця, зворотна симетричній, складеній на основі часткових похідних f_{jz}, f_{jy}, f_{jz} .

b_{jv} - векторне відхилення j -ї поверхні положення відносно V -го наближення СО;

σ_{jv}^2 - дисперсія помилки області шуканої оцінки.

Узагальнений метод і його модифікації [1, 3, 4, 5]:

- забезпечує оптимальну обробку надмірної інформації;
- допускає обробку траєкторної інформації мінімального обсягу зі збереженням точності відповідних простих методів;
- стійкий до збоїв;
- ефективний при будь-яких флуктуаціях випадкових помилок;
- сполучається з будь-якими методами реалізації часової надмірності (згладжуванням, фільтрацією) при послідовній обробці даних;
- паралельно з обробкою здійснює самоконтроль точності вимірювальних станцій;

Далі, в середині 70-х, завдяки застосуванню швидкодіючих ЕОМ одержали розвиток методи, що більш повно враховують як просторову, так і часову надмірність даних зовнішньотраєкторних вимірів. До даних методів відносяться два варіанти послідовної реалізації просторової та часової надмірності даних. При цьому на одному з етапів реалізується часова, а на іншому - просторова надмірність траєкторної інформації. Послідовність виконання етапів обробки може бути будь-якою.

Якщо спочатку реалізується просторова надмірність, то на першому етапі обробці піддаються незгладжені дані вимірів, зареєстровані в єдині моменти часу. Автокореляція помилок вимірів при цьому не враховується, стиск даних відбувається при переході

від первинних координат до вторинних. Згладжування вторинних координат здійснюється на другому етапі поліномами невисокого порядку [6].

Якщо спочатку реалізується часова надмірність, то згладжуванню піддаються дані вимірів з використанням поліномів більш високого порядку. При згладжуванні враховується автокореляція помилок вимірів. Просторова надмірність і стиск даних реалізуються окремо для кожного моменту часу [5].

Порівнюючи два варіанти послідовних реалізацій надмірностей, можна зробити висновок:

- перший - більш простий та швидкодіючий;
- другий - більш точний та вірогідний.

Висновки та перспективи подальших досліджень

В результаті дослідження проблеми обробки даних траєкторних вимірів отримані наступні результати:

- для підвищення точності визначення вторинних координат об'єктів необхідна наявність просторової та часової надмірності даних зовнішньотраєкторних вимірів;
- застосування узагальненого методу й алгоритму адаптивного лінійного оптимального згладжування дозволяє суттєво підвищити точність кінцевих результатів;
- дослідження області застосування запропонованих методів показало їхню придатність для визначення тривимірних координат будь-яких об'єктів;
- були створені програмні реалізації зазначених вище алгоритмів: відбраковування грубих помилок, узагальнений метод і алгоритм адаптивного лінійного оптимального згладжування даних вимірів.

Наші подальші дослідження будуть спрямовані на об'єднання зазначених алгоритмів у єдиний комплекс, детальне дослідження двох варіантів реалізації надмірностей та на перехід до сумісної реалізації просторової та часової надмірностей та нелінійних алгоритмів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Агаджанов П. А., Дулевич В. Е., Коростелев А. А. Космические траекторные измерения. Радиотехнические методы измерения и математическая обработка данных. - М.: Сов. радио, 1969. – 504 с.
2. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1976. – 384 с.
3. Мотильов К. І. Узагальнений метод обробки даних траєкторних вимірів, які володіють просторовою надмірністю// Збірник тез VII Міжнародної молодіжної науково-практичної конференції «Людина і космос». – Дніпропетровськ: вид. НЦАОМУ, 2005. – 432 с.
4. Мотылев К. И., Михайлов М. В., Гончаров Е. В., Паслен В. В. Обработка данных измерений, обладающих пространственной избыточностью // Материалы Международной научной конференции “Излучение и рассеяние ЭМВ – ИРЭМВ-2005”. – Таганрог: изд-во ТРТУ, 2005. – с. 260-262.
5. Огороднийчук Н. Д. Обработка траекторной информации. Ч.1. – К.: КВВАИУ, 1981. – 141 с.
6. Огороднийчук Н. Д. Обработка траекторной информации. Ч. 2. – К.: КВВАИУ, 1986. – 224 с.
7. Паслен В. В. Исследование алгоритмов сглаживания данных траекторных измерений// Збірник тез VI Міжнародної молодіжної науково-практичної конференції «Людина і космос». – Дніпропетровськ: НЦАОМУ, 2002. – 372 с.

Получено 17.04.2006 г.

УДК 621.002:681.324

В.В. Голикова, Е.Л. Первухина

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ПОИСКА ПРИЧИННО-
СЛЕДСТВЕННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ
СЛОЖНЫХ СИСТЕМ**

В основе решения многих задач современного машиностроения лежат качественные и количественные зависимости между параметрами выпускаемых и вновь создаваемых изделий. Эти изделия в большинстве случаев представляют сложные системы, состоящие из разнородных элементов, механизмов и узлов, объединенных пространственными, функциональными, информационными отношениями, меняющимися со временем. Поэтому исследование таких систем и выявление указанных отношений и зависимостей, представляет сложную научную проблему. Серьезным недостатком теоретико-аналитического подхода к решению проблемы является необходимость абстрагирования от многообразия свойств и характеристик изделий, а также ограничение по количеству изучаемых параметров и времени получения результатов [1]. При возрастании сложности изделий знания об их свойствах и поведении становятся в значительной степени неопределенными, что также снижает эффективность теоретико-аналитического подхода. В последнее время в практике прикладных исследований большое распространение получил экспериментально-статистический подход [2,3], позволяющий эмпирически исследовать непосредственно изделия, их элементы и строить модели путем статистической обработки результатов измерений параметров.

К настоящему времени разработано достаточное количество методов статистического анализа сложных систем. Однако большая их часть не работоспособна при наличии автокорреляций и других систематических воздействиях и, самое главное, не позволяет установить причинно-следственные зависимости между параметрами. Методы построения векторных авторегрессионных моделей [4,5] для многомерных статистических систем связаны, как правило, с экономическими приложениями и неоправданно редко используются в практике исследования технических и технологических систем.

Среди последних публикаций, раскрывающих методы статистического анализа сложных технических объектов и систем, наибольший интерес представляет монография [3], в которой наиболее полно изложены вопросы формализованного выбора устойчивых структур многофакторных статистических моделей, и работа [6], где результаты факторного эксперимента используют для целей диагностирования таких объектов. Важные выводы указанных работ заключаются в том, что в отсутствие конструкторских или технологических дефектов статистические связи между параметрами технических объектов стабильны. При наличии дефектов или развивающихся повреждений происходит нарушение связей. Очевидно, что прогнозирование момента нарушения связей позволит определить предотказные состояния объектов. Однако в указанных работах рассматриваются только корреляционные связи между параметрами и проводится многофакторный анализ, результаты которого не могут быть в полной мере использованы для решения задачи, поскольку, с одной стороны, в сложных системах полный многофакторный эксперимент невозможен и должен быть заменен дробным экспериментом, как следствие, интересующие параметры могут не войти в статистическое описание системы. С другой стороны, нет необходимости рассматривать множество всех параметров при решении конкретных задач определения статистических взаимосвязей между отдельными параметрами (при наличии априорной информации о физической природе исследуемых объектов, их качественных характеристиках и предварительного исключения возможного влияния неинформативных параметров).

Предлагается алгоритм определения причинно-следственных зависимостей между параметрами сложных технических объектов, рассматриваемых как динамические системы, при описании последовательности равноотстоящих во времени результатов наблюдений за параметрами в виде векторной авторегрессии. Решение основано на методике выделения неизменных во времени комбинаций последовательностей измерений различных параметров между собой.

В большинстве задач по исследованию сложных систем информационные потоки формируют на основе последовательностей измерений параметров. Как правило, каждый из параметров образует

самостоятельную случайную последовательность $X_{i,1}, \dots, X_{i,t}$, i - номер исследуемого параметра, $t = 1, \dots, T$ - дискретное время. В момент времени t параметры образуют вектор параметров $x_t = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})'$, / - символ транспонирования. Для примера выбраны случайные последовательности измерений трех параметров, характеризующих работу карбюраторного двигателя внутреннего сгорания в ходе контрольных испытаний (рис.1). Обозначение и размерность параметров представлены в табл. 1. По исследуемой методике [4,7,8] разработаны алгоритмы и вычислительные процедуры с использованием прикладного программного обеспечения RATS / CATS [9,10].

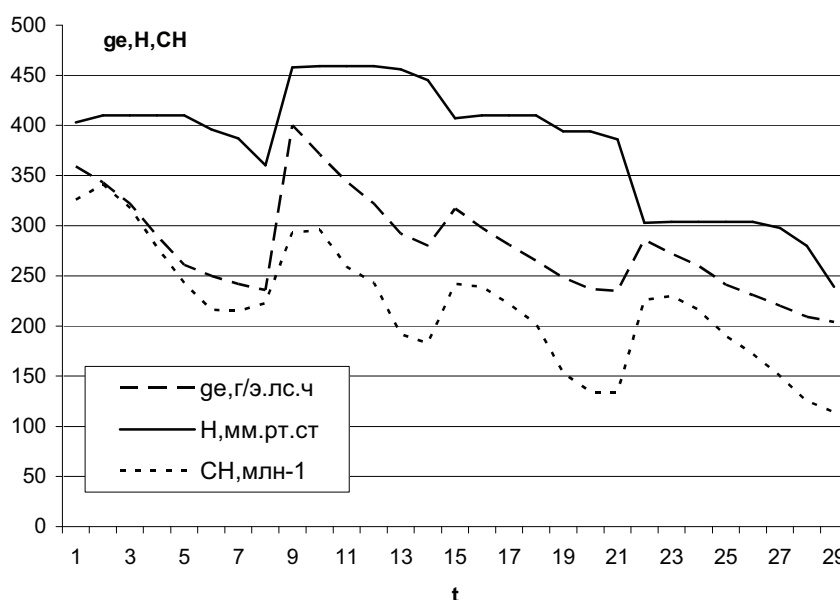


Рисунок 1 – Исследуемые случайные последовательности измерений параметров карбюраторного двигателя внутреннего сгорания

Таблица 1

Исследуемые параметры

Обозначение	Параметр	Размерность	Обозначение в работе
ge	Удельный расход топлива	г/э.лс.ч	X_1
H	Разрежение давления во впускном коллекторе	мм.рт.ст.	X_2
CH	Содержание СН в отработавших газах	млн ⁻¹	X_3

Рис. 1 демонстрирует нестационарность и схожие тенденции в изменении значений заданных последовательностей. На первом этапе аналитической проверки этого предположения выполнен корреляционный анализ. Парный коэффициент корреляции характеризует величину статистической связи между каждыми двумя параметрами [7]:

$$\rho_{ik} = \frac{E[(X_i - EX_i)(X_k - EX_k)]}{\sqrt{E[(X_i - EX_i)^2]E[(X_k - EX_k)^2]}}. \quad (1)$$

Здесь ρ_{ik} - обозначение парного коэффициента корреляции между i -м и k -м параметрами, $E[\cdot]$ - символ математического ожидания. Выборочные значения коэффициентов (1) для всех параметров представлены в табл. 2.

Таблица 2

Корреляционные зависимости между параметрами

	ge, г/эл.с.ч	H, мм.рт.ст.	CH, млн ⁻¹
ge, г/эл.с.ч	1	0.699344	0.849649
H, мм.рт.ст.	0.699344	1	0.531973
CH, млн ⁻¹	0.849649	0.531973	1

Как видно из табл. 2, все параметры попарно обладают сильной корреляционной зависимостью. Однако причиной этой зависимости может быть некоторый дополнительный параметр или общая тенденция параметров к уменьшению. Для исключения данной причины, или наоборот, подтверждения гипотезы о существовании общей тенденции к изменению случайных последовательностей измерений параметров $X_1 - X_3$, выполнен, так называемый, коинтеграционный анализ [7,8,11,12].

Случайные нестационарные последовательности измерений исследуемых параметров сведены к стационарным с помощью оператора разностей [7]. Так, разности первого порядка определены как $Y_{i,t} = X_{i,t} - X_{i,t-1}$, и исходные процессы $X_{i,t}$ тогда называют интегрированными процессами первого порядка. В общем случае элементы вектора $y_t = (Y_{1,t}, \dots, Y_{n,t})'$ называют коинтегрированными порядка d, b и обозначают $y_t \sim CI(d, b)$, если они представляют интегрированные процессы порядка d и существует отличный от нуля

вектор β , такой что линейная комбинация $y_t\beta$ есть интегрированный процесс порядка $(d-b)$. Вектор β называют коинтегрирующим вектором.

Методики Энгла-Грейнджера и Йохансена [11,12] для проверки выдвинутой гипотезы предполагают последовательное выполнение нескольких этапов. На первом этапе визуально оценивают графики последовательностей измерений (рис.1). На втором этапе определяют ранг коинтеграции r по числу линейно независимых коинтегрирующих векторов, не превосходящему число исследуемых параметров. Далее проверяют коинтегрирующие ограничения и строят модель исправления ошибки для выбора окончательной структуры аналитического описания динамики исследуемых параметров. Построение модели исправления ошибок связано с выдвинутой гипотезой общей тенденции изменения параметров, или некоторой общей траектории, от которой они могут отклоняться, но к которой возвращаются при нормальном режиме функционирования объекта.

Выборочные значения автокорреляционных функций для каждой последовательности определяют с использованием выражения, аналогичного парному коэффициенту корреляции (1):

$$\rho_k = \frac{E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(Y_t - \mu)^2]E[(Y_{t+k} - \mu)^2]}}, \quad \mu = E[Y_t],$$

как зависимости коэффициента ρ_k от k

j -й коэффициент автокорреляционной функции можно представить в виде

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \dots + \phi_{k(k-1)}\rho_{j-k+1} + \phi_{kk}\rho_{j-k}, \quad j=1,2,\dots,k,$$

где ϕ_{kk} определяет частную автокорреляционную функцию от k . Графики автокорреляционной и частной автокорреляционной функций последовательностей измерений всех параметров $X_1 - X_3$ (рис.2) практически не убывают с ростом t после нескольких первых значений, что подтверждает нестационарность последовательностей [7]. Анализ графиков дополнен тестом Дики-Фуллера по проверке гипотезы о существовании единичных корней и расширенным тестом Дики-Фуллера, когда дополнительно исследуют необходимость включения в уравнение

$$\Delta X_{i,t} = \alpha + \mu t + \Psi D_t + \gamma_i X_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{i,t-j} + \varepsilon_{i,t}; i=1,2,3 \quad (2)$$

свободного члена α и тренда t , а также детерминации длины лага. В основу тестов положена регрессия с коэффициентами $\alpha, \mu, \gamma, \delta_j; \varepsilon_t$ – остаточный член регрессии (ошибка оценивания), p – количество лагов. В ходе тестирования последовательно проверены гипотезы о равенстве нулю (отдельно или совместно) коэффициентов α, μ, γ . Величина лага выбрана таким образом, чтобы устранить автокорреляцию ошибок оценивания коэффициентов в уравнении (2).

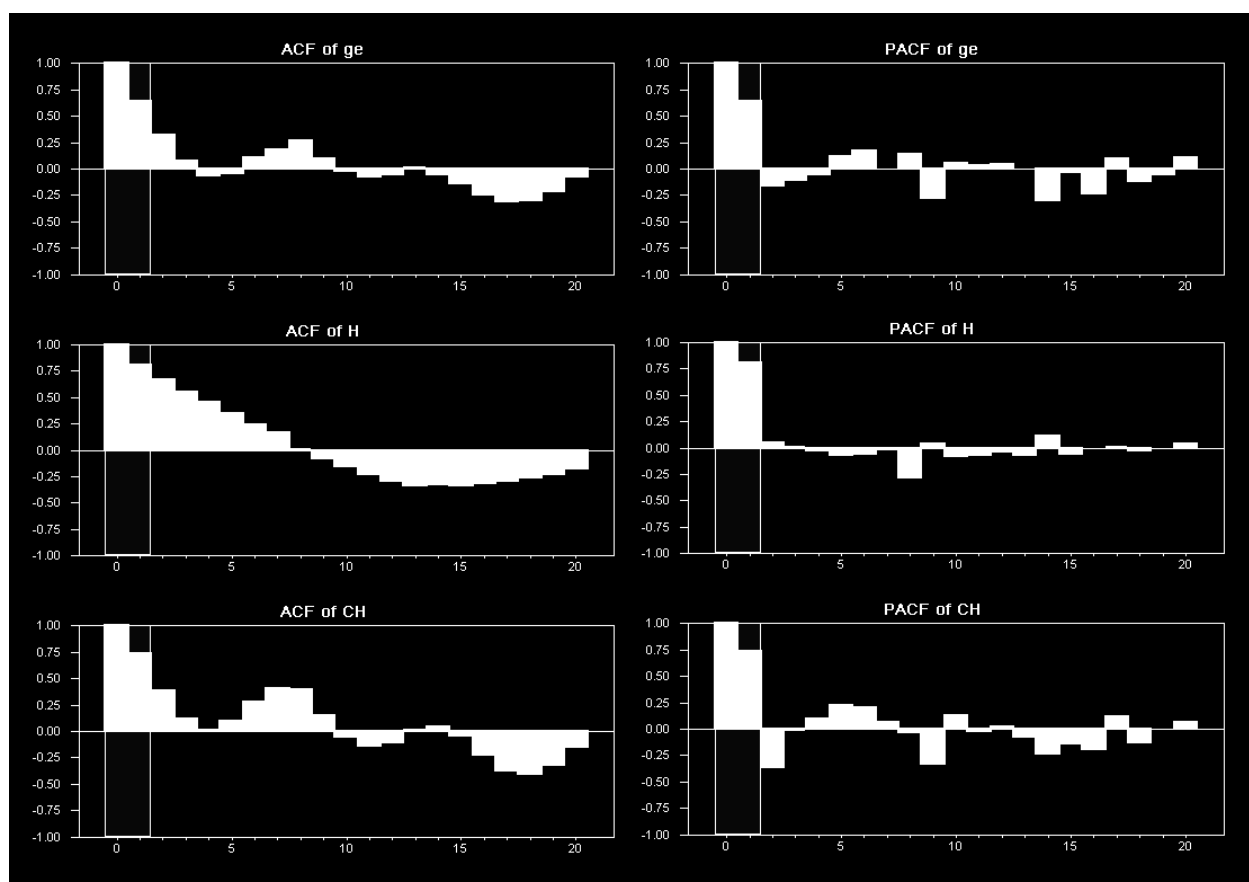


Рисунок 2 – Автокорреляционная (ACF) и частная автокорреляционная (PACF) функции последовательностей измерений

Результаты расширенного теста Дики-Фуллера для параметров $X_1 - X_3$, а также их первых разностей представлены в табл. 3, количество лагов равно шести.

Результаты табл. 3, как и графики на рис. 1,2, свидетельствуют о нестационарности последовательностей измерений параметров $X_1 - X_3$, поскольку гипотеза о наличии единичного корня не отвергнута на всех рассмотренных уровнях значимости. При

тестировании первых разностей случайных процессов на стационарность гипотеза о существовании единичного корня отвергнута на всех уровнях значимости, и, следовательно, трансформированные последовательности являются стационарными. В результате исходные последовательности $X_1 - X_3$ приняты интегрированными первого порядка. Стационарность первых разностей Dge, DH, DCH последовательностей ge, H, CH дополнительно иллюстрирует рис. 3.

Таблица 3

Результаты расширенного теста Дики-Фуллера

Параметры	t-adf	Критические значения (5%)	Единичный корень	Константа	Тренд
ge	-2.151	-2.97	есть	есть	нет
H	0.005	-2.97	есть	есть	нет
CH	-1.518	-2.97	есть	есть	нет
Dge	-5.240**	-2.97	нет	есть	нет
DH	-5.173**	-2.97	нет	есть	нет
DCH	-3.870**	-2.97	нет	есть	нет

Для проверки коинтегрированности последовательностей $X_1 - X_3$ проведен тест Йохансена [12]. На первом шаге тестирования в векторную авторегрессионную модель размерности p включают все возможные параметры [12]:

$$x_t = \pi_0 + \sum_{j=1}^p A_j x_{t-j} + \Psi \cdot D_t + \varepsilon_t, t = 1, \dots, T \quad (3)$$

В выражении (3) анализируемый вектор $x_t = (X_{1,t}, \dots, X_{n,t})'$, вектор констант $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)'$, вектор ошибок оценивания (остатков) $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{nt})'$ имеют размерность $(n \times 1)$, n - число исследуемых параметров, $A_j = (a_{ik}(j))$; $i, k = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, p$. Для проверки гипотезы о длине лага использован тест отношения правдоподобия, имеющего распределение χ^2 . Детерминированный член D_t в общем случае состоит из линейного члена, периодической переменной и других регрессоров.

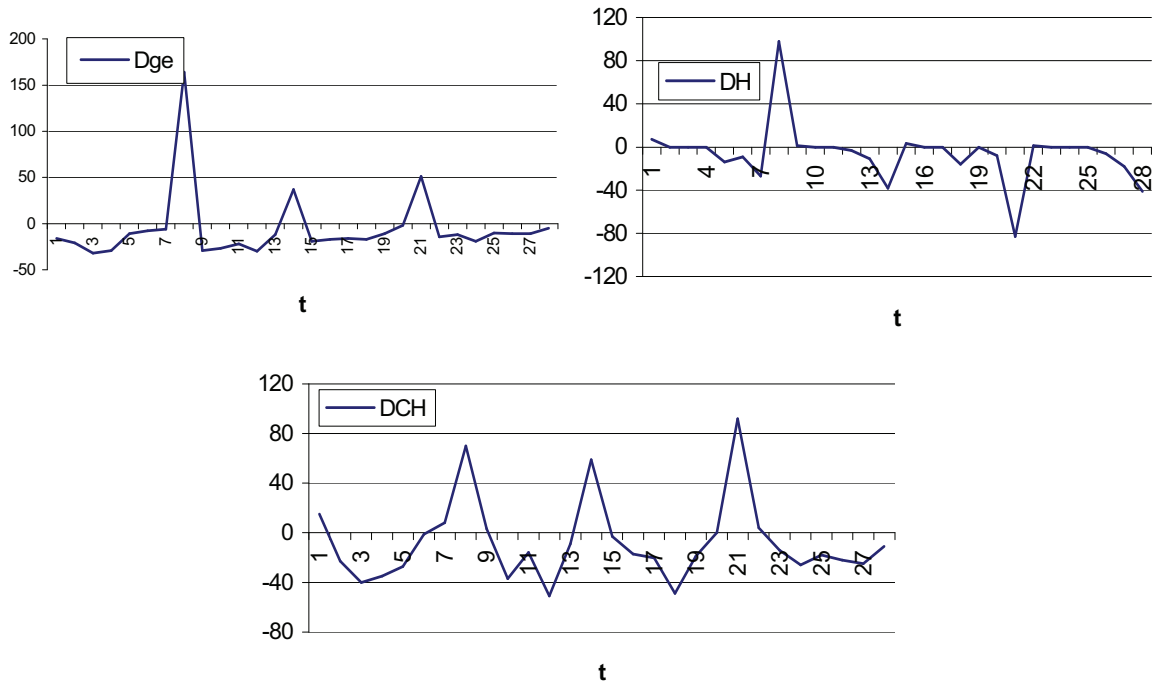


Рисунок 3 - Стационарность первых разностей рядов $X_1 - X_3$

После оценки векторной авторегрессионной модели (3) в тесте Йохансена рассчитывается оценка матрицы $\pi = I - A_1 - A_2 - \dots - A_p$, соответствующая представлению модели исправления ошибки:

$$\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \pi_j \Delta x_{t-j} + \Psi \cdot D_t + \varepsilon_t, t=1, \dots, T \quad (4)$$

Нулевой гипотезой является то, что ранг матрицы π не превышает некоторого числа k : $H_0: r < k$. В качестве альтернативной гипотезы используется $H_1: \text{rank} \pi = k$ или $H_1: \text{rank} \pi = r+1$. Статистика для проверки нулевой гипотезы против первой из приведенных альтернативных называется статистикой следа и имеет вид [12]:

$$LR^{\text{trace}} = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (5)$$

Статистика (5) пропорциональна сумме логарифмов собственных чисел матрицы (остальные $(k-r)$ собственных чисел считаются нулевыми), т.е. следу матрицы. Для проверки против второй альтернативной гипотезы тестовая статистика принимает вид:

$$LR^{\lambda-\max} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (6)$$

и называется статистикой максимального собственного числа. Статистика (6) пропорциональна логарифму максимального из собственных чисел матрицы, считающихся нулевыми. В приведенных

выражениях (5) и (6) T - число наблюдений, а через $\hat{\lambda}_i$ обозначена оценка максимального правдоподобия i -го корня полученного Йохансеном уравнения. Корни упорядочены в порядке убывания.

Результаты вычислений статистик (5) и (6) для рассматриваемого примера приведены в табл. 4.

Таблица 4

Определение ранга коинтеграции

Собственные числа	$LR^{\lambda-\max}$	LR^{trace}	$H_0 :$	$LR^{\lambda-\max} (90\%)$	$LR^{trace} (90\%)$
0.5598	22.16	29.54	0	13.39	26.70
0.1618	4.77	7.39	1	10.60	13.31
0.0925	2.62	2.62	2	2.71	2.71

По результатам анализа табл. 4 ранг коинтеграции принят равным 1 ($r=1$).

В выражении (4) матрица $\pi = \alpha\beta^T$, где α и β - ($n \times r$) матрицы полного ранга r . Матрицы α и β^T и матрица π представлены в табл. 5. Каждая строка матрицы β^T содержит компоненты одного из возможных коинтегрирующих векторов, причем эти векторы линейно независимы, а элементы матрицы α интерпретируются как скорость приведения процесса к равновесию. Первая из строк матрицы β^T содержит коэффициенты линейной комбинации последовательностей, ближайшей к стационарной. Вторая строка соответствует линейной комбинации, занимающей в этом отношении второе место, и т.д.

Таблица 5

Результаты вычисления матриц α и β^T

BETA (transposed)				ALPHA			PI			
GE	H	CH	CONST	9.827	9.647		GE	H	CH	CONST
-0.028	0.014	-0.010	5.243	-9.372	3.758	9.456	-1.041	0.416	0.182	91.016
-0.013	0.014	0.002	-3.198	17.001	12.330	0.998	-0.238	-0.025	0.424	-24.882
-0.048	0.006	0.034	3.836				-0.678	0.412	-0.112	53.533

В рассматриваемом примере ранг коинтеграции равен 1 ($r = 1$), значит, в качестве оценки коинтегрирующего вектора выбран вектор с элементами первой строки, т.е.

$$(-0.028, 0.014, -0.010, 5.243)' \quad (7)$$

Коинтегрирующий вектор получают из вектора (7) делением всех элементов на первый элемент:

$$\beta_{(1)} = (1.000, -0.497, 0.365, -187.514)' \quad (8)$$

Полученный коинтегрирующий вектор характеризует параметры статистически значимой долгосрочной зависимости между рассмотренными параметрами:

$$(est)_t = ge_t - 0.497 * H_t + 0.365 * CH_t - 187.514 \quad (9)$$

Для тестирования коинтеграции случайных последовательностей по методу Энгла-Грейнджера оценивают регрессию:

$$X_{3,t} = \gamma_0 + \gamma_2 X_{2,t} + \gamma_3 X_{1,t} + e_t. \quad (10)$$

В результате оценивания параметров модели получили соотношение между параметрами в виде:

$$CH_t = -50.90 - 0.119 * H_t + 1.129 * ge_t + e_t \quad (11)$$

Ошибки оценивания (остатки регрессии) в полученной модели (11) должны быть независимыми, нормально распределенными случайными величинами с нулевым средним. Поэтому проверяют гипотезу о возможной нестационарности остатков, т.е. гипотезу о наличии единичного корня в последовательности $e(t)$. График остатков регрессии изображен на рис. 4, а результаты расширенного теста Дики-Фуллера представлены в табл. 6.

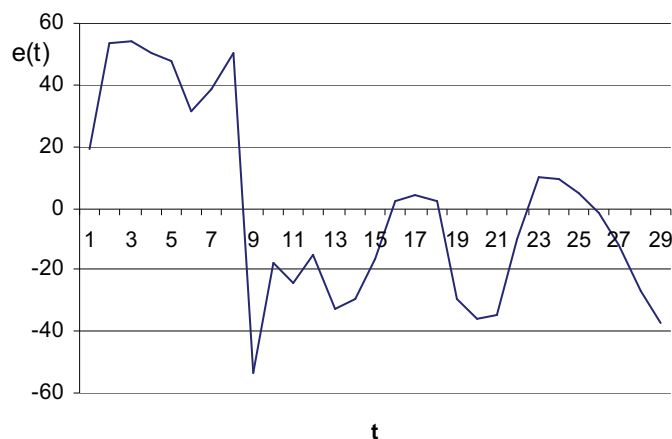


Рисунок 4- График остатков регрессии

Таблица 6

Результаты расширенного теста Дики – Фуллера (ошибок оценивания)

Параметр	t-статистика ADF-теста	Вероят.	Критические значения по Мак-Киннону	
e(t)	-3.006	0.0057	1%	-2.650145
			5%	-1.953381
			10%	-1.609798

Гипотеза о наличии единичного корня отвергнута на всех рассмотренных уровнях значимости, и, следовательно, последовательность остатков является стационарной.

Таким образом, выявлены причинно-следственные зависимости между рассматриваемыми параметрами ge , H , CH , что подтверждается физическими законами функционирования исследуемого карбюраторного двигателя внутреннего сгорания. Параметры находятся в динамическом взаимодействии, как следствие его нарушение позволит выявить отклонение режима функционирования объекта от номинального. Эмпирическая модель количественных отношений между параметрами является базовой для диагностирования состояния объекта по выделенным параметрам в реальном режиме времени с использованием известных алгоритмов оценивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скурихин В.И. Информационные технологии в испытаниях сложных объектов / Скурихин В.И., Квачев В.Г., Валькман Ю.Р., Яковенко Л.П. // – К.: Наук. думка, 1990. – 320 с.
2. Alwan L.C., Roberts H.V. Time Series Modeling for Statistical Process Control / L.C. Alwan, H. V. Roberts. - Journal of Business and Economics Statistics, 1988, vol.6, N1. - P. 87-95.
3. Радченко С.Г. Устойчивые методы оценивания статистических моделей / С.Г. Радченко. – К.: ПП «Санспарель», 2005. – 504 с.
4. W. Enders. Applied Econometric Time Series / W. Enders. - New York: John Wiley & Sons, 1995 – 433 p.
5. Emmenegger J.-F. Cointegration Analysis of Ukrainian Time Series: Consumer Price Index, Wages and Food Prices in the Decade 1992-2001 / J.-F. Emmenegger, T.A. Bardadym // International Journal of Applied Mathematics, 2003. - Vol. 12. - No 2. - P.141-158.
6. Рыбалко В.В. Параметрическое диагностирование энергетических объектов на основе факторного анализа в среде Statistica / В.В. Рыбалко // Exponenta Pro, 2004. – С. 78 – 83.
7. Box G.E. Time Series Analysis, Forecasting and Control / G.E. Box., G.M. Jenkins, G.C. Reinsel. - New Jersey: Prentice Hall, 1994. – 598 p.
8. Hamilton J.D. Time Series Analysis / J.D. Hamilton. – Princeton: Princeton University Press, 1994. - 799 p.
9. Doan T.A. RATS Software Package, User's Manual, Version 6.0. / T.A. Doan. - Illinois: ESTIMA, 2005. – 364 p.
10. Hansen H. CATS in RATS: Cointegration Analysis of Time Series, Handbook for the software package CATS / H. Hansen, K. Juselius. - Illinois: ESTIMA, 1995. – 155 p.

11. Engle R.E. Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing / R.E. Engle, C.W.J. Granger // *Econometrica*, 1987. – Vol. 55. - P.251-276.
12. Johansen S. Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models / S. Johansen // *Econometrica*, 1989 - Vol. 59. - N6. – P. 1551-1580.

Получено __.__.2006 г.

ИММУННЫЙ КЛАССИФИКАТОР ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ БИНАРНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ (ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ)

Архитектура классифицирующей искусственной иммунной системы

Архитектурная схема иммунной системы, реализующей алгоритм отрицательного отбора состоит из семи блоков, каждый из которых представлен одним или несколькими классами. Блоки на схеме соответствуют основным функциональным узлам системы, а стрелки, соединяющие блоки – основным потокам передачи данных и управляющих параметров. Краткое описание элементов схемы представлено ниже.

- **интерфейс ввода/вывода данных.** Блок предназначен для загрузки обучающих и распознаваемых данных в систему, получения результата распознавания, а, также, сохранения текущего состояния множества детекторов для возможности быстрой перенастройки системы на другую задачу без дополнительного обучения;

- **база данных (БД).** Данные, предназначенные для обучения или распознавания хранятся в базе данных системы и выбираются оттуда по мере надобности. Здесь же хранятся результаты распознавания и текущее состояние множества детекторов;

- **генератор случайных чисел (ГСЧ).** Использует несколько видов распределений и может генерировать целые или вещественные числа в заданных диапазонах;

- **блок генерации кандидатов.** Используя последовательности случайных чисел, создаваемые ГСЧ, производит множество кандидатов детекторов для последующего отбора их в качестве детекторов;

- **блок проверки совпадения.** Во время обучения системы данный блок используется для создания множества детекторов. Проверяет два вектора на предмет совпадения их между собой. Для проверки использует заданное правило совпадения и порог совпадения, определяющий границы зоны совпадения. В режиме распознавания системы данный блок распознает поступающие на его вход тестируемые вектора;

- **интерфейс управления памятью.** Реализует набор процедур, необходимых для управления памятью системы и работы с пространственными формами – внутренним представлением данных;
- **интерфейс настройки алгоритма.** Блок предоставляет возможность настройки системы с использованием подгружаемого файла конфигурации или интерактивную настройку при помощи стандартных графических элементов управления операционной системы.

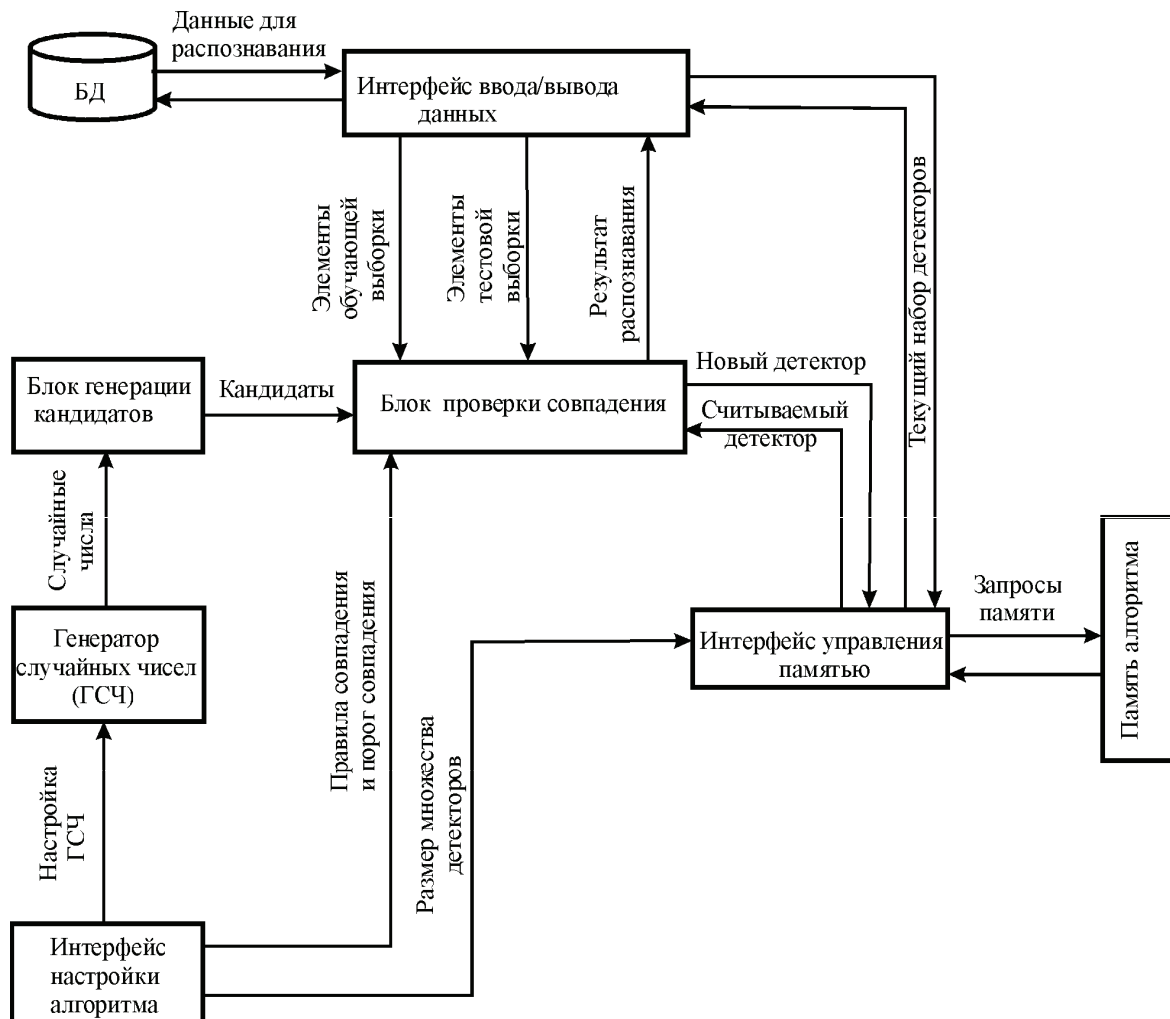


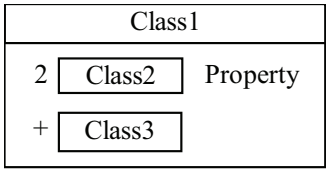
Рисунок 1 - Архитектура иммунной системы реализующей алгоритм отрицательного отбора

Объектно-ориентированное представление алгоритма отрицательного отбора

Прежде чем приступить к описанию структуры библиотеки, остановимся на условных обозначениях, используемых в схемах (табл.1), остальные обозначения представлены в соответствии со стандартами языка UML.

Таблица 1

Используемые условные обозначения

Обозначение	Описание
 <pre> classDiagram class Class1 { 2 + } class Class2 class Class3 Class1 "2" -- "Property" Class2 Class1 "+" -- "1" Class3 </pre>	Показывает, что Class1 является контейнером для объектов Class2 и Class3. Цифра в левой части прямоугольника показывает, какое количество экземпляров объектов соответствующего класса может содержать контейнер. Знак «+» говорит о том, что должен содержаться как минимум один экземпляр

Основываясь на данных модели, рассмотренной в предыдущем разделе можно выделить следующие объекты предметной области.

1. Генератор случайных чисел (Класс CRandomGenerator). Генерирует случайные числа в различных интервалах и с различными функциями распределения.
2. Абстрактный класс объектов алгоритма отрицательного отбора (CNSObject). Содержит базовые свойства для всех объектов системы.
3. Класс параметров алгоритма (CParams). Содержит все настройки алгоритма отрицательного отбора.
4. Класс атрибут формы (CAtribute). Представляет собой минимальный элемент пространственной формы, описывающей образ.
5. Класс пространственной формы. (CShape). Класс, описывающий образ объектов.
6. Класс множества объектов пространственной формы (CShapeSet). Описывает множество объектов пространственной формы (множество детекторов, множество кандидатов, обучающую выборку) и операции над ними.
7. Класс алгоритма отрицательного отбора (CNSAlgorithm). Класс включающий в себя основные и вспомогательные объекты модели и обеспечивающий функционирование отрицательного отбора.
8. Класс с правилами совпадений (CMatchingRule). Класс содержащий в себе набор различных правил для сравнения образов (пространственных форм).

9. Класс внутреннего преобразования данных (CDataDriver). Класс предназначен для ввода/вывода данных (класс-интерфейс).

Пример диаграммы взаимного включения основных объектов для построения алгоритма отрицательного отбора показан на рисунке 2.

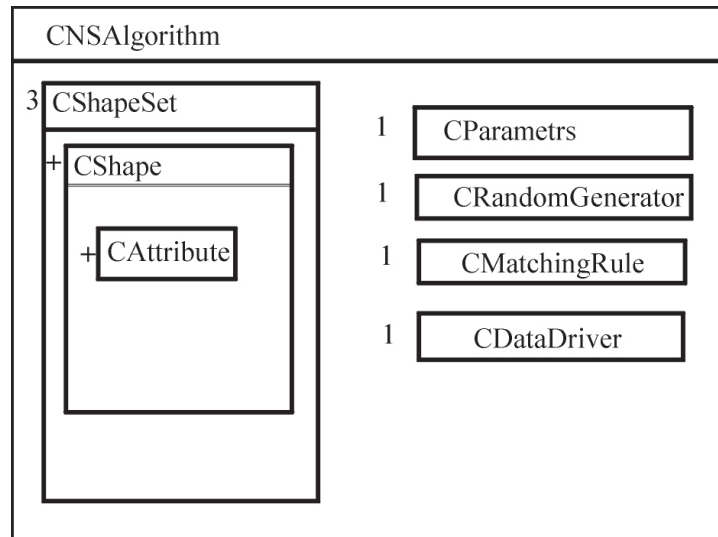


Рисунок 2 – Диаграмма взаимного включения объектов

Для описания логического аспекта алгоритма отрицательного отбора была разработана диаграмма классов (рисунок 2).

Для дальнейшего анализа используемого алгоритма, а также для выражения поведения отдельных классов и их возможного взаимодействия были разработаны диаграммы состояний в режиме обучения (рисунок 4) и в режиме распознавания (рисунок 5).

В соответствии с представленной диаграммой состояния системы в режиме обучения, предполагается, что в исходном состоянии предполагается, что обучающая выборка уже загружена и множество кандидатов-детекторов создано в соответствии с параметрами алгоритма. Вводится первый кандидат. Осуществляется его проверка в соответствии с правилом совпадения с обучающей выборкой. В случае хотя бы одного совпадения система переходит в состояние удаления кандидата и возвращается к состоянию оценки нового кандидата. В случае несовпадения кандидата с обучающей выборкой система переходит в состояние записи кандидата в множество детекторов и также возвращается к проверке следующего кандидата. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет исчерпано все множество кандидатов.

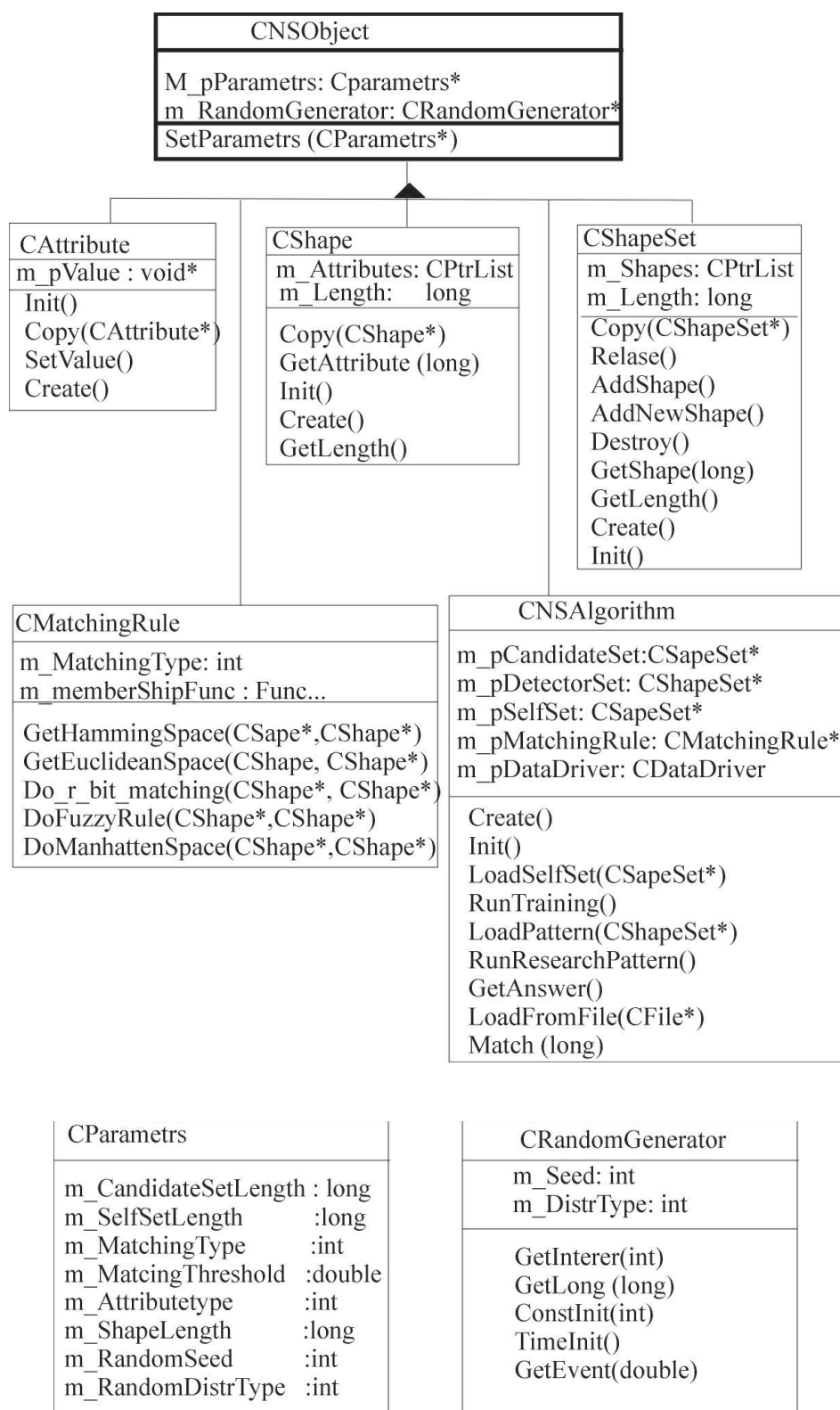


Рисунок 3 - Диаграмма классов

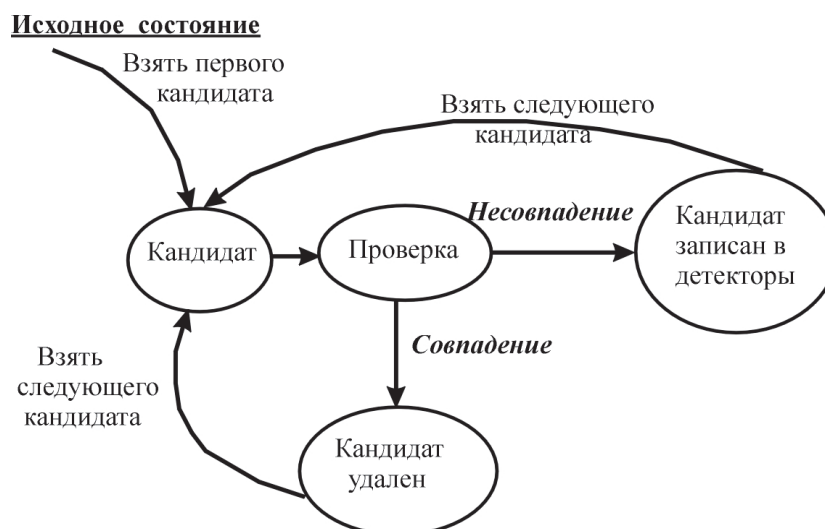


Рисунок 4 - Диаграмма состояний в режиме обучения



Рисунок 5 - Диаграмма состояний системы в режиме распознавания

В исходном состоянии предполагается, что множество детекторов уже сформировано. Находясь в состоянии ожидания система готова к считыванию входного образа. Если данное событие произошло, осуществляется проверка входного образа с множеством детекторов сформированным на этапе обучения. Если обнаружено совпадение входного образа хотя бы с одним элементом множества детекторов. Формируется состояние “чужой” и система блокирует вход. Иначе вход разрешается, и система переходит в состояние ожидания.

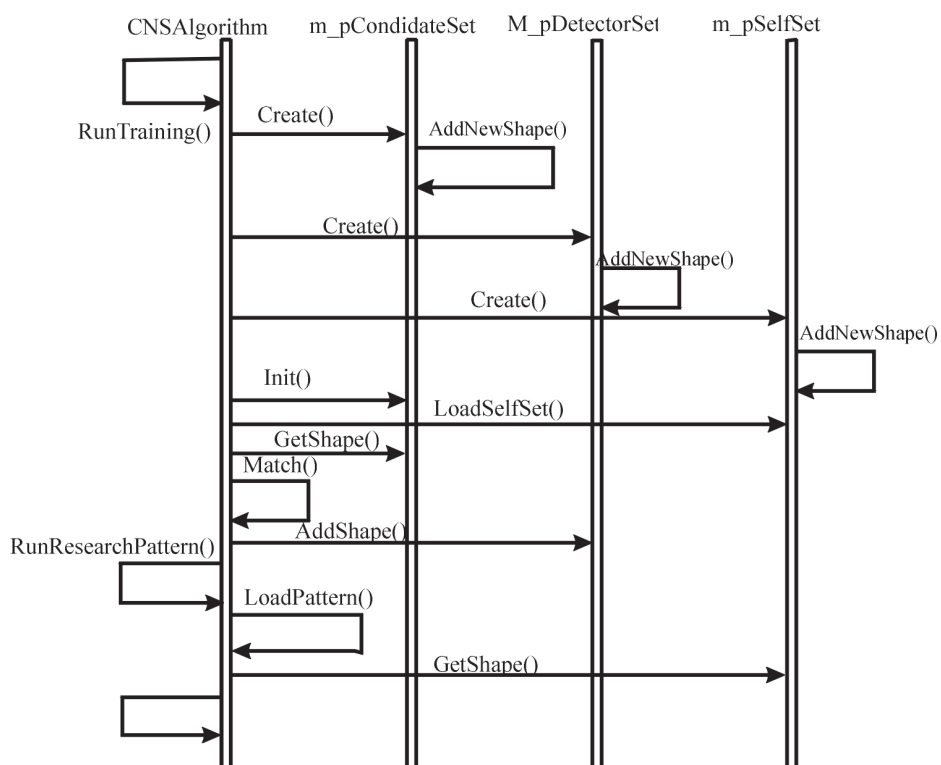


Рисунок 6 - Диаграмма взаимодействия основных объектов

Описание исследовательского прототипа программы реализующей алгоритм отрицательного отбора

Интерфейс:

Общий вид диалогового окна интерфейса программы представлен на рис. 7.

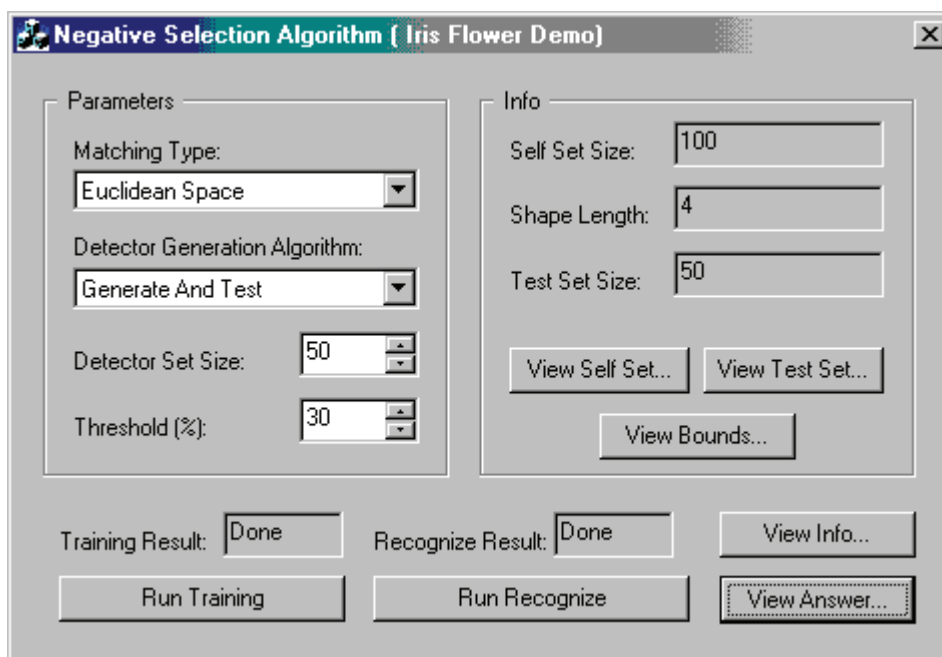


Рисунок 7 - Диалоговое окно интерфейса программы

Группа “*Parametres*” обеспечивает настройку 4-х основных параметров алгоритма:

Matching Type. Выбор правила сравнения векторов (рис. 8).

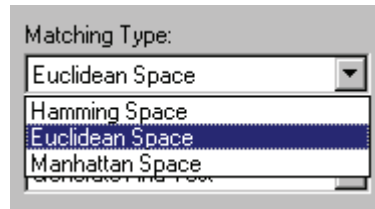


Рис. 8. Меню настройки правила сравнения векторов

Hamming Space – Хеммингово расстояние (используется только при бинарном кодировании векторов)

Euclidian Space – Евклидово расстояние.

Manhattan Space – Манхеттенское расстояние.

Detector Generation Algorithm – алгоритм генерации множества детекторов

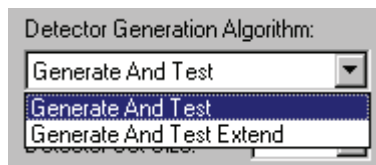


Рис. 9. Выбор алгоритма генерации детекторов

Generate and Test – генерируется один кандидат. Затем проверяется его “непересекаемость” с множеством S и в случае положительного ответа кандидат становится детектором, иначе он отбрасывается.

– ***Generate and Test Extended*** – аналогично предыдущему алгоритму с тем лишь дополнением, что проверяемый кандидат не должен попасть в зону действия других детекторов.

Detector Set Size – размер множества детекторов.

Threshold – параметр определяющий границы зон действия. Задается в процентах от максимально возможного расстояния между векторами в рамках множества U .

Группа “*Info*” содержит информацию о входных данных алгоритма:

Self Set Size – размер обучающей выборки

Shape Length – размерность векторов

Test Set Size – размер распознаваемой выборки

View Self Set – показывает обучающую выборку

View Test Set – показывает распознаваемую выборку

View Bounds – показывает границы множества U , а также точность представления векторов

Результаты тестирования

Суть данной задачи заключается в следующем. Имеется три вида цветков ириса: *Setosa*, *Versicolor* и *Virginica*. По 50 экземпляров каждого вида. Из них измерены четыре величины: длина и ширина чашелистика, длина и ширина лепестка. В нашем случае цель состоит в том чтобы научить распознавать по данным этих четырех измерений два вида *Setosa*, *Versicolor* как "свои", а третий *Virginica* как "чужой". В нашем случае необходимо найти такие параметры алгоритма, позволяющий добиться 100 процентного распознавания как "своих" так и "чужих". Мы делали множество "своих" как обучающую выборку, а "чужие" как тестируемую выборку (для контроля в тестовую выборку добавляли несколько экземпляров "своих").

С целью определения и выявления влияний параметров алгоритма на качество поставленной задачи нами было проведено несколько экспериментов. При этом мы пытались исследовать "экстремальные" ситуации, надеясь, что при них, алгоритмы покажут свои как положительные, так и отрицательные качества при решении поставленной задачи. Из всех групп проведенных экспериментов мы считаем, что наиболее яркими являются следующие две группы. В первой группе мы исследовали влияние параметра определяющего границы зон действия, заданного в процентах от максимально возможного расстояния между векторами *Threshold* (Порог %) на качество распознавания "чужих". При этом было взято минимальное значение размера детектора (*Detector Set Size*) равное 5.

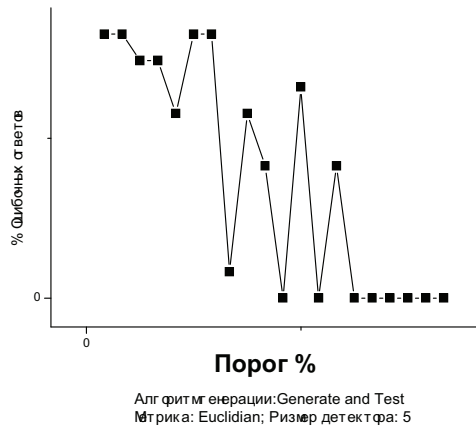


Рис. 10. Процент ошибочных ответов от параметра Threshold при режиме генерации Generate and Test, с использованием Евклидова расстояния

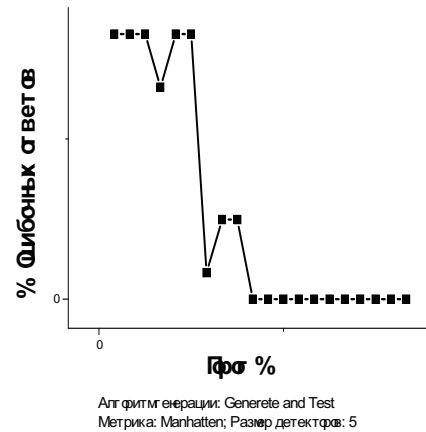


Рис. 11. Процент ошибочных ответов от параметра Threshold при режиме генерации Generate and Test, с использованием Манхэттенского расстояния

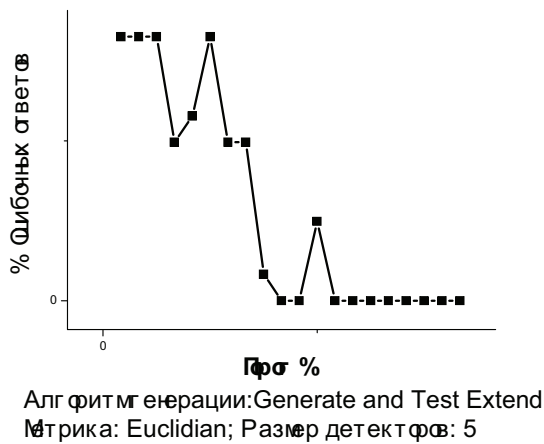


Рис. 12. Процент ошибочных ответов от параметра Threshold (Порог) при режиме генерации Generate and Test Extend, с использованием Евклидова расстояния

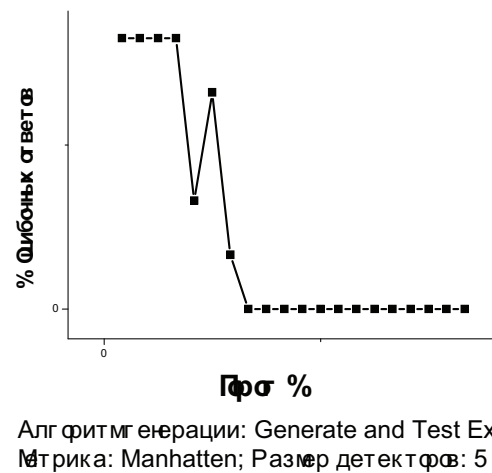


Рис. 13. Процент ошибочных ответов от параметра Threshold (Порог) при режиме генерации Generate and Test Extend, с использованием Манхэттенского расстояния

Во второй группе экспериментов мы исследовали влияние множества максимальных размеров детекторов на качество распознавания “чужих” при постоянном минимально возможном значении параметра *Threshold* (Порог) и различных значениях метрики и различных видах алгоритма генерации детекторов.

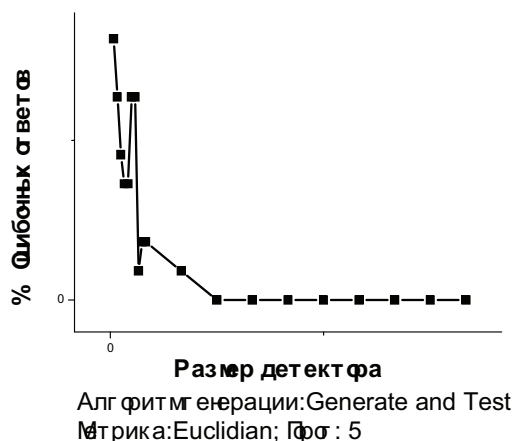


Рис. 14. Процент ошибочных ответов в зависимости от увеличения размера детекторов, при применении алгоритма генерации Generate and Test и Евклидовой метрики.

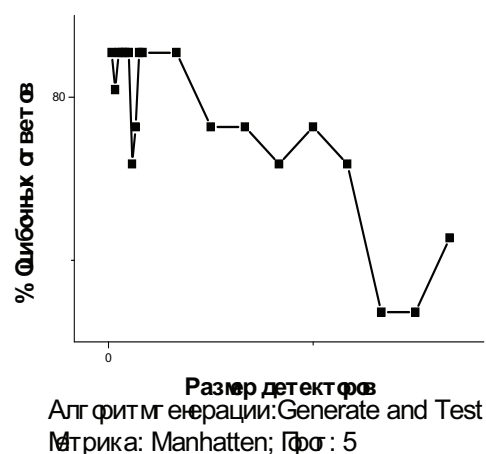


Рис. 16. Процент ошибочных ответов в зависимости от увеличения размера детекторов, при применении алгоритма генерации Generate and Test и Манхетенской метрики.

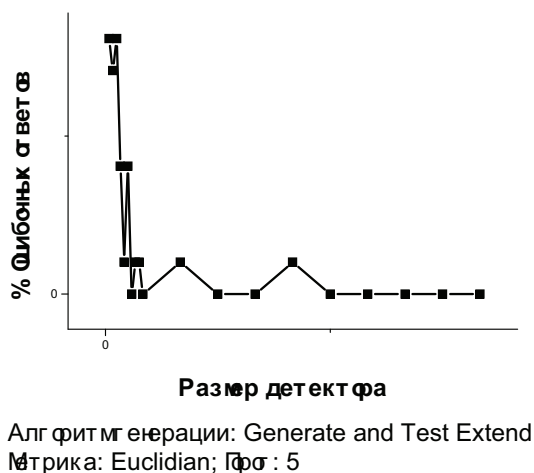


Рис. 17. Процент ошибочных ответов в зависимости от увеличения размера детекторов, при применении алгоритма генерации Generate and Test Extend и Евклидовой метрики.

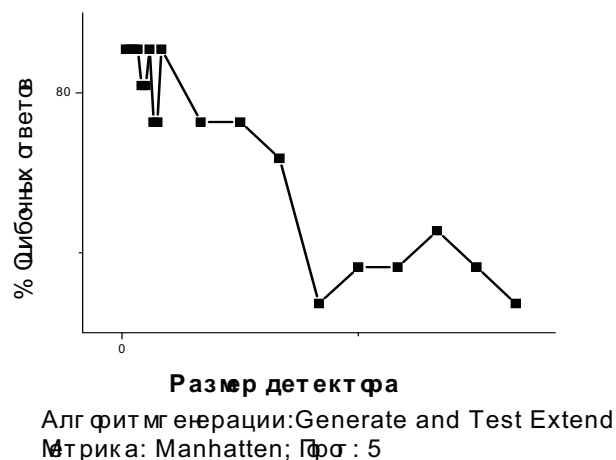


Рис. 18. Процент ошибочных ответов в зависимости от увеличения размера детекторов, при применении алгоритма генерации Generate and Test Extend и Манхетенской метрики.

Для проведения третьей группы экспериментов мы помимо описанной ранее задачи IRIS использовали одну из задач из набора тестов PROBLEM1 задачу CANCER и “задачу двух спиралей”. Первая представляет собой набор данных, связанных с диагностикой рака грудной железы. Задача заключается в классификации опухоли

(доброкачественная или злокачественная) на основе полученном с помощью микроскопа наборе характеристик клетки. В качестве входных характеристик подается информация о диаметре группы клеток опухоли, единообразии размера и формы клетки, доли нуклеина, доле хроматина и др. Всего имеется 699 примеров выборки: 9 входов и 2 выхода. Все входы – вещественные значения, 65,5% всей выборки определяют доброкачественную опухоль.

Третья задача представляет собой весьма сложный для различных классификаторов синтетический тест. Обучающий набор данных состоит из 194 значений (x, y) , половина из которых определяет точки одной спирали, а другая половина – точки второй спирали. Спирали плотно переплетаются друг с другом. Задача классификатора состоит в том, чтобы научиться различать принадлежность точек плоскости одной из спиралей. Сложность задачи двух спиралей определяется тем, что для подобных данных, граница решения, разделяющая представителей разных классов будет иметь сложный вид.

Таблица 6.1

Общие результаты работы на универсальных параметрах

ЗАДАЧА	ЧИСЛО ИТЕРАЦИЙ																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	min	max	
	% ОШИБКИ КЛАСИФИКАЦИИ																	
IRIS	18,46	8,46	6,15	5,38	9,23	9,23	6,15	6,92	7,69	8,46	7,69	7,69	7,69	5,38	6,92	5,38	9,23	
CANCER	8,86	7,43	5,71	6,0	5,71	5,71	5,43	5,43	6,0	6,0	6,29	6,57	6,86	5,71	6,57	5,43	7,43	
SPIRAL	44,24	43,46	50,79	50	49,74	45,29	50,52	48,17	45,29	47,38	50,52	47,91	45,03	47,12	49,21	43,46	50,79	

6.2 Выводы

Проанализировав результаты работы программы, мы пришли к заключению, в соответствии с которым универсального набора регулирующих параметров для алгоритма не может быть выявлено, поскольку при решении каждой отдельной задачи необходимо учитывать специфику конкретного набора данных. В программе реализованная часть каблук границ мутации по максимальному и минимальному значению в каждом поле, однако это не может заменить полноценное исследование задачи для получения качественных результатов.

В целому по задачам CANCER и IRIS полученные удовлетворительные результаты. В то же время в один момент на наборе данных к задаче IRIS было получено 100%-ное распознавание, которое говорит об эффективной работе алгоритма при

правильном настраивании параметров относительно каждой конкретной задачи.

Задача SPIRAL была приведена, так как она является классической сложной задачей классификации и распознавания, и показывает необходимость глубокого анализа исследуемых задач и функций.

Обсуждение

Как видно из рисунков 11–14 наиболее оправданным показало использование Манхетенской метрики при применении обеих видов алгоритмов генерации детекторов (*Generate and Test Extend* и *Generate and Test*). Использование Евклидовой метрики характеризуется требованием увеличения сравнительно высоких значений параметров *Threshold* (т.е. параметра определяющего границы зон действия), при этом необходимо обратить внимание, что данный алгоритм неустойчиво работал при использовании Евклидовых расстояний на средних значениях параметрах *Threshold* $\approx 20 - 70\%$ при обеих алгоритмах генерации детекторов.

На рисунках 15–18 показаны результаты численных экспериментов влияния “больших” размеров детекторов на процент ошибочных ответов при минимальном значении параметра *Threshold*. По данным рисункам видно, что в данном случае наблюдается обратная картина: при использовании Евклидовой метрики, при обеих видах генерации рецепторов наблюдались быстрые, устойчивые и положительные результаты при решении задачи определения “свой/чужой”. При этом необходимо отметить, при использовании Манхетенской метрики особенно при режиме генерации детекторов *Generate and Test Extend* часто наблюдалось зависание компьютера. При этом время обучения при применении режима *Generate and Test Extend* при обеих видах метрики заметно увеличивалось особенно после увеличения размера детектора до 3000 и более, особенно ярко увеличение длительности режима обучения проявлялось при применении Манхетенской метрики. Нами эмпирически установлено, что наиболее оптимальными параметрами для модифицированной нами задачи “Ирисы Фишера” являются:

***Threshold* $\approx 70-80\%$**

***Detector Set Size* $\approx 10 - 20\%$**

Режима *Generate and Test Extend*

Метрика *Евклидовое расстояние*

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Dasgupta (editor). Artificial Immune Systems and Their Applications. A book published by Springer Verlag Inc., January 1999.
2. Грицик В.В., Литвиненко В.І., Цмоць І.Г., Стех С.М. Теоретичні і прикладні проблеми застосування штучних імунних систем// Інформаційні технології і системи. –2003 –Т.6.-№1-2, с.7-45.
3. Литвиненко В.И. Бидюк П.И. Фефелов А.А., Баклан И.В. Программная реализация алгоритма отрицательного отбора для решения задач классификации //Тези доповідей Всеукраїнської конференції МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ, Дніпропетровськ, 17-19 листопада 2003 р. с.10
4. Литвиненко В.И. Классифицирующая система на основе механизма отрицательного отбора // Матеріали III-ї міжнародної науково-практичної конференції “Динаміка наукових досліджень 2004 с.34-36”
5. Литвиненко В.И. Разработка и применение искусственных иммунных систем// Третя міжнародна науково-практична конференція МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ (MIZIS-2005), ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ, Дніпропетровськ, 16-18 листопада 2005 р. с.105.
6. Blake, C., and C.Merz. 1998. UCI repository of machine learning databases.<http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.html> (Accessed 09 July 2001)
7. Баклан И.В., Бидюк П.И., Литвиненко В.И., Фефелов А.А. Архитектура классифицирующей иммунной системы на основе алгоритма клонального отбора// Тези доповідей учасників VI Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених Системний аналіз та інформаційні технології /1-3 липня 2004 р., м.Київ, с.41-42.
8. Грицик В.В., Литвиненко В.І., Опотяк Ю.В., Фефелов А.О., Цмоць І.Г. Використання штучних імунних систем при розв'язуванні задач мікроскопічної цитометрії// Інформаційні технології і системи. – 2005 –Т.8.-№1-2, с.37-51.

Получено __.__.2006 г.