

УДК 621.396.969

О.О. Дробахин, М.О. Дробахина, В.Г. Короткая, Г.Г. Шерстюк
**О ВОЗМОЖНОСТЯХ РАСПОЗНАВАНИЯ
РАДИОИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ, ПОЛУЧЕННЫХ С
ПОМОЩЬЮ МНОГОЧАСТОТНЫХ МЕТОДОВ В
МИКРОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ**

Аннотация. Показана возможность распознавания радиоизображений объектов в виде цилиндров и параллелепипедов, полученных на основе многочастотных измерений в микроволновом диапазоне, с использованием нейросетевых технологий. Рассмотрены случаи расположения объектов в свободном пространстве и за диэлектрическими преградами. Использованная сеть представляла собой трехслойный персептрон с 60 нейронами в скрытом слое.

Ключевые слова. Распознавание объектов, многочастотные микроволновые измерения, нейронные сети

Введение. Микроволновая измерительная техника нашла эффективное применение для решения задач, возникающих в различных отраслях промышленности [1]. Одной из важных задач является определение состояния металлических конструкций, при расположении их за диэлектрической преградой. Примерами таких задач являются состояние клапана, расположенного за диэлектрической преградой, состояние конструкции антенны, размещенной за антенным обтекателем из диэлектрика.

Анализ публикаций. Наиболее информативными являются широкополосные многочастотные сигналы, но их использование требует применения достаточно сложной аппаратуры в виде соответствующего измерительно-вычислительного комплекса [2]. При этом предусматривается переход во временную (а после соответствующего пересчета – в пространственную область) путем применения спектрального анализа, что позволяет при наличии сканирования в поперечном направлении получить трехмерные радиоизображения [3]. При распознавании объектов широко используются корреляционные методы, методы зондирования пилообразным сигналом, метод Прони

[4], однако последний может быть эффективно применен только в резонансной области. Развитие нейросетевых технологий [5] делает перспективным применение их для распознавания объектов, расположенных за диэлектрической преградой.

Постановка задачи. Для радиоизображений, полученных в виде матриц, содержащих отсчеты внесенного коэффициента отражения в зависимости от номеров отсчетов в продольном и поперечном направлениях, сформировать векторы, которые могут быть различены на основе нейросетевых технологий с использованием многослойного персептрона.

Цель исследований. Расчет характеристик распознавания радиоизображений объектов простейшей формы в виде цилиндров и параллелепипедов, расположенных за диэлектрической преградой, полученных при помощи измерительно-вычислительного комплекса экспериментальным путем по данным многочастотных измерений, совмещенных с поперечным сканированием.

Основная часть. Измерения проводились в диапазоне частот 38-52 ГГц с пирамидальной рупорной антенной, сечение горловины 5,242,6 мм, апертуры 46446 мм, длиной рупора 120 мм. В качестве объектов исследования были выбраны металлические цилиндры диаметром (в мм) 25 (объект 1), 45 (объект 2), 75 (объект 3) и параллелепипед с поперечными размерами 25×25 мм, который был ориентирован к антенне гранью (объект 4) и ребром (объект 5).

Для обеспечения однопозиционного расположения аппаратуры многочастотный микроволновый измеритель имел одну антенну-зонд для облучения исследуемой структуры и приема отраженного сигнала. Непосредственно измеритель измерял отношение сигналов падающей и отраженной волн на ряде частот. Выделение и детектирование сигналов обеспечивалась волноводной рефлектометрической схемой из состава панорамного измерителя Р2 с направленными детекторами при использовании в качестве зонда одного из видов рупорных антенн. При этом для получения значений сигналов в каналах падающей и отраженной волн последовательно опрашивалась каналы АЦП, а отношение указанных сигналов вычислялось программно. Конструкция АЦП предусматривала функцию подачи напряжения смещения на детекторы для их вывода на линейный участок ВАХ. Электронная перестройка частоты генератора качающейся час-

тоты и использование индикатора КСВН обеспечивала работу системы в реальном времени.

Применение методов параметрического спектрального анализа позволило получить зависимость распределения характеристики отражения как функцию пространственной продольной координаты. Измерялись скалярные величины, сохранение информации о фазе достигалось использованием принципа фурье-голографии с использованием отражения от доминирующей неоднородности антенны в качестве опорного сигнала [2]. Измерительная система использовала медианное усреднение серии последовательно измеренных характеристик. Усреднение выполнялось только по получению всех характеристик, значения которых подлежали усреднению.

Сканирование осуществлялось перпендикулярно оси зондирования посредством цифрового управления системы с шаговым двигателем. Это давало набор характеристик отражения (кадров), которые могли быть удобно представлены в виде цифрового растрового графического изображения (2D-изображения). При этом должным образом нормированная амплитуда коэффициента отражения представлена яркостью пикселей, а горизонтальная и вертикальная оси изображения соответствовали осям продольной (зондирования) и поперечной (сканирования) соответственно. Наложение на изображение цветовой карты градиента позволило отчетливо наблюдать области с одинаковыми значениями коэффициентов отражения (в частности, изолинии). Соответствующие 3D-изображения для цилиндра диаметром 45 мм при расположении его в свободном пространстве и за диэлектрической преградой приведены на рис. 1.

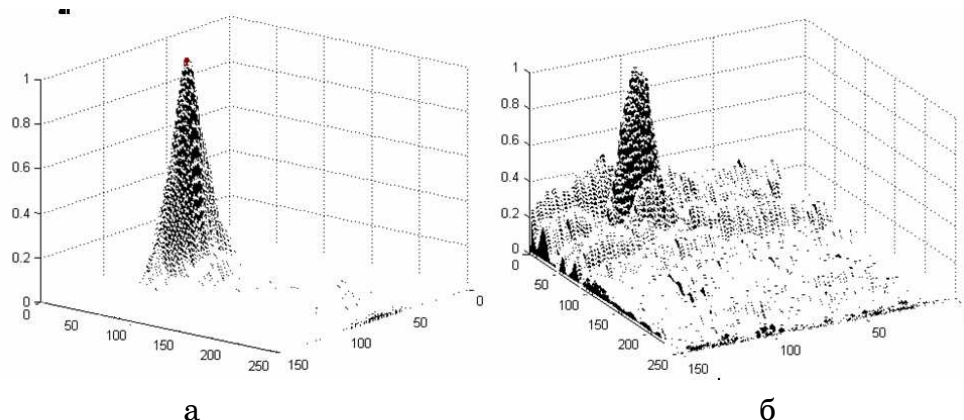


Рисунок 1 - 3D-радиоизображения цилиндра диаметром 45 мм:
а – в свободном пространстве; б – за диэлектрической преградой

При этом должным образом нормированная амплитуда коэффициента отражения представлена яркостью пикселей, а горизонтальная и вертикальная оси изображения соответствовали осям продольной (зондирования) и поперечной (сканирования) соответственно. Наложение на изображение цветовой карты градиента позволило отчетливо наблюдать области с одинаковыми значениями коэффициентов отражения (в частности, изолинии). Оконтурирование достигалось стандартным образом с применением оператора Собеля [6]. Применение принципа голографической записи информации приводило к появлению помимо интересующего изображения ряда артефактов, которые, как правило, имели меньшую амплитуду по сравнению с основным изображением, что позволило в основном их устранить путем применения пороговых фильтров. Примеры оконтурированного изображения для цилиндра диаметром 45 мм приведены на рис. 2.

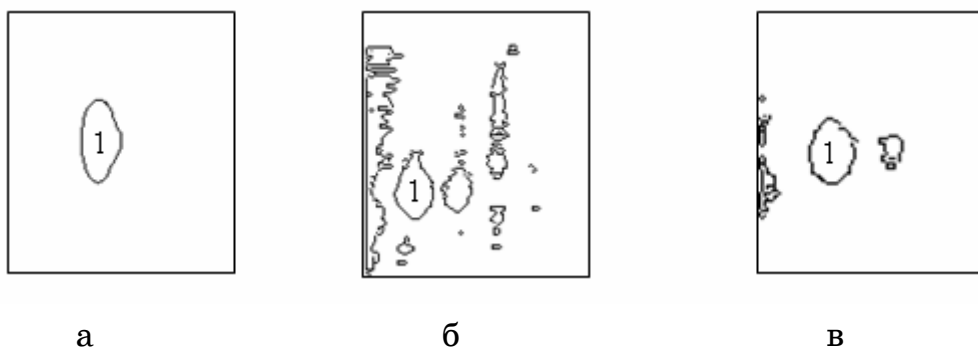


Рисунок 2 - Оконтурированное изображение цилиндра диаметром 45 мм: а – в свободном пространстве; б – за диэлектрической преградой с порогом 0,22; в - за диэлектрической преградой с порогом 0,35; 1 – контур цилиндра

Для использования технологии нейронных сетей значения в матрицах изображений отнормированы так, чтобы максимальное значение яркости было приравнено единице. Затем были сформированы одномерные векторы из отсчетов значений яркости вдоль 8 направлений, выходящих из вершины трехмерной картины радиоизображения. При этом углы между направлениями были выбраны одинаковыми. В каждом направлении отбиралось 10 элементов. Указанное значение подобрано экспериментальным путем, исходя из уровня шума, и может быть изменено. Таким образом, были сформированы векторы одинаковой длины в 81 элемент для всех пяти объектов. Для формирования большего количества векторов, которые использовались для обучения нейронной сети, к элементам исходных векторов

добавлялся гауссовский шум с нулевым средним, среднеквадратическое отклонение для которого составляло 0,01, 0,02, 0,03.

На рис. 3 представлены векторы для всех пяти рассмотренных объектов.

Архитектура нейронной сети представляла собой многослойный персептрон, который широко применяется для решения задач такого класса. Путем экспериментальной проверки было найдено оптимальное количество слоев, равное трем. Дальнейшее повышение количества слоев не давало заметного улучшения результатов. Входной слой имел количество нейронов, соответствующее длине входных векторов, т.е. 81, количество нейронов в выходном слое было равно 1. Количество нейронов в скрытом слое выбиралось экспериментально. Представленные результаты были получены при 60 нейронах в скрытом слое. В качестве функции активации для входного и скрытого слоев была выбрана логистическая сигмоидальная функция, для выходного слоя – линейная функция активации.

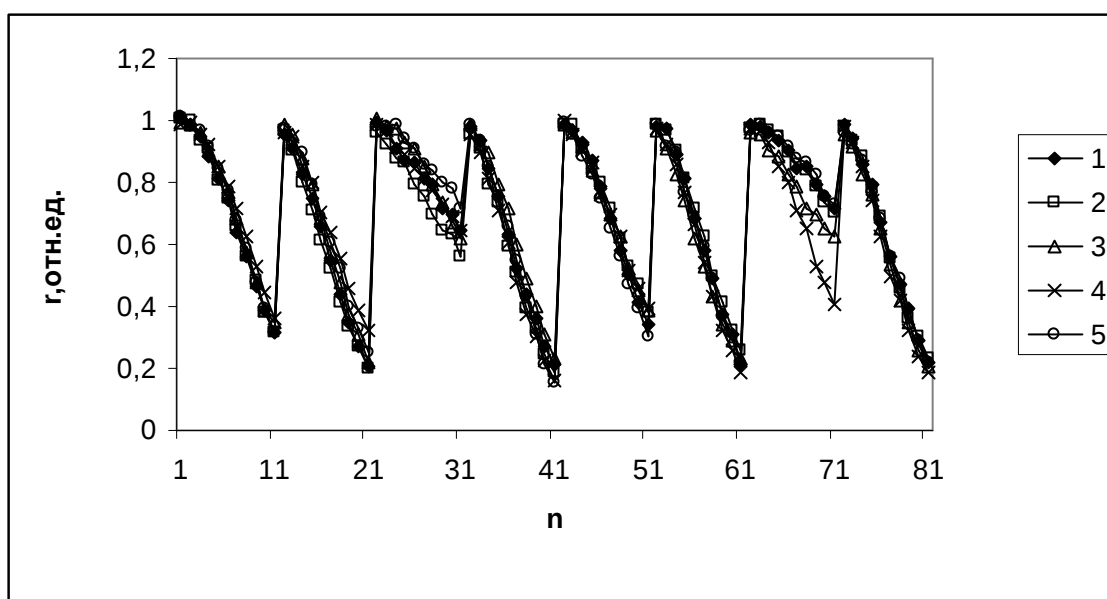


Рисунок 3 - Значения элементов векторов, описывающих объект, в зависимости от номера элемента (n): 1 - для цилиндра диаметром 25 мм; 2 - для цилиндра диаметром 45 мм; 3 - для цилиндра диаметром 75 мм; 4 - для параллелепипеда размером 25×25 мм, ориентированного гранью к антенне; 5 - для параллелепипеда размером 25×25 мм, ориентированного ребром к антенне

Выходной вектор, или целевой, представлял собой вектор, элементы которого отражали "номера", присвоенные каждому объекту – 100, 200, 300 и т.д. Тренировка проводилась на различных количест-

вах обучающей выборки. Установлено, что оптимальным числом является 10 тренировочных наборов, один из которых – это эталонный набор, а 9 – с добавленным шумом.

Тестирование проводилось на наборах с добавлением шума. При добавлении такого же уровня шума, на котором обучалась сеть, происходило стопроцентное распознавание объектов (считалось, что объект распознан, если значение на выходе попадало в диапазон $\pm 50\%$ от значения-номера этого объекта), причем отклонение от ожидаемого значения-номера составляло не более 5%. При двукратном повышении уровня шума распознавание также сохранялось стопроцентным, но отклонение возрастало до 14%. При троекратном повышении уровня шума ошибка составляла около 25% (ошибкой считалось каждое неправильное отнесение к другому объекту). Аналогичным образом были обработаны результаты измерений для объектов, расположенных за преградой. При этом при обучении на изображениях, расположенных за преградой, было также достигнуто успешное распознавание всех объектов, кроме объекта 5, сигнал отражения от которого был малого уровня.

Выводы. Проведенные эксперименты подтвердили возможность применения нейросетевых технологий на основе трехслойного персептрона для различения простейших электродинамических объектов в виде металлических цилиндров и параллелепипедов, расположенных как в свободном пространстве, так и за диэлектрической преградой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Радиолокационный контроль металлургических процессов./ В.И.Головкин, О.Н.Кукушкин, Н.В.Михайловский и др. – Днепропетровск, Журфонд, 2010. – 428 с.
2. Alekseev, V. V. Microwave introscopy using multifrequency measurements and transversal scan / V. V. Alekseev, O. O. Drobakhin, Ye. V. Kondrat'yev, and D. Yu. Saltykov // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, vol. 21, no. 2, 2006. – P. 24-26.
3. Alekseev, V. V. Microwave multifrequency images of electrodynamics objects hidden behind wall/ V. V. Alekseev, O. O. Drobakhin, M. O. Drobakhina, Sherstyuk G.G. // Proc. 8 Int.Conf. on Antenna Theory and Technique, Kyiv, 2011. – P. 303-305.
4. Небабин, В.Г. Методы и техника радиолокационного распознавания / В.Г.Небабин, В.В.Сергеев – М.: Радио и связь, 1984. – 152 с.
5. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс. / С. Хайкин. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
6. Яне., Б.Цифровая обработка изображений / Б. Яне – М.: Техносфера, 2007. – 584 с.

ВЛИЯНИЕ ЛЕГИРОВАНИЯ АЛЮМИНИЕМ И КОМПЛЕКСНОГО МОДИФИЦИРОВАНИЯ ДИСПЕРСНЫМИ ДОБАВКАМИ НА ПЛОТНОСТЬ ЧУГУНА

Аннотация. Анализ известных исследований легирования совмещенного с комплексным модифицированием показал, что много вопросов остается открытыми и требует дальнейшего изучения. В настоящих исследованиях решалась задача получения более дешевого и технологичного чугуна, который бы в определенных условиях эксплуатации обеспечил экономически целесообразный уровень долговечности отливок. В качестве характеристики для оценки механических и эксплуатационных свойств выбрана удельная плотность сплава. Построены двухмерные сечения поверхностей отклика зависимостей плотности от состава модифицирующего комплекса при разных содержаниях алюминия. В результате регрессионного анализа установлено, что лучшей плотностью и соответственно эксплуатационными и механическими свойствами обладают экспериментальные чугуны, модифицированные карбонитридом титана при содержании алюминия 2,0 %.

Ключевые слова: половинчатый чугун, легирование, модифицирование, плотность, эксплуатационные свойства.

Физические методы исследования кристаллизующегося сплава могут быть использованы для расчета и прогнозирования структурообразования и формирования свойств металла отливок из чугуна. Поэтому удельная плотность может быть одним из определяющих свойств сплава, от которого зависят механические и эксплуатационные свойства отливок.

Анализ состояния вопроса. Удельный вес чугуна зависит от большого количества факторов [1, 2]. Одними из самых значимых являются его состав, степень графитизации, а также условия первичной кристаллизации. Почти все элементы, которые содержатся в чугуне, особенно с малым удельным весом (C, Si, Al) уменьшают и его плотность. Отмечено интенсивное влияние элементов способствующих или тормозящих графитизацию. Чем больше углерода и графита, чем

крупнее его выделения и чем больше газовая и усадочная пористость, тем меньше удельный вес чугуна.

Для серого чугуна одной марки в зависимости от химического состава и сечения литой заготовки плотность может колебаться в пределах $\pm (0,3 - 0,8 \text{ кг/м}^3)$ [3]. Белые чугуны значительно отличаются от серых, они обладают повышенной склонностью к образованию горячих и холодных трещин, что связано с широким интервалом кристаллизации сплава, большой величиной литейной усадки, низкой теплопроводностью. В [3] приведены значения плотности для некоторых белых износостойких чугунов. Анализ факторов влияющих на изменение удельной плотности легированных половинчатых чугунов не приведен.

Выбор отдельных легирующих элементов или их комплексов в чугунолитейном производстве осуществляется исходя из эффективности и экономичности достижения необходимого сочетания свойств [3, 4]. Чаще всего для повышения комплекса свойств отливок применяют хром, титан, алюминий, кроме того эти легирующие элементы не являются дефицитными и при рациональном количестве их использование экономически оправдано.

Свойства чугунов всегда улучшаются при их модифицировании, одновременно с повышением качества и эксплуатационных характеристик литого металла экономятся дефицитные легирующие элементы [5, 6].

По вопросам легирования совмещенного с комплексным модифицированием как средством управления структурой и свойствами отливок существует большое количество исследований. Однако многие вопросы влияния различных элементов остаются открытыми и требуют дальнейших исследований.

Цель настоящих исследований. На основании вышеизложенного удельная плотность выбрана в качестве одной из главных характеристик для оценки экспериментальных чугунов. Целью исследований было получения более дешевого и технологичного чугуна, который бы в определенных условиях эксплуатации обеспечил экономически целесообразный уровень долговечности отливок, без дополнительной тепловой обработки.

Исследовали чугуны, содержащие (% , по массе): углерод 2,8 – 2,9; марганец 0,40 – 0,45; кремний 0,70 – 0,75; хром 0,09 – 0,10;

ферроцерий 0,3 (по присадке). Использовали дисперсные порошки карбонитрида титана (TiCN) и карбида кремния (SiC). Содержание алюминия и модифицирующих присадок варьировали в интервале: алюминий от 2,0 до 6,0 %; TiCN от 0,0 до 0,1 %; SiC от 0,0 до 0,05 %. В дальнейшем анализе рассматривали влияние только варьируемых компонентов. Плавки проводили по схеме полного факторного эксперимента (ПФЭ). Коэффициенты регрессии определяли на основе экспериментальных данных (табл. 1, 2). Подставляя полученные коэффициенты в модельное уравнение, получали математическое описание изучаемого свойства. Отсевание коэффициентов регрессии осуществляли по результатам вычисления доверительного интервала, который должен быть меньше коэффициента регрессии в случае значимого влияния данного фактора на исследуемый параметр.

Таблица 1

Подматрица планирования ПФЭ и плотность отливок из экспериментальных сплавов

Номер опыта	Номер плавки	Натуральный масштаб, % по массе			Плотность,
		SiC	TiCN	алюминий	
1	8	0,05	0,1	6,0	6600
2	3	-	0,1	6,0	6700
3	7	0,05	-	6,0	6100
4	2	-	-	6,0	6400
5	5	0,05	0,1	2,0	7000
6	6	-	0,1	2,0	7300
7	4	0,05	-	2,0	7100
8	1	-	-	2,0	6800

Таблица 2

Коэффициенты регрессии

Параметр	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Плотность	6750	- 50	+ 150	- 300	- 50	- 50	50

Все экспериментальные чугуны являлись половинчатыми (рис.1), поэтому для них подтвердились основные результаты, полученные в предыдущих исследованиях [7, 8]. Количество графита (Г) не оказывало влияния на плотность. Образцы с 2,0 алюминия (рис. 2) имели более высокую плотность, чем их аналоги с 4,0 % (рис. 3) и 6,0 % (рис. 4), несмотря на то, что количество Г в них было выше.

Алюминий влияет на образование междендритного графита, и с увеличением его количества плотность уменьшается.

С измельчением структурных составляющих плотность всех слитков увеличивается.

Для половинчатого чугуна самым значимым по результатам предыдущих исследований оказалось количество ледебурита и это подтверждается на полученных экспериментальных отливках.

Однозначной взаимосвязи между твердостью и плотностью не выявлено.

Лучшая плотность и соответственно эксплуатационные и механические свойства были у экспериментальных чугунов, модифицированных карбонитридом титана.

Анализ полученных результатов позволит установить следующее:

- с повышением содержания алюминия плотность уменьшалась;
- при 6,0 % алюминия с увеличением количества карбида кремния и карбонитрида титана плотность увеличивалась;
- при 4,0 % Al плотность увеличивалась с увеличением количества карбонитрида титана и при его содержании выше 0,050 % влияние карбида кремния на плотность становилось более выраженным;
- при 2,0 % Al карбонитрид титана способствовал увеличению плотности и с увеличением его количества свыше 0,050 % карбид кремния также способствовал её увеличению.

Выводы. Установлено, что при всех концентрациях алюминия модифицирование карбонитридом титана повышало плотность отливок. Карбид кремния способствовал увеличению плотности при содержании TiCN выше 0,05 %. Повышение содержания алюминия в исследуемых пределах приводило к снижению этого показателя.

Отливки из разработанных половинчатых чугунов прошли испытания в промышленных условиях ЧНПП «КАРИОН-СЕРВИС» (Днепропетровск), где были использованы в качестве литых коробов для спекания керамических стержней в электропечах камерного типа и показали удовлетворительную стойкость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по чугуному литью / под ред. Н.Г. Гиршовича. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л. : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1978. – 758 с.: ил., табл., библиогр. – С. 741-753.
2. Леви Л.И. Литейные сплавы / Л.И. Леви, С.К. Кантеник – М. : Высшая школа, 1967. – 433 с.
3. Чугун / [Шерман А.Д., Жуков А.А., Абдулаев Е.В. и др.]; под ред. А.Д. Шермана и А.А. Жукова. – 1-е изд. – М. : Metallurgia, 1991. – 576 с.
4. Бобро Ю. Г. Легированные чугуны / Ю. Г. Бобро. – М. : Metallurgia, 1976. – 288 с.
5. Калинин В. Т. Научные основы прогрессивных технологий модифицирования и легирования чугунов для отливок металлургического оборудования: дис. ... доктора техн. наук: 05.16.04 / Калинин Василий Тимофеевич. – Д., 2005. – 399 с.
6. Найдек В. Л. Процессы внеагрегатной обработки металлических расплавов массового назначения // Сучасне матеріалознавство ХХІ ст. : зб. наук. Праць НАН України. – К. : Наукова думка, 1998. – С. 285-296.
7. Матвеева М. О. Влияние хрома на плотность белого и половинчатого чугуна / М. О. Матвеева, О. М. Шаповалова // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2006. - № 5. – С. 37-41.
8. Матвеева М.О. Анализ влияния титана и характеристик шихты на удельную плотность отливок / М. О. Матвеева // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні.–2009.–№ 2. – С. 64-69.

В.В. Скалозуб, М.В. Скалозуб

**МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ПОТОКОВЫХ ЗАДАЧ
С УЧЕТОМ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ ПОТОКОВ
ДЛЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ**

Аннотация. Получено обобщение многопродуктовых и многокритериальных моделей потоковых задач в транспортных сетях, которое учитывает дополнительные требования специализации носителей потоков. Учет набора индивидуальных свойств отдельных единиц потоков актуален для задач управления в интеллектуальных транспортных системах, однако приводит к многокритериальным задачам с дополнительными ограничениями. Для реализации предложенных многокритериальных моделей потоковых задач в качестве основной вычислительной модели использованы клеточные автоматы.

Ключевые слова: интеллектуальные транспортные системы, математические модели планирования, потоки в сетях, многокритериальность, многопотоковость, клеточные автоматы.

Введение

В настоящее время в странах Евросоюза, в России, Украине, как и в большинстве развитых стран мира, все большее внимание уделяется глобальным проблемам транспорта, связанным с необходимостью повышения его безопасности, эффективности и мобильности, уменьшения воздействия транспорта на окружающую среду и ряда других. При этом первостепенное внимание уделяется созданию, использованию и развитию интеллектуальных транспортных систем (ИТС) [1, 2], интегрирующих в себе комплексы достижений с области телекоммуникаций, информационных технологий, методов интеллектуальных систем (ИС), спутниковых технологий позиционирования, географических информационных систем (ГИС). Для создания и эффективной эксплуатации столь сложных систем, как ИТС, необходима более совершенная система математических моделей и методов, обеспечивающих планирование и управление разнородными потоками. Некоторые основные цели и задачи создания железнодорожных

ИТС и соответствующих программ подготовки специалистов для них состоят в следующем:

- ускорить разработку систем управления мультимодальными цепочками, содержащими несколько звеньев, в частности, за счет технологий прослеживаемости грузов; - организация адаптированных к логистике других видов транспорта грузопотоков, учитывая нужды грузоотправителей; - обеспечение менеджеров данными для эффективного технического обслуживания инфраструктуры; - стратегии для разработки планов по промышленным производствам транспортных средств, связанные с производством группы и организации товарных групп; учет индивидуальных требований к перевозкам.

В работе предложено развитие моделей оптимального планирования потоков в транспортных сетях, когда отдельные единицы потока (носители, транспортные средства) различаются своими свойствами. В качестве таких дополнительных свойств носителей потока могут быть следующие: - перемещение носителей по некоторым известным маршрутам, траекториям; - ограничения на возможность совместного движения единиц потока различных типов; - определенные последовательности движения носителей; - различие единиц потока по «праву собственности», что приводит к необходимости учета индивидуальных оценок цели и допустимых перемещений носителей. Известные математические модели задач планирования и управления на основе анализа потоков лишь частично учитывают такие требования. В настоящее время управление потоками с учетом специализации свойств отдельных элементов потоков становится одной из актуальных проблем, для его эффективного решения предполагается использование технологий ИТС. В работе показано, что новый класс математических моделей, учитывающих специфические свойства отдельных перемещаемых элементов, является непосредственным обобщением классических моделей.

Особенности многопродуктовых и многокритериальных моделей задач о потоках в транспортных сетях

Особенность задач о многопродуктовом потоке состоит в том, что по дугам сети протекает не один, а несколько неоднородных потоков, соответствующих процессам транспортировки различных продуктов. При этом суммарная величина потоков всех продуктов, перемещаемых по дугам, ограничена их пропускной способностью. Задачи

о многопродуктовом потоке могут быть сформулированы как задачи линейного программирования [5]. Обозначим через x_{ij}^k – поток k -ого продукта из i -ого источника в j -й сток, а c_{ij}^k – стоимость транспортировки единицы этого продукта. далее пусть a_i^k и b_j^k – это предложение узла i и спрос узла j для k -ого продукта, соответственно, обозначим u_{ij} – пропускная способность дуги (i, j) . Постановка многопродуктовой транспортной задачи имеет вид:

$$\min \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (1)$$

$$\sum_i x_{ij}^k = b_j^k \quad \text{для всех } j, k, \quad (2)$$

$$\sum_j x_{ij}^k = a_i^k \quad \text{для всех } i, k, \quad (3)$$

$$\sum_k x_{ij}^k \leq u_{ij} \quad \text{для всех } i, j, \quad (4)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \quad \text{для всех } i, j, k. \quad (5)$$

Здесь предполагается, что для каждого продукта суммарное предложение равно суммарному спросу, т.е.

$$\sum_i a_i^k = \sum_j b_j^k \quad \text{для всех } k. \quad (6)$$

Многопродуктовые задачи о перевозках могут быть представлены следующей моделью линейного программирования:

$$\min \sum_{k=1}^r \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (7)$$

причем

1) если узел i является источником продукта k , то

$$\sum_j x_{ij}^k - \sum_j x_{ji}^k = a_i^k, \quad (8)$$

2) если узел i является промежуточным узлом, то

$$\sum_j x_{ij}^k - \sum_j x_{ji}^k = 0, \quad (9)$$

3) если узел j является стоком продукта k , то

$$\sum_i x_{ij}^k - \sum_i x_{ji}^k = -b_j^k, \quad (10)$$

также должны выполняться ограничения: вида

$$\sum_k x_{ij}^k \leq u_{ij} \text{ для всех } (i, j) \in A, \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \text{ для всех } k \text{ и } (i, j) \in A \quad (12)$$

Для многопродуктовой модели задачи планирования можно независимо для каждого продукта решить соответствующую транспортную задачу, используя, например, алгоритм дефлекта [5].

Модели (1) – (6), (7) – (12) формируют оптимальные планы транспортировки на основе спросов и предложений узлов, по сути, не рассматривая собственно процесс транспортировки, неравенство свойств носителей потоков, неявно предполагая их однородность, эквивалентность. Покажем, что многопродуктовые задачи являются частным случаем задач о потоках со специализацией носителей, когда единицы потока могут различаться, имеют индивидуальные свойства [4]. Укажем основную отличительную особенность потоковых задач со специализацией носителей – это необходимость формирования набора траекторий движения единиц потока, в котором и разыскиваются решения этих задач. Многопродуктовая задача является частным случаем потоковой задачи с индивидуальными свойствами, где индивидуальным свойством выступает качество – «быть продуктом типа P ». Необходимо указать, что математическая формулировка многопродуктовой задачи (1) – (6) (и ее обобщения (7) – (12)) по сути является одной из *моделей компромисса многокритериальных задач* оптимального планирования. А именно, если в качестве обобщенной скалярной функции (1) или (7) выступает аддитивная, причем каждый частный критерий $P_k = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k$ – равноценен, имеет один и тот

же весовой коэффициент γ_k , например, единица. Разумеется, компромиссная модель содержит все ограничения в совокупности, а также включает дополнительные ограничения на общую пропускную способность. Простейшим обобщением многопродуктовой постановки, выполненной с позиций учета специализации свойств носителей потока, «право собственности», является модель типа (1) – (6), где частные критерии неравноценны $\gamma_k <> \gamma_j$, $\sum \gamma_k = 1$. Кроме того вместо аддитивной модели скаляризации, как (6) и (12), можно использовать другие модели компромиссов [3], например, функцию максимума.

Рассмотрим подробнее такое свойство единиц потока, как «право собственности». Считаем, что каждый продукт принадлежит

отдельному собственнику, характеризуется своей функцией цели. При этом в модели типа (1) – (12) первоначально вводится вектор частных целей, отдельных для каждого собственника. Для решения такой теперь уже многокритериальной задачи могут быть использованы различные модели и методы, в том числе и скаляризация, в частности, приводящая к критерию (1). При рассмотрении задачи как многокритериальной, предполагающей формирование компромисса, естественно может быть расширена система ограничений, подобных (4), (11)

$$x_{ij}^k \leq u_{ij}^k, k = \overline{1, m}, \text{ но } \sum_{k=1}^m x_{ij}^k \leq u_{ij} \text{ для всех } (i, j) \in A, \quad (13)$$

где m - количество различных продуктов.

На допустимую область решения могут быть наложены новые, дополнительные требования. Известен ряд алгоритмов для решения многопродуктовых потоковых задач (алгоритм Ху, метод «агрегирования» и др. [5]). Эти методы не могут быть использованы для потоковых задач со специализацией носителей, при задании для них индивидуальных свойств. Они непосредственно не учитывают дополнительные ограничения типа (13) и др., а также возникающую при определенных условиях многокритериальность, а значит и качественно новый аспект проблемы – компромиссный характер функции цели и решения в целом.

Использование клеточных автоматов для реализации многокритериальных и многопотоковых задач планирования перевозок

Неоднородность элементов модели потоков в сетях с индивидуальными свойствами носителей делает актуальными разработку некоторого общего метода, хотя бы общего подхода к их численной реализации. Это осложняется тем, что индивидуальные свойства носителей потока вводят в модель многочисленные разнородные в математическом и логическом плане условия. Одним из общих методов реализации рассматриваемого класса потоковых задач может быть модель клеточных автоматов, которая позволяет организовать эффективное распараллеливание процессов расчетов характеристик сети. Вычислительная система, организованная в соответствии с архитектурой клеточных автоматов, характеризуется функционированием всех элемен-

тов системы по единому набору правил, позволяет описать свойства системы на основе локальных зависимостей.

Для решения многокритериальной задачи о кратчайшем пути [4] предлагается в качестве первичного элемента модели транспортной сети использовать клеточный автомат. Автомат представлен равномерной сеткой, каждая ячейка которой (клетка) содержит несколько элементов данных; структура сети представлена набором клеточных автоматов. Время в системе – это этапы итерационного процесса, изменяется дискретно, любая клетка модели на каждом шаге вычисляет по единственному набору правил свое новое состояние, используя значения параметров состояний соседних клеток. Таким образом, законы функционирования транспортной системы с учетом всех требований и ограничений выполняются единообразно. Локальный характер модели клеточных автоматов означает требование одновременного изменения всех узлов-клеток на основе значений параметров (состояний) соседних. Развитие процессов в этих моделях идет поэтапно. В качестве клетки был выбран узел транспортной сети. Для каждой вершины известно множество клеток, с которыми она связана (соседние вершины), а также расстояние, «веса дуг», между ними. На каждом этапе любая клетка модели вычисляет свое новое состояние (длину кратчайшего пути) по состояниям «соседних».

В [4] приводится численный пример реализации задачи о нахождении путей «минимального веса» с помощью простого и эффективного клеточно-автоматного алгоритма.

Выводы

В работе развит подход к моделированию транспортных потоков с учетом индивидуальных свойств их компонентов, отдельных носителей потока, что потребовало обобщения известных моделей потоковых задач. Установлена связь между многопродуктовыми моделями задач и многокритериальными потоковыми задачами, учитывающими различия свойств элементов потоков. В качестве общей вычислительной структуры, обеспечивающей численную реализацию введенных потоковых моделей, предложено использование клеточных автоматов. Новый класс математических моделей может использоваться в интеллектуальных транспортных системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Intelligent Transport Systems (ITS): an area to be strengthened in the Transport sector. http://www.unece.org/trans/theme_its.html
2. Концепция Федерального Закона РФ « Интеллектуальная транспортная система Российской Федерации». [http://www.tpsa.ru/files/Koncepcia% 20Intellectualnie% 20transportnie% 20systemi.pdf](http://www.tpsa.ru/files/Koncepcia%20Intellectualnie%20transportnie%20systemi.pdf).
3. Скалозуб В. В. Многокритериальные модели задачи анализа транспортных сетей с учетом специализированных свойств носителей потоков / В. В. Скалозуб, Л. А. Паник. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2010. №4. – С. 15-21.
4. Скалозуб В. В. Моделирование и анализ потоковых задач с неоднородными носителями /В.В. Скалозуб, Л.А. Паник. Вісник Дніпропетровського національного університета залізничного транспорту. №19. 2009. С. 76 – 83.
5. Филлипс Д. И. Методы анализа сетей / Д. И. Филлипс, А. Гарсиа-Диаз. – М.: Мир, 1984. – 496 с..

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЦІЛОЧИСЛОВОЇ ЗАДАЧІ ДРОБОВО-ЛІНІЙНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ: МЕТОД ГІЛОК ТА МЕЖ

Анотація. В статті розглядається точний комбінаторний метод розв'язування задачі цілочислової оптимізації з дробово-лінійною функцією цілі. Побудовано алгоритм методу гілок та меж для розв'язування такої задачі.

Ключові слова: метод гілок та меж, дробово-лінійна оптимізація.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Більшість задач, що досліджується в теорії оптимізації (див., наприклад, [1–12]), зумовлені практичними потребами. При моделюванні часто використовуються дробово-лінійні цільові функції з додатковими умовами, що накладаються на змінні. Зокрема, для прогнозування та оцінки діяльності будь-якої галузі виробництва використовуються відносні показники, які записуються як відношення абсолютних, при цьому деякі змінні мають набувати цілих значень (валовий випуск продукції та ін.). Враховуючи вищевикладене, актуальними залишаються розробка методів та алгоритмів розв'язування задач з дробово-лінійною цільовою функцією та проблема пошуку більш ефективних алгоритмів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У роботах [7–12] описані методи та алгоритми розв'язування лінійних задач оптимізації з вимогою цілочисельності змінних. Розроблено методи розв'язування задач з дробово-лінійною цільовою функцією, в тому числі на комбінаторних множинах [3–5].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Серед великої кількості різних класів оптимізаційних задач задачі цілочислової оптимізації з дробово-лінійною цільовою функцією не розглядалися, а тому видається доцільним запропонувати постановку таких задач та методи їх розв'язування.

Мета даної статті — поширити метод гілок та меж, що ґрунтується на ідеях Ленд та Дойг, для розв'язування задач цілочислової

оптимізації з дробово-лінійною цільовою функцією та обґрунтувати алгоритм цього методу [8].

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Розглянемо задачу вигляду: знайти

$$f(x^*) = \max_{x \in R^n} f(x) = \max_{x \in R^n} \frac{\sum_{j=1}^n c_j x_j + c_0}{\sum_{j=1}^n d_j x_j + d_0}, \quad x^* = \arg \max_{x \in R^n} f(x) \quad (1)$$

за системи обмежень

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} b_i \quad \forall i \in J_m; \quad (2)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in J_n; \quad (3)$$

$$x_j - \text{цілі числа } \forall j \in J_n, \quad (4)$$

де $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, c_j , d_j , a_{ij} , b_i – дійсні сталі $\forall i \in J_m$, $\forall j \in J_n$, J_k позначає множину перших k натуральних чисел $\{1, 2, \dots, k\}$.

Розв'язування (1)–(4) почнемо з розв'язування послабленої задачі, відкинувши умову (4). Застосуємо до задачі (1)–(3) відображення ψ , яке задамо співвідношеннями

$$y_0 = \frac{1}{\sum_{j=1}^n d_j x_j + d_0}, \quad y_j = x_j y_0 \quad \forall j \in J_n, \quad x \in R^n, \quad (5)$$

де знаменник не обертається в нуль (вважаємо $y_0 > 0 \quad \forall x$, що задовольняють (2),(3)) та перейдемо до задачі з лінійною функцією цілі: знайти

$$F(y^*) = \max_{y \in R^{n+1}} F(y) = \max_{y \in R^{n+1}} \left(\sum_{j=1}^n c_j y_j + c_0 y_0 \right), \quad y^* = \arg \max_{y \in R^{n+1}} F(y) \quad (6)$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j - b_i y_0 \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} 0, \quad \forall i \in J_m, \quad (7)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \in J_n^0 = J_n \cup \{0\}, \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n d_j y_j + d_0 y_0 = 1, \quad (9)$$

де $y = (y_0, y_1, \dots, y_k, y_{k+1}, \dots, y_n) \in R^{n+1}$.

Зауважимо, що задачі (1)–(3) та (6)–(9) еквівалентні, тобто $f(x^*) = F(y^*)$.

Запишемо алгоритм розв'язування задачі (1)–(4), в основі якого лежить загальна схема алгоритму Ленд та Дойг [8]. Позначимо k – номер ітерації (один повний цикл алгоритму).

Крок 1. Відкинути умову (4) і застосувати перетворення (5) до (1)–(3), отримаємо (6)–(9).

Крок 2. Розв'язати лінійну задачу (6)–(9).

Крок 3. Якщо (6)–(9) не має розв'язку, то не має розв'язку (1)–(4), інакше нехай $\bar{x} = \bar{y}(y_0)^{-1}$ – екстремаль задачі (1)–(3).

Крок 4. Якщо $\bar{x} = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$ задовольняє (4), то $\langle f(\bar{x}), \bar{x} \rangle$ – розв'язок задачі (1)–(4), інакше перейти на крок 5.

Крок 5. Визначити найменший індекс j компоненти x'_j точки $\bar{x}$, такої що x'_j – не ціла.

Крок 6. Записати два обмеження, що в області (2), (3) відтинають $\bar{x}$:

$$x_j \leq \lfloor x'_j \rfloor, \quad (10)$$

$$x_j \geq \lfloor x'_j \rfloor + 1, \quad (11)$$

де $\lfloor x'_j \rfloor$ – ціла частина x'_j .

Крок 7. Застосувати до (10), (11) перетворення (5):

$$y_j \leq \lfloor x'_j \rfloor y_0, \quad (12)$$

$$y_j \geq (\lfloor x'_j \rfloor + 1) y_0. \quad (13)$$

Крок 8. Приєднати до останньої задачі вигляду (6)–(9) обмеження (12) та застосувати кроки 2–4 до розв'язування (6)–(9), (12). Якщо задача (6)–(9), (12) не має розв'язку, перейти на крок 9, інакше $\langle F(\bar{y}_1), \bar{y}_1 \rangle$ – розв'язок (6)–(9), (12).

Крок 9. Приєднати до останньої задачі вигляду (6)–(9) обмеження (13) та застосувати кроки 2–4 до розв’язування (6)–(9), (13). Якщо задача (6)–(9), (13) не має розв’язку, перейти на крок 10, інакше $\langle F(\bar{y}_2), \bar{y}_2 \rangle$ – розв’язок (6)–(9), (13).

Крок 10. Якщо жодна із задач вигляду (6)–(9), (12) та (6)–(9), (13) розв’язку не має, то задача (1)–(4) теж розв’язку не має у випадку $\kappa = 1$. Для $\kappa > 1$ вибрати для подальшого галуження іншу область з точкою, знайденою на кроці 12 $(\kappa - 1)$ -ї ітерації, і перейти на крок 4.

Крок 11. Якщо одна із задач вигляду (6)–(9), (12) чи (6)–(9), (13) розв’язку не має, то перейти на крок 4, вважаючи $\bar{x} = \bar{y}_i (y_0)^{-1}$, де i – номер точки, що надає цільовій функції найбільшого в області D_i значення.

Крок 12. Якщо обидві задачі вигляду (6)–(9), (12) та (6)–(9), (13) мають розв’язки, то для подальшого галуження вибрати ту область, яка містить точку з більшим значення цільової функції, і перейти на крок 4, вважаючи $\bar{x} = \bar{y}_i (y_0)^{-1}$, де i – номер точки $\bar{y}_i$, що надає цільовій функції більшого з двох значень $F(\bar{y}_j)$, $j = 1, 2$. У випадку, коли значення цільових функцій збігаються, перейти на крок 4 і проаналізувати розв’язок кожної із задач.

Обґрунтуємо вищеописаний алгоритм. Опишемо спосіб галуження, відсікання та оцінювання методу гілок та меж (МГМ), виходячи із специфіки розв’язуваної цим методом задачі.

Спосіб галуження. Позначимо D – допустиму область вихідної задачі, тобто множину точок, що задовольняють умовам (1)–(4). Розіб’ємо множину D на частини, що не мають спільних точок, тобто $D = D_1 \cup D^* \cup D_2$, $D_1 \cap D^* \cap D_2 = \emptyset$, де D_1 – множина допустимих розв’язків задачі (1)–(4) при додаванні обмеження (10); D^* – множина допустимих розв’язків задачі (1)–(4) при додаванні обмеження $\left\lfloor x_j' \right\rfloor < x_j < \left\lfloor x_j' \right\rfloor + 1$; D_2 – множина розв’язків задачі (1)–(4) при додаванні обмеження (11). Очевидно, що множина розв’язків D^* є порожньою для (1)–(4) і з подальшого галуження може бути виключена.

Оцінювання. Кожній з множин D_i – допустимих розв’язків задачі вигляду: знайти (1) за обмежень (2), (3) та за додаткового обмеження (10) або (11) надають оцінку (верхню межу): $\xi(D_i) = \max_{x \in D_i} f(x)$. Якщо оптимальні плани отриманих задач задовольняють умови цілочисельності, то план з максимальною оцінкою буде оптимальним планом вихідної задачі, інакше – продовжити процес розбиття. При цьому для подальшого розбиття вибирають множину D_i з найбільшою оцінкою. Для ітерацій $k > 1$ у випадку, якщо вибрана область D_i не містить точок з цілочисловими координатами, використовуємо для подальшого галуження область з меншою оцінкою, знайденою на попередній ітерації (крок 10 алгоритму).

Розбиваючи в процесі розв’язування множину D на підмножини D_i , $\bigcup_i D_i = D$, маємо, що оцінка для будь-якої з них не більша за оцінку для вихідної множини D , тобто для всіх D_i має місце нерівність: $\xi(D_i) \leq \xi(D)$.

Правила відсікання (крок 6 алгоритму) враховують той факт, що відсікаються тільки ті області D_i , які не містять точок, що задовольняють (4).

Враховуючи спосіб галуження та правила відсікання, має місце наступне твердження.

Теорема. Алгоритм МГМ, застосовний до задачі (1)–(4), знаходить її оптимальний розв’язок.

Висновки з даного дослідження. Отже, в роботі побудовано алгоритм методу гілок та меж для розв’язування задач цілочислової оптимізації у випадку дробово-лінійної цільової функції.

Перспективи подальших розвідок у даному напрямі. Доцільним видається надалі програмно реалізувати даний алгоритм та поширити його для розв’язування задач оптимізації з дробово-лінійною функцією цілі на інших множинах, зокрема комбінаторних.

ЛІТЕРАТУРА

1. Сергиенко И. В. Приближенные методы решения дискретных задач оптимизации / И. В. Сергиенко, Т. Т. Лебедева, В. А. Рощин. – К.: Наукова думка, 1980. – 266 с.
2. Стоян Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю.Г. Стоян, О.О. Ємець. – К.: Інститут системних досліджень освіти, 1993. – 188 с.
3. Ємець О. О. Задачі комбінаторної оптимізації з дробово-лінійними цільовими функціями / О. О. Ємець, Л. М. Колечкіна. – К.: Наукова думка, 2005. – 117 с.
4. Емец О.А. Оптимизация дробно-линейных функций на размещении / О. А. Емец, О. А. Черненко. – К.: Наук. думка, 2011. – 139 с.
5. Емец О. А. Оптимизация на полиперестановках / О. А. Емец, Н. Г. Романова. – К.: Наук. думка, 2010. – 105 с.
6. Емец О. А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О. А. Емец, Т.Н. Барболина. – К.: Наук. думка, 2008. – 159 с.
7. Корбут А. А. Метод ветвей и границ: обзор теории, алгоритмов, программ и приложений / А. А. Корбут, И. Х. Сигал, Ю. Ю. Финкельштейн // Math. Operationsch und Statist., Ser. Optimiz. – 1977. – № 2. – Р. 253–280.
8. Land A. H. An autmatic method of solving discrete programming problems / A. H. Land, A.G. Doig // Econometrica. – 1960. – V. 28. – Р. 497–520.
9. Корбут А. А. Дискретное программирование / А. А. Корбут, Ю. Ю. Финкельштейн. – М.: Наука, 1969. – 368 с.
10. Кофман А. Методы и модели исследования операций: Целочисленное програмирование / А. Кофман, А. Анри-Лабордер. – М.: Мир, 1977. – 432 с.
11. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях / Т. Ху. – М.: Мир, 1974. – 520 с.
12. Ляшенко И. Н. Линейное и нелинейное программирование / И. Н. Ляшенко, Е. А. Карагодова, Н. В. Черникова. Н. З. Шор. – К.: Вища школа, 1975. – 372 с.

А.И Деревянко, А.А. Кавац

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ ПО ТЕХНОЛОГИИ PVD

Работа посвящена имитационному моделированию процесса формирования функциональных покрытий. Исследуется процесс формирования функциональных покрытий в парофазной среде.

Ключевые слова: функциональные покрытия, имитационная модель, процесс формирования, технология PVD.

Введение. В настоящее время для получения покрытий различного вида оксидов, карбидов, нитридов, алмазоподобных углеродных пленок и т.п. используются Chemical Vapor Deposition (CVD) и Physical Vapor Deposition (PVD) - технологии. Моделирования процесса формирования функциональных покрытий по технологии PVD является актуальной задачей.

Постановка и решение задачи. Работа посвящена исследованию процесса формирования функциональных покрытий по технологии PVD. Развитие технологии структурообразования функциональных покрытий направленно на минимизацию допуска по технологическим параметрам. Сравнение разных технологий, которые способны обеспечить выполнение этих требований, показало, что выросла роль физических – Physical Vapor Deposition (PVD) методов осаждения пленок из потоков атомов паровой или газовой фазы вещества.

На практике технология PVD выполняется в три этапа:

1. Диссоциация молекул начального вещества.
2. Формирование элементов структуры функционального покрытия в паровой среде.
3. Транспортировка сформированных элементов к подложке.
4. Осаждение сформированных элементов и адгезия на поверхность покрытия.

По технологии PVD структурообразование происходит в паровой среде, где динамический коэффициент вязкости приближен к нулю.

На рисунке 1 представлена схема формирования покрытий с применением НГЭП [2].

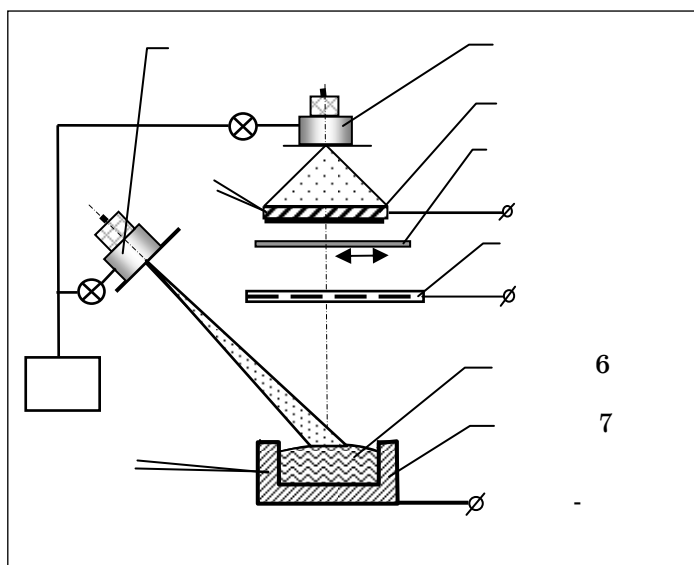


Рисунок 1 - Схема формирования покрытий с применением НГЭП.

1 – НГЭП испарителя; 2 – НГЭП для нагрева подложки; 3 – подложка с покрытием; 4 – заслонка; 5 – анод ионизатора; 6 – испаряемый материал; 7 – тигель; 8, 11 – термопары; 9 – система поддува газа; 10, 12 – вакуумные натекатели

Моделирование движения частицы, основано на следующем выражении:

$$m\ddot{x} = F(x, u) \quad (1)$$

где x - координаты центров кристаллизации, F - сумма всех сил, действующих на микрокристалл, u - вектор входных параметров, $F_A = 0$ - сила Архимеда, F_U - сила потенциального взаимодействия (потенциал Морзе $U(r)$), которая описана следующим уравнением:

$$F_U = \frac{\partial U(r)}{\partial r} = 2aD \left(e^{-\alpha(r-\sigma)} - e^{-2\alpha(r-\sigma)} \right) \quad (2)$$

где D - энергия диссоциации, σ - равновесное межатомное расстояний.

Таким образом, моделирование движения частиц обусловлено с физической точки зрения. С помощью полученных данных становится возможным моделирование процесса формирования функциональных покрытий. Моделирование процесса образования в парофазной среде структурных компонентов с помощью разработанного программного продукта «Colcryst», который позволяет задавать начальные параметры, идентичные параметрам реального эксперимента

процесса формирования структурных компонент функциональных покрытий по технологии PVD. В результате исследований, проводимых в лабораторных условиях НМетАУ, получена серия изображений структурных компонентов функциональных покрытий, осажденных в парофазной среде, одно из которых представлено на рисунке 2.

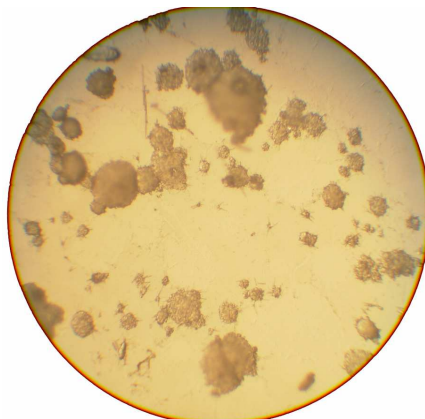


Рисунок 2 – Изображения функциональных покрытий, осажденных по технологии PVD

На рисунке 3 приведены результаты работы программы «Colcryst» [1].

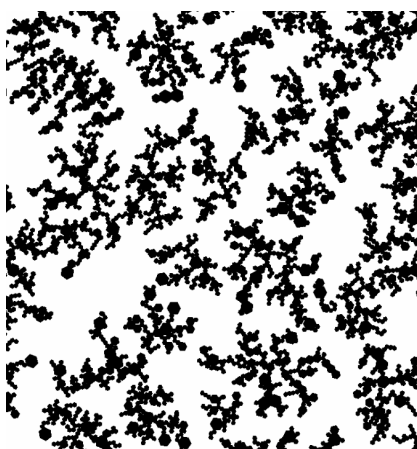


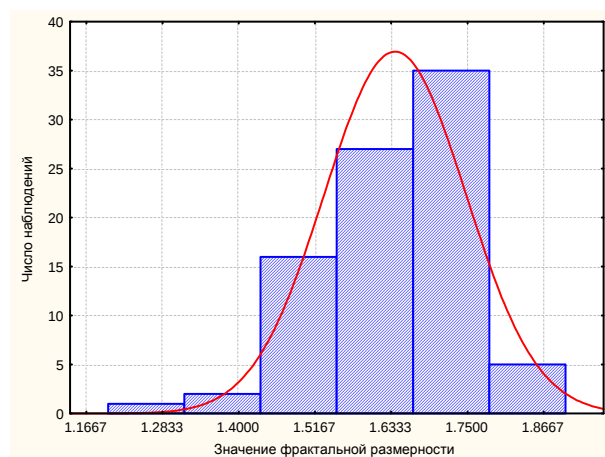
Рисунок 3 – Изображение функциональных покрытий в парофазной среде, полученных путем моделирования в программном продукте «Colcryst»

В результате экспериментальных исследований была получена серия изображений функциональных покрытий при малых экспозициях, которая являются цветными (модель RGB). Для определения фрактальной размерности необходимо преобразовать цветное изображение в монохромный вид, при этом главную роль играет определение порога бинаризации изображений функциональных покрытий.

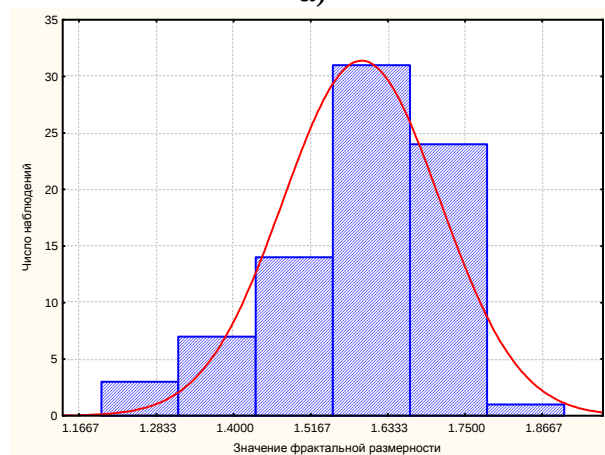
Дискретизация порога осуществлялась по формуле $K * (0 \div 255)$, где K - значение порога бинаризации изменяющегося в диапазоне $[0;1]$.

По значениям фрактальной размерности для экспериментальных изображений и изображений, полученных путем моделирования, построены вариационные ряды, по которым статистическими методами определен критерий χ^2 , для каждого вариационного ряда соответственно.

Определен доверительный интервал $[1,616; 1,663]$ для экспериментальных изображений значений фрактальной размерности и $[1,567; 1,637]$ – по результатам численного моделирования. Таким образом, пересечение этих доверительных интервалов находится в диапазоне $[1,616; 1,637]$.



а)



б)

Рисунок 4 - Оценка нормальности распределения по критерию χ^2 для значений фрактальных размерностей полученных: а) по экспериментальным изображениям, б) по результатам численного моделирования

Выводы

В работе построена и исследована имитационная модель процесса формирования функциональных покрытий в парофазной среде, при нулевом коэффициенте динамической вязкости. Получены оценки интегральных характеристик значений фрактальной размерности функциональных покрытий. Адекватность разработанной модели подтверждена результатом статистической проверки гипотез о совпадении доверительных интервалов оценок фрактальной размерности для физического эксперимента парофазного осаждения функциональных покрытий и оценок полученных по результатам моделирования этого процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кавац О. О. Моделирование процесса кристаллизации металлических сплавов/ О. О. Кавац, О. І. Дерев'янка, А. І. Гуда, М І Гасик // Регіональний міжвузівський збірник наукових праць «Системні технології», № 4'(63) – Дніпропетровськ., 2009. – с. 144-149.
2. Тутык В.А. Газоразрядные электронные пушки для аэродинамических исследований /В.А. Тутык // Харьковская нанотехнологическая ассамблея Том 1. Вакуумные нанотехнологии и оборудование (Сборник докладов 7-й Международной конференции «Вакуумные нанотехнологии и оборудование»).- Харьков: ННЦ ХФТИ, “Константа”, 2006. - с.50-54.
3. Завьялов М.А. Плазменные процессы в технологических электронных пушках./ М.А. Завьялов, Ю.Е. Крейнделъ, А.А. Новиков, Л.П. Шантурин – М.: Энергоатомиздат, 1989 – с. 123.
4. Сивухин Д. В. – Общий курс физики: Термодинамика и молекулярная физика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

УДК 004.9

Л.О. Кириченко, С.С. Кротких, К.С. Крыгин, С.Г. Удовенко
**АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СИГНАЛОВ С
ПРИМЕНЕНИЕМ ПАКЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

Аннотация. В работе рассмотрен метод построения оптимального пакетного вейвлет-дерева, который дает возможность выявления характерных особенностей спектральной структуры нестационарных сигналов. В практических приложениях данный подход может быть эффективно использован в задачах вибродиагностики.

Ключевые слова: пакетное вейвлет-преобразование, оптимальное вейвлет-дерево, энтропия, сигнал, шум.

Введение

Основным инструментом анализа частотных характеристик сигнала являются спектральные методы, основанные на преобразовании Фурье (ПФ). В частности, количественным показателем меры сложности сигнала является спектральная энтропия, которая позволяет оценить меру упорядоченности сигнала. Практически вся энергия упорядоченного (например, гармонического) сигнала сконцентрирована в основных гармониках, что говорит о низкой энтропии сигнала. С другой стороны, зашумленный сигнал содержит широкий диапазон частот, следовательно, обладает высокой энтропией.

Спектральные методы достаточно просты для расчетов и имеют прозрачную интерпретацию результатов, однако обладают рядом недостатков, основным из которых является требование стационарности процесса. ПФ эффективно использовать в тех случаях, когда интервал наблюдений содержит большое число колебаний, а форма и периоды колебаний постоянны на всем интервале наблюдения. Спектральные методы могут дать неверные результаты для кратковременных сигналов с участками резкого изменения. В этих случаях можно использовать оконное ПФ. Однако при узком окне частотное разре-

шение будет мало, а при широком становится неточной временная локализация.

Как правило, реальные временные ряды или сигналы, которые требуется проанализировать, являются нестационарными, зашумленными и неоднородными. Вейвлет-преобразование (ВП) было разработано в середине 80-х годов как альтернатива ПФ для исследования временных рядов с сильной неоднородностью. ВП, обладающее подвижным частотно-временным окном, одинаково хорошо выявляет как низкочастотные, так и высокочастотные характеристики сигнала на разных временных масштабах. Вейвлет-анализ особенно эффективен для исследования нестационарных рядов, содержащих сегменты с различным характером поведения, для рядов, которые являются существенно неоднородными и обладают локальными особенностями

В данной работе предлагается подход для выявления характерных особенностей спектральной структуры сигналов, в частности, порожденных технологическими процессами, который основан на применении пакетного вейвлет-преобразования.

Пакетное вейвлет-преобразование

Вейвлет-преобразование в настоящее время широко используется для анализа сложных сигналов, удаления артефактов и шумов из них [1-3]. Вейвлет-преобразование одномерного сигнала – это его представление в виде обобщенного ряда или интеграла по системе базисных функций

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

полученных из материнского вейвлета $\psi(t)$, обладающего определенными свойствами за счет операций сдвига во времени b и изменения временного масштаба a . Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) строится с помощью кратномасштабного анализа, основная идея которого состоит в представлении сигнала в виде совокупности его последовательных приближений

Кратномасштабный анализ заключается в разбиении исследуемого сигнала $X(t)$ на две составляющие: аппроксимирующую и детализирующую, с последующим аналогичным дроблением аппроксимирующей до заданного уровня декомпозиции сигнала N . В результате декомпозиции сигнал $X(t)$ представляется в виде суммы аппрокси-

мирующей компоненты $\text{approx}_N(t)$ и детализирующих компонент $\text{detail}_j(t)$:

$$X(t) = \text{approx}_N(t) + \sum_{j=1}^N \text{detail}_j(t) =$$

$$= \sum_{k=1}^{N_a} \text{apr}(N, k) \varphi_{Nk}(t) + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{N_j} \text{det}(j, k) \psi_{jk}(t),$$

где N – выбранный максимальный уровень разложения,

$\text{apr}(N, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \varphi_{Nk}(t) dt$ – аппроксимирующие вейвлет-

коэффициенты уровня N , $\text{det}(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi_{jk}(t) dt$ – детализирующие

вейвлет-коэффициенты уровня j , N_j – количество детализирующих коэффициентов на уровне j , N_a – количество аппроксимирующих коэффициентов на уровне N .

В обычном алгоритме быстрого вейвлет-преобразования при переходе с масштабного уровня m на уровень $m+1$ функция аппроксимирующих коэффициентов $\text{apr}(m, k)$ разделяется на низкочастотную $\text{apr}(m+1, k)$ и высокочастотную $\text{det}(m, k)$ части спектрального диапазона, и при дальнейшем увеличении масштабных уровней разложению подвергаются только низкочастотные аппроксимирующие функции. В пакетном алгоритме ВП операция последовательного частотного расщепления применяется как для низкочастотных аппроксимирующих, так и для высокочастотных детализирующих коэффициентов [2-4]. В результате возникает дерево расщепления, пример которого показан на рис. 1.

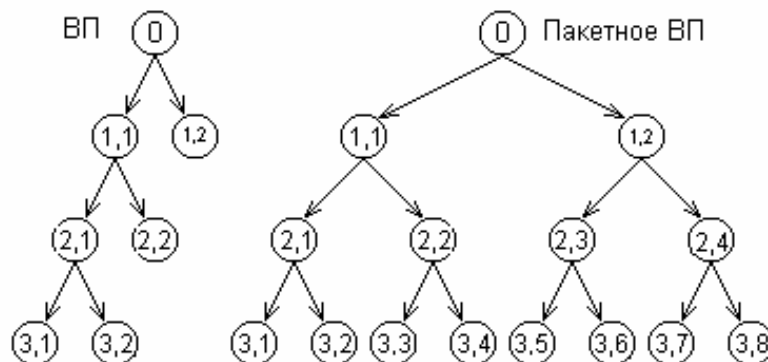


Рисунок 1 - Дерево стандартного ВП (слева) и пакетного ВП (справа)

Полный набор вейвлетных функций разложения называют вейвлет-пакетом. Пакетное вейвлет-преобразование является адаптивным и позволяет более точно приспособливаться к особенностям сигналов путем выбора соответствующей оптимальной формы дерева разложения. Используя пакетное вейвлет-преобразование, можно выделить частотные особенности исследуемого сигнала, в частности, наличие шумовых составляющих с разными спектральными составляющими.

Оптимальное вейвлет-дерево

Пакетное ВП часто графически представляют деревом, корнем которого является исходный сигнал. Пакеты, являющиеся ветками, можно соотнести с определенным частотным диапазоном. Пакеты, не содержащие информации о сигнале, можно рассматривать как шумовые. Мерой информативности набора коэффициентов служит показатель энтропии. Наиболее употребительными при обработке сигналов являются следующие типы расчета энтропии: энтропия Шеннона $E(s) = -\sum s_i^2 \log(s_i^2)$; норма пространства $E(s) = -\sum |s_i|^p$, $p \geq 1$; логарифм энергии $E(s) = \sum \log(s_i^2)$; пороговая энтропия $E(s) = \sum i$, при $|s_i| > \varepsilon$, ε – некоторое пороговое значение [3,4]. Во всех случаях величина s представляет собой массив вейвлет-коэффициентов рассматриваемого узла вейвлет-дерева.

Лучшее дерево находится по следующей схеме. Узел N разбивается на два узла $N1$ и $N2$, только если сумма энтропий узлов $N1$ и $N2$ меньше, чем энтропия узла N . Более отдаленные от корня узлы дерева содержат низкочастотные коэффициенты и несут в себе больше информации об исследуемом сигнале. Изменяя функцию энтропии узла и тип материнского вейвлета, можно подобрать оптимальный метод построения вейвлет-дерева для определенной задачи.

Построение вейвлет-деревьев модельных сигналов

Приведем результаты вейвлет-анализа модельных случайных сигналов с различной спектральной структурой и наличием периодической составляющей, характерных для многих практических приложений. Для моделирования случайных процессов были выбраны процессы авторегрессии первого порядка $AP(1)$: $X(t) = \phi_1 X(t-1) + \varepsilon(t)$, где $\varepsilon(t)$ – некоррелированный белый шум, и

второго порядка $AR(2)$: $X(t) = \phi_1 X(t-1) + \phi_2 X(t-2) + \varepsilon(t)$. Изменяя коэффициенты авторегрессии ϕ_i , можно получать разную степень корреляции и, соответственно, различные спектральные составляющие сигнала. На рис. 2 представлены гармонический сигнал $X(t) = \sin(4\pi t) + \sin(7\pi t)$ (а), а также этот же сигнал с аддитивным коррелированным шумом, являющимся процессом $AR(1)$ с коэффициентом авторегрессии $\phi_1 = 0.8$ (б) и шумом $AR(2)$ с коэффициентами $\phi_1 = 0.9$, $\phi_2 = -0.4$ (в).

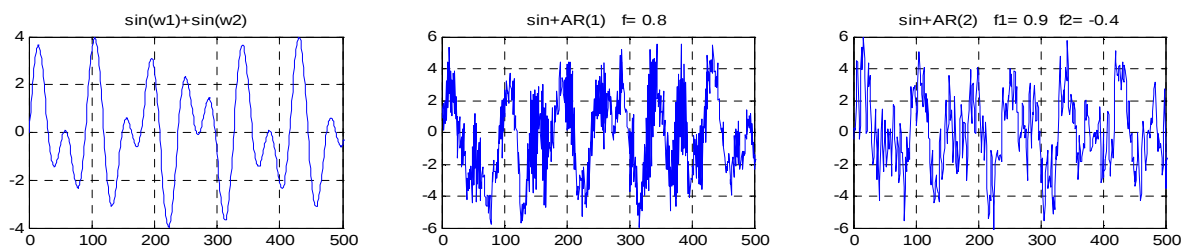


Рисунок 2 - а) гармонический сигнал; б) гармонический сигнал, зашумленный реализацией $AR(1)$; в) гармонический сигнал, зашумленный реализацией $AR(2)$

Для разных типов сигналов были построены оптимальные вейвлет-деревья. При построении оптимального дерева были рассмотрены различные виды энтропии, с целью выбрать ту, которая приводит к наибольшим различиям деревьев. Численные исследования показали, что наибольшие различия достигаются, если использовать энтропию нормы пространства или пороговую энтропию. Также при выполнении пакетного вейвлет-разложения на результирующий вейвлет-спектр значительно влияет правильный выбор материнской вейвлет-функции. Проведенные в работе исследования показали, что наиболее эффективными для решения поставленной задачи являются вейвлеты семейства Добеши 4-го и 5-го порядков. На рис. 3 показаны оптимальные деревья, соответствующие рассмотренным выше сигналам.

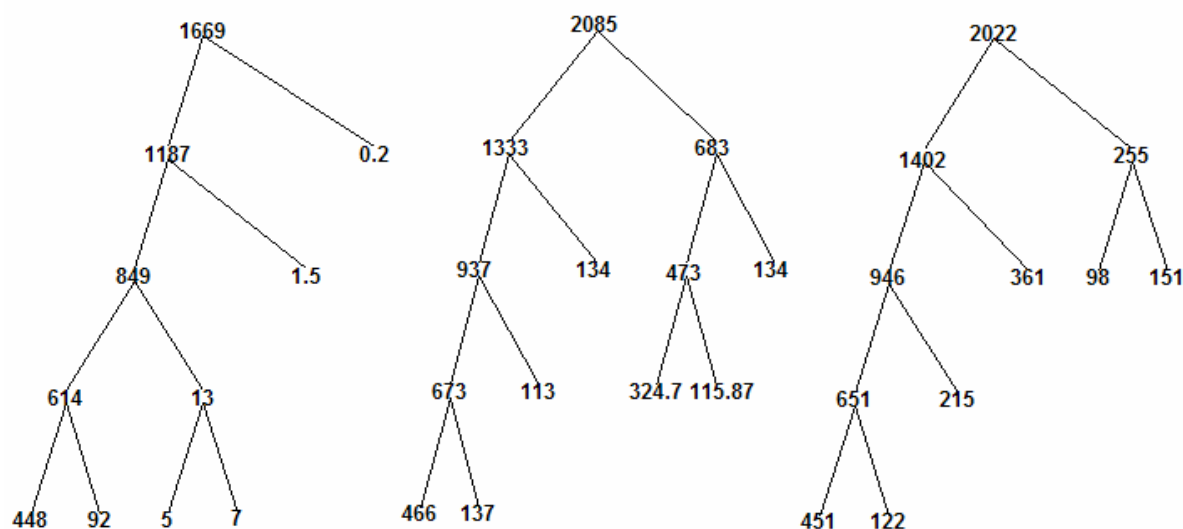


Рисунок 3 - Оптимальные деревья со значениями энтропии в узлах для: а) гармонического сигнала; б) гармонического сигнала, зашумленного реализацией $AP(1)$; в) гармонического сигнала, зашумленного реализацией $AP(2)$

Деревья отражают основные частотные компоненты сигналов и отличаются структурой и значениями энтропии в узлах. Правильно выбрав материнский вейвлет и вейвлет-энтропию, можно однозначно определить тип исследуемого сигнала. В данном случае была использована энтропия нормы пространства с параметром $p = 1$ и вейвлет Добеши 5-го порядка.

Применение пакетных вейвлет-деревьев для распознавания типов вибросигналов

Одним из возможных применений пакетных вейвлет-деревьев является распознавание спектральной структуры нестационарных процессов. К таким процессам относятся сигналы, полученные при виброакустической диагностике. Одной из задач вибродиагностики является определение технического состояния деталей и узлов механизмов с целью раннего обнаружения неисправностей [5]. Как материалы для исследования были взяты экспериментальные данные, представленные на специализированном сайте [6]. Данные являются вибросигналами, полученными при использовании тестового двигателя с подшипниками, на которые были искусственно нанесены дефекты разного размера. На рис. 4 показаны участки вибросигналов для подшипников с дефектами на внутренней дорожке: а) размер дефекта

равен 0.007 дюйма, б) 0.014 дюйма, в) 0.021 дюйма.

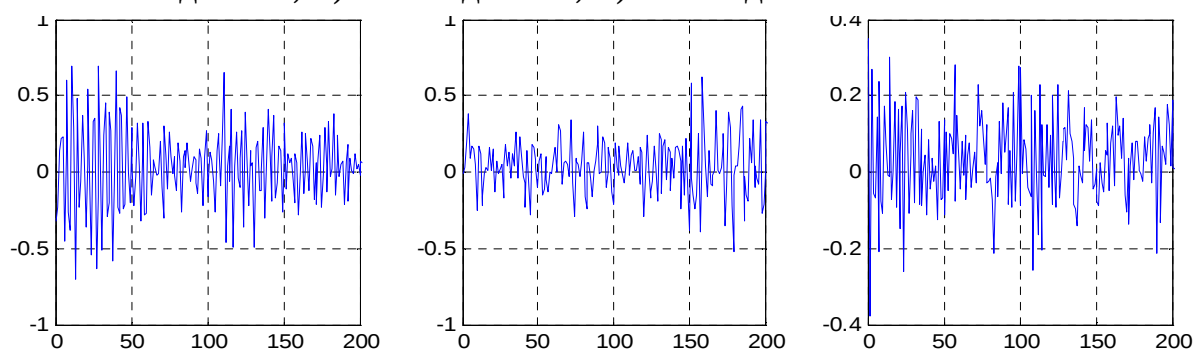


Рисунок 4 - Вибросигналы для подшипников с дефектами размером а) 0.007 дюйма, б) 0.014 дюйма, в) 0.021 дюйма

На рис. 5 показаны оптимальные деревья, построенные для указанных вибросигналов. При пакетном вейвлет-разложении была использована пороговая энтропия и вейвлет Добеши 5-го порядка. Очевидно, что оптимальные вейвлет-деревья для дефектов разного размера отличаются структурой и значениями энтропии в узлах, и позволяют идентифицировать вибросигналы с разными дефектами.

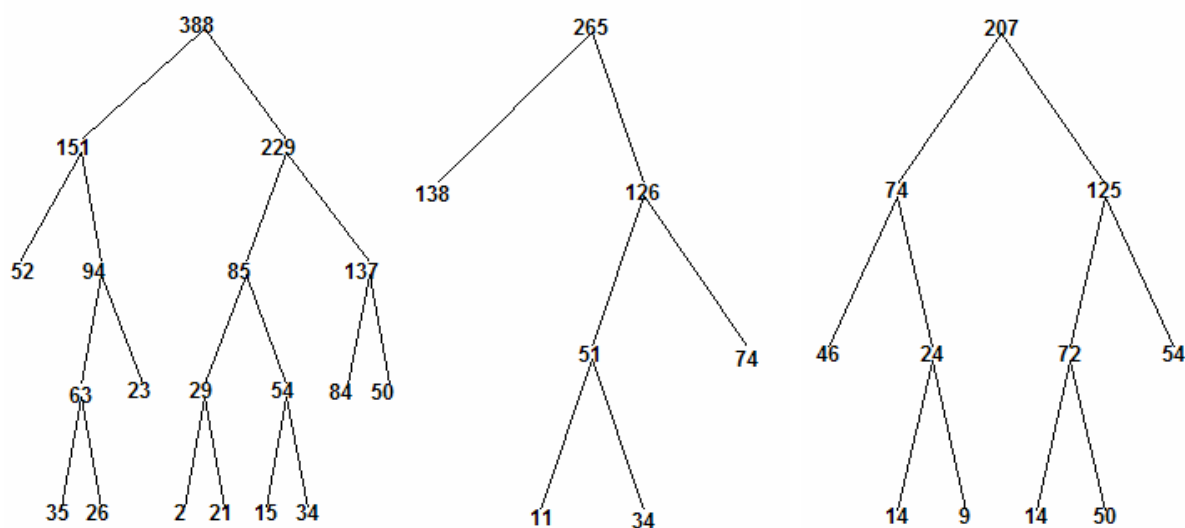


Рисунок 5 - Оптимальные деревья со значениями энтропии в узлах для вибросигналов с дефектами а) 0.007 дюйма, б) 0.014 дюйма, в) 0.021 дюйма

Выводы и перспективы дальнейших исследований

Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что построение оптимального пакетного вейвлет-дерева дает возможность качественно и количественно оценить различие между сигналами, содержащими спектрально отличающиеся шумовые компоненты. В

практических приложениях это может быть, в частности, использовано при вибродиагностике различных механизмов для обнаружения дефектов. При проведении дальнейших исследований целесообразно усовершенствовать метод выбора параметров построения вейвлет-дерева и формализовать процедуру оценки близости деревьев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дремин И. М. Вейвлеты и их использование / И. М. Дремин, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171, № 5. – С. 465–501.
2. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. / С. Малла. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
3. Дьяконов В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / Дьяконов В., Абраменкова И. – СПб.: Питер, 2002, 608 с.
4. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н. К. Смоленцев. – М. : ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
5. Вибродиагностика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.vibration.ru/diagnostika.shtml>
6. Экспериментальные данные [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://csegroups.case.edu/bearingdatacenter/pages/download-data-file>

Ю.П. Кондратенко, О.В. Коробко

**СИНТЕЗ НЕЛІНІЙНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ
СИСТЕМИ «ГЕНЕРАТОР КОЛИВАНЬ – РЕЗОНАТОР ТАА»**

В статті розглянуто процедуру визначення амплітудно-частотної характеристики надлишкового акустичного тиску в резонаторі термоакустичної установки. Здійснено синтез нелінійних математичних моделей на основі експериментальних досліджень залежності акустичного тиску від частоти звукової хвилі в підсистемі «генератор коливаний – резонатор термоакустичного апарата (ТАА)». Наведено результати аналізу адекватності синтезованих математичних моделей з використанням статистичних методів оцінки гіпотез.

Ключові слова: термоакустична установка, резонансна частота, амплітудно-частотна характеристика, нелінійні математичні моделі, статистичний аналіз.

Вступ

В різних галузях народного господарства важливу роль відіграють теплові машини, які перетворюють теплову енергію в механічну або електричну. Новим та перспективним видом теплових машин є термоакустичні апарати (ТАА) [12], функціонування яких базується на взаємоперетвореннях акустичної та теплової енергій.

На рис. 1 представлена функціональна структура найпростішого ТАА, що включає електромеханічний генератор звукової хвилі, порожнинний резонатор з робочим середовищем (газом), теплообмінні поверхні (T_C , T_H) для подачі та відбору теплової енергії з термоакустичної установки, а також регенеративний теплообмінник (стек) для прямого та зворотного перетворення акустичної енергії в теплову.

Головна відмінність ТАА від інших теплових машин полягає в відсутності рухомих механічних вузлів. Саме акустичні коливання є тим циклічним «механізмом», який забезпечує взаємодію термодинамічних, тепло-масообмінних і гідродинамічних процесів при роботі термоакустичних установок [11]. Потужні акустичні пульсації [2,8] робочого тіла (газу) відіграють роль носія механічної енергії, яку ви-

робляють ТАА, і водночас – «виконавчого механізму» термодинамічного циклу. Саме тому, тепловим машинам такого класу присутня висока чутливість до фізичних параметрів робочого тіла (в'язкості, щільності, теплопровідності), а також до змін характеристик зовнішнього середовища (температури, тиску тощо). Отже, стабільне та ефективне функціонування ТАА є можливим тільки за умов підтримки усталених значень параметрів різнотипного характеру [13]: акустичних, гідродинамічних, теплофізичних та ін.

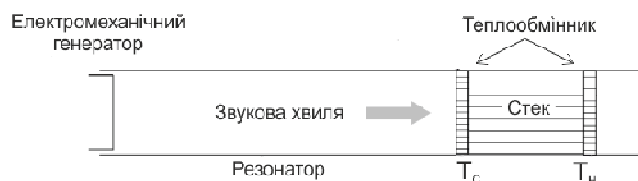


Рисунок 1 - Функціональна структура термоакустичного рефрижератора з електромеханічним генератором звукових коливань

Постановка задачі

Традиційно звукова хвиля розглядається як сукупність коливань тиску і швидкості (зміщення) робочого середовища [2,8,11], значення яких зумовлені як структурними особливостями термоакустичної установки, так і зовнішніми впливами. Частота звукового сигналу, що формується електромеханічним генератором, суттєво впливає на амплітуду акустичного тиску та величину коливального зміщення часток робочого тіла в резонаторі, і є важливим параметром при проектуванні та функціонуванні ТАА. Найефективнішим режимом роботи термоакустичних систем є функціонування на резонансній частоті [3], значення якої є апіорно невідомою величиною та залежить від структурно-параметричної побудови ТАА.

Загалом резонансну частоту коливань акустичного тиску (1) для порожнього резонатору ТАА можна обчислити за формулою [11,12]:

$$f = \frac{a}{\lambda} = \frac{\sqrt{\gamma k T / m}}{4L}, \quad (1)$$

де f – частота звукової хвилі; a – швидкість звуку; λ – довжина звукової хвилі; γ – показник адіабати; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура; m – молекулярна маса газу; $4L$ – довжина резонатора ТАА, що обчислюється з врахуванням чверті довжини звукової хвилі.

Слід зазначити, що звукова частота згідно (1) є лише наближеним значенням [3], оскільки при її обчисленні не враховуються конструктивні особливості конкретного ТАА та значення основних фізичних параметрів як зовнішнього середовища, так і самої термоакустичної установки.

Проведення і обробка результатів експериментальних досліджень конкретних типів ТАА є одним з перспективних шляхів параметричної ідентифікації резонансної частоти звукових коливань.

Метою даної статті є дослідження та аналіз характеру залежності акустичного тиску від частоти звукової хвилі та синтез нелінійної математичної моделі термоакустичної установки з вбудованим електромеханічним генератором акустичних хвиль.

Експериментальні дослідження амплітудно-частотної характеристики ТАА за надлишковим акустичним тиском

В якості дослідної термоакустичної установки авторами обрано модель термоакустичного рефрижератора (ТАР) [3,10,11], в порожнині якого знаходиться повітря (робоче тіло) під атмосферним тиском. Електромеханічний генератор (рис. 1) формує в резонаторі стоячу звукову хвилю. Експериментальний стенд оснащений мікропроцесорною системою моніторингу [3,10], що здійснює в режимі реального часу збір, обробку та відображення інформації стосовно поточного стану ТАА.

Розроблена мікропроцесорна система забезпечує формування в автоматичному режимі амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) термоакустичної системи, для чого на виході електромеханічного генератора послідовно формується ряд акустичних сигналів синусоїдальної форми з постійною амплітудою та змінною частотою. Зібрані дані щодо величини акустичного тиску кожного синусоїдального сигналу зберігаються в пам'яті системи моніторингу для подальшої обробки. Після обробки всіх даних формується масив $P_{вих0}$, що представляє собою АЧХ термоакустичної установки (рис. 2).

Спираючись на дослідні дані (рис. 2), можна зробити висновок, що на обраній частотній ділянці функція залежності акустичного тиску в резонаторі ТАР від частоти акустичного сигналу має три екстремуми [11]. Для подальшого аналізу даних слід пояснити, що розрізняють три основні типи термоакустичних установок за розподілом акустичного тиску в порожнині резонатору ТАА: на чверть, половину

та повну звукову хвилю. Саме цим значенням частот відповідають екстремальні точки на рис. 2.

Значення резонансної частоти залежить від структури ТАР, тиску в резонаторі, зовнішніх параметрів та може приблизно бути підраховано за (1). Так для дослідного ТАР розрахункова резонансна частота (2) дорівнює:

$$f = \frac{a}{\lambda} = \frac{\sqrt{\gamma k T / m}}{4L} = \frac{340}{1.2} = 283 \text{ Гц}, \quad (2)$$

а отже значно відрізняється від реального значення, що дорівнює $f \approx 220$ Гц. Тому доцільним є синтез математичних моделей термоакустичних систем, що ставлять у залежність значення акустичного тиску в резонаторі ТАА від частоти звукового сигналу. Впровадження подібних математичних моделей в системи автоматичного управління термоакустичними системами дозволять спростити алгоритми керування та оптимізації [1,2] режимів роботи ТАА.

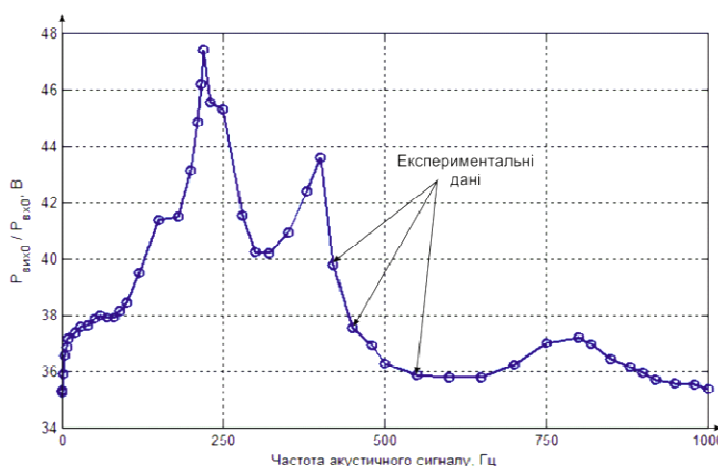


Рисунок 2 - АЧХ термоакустичного рефрижератору за акустичним тиском
Синтез нелінійних математичних моделей ТАР за акустичним тиском

Синтез математичних моделей проведено на основі експериментальних даних (рис. 2) стосовно розподілу амплітуди звукового тиску $P_{вих0}$ в резонаторі дослідної термоакустичної установки при різних частотах $f = 2\pi/\omega$ акустичного сигналу.

Слід зазначити, що шукана математична модель повинна точно передавати форму АЧХ установки та бути відносно простою в реалізації, що в подальшому дозволить скоротити час на її обробку на рівні периферійних пристроїв при впровадженні отриманої математичної моделі в систему керування термоакустичним рефрижератором. Ви-

ходячи з цього, в якості апроксимуючих функцій авторами обрано ряд Фур'є (3), ряд функцій Гауса (4) та поліном дев'ятого степеня (5):

$$p_{a1}(f) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^8 (a_n \sin(nwf) + b_n \cos(nwf)), \quad (3)$$

$$p_{a2}(f) = a_1 e^{-\left(\frac{f-b_1}{c_1}\right)^2} + a_2 e^{-\left(\frac{f-b_2}{c_2}\right)^2} + \dots + a_8 e^{-\left(\frac{f-b_8}{c_8}\right)^2}, \quad (4)$$

$$p_{a3}(f) = a_1 f^9 + a_2 f^8 + \dots + a_9 f + a_{10}, \quad (5)$$

де $p_{aj}(f), j = \overline{1,3}$ – функціональні залежності акустичного тиску від частоти; a_n, b_n, c_n, w – коефіцієнти відповідної математичної моделі; n – порядок моделі.

В основу синтезу математичних моделей покладено використання статистичних методів побудови та оцінки парних залежностей [5,6]. Зокрема, задача регресійного аналізу методом найменших квадратів полягає у формуванні лінії регресії, при відомих k точках вибірки P_{eux0} . При цьому сума Z квадратів відхилень Δ_i^2 цих точок вздовж осі ординат від проведеної лінії регресії повинна бути мінімальною.

Задачу методу найменших квадратів аналітично можна виразити наступним виразом [5]:

$$Z = \sum_{i=1}^k \Delta_i^2 \rightarrow \min, \quad (6)$$

де Δ_i – відхилення вздовж осі ординат значення аналітичної функції $p_{aj}(f)$ від експериментального значення P_{eux0} .

Для фізичної моделі можна записати:

$$Z_j = \sum_{i=1}^k [P_{eux0i} - p_{aj}(f_i)]^2 \rightarrow \min, i = \overline{1,k}, j = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Побудована на основі умови (7) лінія регресії дозволяє з певною ймовірністю передбачити в інтервалі $f \in [f_1; f_n]$ значення функції $p_{aj}(f)$, відсутні в таблиці результатів експериментальних досліджень P_{eux0} .

В результаті обчислень отримаємо наступні значення коефіцієнтів для обраних математичних моделей:

а) ряд Фур'є (3)

$$a \in \left\{ -5.776 \cdot 10^{12}, 9.312 \cdot 10^{12}, -4.686 \cdot 10^{12}, 1.187 \cdot 10^{12}, \right. \\ \left. 7.557 \cdot 10^{10}, -1.497 \cdot 10^{11}, 4.079 \cdot 10^{10}, -3.809 \cdot 10^9 \right\};$$

$$b \in \left\{ 4.018 \cdot 10^{12}, -4.969 \cdot 10^{12}, 3.264 \cdot 10^{12}, -1.291 \cdot 10^{12}, \right. \\ \left. 2.979 \cdot 10^{11}, -3.423 \cdot 10^{10}, 1.142 \cdot 10^9 \right\};$$

$$w = 0.0002992.$$

б) ряд функцій Гауса (4)

$$a \in \{5.529, 4.961, 6.239, 1.983, 0.1906, 35.32, -0.03014, -1.413\};$$

$$b \in \{228.6, 394.8, 241.3, 784.6, 1294, 2693, 2200, 0.4843\};$$

$$c \in \{33.77, 25.39, 214.5, 120.6, 250.9, 24230, 22.22, 2.106\}.$$

в) поліном (5)

$$a \in \left\{ -6.902 \cdot 10^{-27}, 8.766 \cdot 10^{-23}, -4.573 \cdot 10^{-19}, 1.257 \cdot 10^{-15}, -1.924 \cdot 10^{-12}, \right. \\ \left. 1.56 \cdot 10^{-9}, -5.004 \cdot 10^{-7}, -7.833 \cdot 10^{-5}, 0.06299, 35.36 \right\}.$$

На рис. 3 наведено графіки отриманих математичних моделей (в порівнянні з експериментальною вибіркою) на дослідному частотному відрізку. В подальшому проведемо порівняльний аналіз синтезованих математичних моделей ТАР.

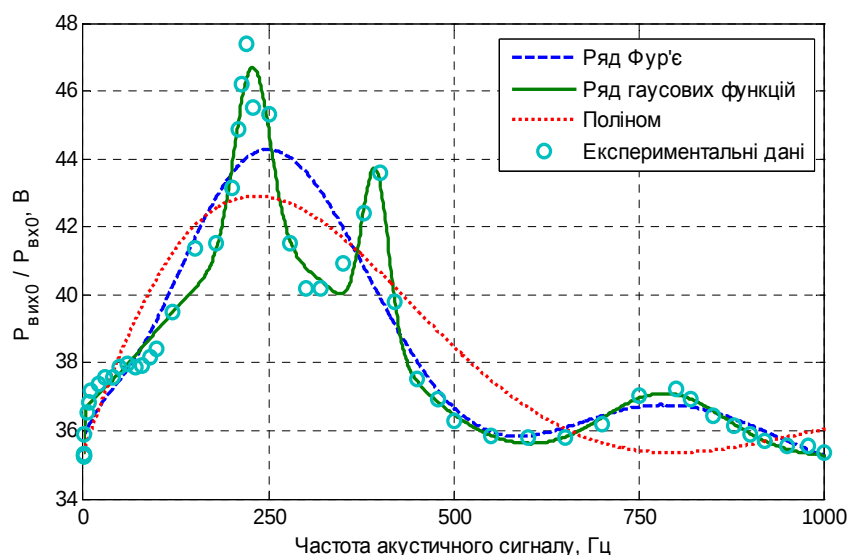


Рисунок 3 - Синтезовані математичні моделі термоакустичного рефрижератора за акустичним тиском

Аналіз адекватності синтезованих математичних моделей

Аналіз адекватності отриманих математичних моделей (3)-(5) виконано з використанням методів оцінки гіпотез математичної статистики [4], а саме:

Сума квадратів помилок (SSE), що показує загальне відхилення значень апроксимованої моделі $p_{aj}(f), j = \overline{1,3}$ від відповідних значень експериментальних досліджень P_{eux0} .

$$SSE_j = \sum_{i=1}^k [P_{eux0i} - p_{aj}(f_i)]^2 \rightarrow 0, j = \overline{1,3}. \quad (8)$$

Коефіцієнт детермінації (R^2), що є часткою дисперсії відхилення залежної змінної від її середнього значення. Іншими словами, R^2 – це квадрат змішаної кореляції між експериментальними значеннями та значеннями синтезованої математичної моделі.

$$R_j^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k [P_{eux0i} - p_{aj}(f_i)]^2}{\sum_{i=1}^k [P_{eux0i} - \overline{P_{eux0}}]^2} \rightarrow 1, j = \overline{1,3}, \quad (9)$$

де $\overline{P_{eux0}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k P_{eux0i}$ – середнє арифметичне значення дослідної вибірки.

Корінь із середнього для квадрата помилки ($RMSE$) є оцінкою стандартного відхилення випадкової компоненти між даними синтезованої регресійної моделі та дослідними значеннями.

$$RMSE_j = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [P_{eux0i} - p_{aj}(f_i)]^2} \rightarrow 0, j = \overline{1,3}, \quad (10)$$

F -критерій Фішера (F_j), що показує наскільки рівняння регресії краще передбачає результати експериментів в порівнянні із середнім значенням $\overline{P_{eux0}}$, та розраховується як співвідношення між загальною дисперсією $\overline{\sigma_{zag j}^2}$ (11) та залишковою дисперсією $\overline{\sigma_{зал j}^2}$ (12):

$$\overline{\sigma_{zag j}^2} = \frac{\sum_{i=1}^k P_{eux0i}^2 - \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^k P_{eux0i} \right)^2}{k - 1}, j = \overline{1,3} \quad (11)$$

$$\overline{\sigma_{зал j}^2} = \frac{\sum_{i=1}^k [P_{eux0i} - p_{aj}(f_i)]^2}{k - 2}, j = \overline{1,3} \quad (12)$$

$$F_j = \frac{\overline{\sigma_{zag j}^2}}{\overline{\sigma_{зал j}^2}} \rightarrow \max, j = \overline{1,3} \quad (13)$$

Результати розрахунків статистичних оцінок адекватності синтезованих математичних моделей (3)-(5) наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Порівняльна таблиця адекватності математичних моделей

Апроксимуюча функція		SSE	R^2	$RMSE$	F	
					$\sigma_{заг}^2$	$\sigma_{зал}^2$
$j=1$	Ряд Фур'є	74.9	0.89	1.24	7.16	
					10.84	1.51
$j=2$	Ряд функцій Гауса	7.69	0.98	0.43	69.27	
					10.84	0.16
$j=3$	Поліном	127.25	0.81	1.52	4.42	
					10.84	2.45

На основі отриманих статистичних даних (табл. 1) можна зробити висновок, що найкращий результат відповідності дослідним даним має математична модель, яка апроксимує отримані дані рядом функцій Гауса (4).

Висновки

В результаті експериментальних досліджень авторами підтверджено залежність амплітуди акустичного тиску в резонаторі термоакустичного рефрижератору з електромеханічним генератором від частоти звукового сигналу. Виявлено невідповідність між розрахованим та дослідним значеннями резонансної частоти ТАР ($f_p = 283$ Гц $>$ $f_0 = 220$ Гц), що спричинена структурно-параметричними особливостями конкретної термоакустичної установки.

Із використанням статистичних методів побудови та оцінки парних залежностей отримано амплітудно-частотну характеристику термоакустичного рефрижератора за акустичним тиском (рис. 2). Спираючись на отримані дані, авторами із використанням методу найменших квадратів (7) синтезовано ряд математичних моделей (3)-(5) АЧХ ТАР (рис. 3).

Аналіз адекватності (табл. 1) синтезованих регресійних моделей показує, що найкращий результат відповідності дослідним даним має математична модель, яка апроксимує отримані дані рядом функцій Гауса (4).

Слід відмітити, що отримана АЧХ термоакустичного рефрижератору має яскраво виражений екстремальний характер, а тому в подальшому доцільним є застосування алгоритмів пошуку екстремумів

функції для визначення резонансної акустичної частоти дослідної термоакустичної установки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Аттетков А.В. Методы оптимизации / А.В. Аттетков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 440 с.
2. Зарембо Л.К. Введение в нелинейную акустику / Л.К. Зарембо, В.А. Красильников. – М., 1966. – 520 с.
3. Кондратенко Ю.П. Аналіз впливу частоти звукового сигналу на ефективність термоакустичних процесів / Ю.П. Кондратенко, О.В. Коробко // Автоматика – 2011 / Automatics – 2011: Матеріали конференції, Львів. – 2011. – С. 390-391.
4. Кондратенко Ю.П. Нелинейные регрессионные математические модели магнитных систем для регистрации сигналов проскальзывания / Ю.П. Кондратенко, А.С. Шишкин // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Приладобудування. – 2007. – №33. – С. 127-134.
5. Корольок В.С. Справочник по теории вероятности и математической статистике / В.С. Корольок, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М.: Наука, 1985. – 640 с.
6. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. – М.: Высш. шк., 1988. – 239 с.
7. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Методы современной теории автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов и др. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 784 с.
8. Стретт Дж. В. Теория звука. Том. 2 // Государственное издательство технико-теоретической литературы. – М., 1958. – 475 с.
9. Юдаев Б.Н. Техническая термодинамика. Теплопередача. – М.: Высш. шк., 1988. – 479 с.
10. Kondratenko Y. Multisensor data acquisition system for thermoacoustic processes analysis / Y. Kondratenko, V. Korobko, O. Korobko // Proceedings of the 6th IEEE international conference IDAACS'2011, Prague. – 2011. – №1. – PP. 54-58.
11. Rott N. Thermoacoustics // Adv. Appl. Mech. – №20 (135). – 1980.
12. Tomonaga T. Fundamental Thermoacoustics // Tokyo, Uchida Rokakuno Publishing, 1998.
13. Wheatley J.C. The natural heat engines / J.C. Wheatley, G.W. Swift, A. Migliori // Los Alamos Science. – 1986. – №2 (14).

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕРЕНИЙ НА ЖОРДАНОВОЙ ТРАЕКТОРИИ

Аннотация. Рассмотрены особенности структурно-параметрической идентификации стохастической модели измерений на жордановой траектории. Получены формулы для расчета оценок максимального правдоподобия. Соответствующие выводы подтверждены результатами числительных экспериментов.

Ключевые слова: модель, авторегрессия, Жорданова кривая, идентификация.

Постановка задачи

Проектирование информационно-измерительных технологий неразрушающего контроля качества и мониторинга состояния технических объектов требует знание моделей измерений информативных параметров [1]. Как правило, при неразрушающем контроле, измерение таких параметров выполняется с одинаковым шагом вдоль некоторой траектории по поверхности изделий. В этом случае измерения информативного параметра z можно представить в виде ряда

$$z = \{z_i\} = z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n; \quad z \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

где i - номер точки на траектории, $i \in [1, n]$; n - количество точек измерений; z - вектор измерений информативного параметра. Рассмотрим случай, когда в каждой точке i траектории, информативный параметр z случайным образом принимает то или иное значение, что связано с неоднородностью объекта, а дисперсия случайных ошибок измерений незначительна, и ей можно пренебречь. В этом случае z , как правило, автокоррелированная последовательность случайных величин и для её формального описания могут использоваться известные стохастические модели временных рядов, за исключением того, что значения ряда зависят не от времени t , а от точки измерения i .

Особый случай представляют последовательности, полученные путем измерения информативного параметра вдоль жордановой траектории, например, окружности, когда за последней точкой измерений, с номером $i = n$, следует первая $i = 1$. Это приводит к тому, между членами последовательности z , расположенными на концах, имеется корреляционная связь. Данное свойство замкнутости, которое не учитывают известные модели временных рядов, вносит свои особенности, как в алгоритмы формирования последовательностей измерений, так и в алгоритмы структурно-параметрической идентификации их моделей.

Модель замкнутых автокоррелированных последовательностей

Для формального описания последовательности z можно использовать модель случайного процесса, учитывающего свойства замыкания. Такая модель (2), полученная на основе авторегрессионной модели m -го порядка, подробно рассмотрена в [2] и [3].

$$z_i = \begin{cases} \sum_{k=1}^m \alpha_k z_{n-k+1} + \xi_1, & i = 1, \\ \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k z_{i-k} + \sum_{k=i}^m \alpha_k z_{n-k+i} + \xi_i, & 1 < i \leq m, \\ \sum_{k=1}^m \alpha_k z_{i-k} + \xi_i, & m < i \leq n; \end{cases} \quad (2)$$

где $\xi = \{\xi_i\}$; $\xi \in \mathbb{R}^n$ - стационарная последовательность независимых случайных величин; $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$, $\alpha \in \mathbb{R}^m$ - регулируемые параметры модели, m - порядок.

Подстановкой $m=1$ в (2) получим модель, прообразом которой является случайный Марковский процесс для дискретного времени, а при $m=2$ получим Юловскую модель:

$$z_i = \begin{cases} \alpha_1 z_n + \xi_1, & i = 1, \\ \alpha_1 z_{i-1} + \xi_i, & i > 1; \end{cases} \quad m = 1.$$

$$z_i = \begin{cases} \alpha_1 z_n + \alpha_2 z_{n-1} + \xi_1, & i = 1, \\ \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_n + \xi_2, & i = 2, \\ z_i = \alpha_1 z_{i-1} + \alpha_2 z_{i-2} + \xi_i, & 2 < i \leq n; \end{cases} \quad m = 2.$$

Основные свойства замкнутых автокоррелированных последовательностей

Математическое ожидание всех членов последовательности равно

$$M[z_i] = m_\xi \left[1 - \sum_{k=1}^m \alpha_k \right]^{-1}, \quad (3)$$

где $M\{\xi_i\} = m_\xi$ - математическое ожидание последовательности $\{\xi_i\}$.

Если обозначить $\omega = \exp(2\pi i / n)$ - корень степени n из единицы, где $i = \sqrt{-1}$, то ковариационная функция может быть представлена в виде

$$R(k) = \sigma_\xi^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\omega^{ki} \left| 1 - \sum_{h=1}^m \alpha_h \omega^{hi} \right|^{-2} \right], \quad k \in [-n, n], k \in \mathbb{Z}. \quad (4)$$

где $D\{\xi_i\} = \sigma_\xi^2$ - дисперсия последовательности ξ . В [3] показано, что $R(k)$ - всегда функция действительных значений, а также что $R(k) = R(-k) = R(n - k)$, таким образом ковариационная функция симметричная относительно точки $k = n / 2$.

Дисперсия последовательности может быть определена как $D[z_i] = R(0)$, а корреляционная функция как $r(k) = R(k) / R(0)$.

Для модели первого порядка ($m=1$), выше приведенные формулы могут быть представлены в компактном виде

$$M[z_i] = \frac{m_\xi}{1 - \alpha_1}, \quad D[z_i] = \sigma_\xi^2 \frac{\alpha_1^n + 1}{(1 - \alpha_1^n)(1 - \alpha_1^2)}; \quad (5)$$

$$R(k) = \sigma_\xi^2 \frac{\alpha_1^{|k|} + \alpha_1^{n-|k|}}{(1 - \alpha_1^n)(1 - \alpha_1^2)}, \quad r(k) = \frac{\alpha_1^{|k|} + \alpha_1^{n-|k|}}{1 + \alpha_1^n}. \quad (6)$$

Последовательность z можно выразить как взвешенную сумму независимых случайных величин ξ только при условии, что ни один из корней характеристического уравнения $P_m(x) = 1 - \alpha_1 x - \alpha_2 x^2 - \dots - \alpha_m x^m$ не лежит на единичной окружности. Замкнутые последовательности одинаковой длины n отвечают требованию слабой стационарности независимо от того, лежат ли корни $P_m(x)$ внутри единичной окружности или за её пределами. Это приводит к тому, что единственная ковариационная структура последо-

вательности z , может быть представлена множеством линейных моделей вида (2), как это показано далее.

Положим, что вектор z имеет обратную ковариационную матрицу R_z^{-1} и может быть представлен моделью (2), которую, используя [3], запишем в виде

$$\prod_{k=1}^m (I - x_k A) z = \xi,$$

где A - ортогональная матрица оператора сдвига назад ($A^T A = I$); I - единичная матрица; $x_1^{-1}, \dots, x_k^{-1}, \dots, x_m^{-1}$ - корни $P_m(x)$, $|x_k^{-1}| \neq 1, \forall k$.

Из [3] также получим формулу для R_z^{-1} и представим ее следующим образом:

$$R_z^{-1} = \sigma_{\xi}^{-2} P_m(A^T) P_m(A) = \sigma_{\xi}^{-2} \prod_{k=1}^m (I - x_k A^T)(I - x_k A). \quad (7)$$

Для сомножителей в (7) всегда выполняется равенство

$$\begin{aligned} (I - x_k A^T)(I - x_k A) &= x_k^2 (I - x_k^{-1} A^T)(I - x_k^{-1} A), \forall x_k \in \mathbb{R}, \\ (I - x_k A^T)(I - \overline{x_k} A) &= x_k \overline{x_k} (I - x_k^{-1} A^T)(I - \overline{x_k}^{-1} A), \forall x_k \in \mathbb{Z}, \end{aligned} \quad (8)$$

где предполагается, что для комплексных корней взяты обратные значения каждого из членов сопряженной пары $\{x_k, \overline{x_k}\}$. При этом, если, например, действительный корень x_k^{-1} или комплексно-сопряженная пара $\{x_k^{-1}, \overline{x_k}^{-1}\}$ лежат вне единичного круга, то их обратные значения - внутри, и наоборот.

Из (8) следует, что любая из стохастических моделей

$$\prod_{k=1}^m (I - x_k^{\pm 1} A) z = c \xi,$$

будет иметь ту же ковариационную матрицу R_z при надлежащем выборе константы c . В этой связи возникает неоднозначность в выборе параметров модели.

Назначение стохастической модели (2) - адекватное формальное описание вероятностной структуры измерений объекта. Для фиксированного порядка модели такое представление должно быть единственным. Если ξ - вектор нормальных случайных величин, то единственность параметров модели фиксированного порядка m подразуме-

вает, что матрица R_z должна однозначно соответствовать единственно возможная последовательность коэффициентов $\{a_1, \dots, a_m\}$ характеристического уравнения и, следовательно, его корней $x_1^{-1}, \dots, x_m^{-1}$. Из равенства (8) выходит, что такая единственность может быть достигнута путем ввода ограничения касательно их расположения относительно единичного круга на комплексной плоскости. Предлагается выбрать вариант, когда все корни лежат вне единичного круга. Это, во-первых, упростит процедуру идентификации и оценивания модели, как будет показано далее, во-вторых, алгоритм формирования замкнутых последовательностей будет иметь меньшую вычислительную сложность [3]. При таком выборе, из (8) также доказывается, что значение дисперсии σ_ξ^2 будет минимально возможным, при котором существует матрица R_z .

Оценка параметров модели

Пусть случайный вектор $z = \{z_1, \dots, z_i, \dots, z_n\}$ принял определенное значение и по данной реализации необходимо оценить параметры модели (2), при условии, что компоненты вектора $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n\}$ имеют нормальный закон распределения: $\xi_i \sim N(m_\xi, \sigma_\xi)$, $\forall i$, а все корни характеристического уравнения лежат вне единичного круга.

Можно показать, что среднее значение $\bar{\xi}$ независимых случайных величин ξ связано со средним значением $\bar{z}$ последовательности z , соотношением

$$\bar{\xi} = \bar{z} \left[1 - \sum_{k=1}^m \alpha_k \right]. \quad (9)$$

Из (9) следует, что α можно оценить по центрированному ряду $\{z_i - \bar{z}\}$, полагая, что $m_\xi \approx \bar{\xi} = 0$. Далее предположим, что последовательность z центрирована.

Если для последовательности z известен её вектор параметров α , то по формуле (2) можно последовательно вычислить всё множество значений $\xi_i(\alpha / z)$, $\forall i$, поскольку, согласно условию, первые элементы последовательности зависят от последних. При этом, так

как компоненты $\{\xi_i\}$ распределены нормально, то плотность распределения вероятностей случайного вектора ξ равна

$$W(\xi) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \sigma_\xi^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\xi^2} \sum_{i=1}^n \xi_i^2\right). \quad (10)$$

Следовательно, условная логарифмическая функция правдоподобия для параметров (α, σ_ξ) , найденная из (10), примет вид

$$l(\alpha, \sigma_\xi / z) = -n \ln \sigma_\xi - \frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2\sigma_\xi^2} S(\alpha / z), \quad (11)$$

где $S(\alpha / z) = \sum_{i=1}^n \xi_i^2(\alpha / z)$. С учетом (2), получим, что

$$S(\alpha / z) = \left(z_1 - \sum_{k=1}^m \alpha_k z_{n-k+1}\right)^2 + \sum_{i=2}^m \left(z_i - \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k z_{i-k} - \sum_{k=i}^m \alpha_k z_{n-k+i}\right)^2 + \sum_{i=m+1}^n \left(z_i - \sum_{k=1}^m \alpha_k z_{i-k}\right)^2, \quad (12)$$

где предполагается, что при $m=1$ вторая сумма не участвует в расчете.

Путем максимизации функции (11) могут быть получены *оценки условного максимального правдоподобия (CML-оценки)*. Как указано в [4], для их нахождения, в общем случае, нужно использовать численные методы, а не решать систему уравнений в частных производных, приравненных к нулю. Это связано с тем, что информация, содержащаяся в функции правдоподобия, выражается только такими оценками и вторыми её производными, когда в интересующей области функции применима квадратичная аппроксимация [4]. Необходимые для численных расчетов начальные приближения оценок можно получить прямым дифференцированием функции $l(\alpha_1, \sigma_\xi / z)$. Например, для модели первого порядка, решив систему уравнений в частных производных, относительно неизвестных α_1 и σ_ξ , получим выражения для таких приближений оценок:

$$\alpha_1^* = r_1^*, \quad \sigma_\xi^* = \sigma_z^* \sqrt{1 - (r_1^*)^2}, \quad (13)$$

где $r_1^* = \left(z_1 z_n + \sum_{i=2}^n z_i z_{i-1}\right) / \sum_{i=1}^n z_i^2$, $\sigma_z^{*2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2$ - значение выборочной дисперсии z .

Для второго порядка ($m=2$), аналогичным образом, получены оценки

$$\alpha_1^* = \frac{r_1^* (1 - r_2^*)}{1 - r_1^{*2}}, \quad \alpha_2^* = \frac{r_2^* - r_1^{*2}}{1 - r_1^{*2}}, \quad \sigma_\xi^* = \sigma_z^* \sqrt{(1 - \alpha_1^* r_1^* - \alpha_2^* r_2^*)}, \quad (14)$$

где $r_2^* = \left(z_1 z_{n-1} + z_2 z_n + \sum_{i=3}^n z_i z_{i-2} \right) / \sum_{i=1}^n z_i^2$.

Вычисления оценок $\hat{\alpha} = \{\alpha_1^*, \dots, \alpha_m^*\}$ для моделей более высоких порядков показывают, что они также, как для первого и второго порядков, совпадают с оценками, найденными из уравнений Юла-Уокера, при условии, что выборочные коэффициенты автокорреляции вычисляются по формуле

$$r_k^* = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} z_i z_{i+k} + \sum_{i=1}^k z_{n-k+i} z_i}{\sum_{i=1}^n z_i^2}, \quad k \in (1, n), \quad (15)$$

где k - расстояние между членами последовательности на жордановой траектории (задержка). В этом случае вектор $\hat{\alpha}$ может быть определен по формуле

$$\hat{\alpha} = \hat{P}_m^{-1} \hat{r}_m, \quad (16)$$

где

$$\hat{r}_m = \begin{pmatrix} r_1^* \\ r_2^* \\ \vdots \\ r_m^* \end{pmatrix}, \quad \hat{P}_m = \begin{pmatrix} 1 & r_1^* & r_2^* & \cdots & r_{m-1}^* \\ r_1^* & 1 & r_1^* & \cdots & r_{m-2}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{m-1}^* & r_{m-2}^* & r_{m-3}^* & \cdots & 1 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Оценка σ_ξ^* может быть вычислена следующим образом:

$$\sigma_\xi^* = \sigma_z^* \sqrt{\left(1 - \sum_{k=1}^m \alpha_k^* r_k^* \right)}. \quad (18)$$

Полученные таким образом оценки Юла-Уокера могут быть выбраны в качестве начальных приближений для поиска более точных СМЛ-оценок, только если корни $P_m(x)$ лежат вне единичного круга, как было определено выше.

На рис.1. показаны гистограммы СМЛ-оценок и оценок Юла-Уокера полученных в результате оценивания 100 000 последовательностей первого порядка, размером $n=25$ и $n=90$ и с параметрами:

$\alpha_1 = 0.5$, $\sigma_\xi = 1$, $m_\xi = 0$. Максимум функции (11) вычислялся методом сопряженных градиентов.

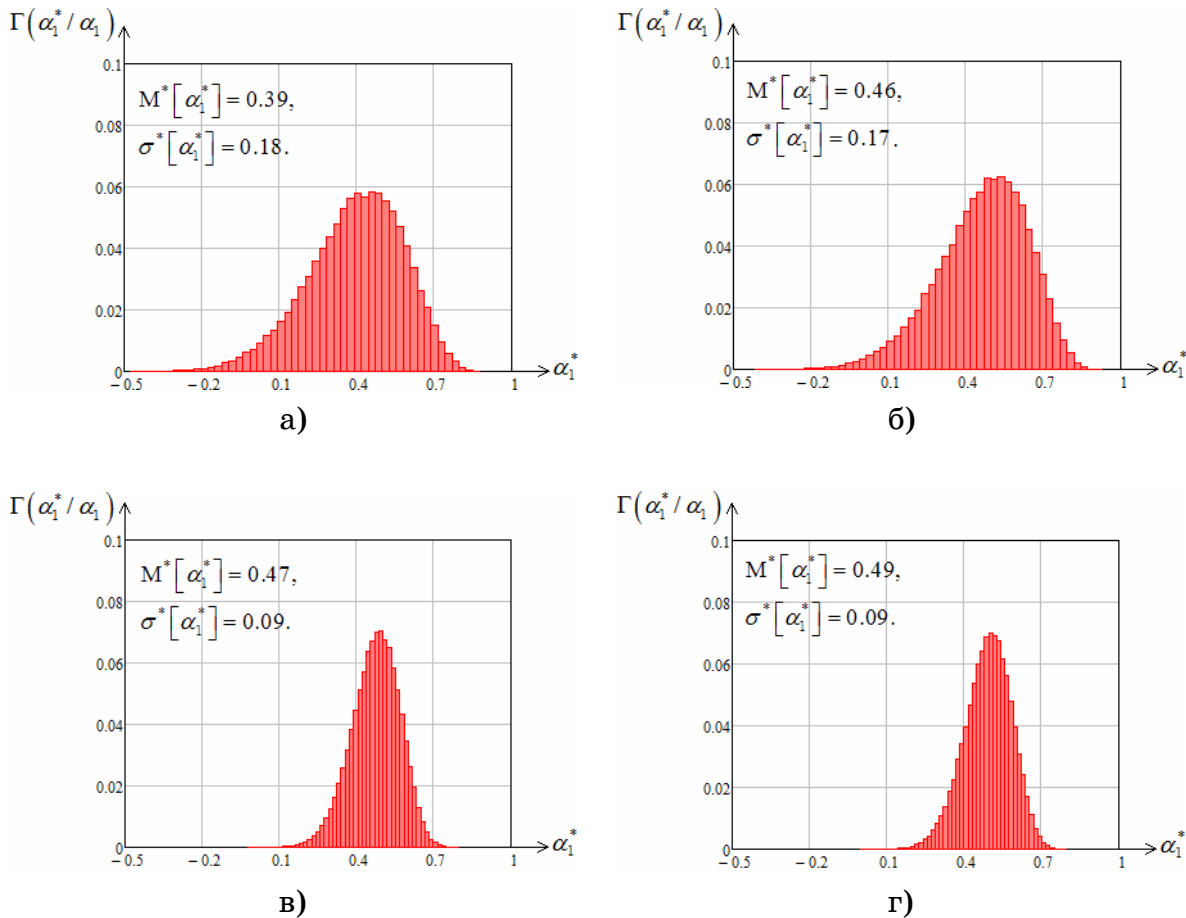


Рисунок 1 - Гистограммы оценок α_1^* :

а) Юла-Уокера, $n=25$; б) CML, $n=25$; в) Юла-Уокера, $n=90$; г) CML, $n=90$;

На рис.1 также указаны средние значения и выборочные значения среднеквадратического отклонения оценок. Как видно, более точными и эффективными являются оценки максимума условного правдоподобия (CML-оценки), однако для всех полученных оценок замечено смещение в сторону занижения по модулю. Как было обнаружено по результатам вычислительных экспериментов, с ростом размера оцениваемой последовательности данный эффект уменьшается, а значения оценок Юла-Уокера и CML-оценок, практически идентичны.

Следует заметить, что для поиска CML-оценок численными методами, помимо начальных приближений, необходимо указать ограничения для допустимых значений оценок $\{\alpha_1^*, \dots, \alpha_m^*\}$ исходя из по-

ложений корней характеристического уравнения за пределами единичного круга на комплексной плоскости.

Из (15) следует, что $r^*(k) = r_k^* = r_{n-k}^*$, $0 < k < n$, таким образом, коррелограмма, также как и теоретическая функция, симметричная относительно точки $n/2$.

В условное правдоподобие $l(\alpha, \sigma_\xi / z)$ данные входят только через условную сумму квадратов (12). Отсюда следует, что оценки максимума условного правдоподобия (CML-оценки) те же, что и оценки наименьших квадратов.

Также могут быть получены *оценки максимального правдоподобия (ML-оценки)*. Плотность вероятности случайного вектора z равна

$$W(z) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\det R_z)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} z^T R_z^{-1} z\right). \quad (19)$$

Из формулы (19) определим безусловную логарифмическую функцию правдоподобия, которая примет вид

$$L(\alpha, \sigma_\xi / z) = l(\alpha, \sigma_\xi / z) + \ln(|\det B|), \quad (20)$$

где $\det B = \prod_{j=1}^n P_m(\omega^j)$ - определитель матрицы линейного оператора перехода от вектора z к вектору ξ , а $|\det B|$ - его модуль.

Для вычисления ML-оценок также необходимо использовать численные методы.

Выразим $\det B$ через корни $x_1^{-1}, \dots, x_m^{-1}$ характеристического уравнения:

$$\det B = \prod_{j=1}^n P_m(\omega^j) = \prod_{k=1}^m \prod_{j=1}^n (1 - x_k \omega^j) = \prod_{k=1}^m \left(1 - x_k \sum_{j=1}^n \omega^j + x_k^2 \sum_{\substack{j_1=1, \\ j_2=1}}^n \omega^{j_1} \omega^{j_2} - \dots + (-x_k)^n \prod_{j=1}^n \omega^j \right), \quad (21)$$

где $\omega^j = \omega^j$. В каждой скобке выражения (21) все слагаемые, кроме первого и последнего, равны нулю, следовательно, определитель равен

$$\det B = \prod_{k=1}^m (1 - x_k^n). \quad (22)$$

Так как, согласно введенному выше ограничению, $|x_k^{-1}| > 1$, то из (22) следует, что $\det B \approx 1$ для некоторого небольшого n . В этом

случае CML-оценки почти те же, что и ML-оценки максимального правдоподобия и членом $\ln(|\det B|)$ в (20) можно пренебречь. Вычислительные эксперименты на 100 000 последовательностях малых размеров ($n = 10$) показывают, что выборочная корреляция между ML- и CML-оценками, составляет 0,99.

Ковариационная матрица ML-оценок $\hat{\alpha}$ приближенно равна [4]

$$R_{\hat{\alpha}} \approx n^{-1} (1 - r_m^T \alpha) P_m^{-1}, \quad (23)$$

где r_m и P_m - вектор и матрица теоретических корреляций, с формами, аналогичными (17). Оценки ковариаций можно получить, заменив в (23) неизвестные параметры их ML-оценками и выборочными корреляциями (17). Диагональные элементы матрицы $R_{\hat{\alpha}}$ - дисперсии соответствующих ML-оценок.

Структурная идентификация

Структура рассматриваемой модели определяется её порядком m . Для предварительной его оценки можно использовать частную автокорреляционную функцию, периодограмму, кумулятивную периодограмму и другие характеристики, применяемые для анализа временных рядов [4].

Значения частной автокорреляционной функции должны рассчитываться с учетом формул (15) и (16).

В отношении периодограммы была замечена особенность, что при определенных значениях параметров $\{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$, на ней могут стабильно присутствовать значительные низкочастотные пики, как, например, на рис.2б. Это приводит к тому, что по анализу графиков таких последовательностей, в полярной системе координат, как, например, на рис.2а, можно ошибочно предположить наличие в последовательности детерминированной составляющей, напоминающей эллипс или другую гладкую кривую, в зависимости от вклада соответствующих гармоник.

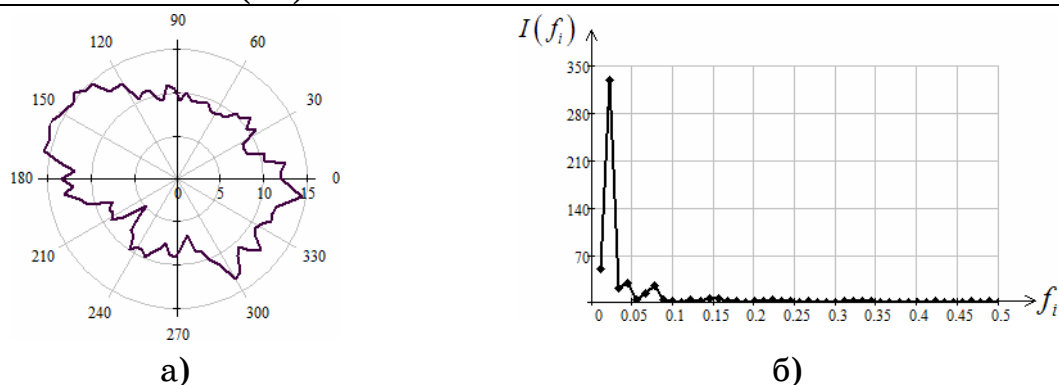


Рисунок 2 - График последовательности с параметрами $n = 90$, $m_{\xi} = 1$, $\sigma_{\xi} = 1$, $\alpha = 0.9$ (а), и её периодограмма (б), где $I(f_i)$ - интенсивность на частоте $f_i = i / n$

После предварительного анализа ряда, для предполагаемого порядка модели m , необходимо оценить вектор параметров $\hat{\alpha}$ и вычислить остаточные ошибки $\hat{\xi} = \{\xi_i^*\}$, выразив их из формулы (2), которую можно записать в матричном виде, как в [3]. Последние нужно исследовать на наличие автокорреляции, например, по Q-тесту Бокса-Пирса. Наличие в остатках периодического отклонения от случайности можно выявить по виду кумулятивной периодограммы [4].

Объективное решение о величине порядка модели можно принять по показателю внешнего информационного критерия, например, AIC:

$$AIC = 2(m + 1) - 2L(\hat{\alpha}, \sigma_{\xi}^* / z),$$

где $L(\hat{\alpha}, \sigma_{\xi}^* / z)$ - значение максимума логарифмической функции правдоподобия (20); $\hat{\alpha}, \sigma_{\xi}^*$ - найденные ML- или CML-оценки. Значение m , при котором показатель AIC минимальный, принимается за порядок модели. Аналогичным образом могут использоваться и другие информационные критерии, например BIC:

$$BIC = 2n \ln(\sigma_{\xi}^*) + (m + 1) \ln(n).$$

Проверить значимо ли отличаются оценки $\hat{\alpha}$ от нуля, можно вычислив их стандартные отклонения по формуле (23).

Практическую значимость модели можно оценить по показателю

$$R_m^2 = 1 - \frac{\sigma_{\xi}^{*2}}{\sigma_z^{*2}}.$$

Дифференциальная энтропия

Энтропия случайного вектора z , с учетом того, что $\det B \approx 1$, равна

$$H(z) = H(B^{-1}\xi) = H(\xi) - \ln(\det B) \approx H(\xi).$$

При условии нормального закона распределения вектора ξ , получим формулу

$$H(z) \approx n \ln \sigma_{\xi} + \frac{n}{2} (1 + \ln 2\pi).$$

Таким образом, оценка энтропии последовательности z пропорциональна дисперсии остатков и числу измерений.

Выводы

1. Рассмотрены особенности идентификации стохастической модели измерений на жордановой траектории, когда за последней точкой измерений, с номером $i = n$, следует первая $i = 1$. Данное свойство, в сравнении с моделями временных рядов, обеспечивает отсутствие "концевых эффектов" при оценивании модели.

2. Для параметров модели получены формулы для расчета оценок Юла-Уокера, максимального правдоподобия и оценок максимума функции условного правдоподобия. Даны рекомендации относительно их использования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малайчук В.П. Математическая дефектоскопия: Монография / В.П. Малайчук, А.В. Мозговой.-Д.:Системные технологии, 2005. -180 с.
2. Кошулян А.В. Моделирование автокоррелированных последовательностей измерений вдоль жордановой траектории / А.В. Кошулян, В.П. Малайчук -Д.: Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. - Выпуск 1(8), 2012, с. 9-17.
3. Кошулян А.В. Стохастическая модель автокоррелированных измерений на жордановых траекториях - Д.: Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. - Выпуск 2(79), 2012, с. 162-173.
4. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление: Пер. с англ./Под ред. В.Ф. Писаренко. – М.: Мир, 1974, кн. 1. – 406 с.

В.В. Кравец, К.М. Басс, Т.В. Кравец, А.В. Харченко

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ИНЕРЦИИ ГИБРИДНОГО АВТОМОБИЛЯ НА ОСНОВЕ КВАТЕРНИОННЫХ МАТРИЦ

Аннотация. Предложен новый подход к алгоритмизации процедуры вычисления матрицы инерции гибридного автомобиля в его строительных (базовых) осях, базирующийся на использовании кватернионных матриц, составленных по параметрам Родрига-Гамильтона и линейным координатам, определяющим ориентацию и положение асимметричных подконструкций (суперэлементов) в соответствии с заданной компоновочной схемой.

Ключевые слова: кватернионные матрицы, параметры Родрига-Гамильтона, углы Эйлера-Крылова, матрица инерции, главные центральные моменты инерции, подконструкции, гибридный автомобиль.

Введение. Ведущие страны мира активно проводят научно-технические исследования по созданию и совершенствованию новых видов транспорта, в частности гибридных автомобилей, к которым предъявляются повышенные требования по технико-экономическим, эксплуатационным, экологическим характеристикам. Гибридный автомобиль отличается нестандартной структурой – компоновочной схемой в виде сложной пространственной конфигурации отдельных подконструкций (суперэлементов, блоков, узлов), т.е. является механической системой жестко связанных асимметричных твердых тел, положение и ориентация которых варьируется в процессе динамического проектирования. Асимметрия инерционных характеристик гибридного автомобиля, обусловленная смещением центра масс, поворотом главных осей инерции, приводит к дополнительному динамическому нагружению элементов конструкции, повышенному износу, биению, вибрации, шуму, дискомфорту. Всеобъемлющим показателем инерционных свойств гибридного автомобиля является его матрица (тензор) инерции, вычисленная в конструктивно удобном центре приведения и базовом триэдре.

Методы и расчетные формулы вычисления осевых и центробежных моментов инерции твердых тел разнообразных форм извест-

ны [1]. Преобразования отдельных компонент матрицы инерции к новой системе координат, начало и ориентацию осей которой выбирают исходя из условий, налагаемых конкретной технической задачей, может быть осуществлено, например, с помощью метода, изложенного в [8]. Однако применение известных методов к общему случаю преобразования, включающему пространственный поворот базового триэдра и пространственный перенос полюса, приводит к сложным и громоздким, лишенным структурного порядка формулам. Построенные на основе этих формул вычислительные алгоритмы и программы с трудом поддаются верификации и отладке в условиях ограниченного времени, не позволяют рационально использовать имеющееся стандартное программное обеспечение ЭВМ, т.е. снижает эффективность применения современных ЭВМ и оставляет проблематичным достижение достоверного результата [7].

В данной работе используется метод свободный от отмеченных недостатков [5] и базирующийся на применении математического аппарата кватернионных матриц [3, 4]. Рассматриваемый подход к построению алгоритма вычисления матрицы инерции гибридного автомобиля апробирован применительно к объектам ракетно-космической техники [7], в железнодорожном транспорте при оценке погрешностей изготовления и монтажа колесной пары [6].

1. Постановка задачи. Гибридный автомобиль рассматривается как асимметричное твердое тело, жестко состыкованное из n подконструкций (суперэлементов) в замкнутую пространственную цепь в соответствии с заданной компоновочной схемой. Например, к числу суперэлементов отнесены:

1. кузов;
2. двигатель внутреннего сгорания;
3. генератор;
4. электродвигатель;
5. аккумулятор и т.д.

Для каждого суперэлемента полагаются заданными:

- масса m_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$);
- положение (координаты центра масс) i -го суперэлемента в собственных базовых осях y_k^{Ci} ($k = 1, 2, 3$);

- главные центральные моменты инерции i -го суперэлемента, образующие диагональную матрицу I_{η}^{Ci} ;

- ориентация главных центральных осей инерции i -го суперэлемента относительно собственных базовых осей в системе углов Эйлера-Крылова α_i^{η} , β_i^{η} , γ_i^{η} ;

- координаты полюса i -го суперэлемента в базовых (строительных) осях автомобиля x_k^{Oi} ($k = 1, 2, 3$);

- поворот базовых осей i -го суперэлемента относительно базовых осей автомобиля в системе углов Эйлера-Крылова α_i^y , β_i^y , γ_i^y .

Задача заключается в составлении алгоритма вычисления результирующей матрицы инерции гибридного автомобиля в системе его базовых осей в зависимости от вариаций компоновочной схемы, как по структуре, так и по составу.

2. Системы координат. Базовый триэдр гибридного автомобиля $OX_1X_2X_3$ составляют продольная ось OX_2 как пересечение плоскости симметрии автомобиля OX_2X_3 и опорной плоскости кузова OX_1X_2 ; вертикальная ось OX_3 – лежит в плоскости симметрии автомобиля, перпендикулярно опорной плоскости кузова; боковая ось – дополняет систему осей до правой. При выборе положения полюса O принимаются во внимание также технические условия, связанные с удобством монтажа.

Положение полюса O_i и ориентация базового триэдра i -го суперэлемента $O_iY_1Y_2Y_3$ выбираются с учетом технических условий на изготовление и монтаж, принимая во внимание геометрическую симметрию и распределение массы.

Главные центральные оси инерции i -го суперэлемента $C_iH_1H_2H_3$ находятся известными методами [8].

3. Приведение главных центральных моментов инерции i -го суперэлемента к собственному базовому триэдру. Решение этой задачи проводится в соответствии с методом, изложенным в [5] по следующей формуле:

$$2\bar{I}_{yi} = 2 \left[A_i \cdot {}^t A_i \right] \bar{I}_{\eta}^{Ci} \left[A_i^t \cdot {}^t A_i^t \right] + Y_{Ci} \cdot Y_{Ci}^t - Y_{Ci} \cdot Y_{Ci}$$

где $\bar{I}_{\eta}^{Ci}$ – диагональная матрица вида:

$$\bar{I}_\eta^{Ci} = \frac{1}{m_i} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{I}_{11}^{\eta Ci} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{I}_{22}^{\eta Ci} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{I}_{33}^{\eta Ci} \end{vmatrix};$$

$A_i, {}^tA_i, A_i^t, {}^tA_i^t$ – кватернионные матрицы, составленные по параметрам Родрига-Гамильтона:

$$a_0^i = \cos \frac{\gamma_i^\eta}{2} \cos \frac{\beta_i^\eta}{2} \cos \frac{\alpha_i^\eta}{2} - \sin \frac{\gamma_i^\eta}{2} \sin \frac{\beta_i^\eta}{2} \sin \frac{\alpha_i^\eta}{2},$$

$$a_1^i = \cos \frac{\gamma_i^\eta}{2} \cos \frac{\beta_i^\eta}{2} \sin \frac{\alpha_i^\eta}{2} + \sin \frac{\gamma_i^\eta}{2} \sin \frac{\beta_i^\eta}{2} \cos \frac{\alpha_i^\eta}{2},$$

$$a_2^i = \cos \frac{\gamma_i^\eta}{2} \sin \frac{\beta_i^\eta}{2} \cos \frac{\alpha_i^\eta}{2} - \sin \frac{\gamma_i^\eta}{2} \cos \frac{\beta_i^\eta}{2} \sin \frac{\alpha_i^\eta}{2},$$

$$a_3^i = \sin \frac{\gamma_i^\eta}{2} \cos \frac{\beta_i^\eta}{2} \cos \frac{\alpha_i^\eta}{2} + \cos \frac{\gamma_i^\eta}{2} \sin \frac{\beta_i^\eta}{2} \sin \frac{\alpha_i^\eta}{2}.$$

Y_{Ci}, Y_{Ci}^t – кватернионные матрицы, составленные по координатам центра масс y_k^{Ci} ($k = 1, 2, 3$).

4. Приведение матрицы инерции суперэлемента к базовым осям автомобиля. Решение задачи осуществляется по формуле

$$2\bar{I}_{xi} = 2[B_i \cdot {}^tB_i] \bar{I}_{yi} [B_i^t \cdot {}^tB_i^t] + [B_i \cdot Y_{Ci} \cdot {}^tB_i^t] (X_{Oi}^t - X_{Oi}) + \\ + X_{Oi} \left\{ (X_{Oi}^t - X_{Oi}) + [{}^tB_i \cdot Y_{Ci}^t \cdot B_i^t] - [B_i \cdot Y_{Ci} \cdot {}^tB_i^t] \right\}$$

где $B_i, {}^tB_i, B_i^t, {}^tB_i^t$ – кватернионные матрицы, составленные по параметрам Родрига-Гамильтона b_j^i ($j = 0, 1, 2, 3$) в зависимости от углов Эйлера-Крылова $\alpha_i^\eta, \beta_i^\eta, \gamma_i^\eta$;

X_{Oi}, X_{Oi}^t – кватернионные матрицы, составленные по координатам полюса i -го суперэлемента в базовых осях автомобиля x_k^{Oi} ($k = 1, 2, 3$).

5. Результирующая матрица инерции автомобиля. Искомая матрица инерции находится из очевидного равенства:

$$M \bar{I}_x = \sum_{i=1}^n m_i \bar{I}_{xi},$$

где

$$M = \sum_{i=1}^n m_i.$$

6. Верификация. Для верификации алгоритма используются свойства кватернионных матриц [4]:

$$A_i \cdot {}^t A_i^t = E_O,$$

$${}^t A_i \cdot A_i^t = E_O,$$

$$B_i \cdot {}^t B_i^t = E_O,$$

$${}^t B_i \cdot B_i^t = E_O,$$

$$Y_{Ci} \cdot Y_{Ci} = -|\bar{r}_{Ci}|^2 E_O,$$

$$Y_{Ci}^t \cdot Y_{Ci}^t = -|\bar{r}_{Ci}|^2 E_O,$$

$$X_{Oi} \cdot X_{Oi} = -|\bar{r}_{Oi}|^2 E_O$$

$$X_{Oi}^t \cdot X_{Oi}^t = -|\bar{r}_{Oi}|^2 E_O,$$

где

$$E_O = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$|\bar{r}_{Ci}|^2 = (y_1^{C_i})^2 + (y_2^{C_i})^2 + (y_3^{C_i})^2,$$

$$|\bar{r}_{Oi}|^2 = (x_1^{O_i})^2 + (x_2^{O_i})^2 + (x_3^{O_i})^2.$$

Заключение. Изложенный подход к определению осевых и центробежных моментов инерции автомобилей сложных компоновочных схем базируется на применении математического аппарата кватернионных матриц. Приведенные матричные расчетные формулы отличаются от известных симметрией структуры, компактностью, возможностью верификации, адаптацией к компьютерным технологиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гернет М.М., Ратобыльский В.Ф. Определение моментов инерции. – М.: Машиностроение. 1969.–247с.
2. Ишлинский А.Ю. Механика относительного движения и силы инерции.–М.: Наука, 1981.– 191с.
3. Кравец В.В. Установление базиса кватернионных матриц. / В.В. Кравец, Т.В. Кравец, А.В. Харченко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий.– 2009.–5/4 (41) – с.18-23.
4. Кравец В.В. Мультипликативные композиции матриц, эквивалентных равным и сопряженным кватернионам. / / В.В. Кравец, Т.В. Кравец, А.В. Харченко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий.– 2009.–6/4 (42) – с.20-26.
5. Kravets V.V., Kravets T.V., Kharchenko A.V. Using Quaternion Matrices to Describe the Kinematics and Nonlinear Dynamics of an Asymmetric Rigid Body // Int. Appl. Mech.– 2009.–45, N2.–P.223-232.
6. Kharchenko A.V., Kravets T.V. Usage of quaternionic matrices to define inertia moments of wheel set taking into account manufacturing and assembly errors // 20-th International conference “Current Problems in Rail Vehicles”, Zilina, September 21-23, 2011, Slovakia, Proceedings Vol. II.– P. 109-114.
7. Лысенко Л.Н., Кравец В.В. Симметризованный подход к представлению тензора инерции составных асимметричных объектов ракетно-космической техники // Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение.– 1996. – №1.–С. 36-45.
8. Лурье А.И. Аналитическая механика. / А.И. Лурье – Физматгиз, 1961.–824с.

А.П. Круковский

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ЦИКЛА УСТАНОВКИ АНКЕРНОЙ КРЕПИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ СКОРОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

Аннотация. Проведено исследование изменения во времени напряженно-деформированного состояния пород приконтурного массива вокруг горной выработки с анкерной крепью. Решение нестационарной задачи геомеханики выполнено с помощью метода конечных элементов. В статье приведены распределения полей геомеханических параметров в различные моменты времени в зависимости от скорости проведения выработки.

Горная выработка, анкерная крепь, нестационарное нагружение, метод конечных элементов.

Введение

Наиболее эффективным средством поддержания выработок является анкерная крепь [1]. Она по всем технико-экономическим показателям имеет значительные преимущества по сравнению с традиционными рамными видами крепи. Одним из основных факторов, влияющих на качество возведения анкерной крепи является расстояние установки анкеров от груди забоя. Данная работа направлена на определение оптимальных значений данного параметра в зависимости от темпов проведения горной выработки.

Основными этапами в технологическом цикле проведения выработки с анкерной крепью являются: выемка проходческим комбайном массива на величину заходки, обычно равную или кратную шагу установки крепи, отгрузка горной массы, доставка в забой и установка анкерной крепи в соответствии со схемой, предусмотренной Паспортом.

При отставании от временного графика, определенного технологией установки анкерной крепи, подработанные породы и обнаженный забой выработки разгружаются от горного давления, происходит разуплотнение пород – теряется их природная монолитность. Анкер-

ная крепь, установленная в потерявший монолитность породный массив, уже не сформирует из приконтурных пород единую конструкцию, гарантирующую сохранность выработки в течение всего срока ее службы. В таком случае анкер выполняет только функцию подшива-ния непосредственной кровли к основной.

Постановка задачи

Исследуем динамику изменения поля напряжений вокруг горной выработки во время 15-ти технологических циклов анкерного крепления. Каждый технологический цикл соответствует подвиганию забоя горной выработки на шаг заходки и установку одного ряда анкеров.

Нестационарное напряженно-деформированное состояние породного массива в окрестности горной выработки описывается системой уравнений [3]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X(t) + T_x(t) &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y(t) + T_y(t) &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z(t) + T_z(t) &= 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; t – время; $X_i(t)$ – внешние силы; $T_i(t)$ – силы, вызванные внутренним трением; u_i – перемещения ($i=x, y, z$).

Силы $T_i(t)$ пропорциональны скорости изменения перемещений.

$$T_i(t) = -c \frac{\partial}{\partial t} u_i,\tag{2}$$

где c – коэффициент демпфирования, определяемый экспериментально.

Учет времени t при нестационарной постановке увеличивает размерность задачи, что существенно ее усложняет и делает невозможным получение точного аналитического решения. Это обусловило необходимость применения численного метода решения.

В матричной форме дифференциальное уравнение (1) с учетом (2) может быть записано в следующем виде:

$$[K]\{U\} + [C]\frac{\partial}{\partial t}\{U\} + \{F\} = 0,\tag{3}$$

где $[K]$ – матрица жесткости; $[C]$ – матрица демпфирования; $\{U\}$ – вектор узловых перемещений; $\{F_g\}$ – вектор усилий в узлах.

В качестве начальных условий задаются распределения перемещений и их скоростей, а также напряжений, соответствующих глубине расположения горной выработки.

$$\{U\}|_{t=0} = \{U_0\}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \{U\}|_{t=0} = \{V_0\}.$$

$$\sigma_{yy}|_{t=0} = \gamma H, \quad \sigma_{xx}|_{t=0} = \lambda \gamma H, \quad \sigma_{zz}|_{t=0} = \lambda \gamma H,$$

где γ – усредненный объемный вес вышележащей толщи горных пород; H – глубина разработки; λ – коэффициент бокового распора.

В качестве граничных условий – перемещения на вертикальных и горизонтальных границах внешнего контура расчетной области.

$$u_x|_{\Omega_1} = 0, \quad u_y|_{\Omega_2} = 0,$$

где Ω_1 – вертикальные границы внешнего контура; Ω_2 – горизонтальные границы внешнего контура.

Матрицы жесткости и демпфирования получаются путем интегрирования по объему конечного элемента:

$$[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dV,$$

$$[c] = \int_V c [N]^T [N] dV,$$

где $[B]$ – матрица связи деформаций конечного элемента и его узловых перемещений, обусловленная соотношениями Коши; $[D]$ – матрица упругих характеристик материала; $[N]$ – матрица функций формы применяемого конечного элемента.

Напряжения определяются по найденным перемещениям:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\} + \{\sigma_0\}. \quad (4)$$

При достаточно малом интервале времени Δt можно считать, что производная от функции перемещения по времени приближенно равна [3]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{u_{i1} - u_{i0}}{\Delta t},$$

где u_{i0} , u_{i1} – векторы перемещений в моменты времени t_0 и $t_0 + \Delta t$.

Или в матричном виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\{U\} = \frac{\{U\}_1 - \{U\}_0}{\Delta t}. \quad (5)$$

При подстановке выражения (5) в уравнение (3) после преобразований получим:

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta t}[C]\right)\{U\}_{t+\Delta t} = \left(\frac{2}{\Delta t}[C] - [K]\right)\{U\}_t - (\{F\}_t + \{F\}_{t+\Delta t}) \quad (6)$$

Полагая, что на момент времени t распределение перемещений задано, из решения системы уравнений (6) получаем распределение перемещений и напряжений (4) на момент времени $t + \Delta t$. Этот процесс продолжается от исходного состояния до любого текущего момента времени.

Методика решения задачи

Геомеханические процессы, протекающие в окрестности горной выработки, имеют сложный пространственный характер. Напряженно-деформированное состояние приконтурных пород горного массива существенно меняется как вдоль выработки, особенно на участках, близких к забою, так и вглубь массива. Поэтому будем решать задачу в объемной упруго-пластической постановке. На рис. 2 представлена расчетная схема задачи.

Проведем расчет полей напряжений для следующих условий. Высота выработки – 3 м, расстояние между рядами анкеров – 0,8 м, длина анкера – 2,4 м. Время установки 1 ряда анкеров – 30 - 40 мин.

Сетка конечных элементов изменяется во время расчета: при очередной выемке породы из расчетной схемы исключаются на величину заходки соответствующие конечные элементы; при установке очередного ряда анкеров добавляются конечные элементы, моделирующие анкерные штанги.

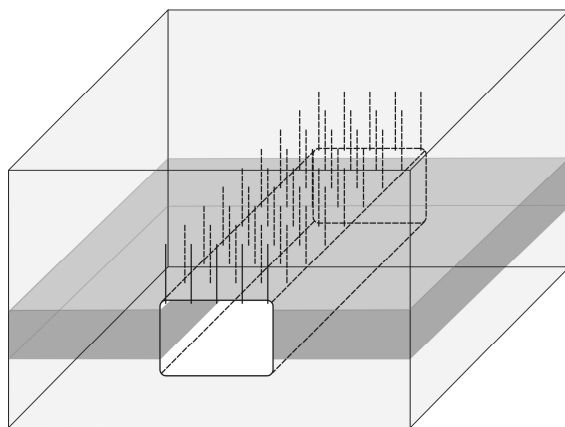


Рисунок 1 - Расчетная схема

Результаты расчета

На рис. 2 показаны распределения значений параметра $Q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\gamma H}$, который характеризует степень разнокомпонентности поля напряжений. При выемке породы на один шаг заходки и установке первого ряда анкерной крепи, анкера начинают препятствовать расслоению пород в кровле выработки. Основным механизмом их работы на данном этапе заключается в сшивании разрушенных пород непосредственной кровли и подвешивании их к более прочным породам основной кровли. При дальнейшем проведении выработки и установке анкеров формируется переходный участок, на котором постепенно уменьшается разнокомпонентность поля напряжений – анкера понижают значение параметра Q в кровле выработки до безопасного уровня. Одновременно при этом увеличивается минимальная компонента главных напряжений, достигая порогового уровня, при котором приконтурный горный массив имеет несущую способность, близкую к монолитной горной породе. Сжатые области вокруг отдельных анкерных штанг пересекаются, образуя сплошное перекрытие. На данном этапе анкерная крепь уже полностью используется в качестве основного вида крепи.

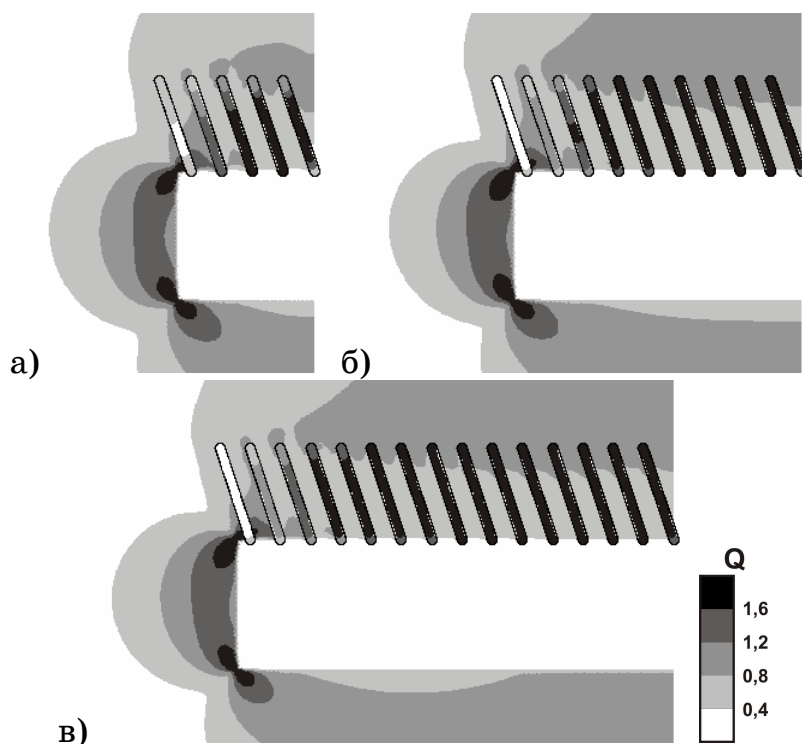


Рисунок 2 - Распределение значений параметра $Q = (\sigma_1 - \sigma_3)/\gamma H$ в массиве и усилий в анкерах при отходе забоя на а) 4м, б) 8м и в) 12м

В дальнейшем, при установке в забое выработки анкерных штанг, закрепленных полимерным составом, породные блоки в непосредственной близости от штанги после отхода забоя остаются сжатыми, поскольку имеют возможность смещения вовнутрь выработки только в рамках упругих деформаций штанги, а нагрузка на ближние к забою анкера уменьшается.

Для исследования влияния скорости проведения выработки и расстояния места установки анкеров до забоя проведены расчеты для нескольких технологических схем. Скорость проведения выработки изменялась в диапазоне 5 – 40 м/сут, с ее дискретными значениями: 5, 7,5, 10, 15, 30 и 40 м/с. Расстояние места установки анкеров до забоя варьировалось в диапазоне 0,3 – 5 м с дискретными значениями: 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,8, 1, 1,5, 2, 3 и 5 м.

На рис. 3 приведены графики смещений кровли при установке анкеров: в 0,3 м от забоя выработки, в 1 м, в 2 м и в 5 м от забоя при скорости проведения выработки 10 м/сут.

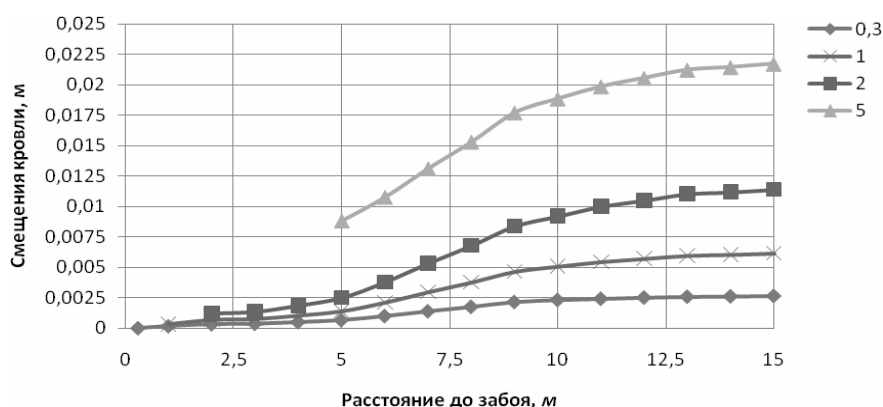


Рисунок 3 - Смещения кровли при установке анкеров: в 0,3 м от забоя выработки, в 1 м от забоя, в 2 м от забоя, в 5 м от забоя

В первом варианте, анкерная крепь устанавливается в 0,3 м от забоя выработки. И при его отходе анкера сразу же включаются в работу, сопротивляясь смещениям горной породы внутрь выработки. При отставании места установки анкерной крепи на большее расстояние от забоя приконтурный массив в течение определенного времени (для 5 м время достигает 12-18 ч) имеет возможность беспрепятственно смещаться, что приводит к его разгрузке. Таким образом, анкера будут устанавливаться в уже нарушенную породу, а в случае слабых пород Западного Донбасса с низким значением предела прочности на растяжение – в практически разрушенную.

Влияние изменения скорости проведения выработки при установке анкеров в 0,3, 1 и 2 м представлено на рис. 4.

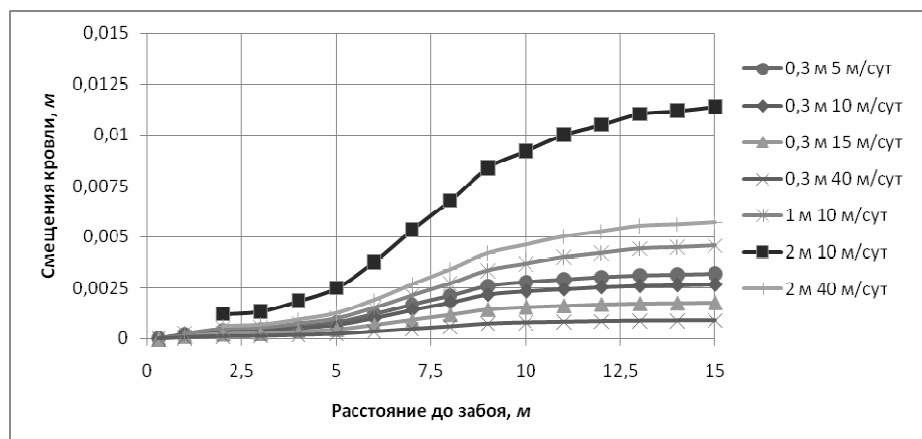


Рисунок 3 - Смещения кровли при установке анкеров: в 0,3 м от забоя выработки при скорости проведения 5, 10, 15 и 40 м/сут, в 1 м и в 2 м от забоя при скорости проведения 10 и 40 м/сут

На основании полученных зависимостей определено, что оптимальное отставание анкерного ряда крепления от плоскости забоя при комбайновом способе проведения выработки составляет 300 мм при скорости проведения 5-10 м/сут, 400 мм при скорости 10-15 м/сут, 600 мм при скорости 20-30 м/сут; 1000 мм при скорости 30-40 м/сут.

Выводы

Разработана математическая модель изменения во времени напряженно-деформированного состояния пород приконтурного массива вокруг горной выработки при выполнении технологического цикла установки анкерной крепи. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о существенном влиянии скорости проведения выработки, отставания установки анкеров от забоя на процесс последующего деформирования анкерных штанг и приконтурных пород. При ее повышении с 5 до 30 м/сут возможно увеличить отставание с 0,3 м до 1,0 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булат, А.Ф. Опорно-анкерное крепление горных выработок угольных шахт / А.Ф. Булат, В.В. Виноградов. – Днепропетровск: Ин-т геотехнической механики НАН Украины, 2002. – 372 с.
2. Круковский А.П. Оценка характера воздействия сталеполимерного анкера на приконтурный горный массив / А.П. Круковский // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – Д.: ДНУ, 2006. – Вип. 7. – С. 64-72.
3. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 544 с.

О.Н. Кукушкин, А.В. Жаданос, А.В. Киричек, Ю.П. Лукашевич

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА
ПЛАСТИНЫ МЕТОДОМ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВА
В ПРОГРАММНОМ ПАКЕТЕ MBTU**

Аннотация. В программной системе MBTU с использованием метода дискретизации пространства разработана компьютерная модель распространения тепла в пластине. Для титановой пластины выполнено моделирование и получены графики распределения температур.

Ключевые слова. Компьютерное моделирование, программный пакет MBTU, плоская задача распространения тепла, уравнение теплопроводности, граничные условия, метод дискретизации пространства, типовые подсистемы.

Постановка задачи исследования

Производство стали и ферросплавов характеризуется весьма сложными теплообменными процессами в системе расплав (шихта) - футеровка металлургических агрегатов – окружающая среда. Большинство задач, связанных с моделированием таких процессов, можно свести к плоским задачам распространения тепла, обеспечив при этом заданную точность расчетов. Существуют как аналитические, так и конечно-разностные схемы решения этих задач, которые, например, приведены в [1]. Одной из задач систем управления металлургических процессов является контроль теплового состояния футеровки металлургических агрегатов, сталеразливочных и промежуточных ковшей. Для интеграции теплофизических моделей в состав АСУ ТП необходимо их представить в виде совокупности последовательного соединения типовых блоков, что позволит контролировать тепловое состояние в различных зонах. Одним из компьютерных пакетов, позволяющих решить подобную задачу является программная система MBTU, находящийся в свободном доступе. Продемонстрируем возможности моделирования в этом пакете на примере решения задачи распространения тепла в пластине.

Математическая модель процесса распространения тепла в пластине

Дифференциальное уравнение теплопроводности для двух пространственных координат имеет вид [1]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{q_v}{c \cdot \rho}, \quad (1)$$

где $\frac{\partial u}{\partial t}$ – частная производная температуры по времени; $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ – част-

ная производная второго порядка температуры по координате x ; $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ –

частная производная второго порядка температуры по координате y ; a – коэффициент температуропроводности; q_v – тепловой поток внутренних источников тепла [Вт/м²]; ρ – плотность [кг/м³]; c – теплоемкость [Дж/кг·град].

Коэффициент температуропроводности можно вычислить по формуле [1]

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad (2)$$

λ – коэффициент теплопроводности [Вт/м·град].

Подставляя выражение (2) в уравнение (1), учитывая отсутствие внутренних источников тепла получаем уравнение (3)

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

При решении задачи на границах пластины принимаем граничные условия первого рода. При этом необходимо учитывать, что часть поверхности нагревается внешним источником тепла, а остальная часть – контактирует с окружающей средой (рис. 1)

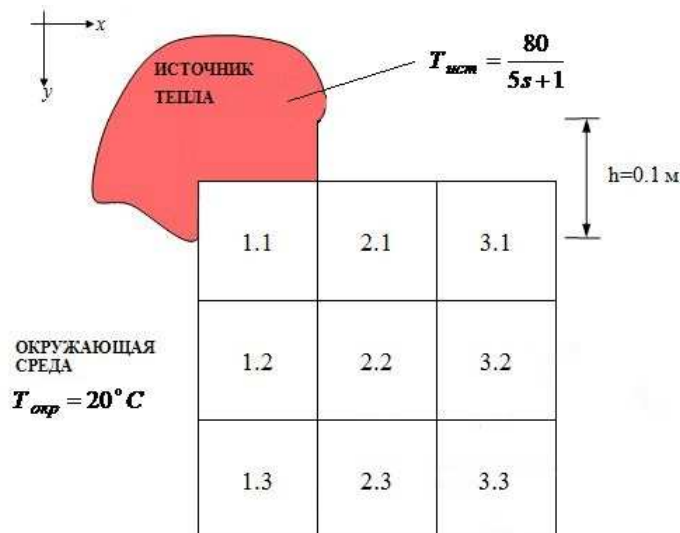


Рисунок 1 - Схема теплообмена в системе пластина-источник тепла – окружающая среда

Тогда граничные условия запишутся следующим образом:

- Для границы контакта с источником тепла

$$T_{пл} = T_{ист} = \frac{80}{5 \cdot t + 1};$$

- Для границы контакта с окружающей средой $T_{пл} = T_{окр}$.

Задачу моделирования нагрева пластины в пакете МВТУ решается методом дискретизации пространства [2]. Объекты управления с распределенными параметрами разделяются на 2 класса:

1) существенно распределенные – в которых для целей управления необходимо знать распределение хотя бы одной фазовой переменной в некоторой области в пространстве, если управляющее воздействие распределено в пространстве;

2) объекты приводимые к сосредоточенным – в которых для целей управления достаточно знать значение выходных переменных и управлений в конечном числе фиксированных точек пространства.

Используя метод дискретизации пространства, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений с одной переменной - временем [3].

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 n^2 (U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1}), \quad (4)$$

где u - функция времени (в нашем случае функция распределения температуры).

Компьютерная реализация модели

Реализация модели и моделирование нагрева пластины проводилось в программном пакете МВТУ, преимуществом которого является мощное математическое обеспечение, широкий спектр подсистем, являющихся готовыми типовыми решениями, достаточно простой интерфейс, а также открытый доступ этого пакета.

Пластина условно разбивалась на девять одинаковых по размерам частей (рис. 1). Для модели каждой части создавалась подсистема (рис 2).

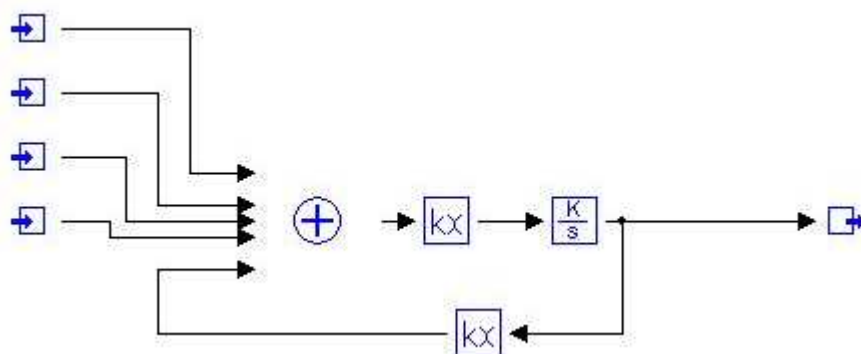


Рисунок 2 - Типовая подсистема в ПС МВТУ

Входным сигналом служила функция изменения температуры по времени. На внешние грани пластины подавалась величина, равная температуре окружающей среды. В результате получили модель (рис. 3)

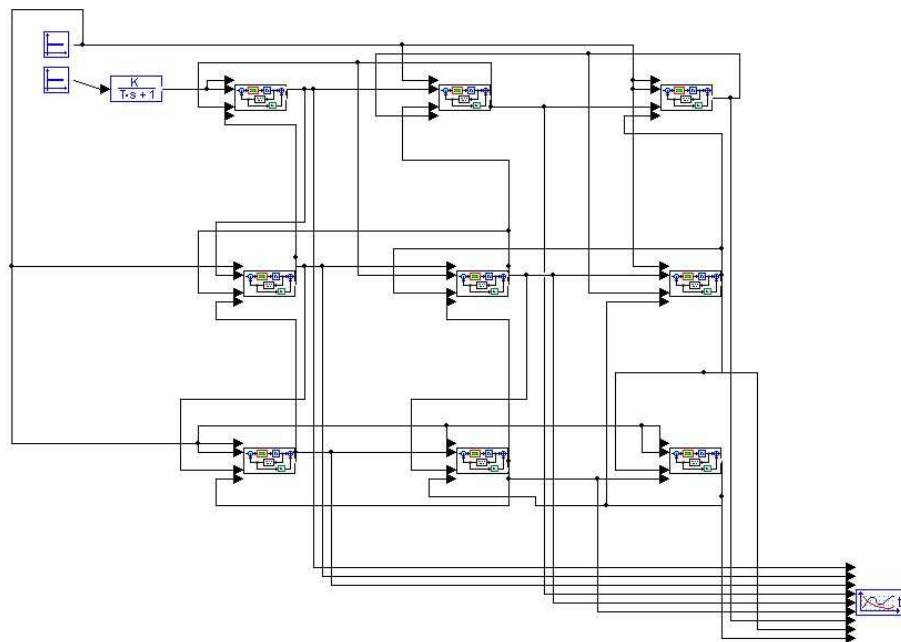


Рисунок 3 - Структурная схема модели нагрева пластины

Пример моделирования представлен для условий, когда нагрев осуществляется с верхнего левого угла пластины на рис. 4.

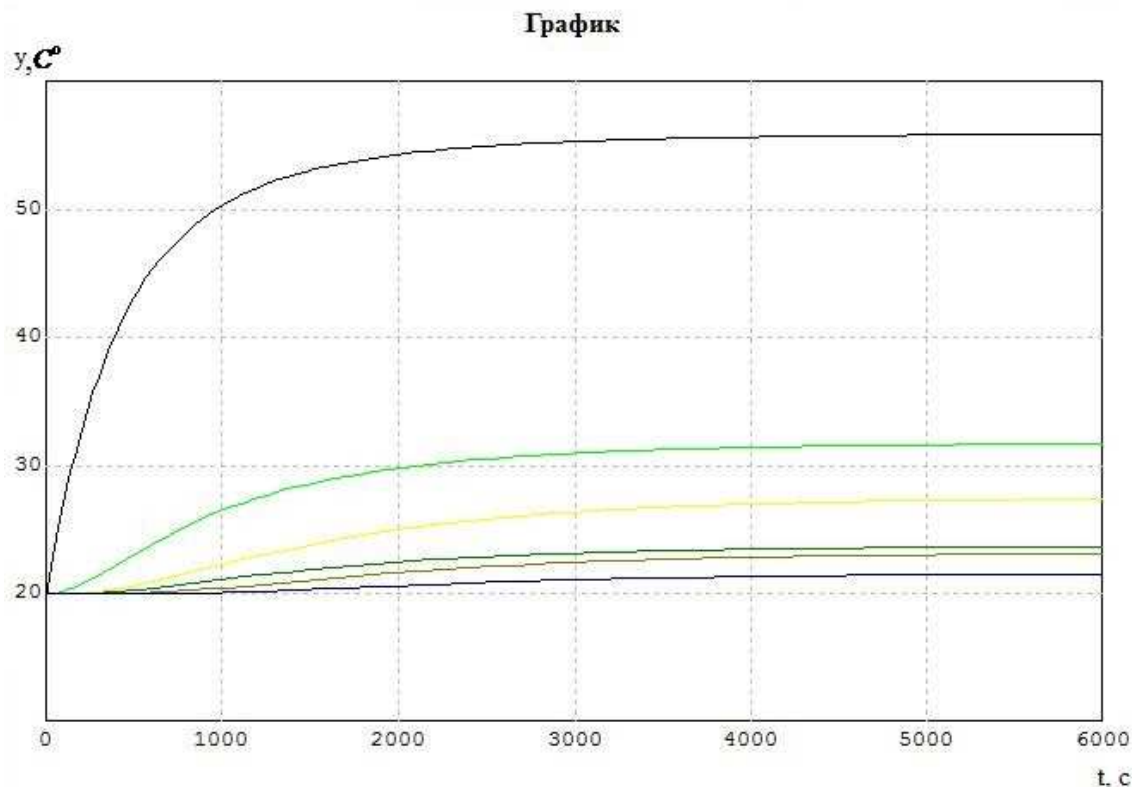


Рисунок 4 - Результаты моделирования процесса нагрева пластины

Таким образом, в работе наглядно показаны возможности программной системы МВТУ при моделировании процессов распространения тепла на примере задачи нагрева пластины. Данный пакет является хорошим инструментом для реализации теплофизических моделей в составе АСУ технологических процессов с целью контроля и управления тепловыми режимами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Димніч А.Х. Теплопровідність: [навчальний посібник] / А.Х. Димніч, О.А. Троянський – Донецьк, 2003. – 370 с.
2. Виттенберг И.М. Программирование аналоговых вычислительных машин / И.М. Виттенберг - М.: Машиностроение, 1972. - 240 с.
3. Трудоношин В.А. Системы автоматизированного проектирования: Кн. 4. Математические модели технических объектов: [учеб. пособие для вузов] / В.А. Трудоношин, Н.В. Пивоварова; под ред. И.П. Норенкова. – М.: Высш. шк., 1986. – 160 с.

В.П. Малайчук, А.И. Федорович

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СУММАРНО-РАЗНОСТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДИСКРЕТНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Аннотация. При неразрушающем контроле линейно-протяженных объектов (трубы, рельсы, колёса, сварные швы) и мониторинге технологических процессов производства измеряемые параметры их качества по своей физической природе являются случайными, автокоррелированными выборками и зависят от координат точек или времени измерения. Рассмотрена задача математического описания их суммарно-разностных преобразований, содержащих информацию об изменениях контролируемых или наблюдаемых параметров.

Ключевые слова: марковский процесс, гамма-последовательность, автокорреляция.

Постановка задачи

В задачах неразрушающего контроля и мониторинга технологических процессов и линейно-протяженных объектов скорость изменения их состояния и качества является одним из информативных параметров. Если для измерения непрерывных случайных процессов применяются аналогово-цифровые преобразователи, то выходные сигналы представляют собой дискретные временные ряды. Для их математического описания чаще всего используются последовательности вида

$$S(k) = \alpha S(k-1) + \beta \xi(k), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

где $\xi(k)$ - формирующая последовательность независимых случайных величин с известным законом распределения вероятностей, α - коэффициент, характеризующий автокорреляционные свойства последовательности, β - энергетический показатель, зависящий от дисперсии последовательности D .

Суммарно-разностные преобразования – это последовательности их средних значений и разностей вида

$$y_1(i) = \frac{1}{2}[S(2i) + S(2i-1)], \quad y_2(i) = S(2i) - S(2i-1). \quad (2)$$

Последовательность $y_2(i)$, $i = 1, 2, \dots, 0.5n$ характеризует скорость измерения временного ряда $S(k)$. Ставится задача определения статистических закономерностей суммарно-разностных преобразований (2) для двух видов последовательностей (1) с нормальным $\xi(k)$ и экспоненциальным $U(k)$ распределениями.

Параметры статистических закономерностей суммарно-разностных преобразований

Так как $y_1(i-1)$ равно $y_1(i-1) = \frac{1}{2}[S(2i-2) + S(2i-3)]$, то по аналогии с (1) суммарно-разностные преобразования описываются разностными уравнениями

$$\begin{aligned} y_1(i) &= A_1 y_1(i-1) + B_1 [\xi(2i) + \xi(2i-1)], \\ y_2(i) &= A_2 y_2(i-1) + B_2 [\xi(2i) - \xi(2i-1)], \end{aligned} \quad (3)$$

где последовательности $z_1(i) = \xi(2i) + \xi(2i-1)$ и $z_2(i) = \xi(2i) - \xi(2i-1)$ - независимые нормальные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $D[z_1(i)] = D[z_2(i)] = 2$.

Если формирующие последовательности $\xi(k) = U(k)$ с экспоненциальным законом распределения, то $z_1(i) = U(2i) + U(2i-1)$ и $z_2(i) = U(2i) - U(2i-1)$, их математические ожидания и дисперсии равны $M[z_1(i)] = 2$, $M[z_2(i)] = 0$, $D[z_1(i)] = D[z_2(i)] = 2$, а законы распределения вероятностей соответственно Эрланга и Лапласа

$$W(z_1) = z_1 \exp(-z_1), \quad W(z_2) = \frac{1}{2} \exp(-|z_2|). \quad (4)$$

Определим математические ожидания, дисперсии и функции автокорреляции последовательностей $y_1(i)$ и $y_2(i)$. В стационарном режиме ($k \gg 1$) математические ожидания $M[y_1]$ и $M[y_2]$ равны нулю для гауссовых и для разностных гамма-последовательностей, а для суммарных зависят от параметров D и α

$$M[y_1] = M[S] = \frac{\beta}{1-\alpha} = \sqrt{\frac{D(1+\alpha)}{1-\alpha}}. \quad (5)$$

Дисперсии преобразований $y_1(i)$ и $y_2(i)$ равны

$$D[y_1] = \frac{D}{2}(1+\alpha), \quad D[y_2] = 2D(1-\alpha). \quad (6)$$

Из (2) следует, что суммарные $y_1(i)$ и разностные $y_2(i)$ последовательности взаимно не коррелированы, так как $M[y_1(i)y_2(i)] = 0$. Определим их автокорреляционные функции как математические ожидания центрированных рядов. В результате получим

$$\begin{aligned} R_1(j) &= \frac{D}{2} \alpha^{2j} (1 + \alpha), \\ R_2(j) &= 2D\alpha^{2j} (1 - \alpha). \end{aligned} \quad (7)$$

Нормированные функции автокорреляции запишутся в виде

$$r_y(i) = \alpha^{2j}, \quad A = r_y(1) = \alpha^2 \quad (8)$$

и, соответственно для B_1 и B_2 получим формулы

$$B_1 = \frac{\sqrt{D}}{2} \sqrt{(1 + \alpha)(1 - \alpha^4)}, \quad B_2 = \sqrt{D(1 - \alpha)(1 - \alpha^4)}. \quad (9)$$

Законы распределения вероятностей суммарно-разностных преобразований

Решение уравнения (1) запишется в виде

$$S(k) = \beta \sum_{i=1}^k \alpha^{i-1} \xi(i) \quad \text{или} \quad S(k) = \beta \sum_{i=1}^k \alpha^{i-1} U(i). \quad (10)$$

Если $\xi(i)$ - последовательность независимых гауссовых случайных величин, то закон распределения $S(k)$ нормальный, следовательно, нормальные законы будут у последовательностей $y_1(i)$ и $y_2(i)$.

Взвешенная сумма (10) независимых случайных величин с экспоненциальным законом распределения имеет гамма-распределение

$$W(S) = \frac{S^{\gamma-1}}{\lambda^\gamma \Gamma(\gamma)} \exp\left(-\frac{S}{\lambda}\right). \quad (11)$$

Так как математическое ожидание и дисперсия гамма-последовательностей равны

$$M[S] = \sqrt{\frac{D(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)}}, \quad D[S] = D,$$

то параметры закона (11) запишутся в виде

$$\lambda = \sqrt{D}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}}. \quad (12)$$

Для гамма-последовательностей решения уравнений (3) запишутся как взвешенные суммы

$$y_1(i) = B_1 \sum_{k=1}^i A_1^{k-1} z_1(k), \quad y_2(i) = B_2 \sum_{k=1}^i A_2^{k-1} z_2(k), \quad (13)$$

где $z_1(k)$ и $z_2(k)$ - последовательность независимых случайных величин с распределением (4).

Из (12) следует, что если $z_1(k)$ и $z_2(k)$ нормальные случайные величины, то $y_1(i)$ и $y_2(i)$ - автокоррелированные марковские последовательности. Если $z_1(k)$ имеет распределение Эрланга (4), то $y_1(i)$ - автокоррелированная гамма-последовательность и если $z_2(k)$ имеет распределение Лапласа, то $y_2(i)$ - автокоррелированные последовательности с распределением Лапласа.

$$W(y_1) = \frac{y_1^{\gamma_1-1}}{\lambda_1^{\gamma_1} \Gamma(\gamma_1)} \exp\left(-\frac{y_1}{\lambda_1}\right), \quad W(y_2) = \frac{1}{2\lambda_2} \exp\left(-\frac{|y_2|}{\lambda_2}\right). \quad (14)$$

Их параметры

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{D}}{2} \sqrt{1-\alpha^2}, \quad \gamma_1 = \frac{2}{1-\alpha}, \quad \lambda_2 = \sqrt{D(1-\alpha)}. \quad (15)$$

Компьютерная модель суммарно-разностных преобразований и вычислительные эксперименты

Используя генератор экспоненциальных случайных величин с параметром $\lambda = 1$, нормальных случайных величин с параметрами $\mu = 0$, $\sigma = 1$ и разностное уравнение (1), моделировались выборки $S(1), S(2), \dots, S(k), \dots, S(n)$. Эти выборки описываются марковской последовательностью с законом распределения вероятностей Гаусса или гамма. Проводились их суммарно-разностные преобразования, статистический анализ, оценивались параметры и законы распределения вероятностей. Для последовательностей Маркова с нормальным законом распределения вероятностей суммарно-разностные преобразования также описываются нормальным распределением, что подтверждено проверкой по критерию хи-квадрат. Марковская последовательность с гамма-распределением после суммарно-разностного преобразования имеет законы распределения вероятностей Эрланга (для суммы) и Лапласа (для разности). На рисунке 1 представлены гистограммы стационарных участков суммарного и разностного преобразования марковской гамма-последовательности. С параметрами $\lambda_1 = 0,3$, $\gamma_1 = 10$, $\lambda_2 = 0,447$ (при $D = 1$, $\alpha = 0,8$).

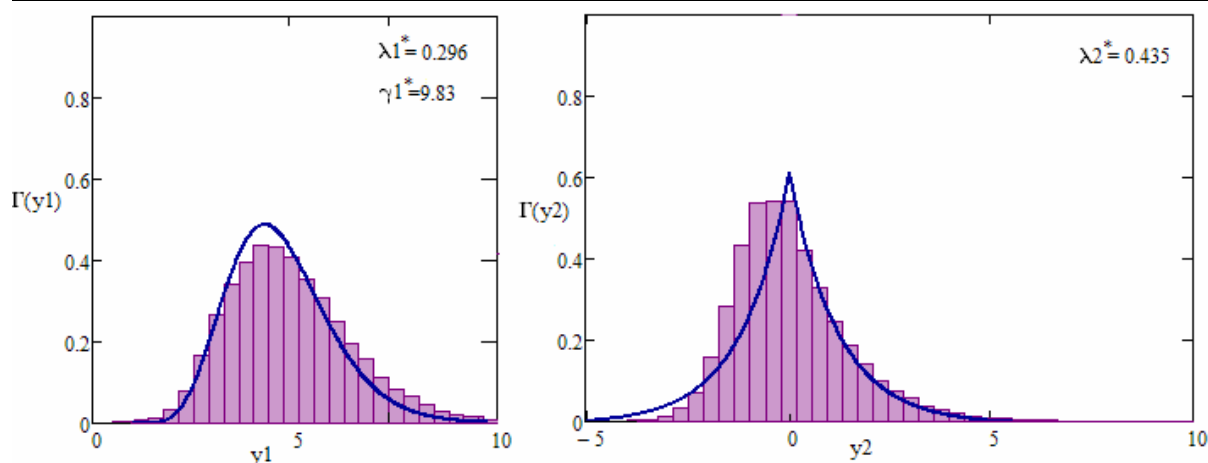


Рисунок 1 – Гистограммы стационарных участков y_1, y_2 .

Проверка гипотезы о видах законов распределения вероятностей проводилась по критерию хи-квадрат. Статистика критерия $z_0 = 55,335$, при $P = 0,97$. Показатели критерия $z_1 = 50,329$ и $z_2 = 49,218$, то есть в каждом случае выполняется неравенство $z < z_0$, и гипотеза о виде закона распределения вероятностей подтверждается.

На рис. 2 представлены фрагменты стационарных участков марковской последовательности с нормальным (2а) (параметры $\alpha = 0.8, D = 1$) и гамма (2б) (параметры $\alpha = 0.8, D = 1$) законами распределения вероятностей.

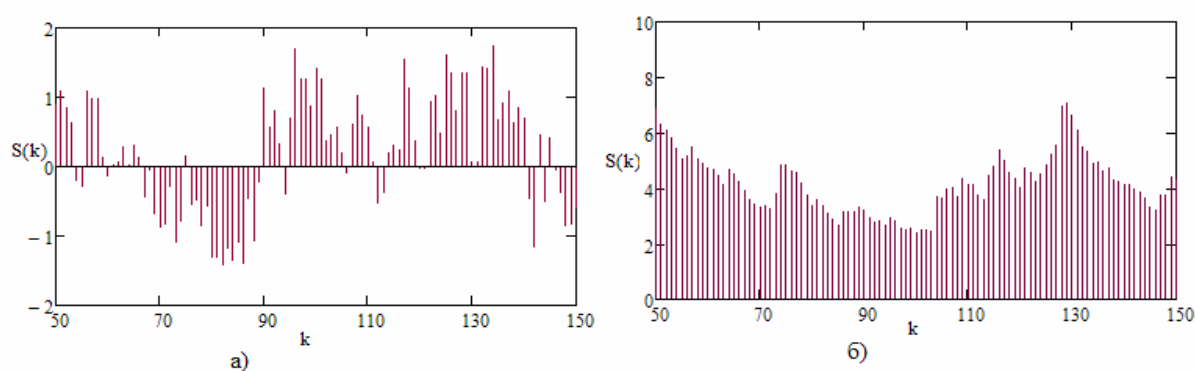


Рисунок 2 – Фрагмент марковской последовательности

Суммарно-разностные преобразования представлены на рис. 3.

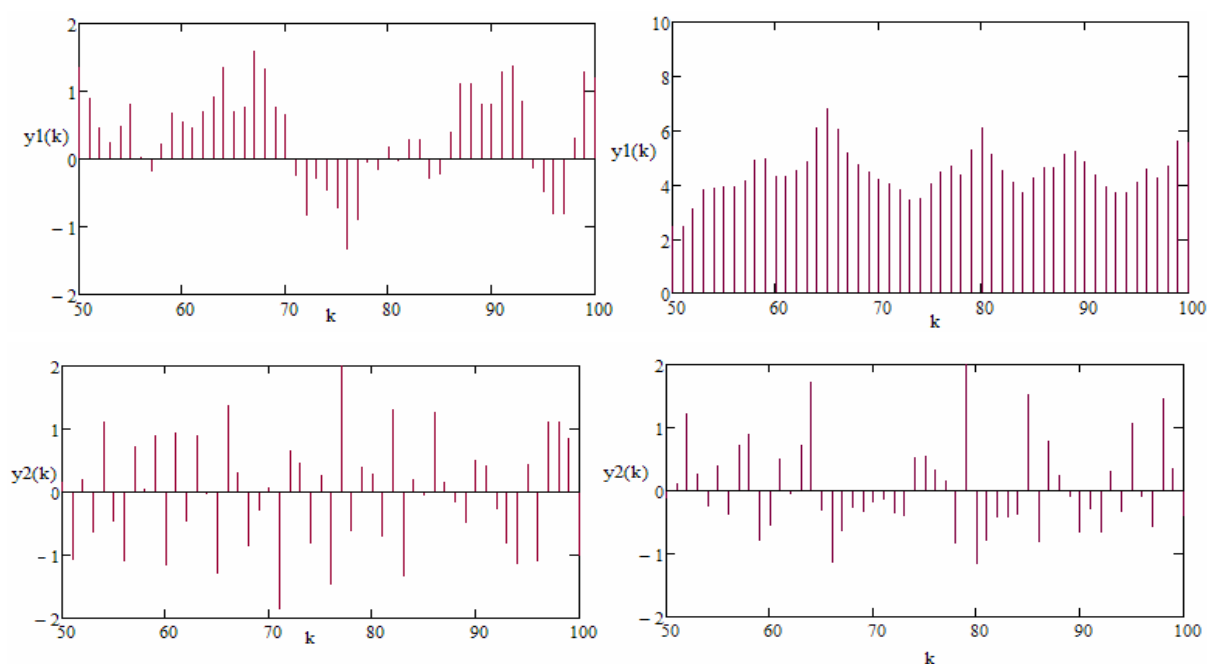


Рисунок 3 – Суммарно-разностные преобразования последовательности Маркова

Сформированные марковские последовательности имеют различные законы распределения вероятностей, но при этом их корреляционные свойства не изменяются. На рис. 4 показана корреляционная функция для двух рассмотренных случаев. При значениях параметра $\alpha = 0,7; 0,9$ и $\alpha^2 = 0,49; 0,81$.

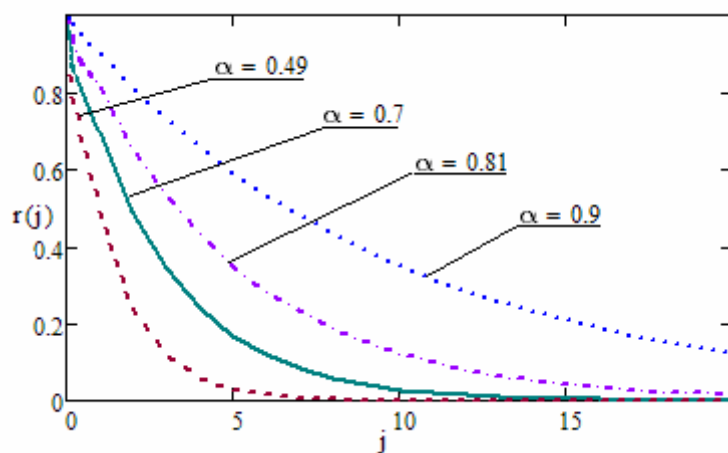


Рисунок 4 – Корреляционная функция

Выводы

1. Проведен статистический анализ суммарно-разностных преобразований марковских последовательностей. Установлено, что для гауссовых распределений закон распределения суммарно-разностных преобразований не изменяется, тогда как для гамма-последовательностей вид законов не изменяется только для суммарных преобразований, а разностные преобразования описываются законом распределения Лапласа.

2. Для различных законов марковских последовательностей корреляционной функции не зависят от вида закона распределения и вида преобразования, изменяется только их параметр α на α^2 .

3. Результаты теоретического анализа подтверждены вычислительными экспериментами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика/ А.И. Кобзарь. – М.: ФИЗМАТ ЛИТ, 2006. – 816 с.
2. Малайчук В.П., Мозговой А.В. Математическая дефектоскопия: Монография. – Днепропетровск: Системные технологии, 2005, -180 с.
3. Малайчук В.П., Федорович А.И. Математическое моделирование марковских гамма-последовательностей// Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 6 (77) - Днепропетровск, 2011.- с.198-205.

Ю.А. Малая, А.И. Губин, А.И. Гуда

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ
КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ ПОТОКОВ ЭНЕРГИИ НА
КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫЕ ТЕЛА**

В статье построена математическая модель процессов теплопроводности при воздействии концентрированных потоков энергии на кусочно-однородные тела с учетом конечной скорости распространения тепла и температурной зависимости теплофизических и оптических характеристик. Предложен приближенный аналитический метод решения нелинейных краевых задач для системы гиперболических уравнений теплопроводности, сочетающий метод пространственно-временных квадратов и операционный метод.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение теплопроводности, концентрированные потоки энергии.

Широкое применение различных методов нанесения защитных покрытий на металлические поверхности, наблюдаемое в последнее время, открыло новые возможности придания применяемым металлам и сплавам высоких, недостижимых ранее свойств, что обеспечивает возможность решения задач экономии металлов, восстановления изношенных поверхностей, продления срока службы машин и механизмов, создание новых, более совершенных конструкций машин, специальной техники, приборов.

Среди методов последующей обработки покрытий после нанесения ведущее место занимают методы обработки поверхности концентрированными потоками энергии, которые позволяют модифицировать поверхностные слои для достижения более высоких физико-механических свойств, стойкости против окисления и коррозии [1, 2, 4, 5].

Интенсификация процессов нагрева тел, а также широкий диапазон изменения температур приводят к необходимости учета ко-

нечной скорости распространения тепла и температурной зависимости теплофизических и оптических характеристик.

Целью работы является построение математической модели процессов теплопроводности при воздействии концентрированных потоков энергии на кусочно-однородные тела с учетом конечной скорости распространения тепла и зависимости теплофизических и оптических характеристик от температуры, а также разработка приближенного аналитического метода решения нелинейной краевой задачи для системы гиперболических уравнений теплопроводности.

Рассмотрим задачу о нагреве кусочно-однородного тела, состоящего из m слоев, концентрированным потоком энергии. Предположим, что радиус пятна нагрева намного больше глубины проникновения тепла, поэтому задача может быть рассмотрена в одномерном приближении. Теплофизические характеристики материалов слоев являются заданными функциями температуры. В системе известны начальное распределение температуры и начальная скорость изменения температуры. На внешних границах могут быть заданы температуры, тепловые потоки или условия конвективного теплообмена. На стыках слоев контакты считаются неидеальными. Времена релаксации тепловых потоков примем постоянными. Тогда математическая модель процессов теплопроводности при воздействии концентрированных потоков энергии будет состоять из дифференциальных уравнений теплопроводности гиперболического типа для каждого из слоев

$$\tau_{r,\nu} \frac{\partial}{\partial t} \left(c_\nu(T_\nu) \rho_\nu(T_\nu) \frac{\partial T_\nu(x,t)}{\partial t} \right) + c_\nu(T_\nu) \rho_\nu(T_\nu) \frac{\partial T_\nu(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_\nu(T_\nu) \frac{\partial T_\nu(x,t)}{\partial x} \right) + W_\nu(x,t,T_\nu) + \tau_{r,\nu} \frac{\partial W_\nu(x,t,T_\nu)}{\partial t}, \quad 0 < t < t_k, \quad S_{\nu-1} < x < S_\nu; \quad \nu = \overline{1, m}; \quad (1)$$

начальных условий:

$$T_\nu(x, 0) = \chi_{\nu,1}(x), \quad \left. \frac{\partial T_\nu(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \chi_{\nu,2}(x); \quad S_{\nu-1} \leq x \leq S_\nu, \quad \nu = \overline{1, m}; \quad (2)$$

условий на внешних границах:

$$-k_{11} \lambda_1(T_1) \left. \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=S_0} = [f_1(t, T_1) - \eta_1(t, T_1) T_1(x,t)] \Big|_{x=S_0} +$$

$$+\tau_{r,1}k_{12}\frac{\partial}{\partial t}\left[f_1(t,T_1)-\eta_1(t,T_1)T_1(x,t)\right]\Big|_{x=S_0}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} -k_{21}\lambda_m(T_m)\frac{\partial T_m(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=S_m} &= \left[f_2(t,T_m)-\eta_2(t,T_m)T_m(x,t)\right]\Big|_{x=S_m} + \\ +\tau_{r,m}k_{22}\frac{\partial}{\partial t}\left[f_2(t,T_m)-\eta_2(t,T_m)T_m(x,t)\right]\Big|_{x=S_m}, \end{aligned} \quad (4)$$

граничных условий на стыках слоев:

$$\begin{aligned} -R_\nu \cdot \lambda_\nu(T_\nu)\frac{\partial T_\nu(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=S_\nu} &= \left[T_{\nu+1}(S_\nu,t)-T_\nu(S_\nu,t)\right] + \\ +l_\nu\tau_{r,\nu}\frac{\partial}{\partial t}\left[T_{\nu+1}(S_\nu,t)-T_\nu(S_\nu,t)\right]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \lambda_\nu(T_\nu)\frac{\partial T_\nu(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=S_\nu} + \tau_{r,\nu+1}\frac{\partial}{\partial t}\left(\lambda_\nu(T_\nu)\frac{\partial T_\nu(x,t)}{\partial x}\right)\Big|_{x=S_\nu} &= \\ = \lambda_{\nu+1}(T_{\nu+1})\frac{\partial T_{\nu+1}(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=S_\nu} + \tau_{r,\nu}\frac{\partial}{\partial t}\left(\lambda_{\nu+1}(T_{\nu+1})\frac{\partial T_{\nu+1}(x,t)}{\partial x}\right)\Big|_{x=S_\nu}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$0 < t \leq t_k, \quad \nu = \overline{1, m-1},$$

где $T_\nu(x,t)$ – поля температур; $W_\nu(x,t,T)$ – мощности внутренних источников тепла; $\chi_{\nu,1}(x)$ – начальные распределения температуры; $\chi_{\nu,2}(x)$ – начальные распределения скорости изменения температуры; $\lambda_\nu(T_\nu)$ – коэффициенты теплопроводности; $c_\nu(T_\nu)$ – теплоемкости; $\rho_\nu(T_\nu)$ – плотности веществ; $\tau_{r,\nu}$ – времена релаксации теплового потока; ν – номер слоя; t – текущее время; x – пространственная координата; R_ν – термические сопротивления между слоями; $\eta_1(t,T_1)$, $\eta_2(t,T_m)$ – граничные функции, которые принимают значения 0 (граничные условия второго рода), 1 (граничные условия первого рода) или $\alpha_1(t,T_1)$, $\alpha_2(t,T_2)$ (граничные условия третьего рода); $f_1(t,T_1)$, $f_2(t,T_m)$ – граничные функции, которые в зависимости от типа граничных условий могут быть температурами внешних поверхностей (граничные условия первого рода), произведениями температур окружающих сред на коэффициенты теплоотдачи (граничные ус-

ловия третьего рода), тепловыми потоками на внешних границах (граничные условия второго рода).

Параметры k_{11} , k_{12} , k_{21} , k_{22} , принимающие значения 0 или 1, дают возможность получить граничные условия первого, второго и третьего рода. При $l_v = 0$, $R_v = 0$ получаем условия идеального теплового контакта между слоями, а при $l_v = 1$, $R_v \neq 0$ – условия неидеального теплового контакта.

Эффективным для решения нелинейных задач теплопроводности является совместное применение метода пространственно-временных квадрантов и операционного метода, что было показано в работе [3], где данный подход был применен для решения нелинейной краевой задачи теплопроводности для однородного тела на основе гиперболического уравнения. В данной работе развит метод пространственно-временных квадрантов для нелинейных краевых задач теплопроводности на основе уравнений гиперболического типа для кусочно-однородных тел.

Согласно предложенному методу каждый из прямоугольников $[S_{v-1}, S_v] \times [0, t_k]$ разбиваем двумя семействами параллельных прямых $x = x_i$, $i = \overline{i_{v-1} + 1, i_v - 1}$ и $t = t_j$, $j = \overline{1, M - 1}$ на прямоугольники $[x_{i-1}, x_i] \times [t_{j-1}, t_j]$, $(i = \overline{i_{v-1} + 1, i_v}, j = \overline{1, M})$. Здесь $x_{i_v} = S_v$, $i_0 = 0$, $i_v = \sum_{m=1}^v N_m$, $N = i_m$, $v = \overline{1, m}$, N_v – количество слоев на которые разбивается v -ый слой.

В каждом из полученных прямоугольников соответствующее нелинейное уравнение из (1) заменяем линейным уравнением

$$\tau_{r,v} c_{ij} \rho_{ij} \frac{\partial^2 T_{ij}(x, t)}{\partial t^2} + c_{ij} \rho_{ij} \frac{\partial T_{ij}(x, t)}{\partial t} = \lambda_{ij} \frac{\partial^2 T_{ij}(x, t)}{\partial x^2} + W_{ij}(x, t) + \tau_{r,v} \frac{\partial W_{ij}(x, t)}{\partial t},$$

$$x_{i-1} < x < x_i, \quad t_{j-1} < t \leq t_j, \quad i = \overline{i_{v-1} + 1, i_v}, \quad j = \overline{1, M}, \quad v = \overline{1, m}. \quad (7)$$

В начальный момент времени выполняются условия:

$$T_{i1}(x, 0) = \chi_{1,v}(x), \quad \left. \frac{\partial T_{i1}(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \chi_{2,v}(x) \quad (8)$$

при $x_{i-1} \leq x \leq x_i$, $i = \overline{i_{v-1} + 1, i_v}$, $v = \overline{1, m}$.

На границах $x = S_0$ и $x = S_m$ выполняются линейные условия:

$$\begin{aligned} -k_{11}\lambda_{1j} \frac{\partial T_{1j}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=S_0} &= [f_{1,j}(t) - \eta_{1,j}(t) T_{1j}(x,t)] \Big|_{x=S_0} + \\ &+ \tau_{r,1} k_{12} \frac{d}{dt} [f_{1,j}(t) - \eta_{1,j}(t) T_{1j}(x,t)] \Big|_{x=S_0}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} -k_{21}\lambda_{Nj} \frac{\partial T_{Nj}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=S_m} &= [f_{2,j}(t) - \eta_{2,j}(t) T_{Nj}(x,t)] \Big|_{x=S_m} + \\ &+ \tau_{r,m} k_{22} \frac{d}{dt} [f_{2,j}(t) - \eta_{2,j}(t) T_{Nj}(x,t)] \Big|_{x=S_m} \end{aligned} \quad (10)$$

при $t_{j-1} < t \leq t_j$, $j = \overline{1, M}$.

На границах $x = S_\nu$, $\nu = \overline{1, m-1}$ выполняются линейные условия неидеального теплового контакта

$$\begin{aligned} -R_\nu \cdot \lambda_{i_\nu,j} \frac{\partial T_{i_\nu,j}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=S_\nu} &= [T_{i_\nu+1,j}(S_\nu, t) - T_{i_\nu,j}(S_\nu, t)] + \\ &+ l_\nu \tau_{r,\nu} \frac{d}{dt} [T_{i_\nu+1,j}(S_\nu, t) - T_{i_\nu,j}(S_\nu, t)]; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{i_\nu,j} \frac{\partial T_{i_\nu,j}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=S_\nu} &+ \tau_{r,\nu+1} \lambda_{i_\nu,j} \frac{\partial^2 T_{i_\nu,j}(x,t)}{\partial t \partial x} \Big|_{x=S_\nu} = \\ &= \lambda_{i_\nu+1,j} \frac{\partial T_{i_\nu+1,j}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=S_\nu} + \tau_{r,\nu} \lambda_{i_\nu+1,j} \frac{\partial^2 T_{i_\nu+1,j}(x,t)}{\partial t \partial x} \Big|_{x=S_\nu} + \\ &+ \left[\tau_{r,\nu} \frac{d\lambda_{\nu+1}}{dT_{\nu+1}} \Big|_{T_{\nu+1}=T_{i_\nu+1,j}} \frac{\partial T_{i_\nu+1,j}}{\partial t} \frac{\partial T_{i_\nu+1,j}}{\partial x} - \tau_{r,\nu+1} \frac{d\lambda_\nu}{dT_\nu} \Big|_{T_\nu=T_{i_\nu,j}} \frac{\partial T_{i_\nu,j}}{\partial t} \frac{\partial T_{i_\nu,j}}{\partial x} \right] \Big|_{x=S_\nu, t=t_{j-1}}, \end{aligned} \quad (12)$$

при $t_{j-1} < t \leq t_j$, $j = \overline{1, M}$.

На сторонах прямоугольников, принадлежащих прямым $x = x_i$ ($i = \overline{i_{\nu-1}+1, i_\nu-1}$, $\nu = \overline{1, m}$) выполняются условия идеального теплового контакта:

$$T_{i+1,j}(x_i, t) = T_{ij}(x_i, t), \quad \lambda_{i+1,j} \frac{\partial T_{i+1,j}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=x_i} = \lambda_{ij} \frac{\partial T_{ij}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=x_i}, \quad (13)$$

при $t_{j-1} < t \leq t_j$, $j = \overline{1, M}$.

На сторонах прямоугольников, принадлежащих прямым $t = t_j$ ($j = \overline{1, M-1}$), выполняются условия:

$$T_{i,j+1}(x, t_j) = T_{ij}(x, t_j), \left. \frac{\partial T_{i,j+1}(x, t)}{\partial t} \right|_{t=t_j} = \left. \frac{\partial T_{ij}(x, t)}{\partial t} \right|_{t=t_j}, \quad (14)$$

при $x_{i-1} \leq x \leq x_i$, $i = \overline{1, N}$.

Коэффициенты уравнения (7) можно определить следующим образом:

$$c_{ij} = c_\nu \left(T_{ij} \left(x_i - \frac{\Delta x_i}{2}, t_{j-1} \right) \right); \quad \lambda_{ij} = \lambda_\nu \left(T_{ij} \left(x_i - \frac{\Delta x_i}{2}, t_{j-1} \right) \right);$$

$$\rho_{ij} = \rho_\nu \left(T_{ij} \left(x_i - \frac{\Delta x_i}{2}, t_{j-1} \right) \right);$$

$$W_{ij}(x, t) = W_\nu \left(x, t, T_{ij} \left(x_i - \frac{\Delta x_i}{2}, t_{j-1} \right) \right) + Q_{ij}(x, t),$$

где $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, $i = \overline{i_{\nu-1} + 1, i_\nu}$, $j = \overline{1, M}$, $\nu = \overline{1, m}$,

$$Q_{ij}(x, t) = \left[\frac{d\lambda_\nu}{dT_\nu} \left(\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} \right)^2 - \tau_{r,\nu} \frac{d(c_\nu \cdot \rho_\nu)}{dT_\nu} \left(\frac{\partial T_{ij}}{\partial t} \right)^2 + \tau_{r,\nu} \frac{\partial W_\nu}{\partial T_\nu} \frac{\partial T_{ij}}{\partial t} \right] \Bigg|_{x=x_i - \frac{\Delta x_i}{2}, t=t_{j-1}}.$$

Функции, которые входят в граничные условия (9) и (10), определяются как:

$$f_{1,j}(t) = f_1(t, T_{1j}(S_0, t_{j-1})) + F_{1,j}, \quad f_{2,j}(t) = f_2(t, T_{N,j}(S_m, t_{j-1})) + F_{2,j},$$

$$\eta_{1,j}(t) = \eta_1(t, T_{1j}(S_0, t_{j-1})), \quad \eta_{2,j}(t) = \eta_2(t, T_{N,j}(S_m, t_{j-1})),$$

$$F_{1,j} = \tau_{r,1} k_{12} \left[\frac{\partial T_{1j}}{\partial t} \left(\frac{\partial f_1}{\partial T_1} \Big|_{T_1=T_{1j}} - \frac{\partial \eta_1}{\partial T_1} \Big|_{T_1=T_{1j}} \cdot T_{1j}(x, t) \right) \right] \Bigg|_{x=S_0, t=t_{j-1}},$$

$$F_{2,j} = \tau_{r,2} k_{22} \left[\frac{\partial T_{2j}}{\partial t} \left(\frac{\partial f_2}{\partial T_2} \Big|_{T_2=T_{2j}} - \frac{\partial \eta_2}{\partial T_2} \Big|_{T_2=T_{2j}} \cdot T_{2j}(x, t) \right) \right] \Bigg|_{x=S_m, t=t_{j-1}}, \quad j = \overline{1, M}.$$

Таким образом, на каждом промежутке по времени $t_{j-1} \leq t \leq t_j$ получаем линейную задачу теплопроводности для кусочно-однородного тела, причем эти задачи необходимо решать последова-

тельно от 1-го до M -го промежутка. Аналитические решения таких задач могут быть получены операционным методом, что показано в работах [4-6].

Для удобства решения задачи (7) – (12) операционным методом в каждом прямоугольнике $[x_{i-1}, x_i] \times [t_{j-1}, t_j]$ введем локальную систему координат и безразмерные переменные:

$$z_i = \frac{x - x_{i-1}}{\Delta x_i}, \quad 0 \leq z_i \leq 1, \quad Fo_{ij} = \frac{(t - t_{j-1}) \cdot a_{ij}}{\Delta x_i^2}, \quad 0 \leq Fo_{ij} \leq \Delta Fo_{ij},$$

$\Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij}) = \frac{T_{ij}(x, t)}{T_h}$, где z_i – безразмерная пространственная координата; Fo_{ij} – безразмерное время; $\Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij})$ – безразмерная температура; T_h – некоторая характерная для исследуемого процесса температура; $\Delta Fo_{ij} = \frac{\Delta t_j \cdot a_{ij}}{\Delta x_i^2}$ – конечное безразмерное время; $\Delta t_j = t_{j-1} - t_j$;

$a_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{c_{ij} \rho_{ij}}$ – коэффициент температуропроводности.

Тогда задача (7) – (10) примет вид:

$$Fo_{r,ij} \frac{\partial^2 \Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij})}{\partial Fo_{ij}^2} + \frac{\partial \Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij})}{\partial Fo_{ij}} = \frac{\partial^2 \Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij})}{\partial z_i^2} + Os_{ij}(z_i, Fo_{ij}) +$$

$$+ Fo_{r,ij} \frac{\partial Os_{ij}(z_i, Fo_{ij})}{\partial Fo_{ij}}, \quad 0 < z_i < 1, \quad 0 < Fo_{ij} \leq \Delta Fo_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M};$$

(15)

$$\Theta_{i1}(z_i, 0) = \vartheta_{1,i}(z_i), \quad \left. \frac{\partial \Theta_{i1}(z_i, Fo_{i1})}{\partial Fo_{i1}} \right|_{Fo_{i1}=0} = \vartheta_{2,i}(z_i), \quad 0 \leq z_i \leq 1, \quad i = \overline{1, N}$$

(16)

$$-k_{11} \left. \frac{\partial \Theta_{1j}(z_1, Fo_{1j})}{\partial z_1} \right|_{z_1=0} = \left[\Phi_{1,j}(Fo_{1j}) - Bi_{1,j}(Fo_{1j}) \Theta_{1,j}(z_1, Fo_{1j}) \right] \Big|_{z_1=0} +$$

$$+ Fo_{r,1j} k_{12} \frac{d}{d Fo_{1j}} \left[\Phi_{1,j}(Fo_{1j}) - Bi_{1,j}(Fo_{1j}) \Theta_{1,j}(z_1, Fo_{1j}) \right] \Big|_{z_1=0},$$

(17)

$$0 < Fo_{1j} \leq \Delta Fo_{1j}, \quad j = \overline{1, M};$$

$$-k_{21} \frac{\partial \Theta_{Nj}(z_N, Fo_{Nj})}{\partial z_N} \Big|_{z_N=1} = \left[\Phi_{2,j}(Fo_{Nj}) - Bi_{2,j}(Fo_{Nj}) \Theta_{Nj}(z_N, Fo_{Nj}) \right] \Big|_{z_N=1} +$$

$$+ Fo_{r,Nj} k_{22} \frac{d}{dFo_{Nj}} \left[\Phi_{2,j}(Fo_{Nj}) - Bi_{2,j}(Fo_{Nj}) \Theta_{Nj}(z_N, Fo_{Nj}) \right] \Big|_{z_N=1}, \quad (18)$$

$$0 < Fo_{Nj} \leq \Delta Fo_{Nj}, \quad j = \overline{1, M};$$

$$-R_{\nu,j}^* \cdot \frac{\partial \Theta_{i_\nu,j}(z_{i_\nu}, Fo_{i_\nu,j})}{\partial z_{i_\nu}} \Big|_{z_{i_\nu}=1} = \left[\Theta_{i_\nu+1,j}(0, Fo_{i_\nu+1,j}) - \Theta_{i_\nu,j}(1, Fo_{i_\nu,j}) \right] +$$

$$+ l_\nu Fo_{r,i_\nu,j} \frac{d}{dFo_{i_\nu,j}} \left[\Theta_{i_\nu+1,j}(0, Fo_{i_\nu+1,j}) - \Theta_{i_\nu,j}(1, Fo_{i_\nu,j}) \right]; \quad (19)$$

$$\frac{\partial \Theta_{i_\nu+1,j}(z_{i_\nu+1}, Fo_{i_\nu+1,j})}{\partial z_{i_\nu+1}} \Big|_{z_{i_\nu+1}=0} + Fo_{r,i_\nu,j} \cdot \sigma_{i_\nu+1,i_\nu,j} \cdot \frac{\partial^2 \Theta_{i_\nu+1,j}(z_{i_\nu+1}, Fo_{i_\nu+1,j})}{\partial Fo_{i_\nu+1,j} \partial z_{i_\nu+1}} \Big|_{z_{i_\nu+1}=0} =$$

$$= \beta_{i_\nu,j} \cdot \frac{\partial \Theta_{i_\nu,j}(z_{i_\nu}, Fo_{i_\nu,j})}{\partial z_{i_\nu}} \Big|_{z_{i_\nu}=1} + Fo_{r,i_\nu+1,j} \cdot \sigma_{i_\nu,i_\nu+1,j} \cdot \beta_{i_\nu,j} \cdot \frac{\partial^2 \Theta_{i_\nu,j}(z_{i_\nu}, Fo_{i_\nu,j})}{\partial Fo_{i_\nu,j} \partial z_{i_\nu}} \Big|_{z_{i_\nu}=1} \quad (20)$$

$$0 < Fo_{i_\nu,j} \leq \Delta Fo_{i_\nu,j}, \quad Fo_{i_\nu+1,j} = \sigma_{i_\nu+1,i_\nu,j} Fo_{i_\nu,j}, \quad i = \overline{i_{\nu-1}+1, i_\nu-1}, \quad \nu = \overline{1, k-1},$$

$$j = \overline{1, M}.$$

$$\Theta_{i+1,j}(0, Fo_{i+1,j}) = \Theta_{ij}(1, Fo_{ij}), \quad (21)$$

$$\frac{\partial \Theta_{i+1,j}(z_{i+1}, Fo_{i+1,j})}{\partial z_{i+1}} \Big|_{z_{i+1}=0} = \beta_{ij} \frac{\partial \Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij})}{\partial z_i} \Big|_{z_i=1}, \quad (22)$$

$$0 < Fo_{ij} \leq \Delta Fo_{ij}, \quad Fo_{i+1,j} = \sigma_{i+1,i,j} \cdot Fo_{ij}, \quad j = \overline{1, M}, \quad i = \overline{i_{\nu-1}+1, i_\nu-1}, \quad \nu = \overline{1, k};$$

$$\Theta_{i,j+1}(z_i, 0) = \Theta_{ij}(z_i, \Delta Fo_{ij}), \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Theta_{i,j+1}(z_i, Fo_{i,j+1})}{\partial Fo_{i,j+1}} \Big|_{Fo_{i,j+1}=0} = \xi_{ij} \cdot \frac{\partial \Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij})}{\partial Fo_{ij}} \Big|_{Fo_{ij}=\Delta Fo_{ij}}, \quad (24)$$

$$0 \leq z_i \leq 1; \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M-1};$$

$$\text{где} \quad Fo_{r,ij} = \frac{\tau_{r,\nu} \cdot a_{ij}}{\Delta x_i^2}, \quad Os_{ij}(z_i, Fo_{ij}) = \frac{W_{ij}(x, t) \cdot \Delta x_i^2}{T_h \cdot \lambda_{ij}}, \quad R_{\nu,j}^* = \frac{\lambda_{i_\nu,j} \cdot R_\nu}{\Delta x_{i_\nu}},$$

$$\vartheta_{1,i}(z_i) = \frac{\chi_{1,i}(x)}{T_h}, \quad \vartheta_{2,i}(z_i) = \frac{\chi_{2,i}(x) \cdot \Delta x_i^2}{T_h \cdot a_{ij}}, \quad \Phi_{1,j}(Fo_{1j}) = \frac{f_{1,j}(t) \cdot \Delta x_1}{T_h \cdot \lambda_{1j}},$$

$$\Phi_{2,j}(Fo_{Nj}) = \frac{f_{2,j}(t) \cdot \Delta x_N}{T_h \cdot \lambda_{Nj}}, \quad Bi_{1,j}(Fo_{1j}) = \frac{\eta_{1,j}(t) \cdot \Delta x_1}{\lambda_{1j}}, \quad \xi_{ij} = \frac{a_{i,j+1}}{a_{ij}},$$

$$Bi_{2,j}(Fo_{Nj}) = \frac{\eta_{2,j}(t) \cdot \Delta x_N}{\lambda_{Nj}}, \quad Fo_{ij} = \sigma_{ikj} \cdot Fo_{kj}, \quad \sigma_{ikj} = \frac{a_{ij} \cdot \Delta x_k^2}{a_{kj} \cdot \Delta x_i^2}, \quad \beta_{ij} = \frac{\Delta x_{i+1} \cdot \lambda_{i,j}}{\Delta x_i \cdot \lambda_{i+1,j}}.$$

Решая задачу (15) – (20) при каждом фиксированном j от 1 до M операционным методом в каждом из прямоугольников $[x_{i-1}, x_i] \times [t_{j-1}, t_j]$ температурное поле получим в виде [4, 5, 7]

$$\Theta_{ij}(z_i, Fo_{ij}) = \sum_{r=1}^{2N} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n,i} [\mu_{n,r,ij}(z_i, Fo_{r,ij}), \phi_{n,ij}] \cdot g_{r,j}^{(n)}(Fo_{ij}, Fo_{r,ij}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_{r,i}(P_k)}{\Psi_N(\phi_{n,i}, P_k)} Q_i [\mu_{n,r,ij}(z_i, Fo_{r,ij}), P_k] \exp(-\gamma_k^2 \cdot Fo_{ij}) \right\} + Z_{ij}^*(z_i, Fo_{ij}, Fo_{r,ij}),$$

(25)

где

$$\Omega_{n,ij} [\mu_{n,r,ij}(z_i, Fo_{r,ij}), \phi_{n,ij}] = \frac{\mu_{n,r,ij}(z_i, Fo_{r,ij})}{\phi_{0,ij}} -$$

$$\sum_{l=1}^n \Omega_{n-l,ij} [\mu_{n-l,r,ij}(z_i, Fo_{r,ij}), \phi_{n-l,ij}] \frac{\phi_{l,ij}}{\phi_{0,ij}};$$

$$Q_{ij} [\mu_{n,r,ij}(z_i, Fo_{r,ij}), P_k] = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_{n,r,ij}(z_i, Fo_{r,ij}) \cdot P_k^n; \quad \Psi_{ij}(\phi_{n,ij}, P_k) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_{n,ij} P_k^n;$$

$Z_{ij}^*(z_i, Fo_{ij}, Fo_{r,ij})$ – частное решение неоднородного уравнения (15).

На рис. 1 приведены кривые зависимости температуры в двух-слойном теле от времени, которые получены на основе предложенного метода при следующих исходных данных:

$$W_\nu(x, t, T_\nu) = 0, \quad \chi_{\nu,1}(x) = T_0, \quad \chi_{\nu,2}(x) = 0, \quad \nu = 1, 2, \quad k_{11} = k_{12} = 1,$$

$$k_{21} = 1, \quad k_{22} = 0, \quad \eta_1(t, T_1) = \eta_2(t, T_2) = 0, \quad f_1(t, T_1) = A_1(T_1) q_0(t),$$

$$f_2(t, T_2) = 0, \quad R_1 = 0, \quad l_1 = 0, \quad q_0(t) = q_{\max} \sin \frac{\pi t}{t_\kappa}, \quad T_0 = 300^\circ \text{C},$$

$$q_{\max} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Вт/м}^2, \quad S_0 = 0, \quad S_1 = 0,025 \text{ мм}, \quad S_2 = 0,1 \text{ мм}, \quad t_\kappa = 5 \text{ мкс},$$

$A_1(T_1)$ – поглощательная способность молибдена, материал первого слоя ($\nu = 1$) – молибден, материал второго слоя ($\nu = 2$) – сталь.

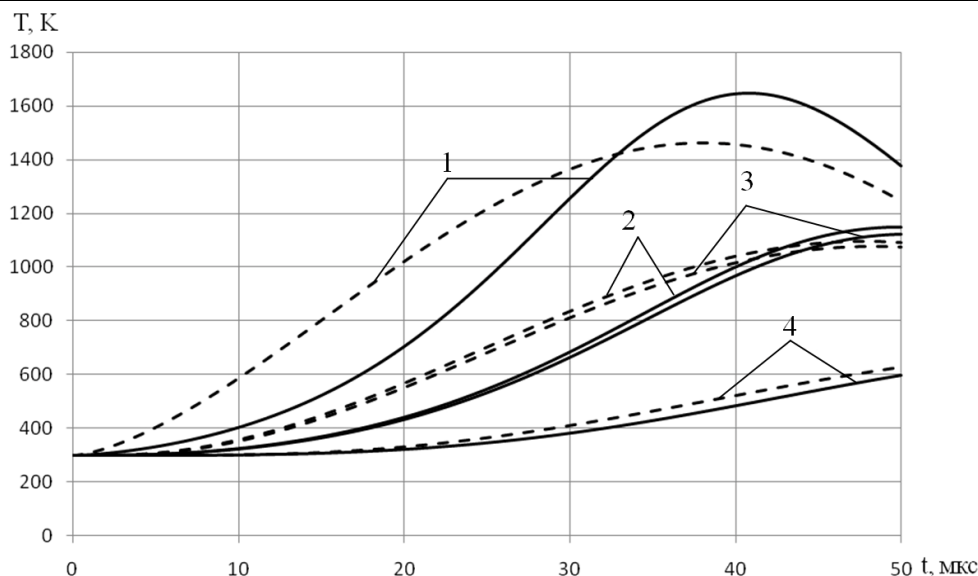


Рисунок 1 - Изменение температуры во времени: 1 – при $x = 0$; 2 – при $x = 0,025$ мм; 3 – при $x = 0,0255$ мм; 4 – при $x = 0,04$ мм

На рис. 1 сплошные линии – решение нелинейной задачи, а штриховые – решение соответствующей линейной задачи.

Существенное различие температур, полученных на основе предложенной нелинейной математической модели и соответствующей ей линейной модели, указывает на необходимость учета зависимости теплофизических и оптических характеристик материалов от температуры при моделировании нагрева кусочно-однородных тел концентрированными потоками энергии.

Построенная математическая модель процессов теплопроводности при воздействии концентрированных потоков энергии на кусочно-однородные тела с учетом конечной скорости распространения тепла и температурной зависимости теплофизических и оптических характеристик, а также предложенный приближенный аналитический метод решения нелинейных краевых задач для систем гиперболических уравнений теплопроводности, сочетающий метод пространственно-временных квадрантов и операционный метод, могут быть использованы для исследования тепловых процессов и выбора оптимальных режимов обработки покрытий концентрированными потоками энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черненко В.С. Променеві методи обробки: Навчальний посібник / В.С. Черненко, М.В. Кіндрачук, О.І. Дудка. – К.: Кондор, 2008. – 166с.
2. Рыкалин Н. Н. Лазерная обработка материалов / Н. Н. Рыкалин, А. А. Углов, А. Н. Кокора. – М.: Машиностроение, 1975. – 296с.
3. Губин А.И. Математическое моделирование тепловых процессов при лазерной обработке материалов на основе нелинейного гиперболического уравнения теплопроводности / А.И. Губин, Ю.А. Малая // Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика: збірник наукових праць. – Випуск 3. – Дніпропетровськ: Нова ідеологія, 2011. – С. 72 – 85.
4. Мала Ю. А. Математичне моделювання теплових процесів поверхневого зміцнення двошарових елементів конструкцій / Ю. А. Мала // Системні технології. – Т. 2(67). – Дніпропетровськ, 2010. – С. 60 – 66.
5. Мала Ю. А. Поверхневе зміцнення металів висококонцентрованими потоками енергії / Ю. А. Мала // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Вип. 3(25), Т. 2. – ПолтНТУ, 2009. – С. 131 – 136.
6. Веселовский В. Б. Математическое моделирование тепловых процессов при поверхностном упрочнении элементов конструкций / В. Б. Веселовский, Ю. А. Малая, А. И. Губин, В. И. Ляшенко // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: «Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2011. – №5. – С. 121 – 128.
7. Веселовский В. Б. Математическое моделирование импульсных теплотехнологических процессов / В. Б. Веселовский, Ю. А. Малая, К. И. Гнедаш // Металлургическая теплотехника. – Днепропетровск: «ПП Грек О.С.», 2007. – С. 53 – 61.

В.Ф. Миргород, И.М. Гвоздева

МНОГОМЕРНЫЙ ТРЕНДОВЫЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ

Аннотация. В работе предлагается подход к многомерному трендовому анализу параметров регистрации силовых и энергетических установок в их длительной эксплуатации. Такой анализ основан на формировании многомерных массивов данных в виде диагностических параллелепипедов, грани которых являются траекторными матрицами различной размерности. Для указанных многомерных массивов решается задача на собственные числа и собственные векторы соответствующих корреляционных массивов, что позволяет использовать известные алгоритмы методов главных компонент и факторного анализа. Разработано и реализовано программно-алгоритмическое обеспечение для предлагаемого подхода. Решены прикладные задачи оценки технического состояния ряда силовых установок в их длительной эксплуатации

Ключевые слова: диагностика, временные ряды, трендовый анализ

Введение

Проблемным вопросом совершенствования систем технической диагностики (СТД) является повышение надежности статистических выводов о техническом состоянии диагностируемых объектов на основе использования и развития методов трендового анализа временных рядов, образуемых регистрируемыми параметрами.

Задача выделения трендов в указанных временных рядах, установления их закономерностей и прогноза развития имеет важное научно-прикладное значение, в частности, применительно к СТД силовых и энергетических установок на основе газотурбинных двигателей (ГТД) как общепромышленного, так и авиационного назначения.

Основная часть

Известные и применяемые методы выделения и аппроксимации трендов (линейный и полиномиальный, МНК, SSA, “гусеница – катарпилар” [1...4,8,9]) позволяют получить трендовую компоненту с заданными допущениями, однако по своему принципу являются ска-

Исследуемые многомерные временные ряды имеют вид матрицы регистрируемых параметров

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_N \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_N \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_1 & z_2 & z_3 & \dots & z_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

Центральной идеей анализа многомерной совокупности признаков (1) является формирование на их основе многомерного массива данных – диагностического параллелепипеда в виде

$$\begin{array}{ccccccc}
& & & & x_1 & x_2 & x_3 \dots x_n \\
& & & \bullet & & x_2 & x_3 & x_4 \dots x_{n+1} \\
& & \bullet & & & & \dots & \\
A = & & \bullet & & x_k & x_{k+1} & x_{k+2} \dots x_{k+n} \\
& & & y_1 & y_2 & y_3 \dots y_n & & \bullet \\
& \bullet & & y_2 & y_3 & y_4 \dots y_{n+1} & & \bullet \\
& & \bullet & & & \dots & & \bullet \\
& \bullet & & y_k & y_{k+1} & y_{k+2} \dots y_{k+n} & & \\
z_1 & z_2 & z_3 \dots z_n & & & & \bullet & \\
z_2 & z_3 & z_4 \dots z_{n+1} & & & & \bullet & \\
& \dots & & & & & \bullet & \\
z_k & z_{k+1} & z_{k+2} \dots z_{k+n}, & & & & &
\end{array}$$

с которым ассоциируются оси $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Ось $\vec{i}$ характеризует глубину анализа, ось $\vec{j}$ – лаг (окно) анализа, ось $\vec{k}$ – признаки анализа. Многомерный массив A в виде ДП размерности $n \times t \times k$ может быть подвержен раздельному анализу по каждой из его составляющих матриц (двумерному массиву). Такой анализ по оси $\vec{j}$ траекторных матриц изменения признаков приводит к методу главных компонент (МГК) в различных модификациях [1] и позволяет построить плоскости главных компонент (ГК), с которыми ассоциируются тренды [3]. Анализ по оси $\vec{k}$ приводит к методу факторного анализа (МФА) [1] и позволяет установить общие факторные компоненты, которыми могут быть циклические (сезонные) составляющие [10]. Раздельный анализ ДП по оси $\vec{j}$ является новой модификацией МФА и позволяет установить скользящее изменение факторных компонент на интервале анализа. Раздельный анализ матриц ДП является важным инструментом установления закономерностей временных рядов, однако не позволяет установить их общие свойства в динамике изменения.

Детализируем структуру ДП. Вдоль оси $\vec{j}$ ДП можно представить следующим образом:

$$A_j = \text{col}(X Y \dots Z),$$

где

$$\dim X = \dim Y = \dots = \dim Z = n \times k,$$

$$\dim A_j = n \times (k \times m); \dim A_j^T = (k \times m) \times n.$$

Образуем корреляционные матрицы $A_j A_j^T$ и $A_j^T A_j$, где $\dim A_j A_j^T = (k \times m) \times (k \times m)$, $\dim A_j^T A_j = n \times n$. Собственные числа указанных матриц одинаковы [5]. Структура таких матриц имеет вид:

$$A_j A_j^T = \begin{bmatrix} XX^T & XY^T & \dots & XZ^T \\ YX^T & YY^T & \dots & YZ^T \\ \dots & & & \\ ZX^T & ZY^T & \dots & ZZ^T \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$A_j^T A_j = [X^T X + Y^T Y + \dots + Z^T Z]. \quad (5)$$

Как это следует из (5), исходные данные подлежат предварительной нормировке согласно [1]. Тогда (4) представляет собой блочную $m \times m$ матрицу авто- и взаимокорреляционных матриц призна-

ков, лаговой размерности $k \times k$, а (5) является нормированной матрицей автокорреляций.

Решая для (4) и (5) задачу на собственные значения и собственные вектора получаем лаговый вариант МГК. Если в (1) имеется тренд признаков и он ассоциируется с максимальным собственным значением (4), (5), то первая главная компонента (ГК) полностью определяет изменение указанного тренда по всем признакам. Тренды по всем признакам подобны первой ГК с масштабными коэффициентами (коэффициентами влияния), относительные значения которых указывают на степень проявления тренда в соответствующем признаке. Диагностический портрет составляет плоскость первых ГК.

Следует заметить, что МГК применительно к ДП выделяет явно присутствующий в одном из рядов признаков тренд и связанные с ним тренды в прочих строках (1) с установлением степени такой связи.

Другим вариантом анализа ДП в форме (3) является svd-разложение по сингулярным числам с последующим разделением на компоненты.

Вдоль оси $\vec{k}$ ДП можно представить следующим образом:

$$A_k = \text{col}(A_{1k} A_{2k} \dots A_{nk}), \quad (6)$$

где

$$\dim A_{1k} = \dim A_{2k} = \dots = \dim A_{nk} = n \times m, \dim A_k = k \times (n \times m),$$

$$\dim A_k^T = (n \times m) \times k.$$

Образуем корреляционные матрицы $A_k A_k^T, A_k^T A_k$, где $\dim A_k A_k^T = n \times n$; $\dim A_k^T A_k = m \times m$. Структура таких матриц имеет вид:

$$A_k A_k^T = \begin{bmatrix} A_{1k} A_{1k}^T & A_{1k} A_{2k}^T & \dots & A_{1k} A_{kk}^T \\ A_{2k} A_{1k}^T & A_{2k} A_{2k}^T & \dots & A_{2k} A_{kk}^T \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{nk} A_{1k}^T & A_{nk} A_{2k}^T & \dots & A_{nk} A_{kk}^T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$A_k^T A_k = [A_{1k}^T A_{1k} + A_{2k}^T A_{2k} + \dots + A_{kk}^T A_{kk}]. \quad (8)$$

Тогда (7) является блочной $m \times m$ матрицей из $k \times k$ матриц текущей лаговой взаимокорреляции признаков, а (8) является $n \times n$ матрицей нормированных автокорреляций признаков.

Задача анализа ДП в виде (6) решается применением ретроспективного (на все n отсчетов) МФА. Такой анализ позволяет выделить сохраняющиеся в ДП общие скрытые факторные компоненты, устойчивые в том смысле, что они сохраняются во всей выборке. МФА позволяет выполнить кластеризацию ДП и установить моменты излома трендов. МФА применительно к ДП позволяет выявить скрытые (латентные) факторы, приводящие к возникновению трендов в (1). Таким фактором применительно к ГТД может быть изменение внешних условий, в частности, сезонного изменения температуры среды, что характерно для силовых установок наземного применения.

Вдоль оси $\vec{i}$ ДП можно представить следующим образом

$$A_i = \text{col}(B_{1i} B_{2i} \dots B_{ni}), \quad (9)$$

где $\dim B_{1i} = \dim B_{2i} = \dots = \dim B_{ni} = m \times k$, $\dim A_i = n \times (m \times k)$,
 $\dim A_i^T = (m \times k) \times n$.

Образуем корреляционные матрицы $A_i A_i^T$ и $A_i^T A_i$, где $\dim A_i A_i^T = (n \times k) \times (n \times k)$, $\dim A_i^T A_i = m \times m$.

Структура таких матриц имеет вид:

$$A_i A_i^T = \begin{bmatrix} B_{1i} B_{1i}^T & B_{1i} B_{2i}^T & \dots & B_{1i} B_{ni}^T \\ B_{2i} B_{1i}^T & B_{2i} B_{2i}^T & \dots & B_{2i} B_{ni}^T \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{ni} B_{1i}^T & B_{ni} B_{2i}^T & \dots & B_{ni} B_{ni}^T \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$A_i^T A_i = [B_{1i}^T B_{1i} + B_{2i}^T B_{2i} + \dots + B_{ni}^T B_{ni}]. \quad (11)$$

Представление ДП по оси $\vec{k}$ отличается от его представления по оси $\vec{i}$ лишь заменой индексов n на k . Поэтому анализ ДП в виде (9) выполняется с применением лагового (оконного) МФА. Такой анализ позволяет выделить краткосрочные (на длину окна k) факторные компоненты, их возникновение (рождение) и изменение (исчезновение), что также позволяет выполнить кластеризацию ДП и может быть важным диагностическим признаком. Краткосрочные латентные факторы характерны для силовых установок авиационного применения, условия эксплуатации которых подвержены быстрым изменениям в сложных полетных циклах.

Для оценки эффективности предлагаемого подхода выполнен анализ баз данных регистрации технического состояния маршевой двигательной установки самолета Ил-76 с двигателем ПС-90А и газоперекачивающего агрегата на основе ГТД Д-336 в их длительной эксплуатации. Данные по первому примеру представлены ЦИАМ (И.В.Егоров), по второму примеру – ЗМКБ “Ивченко-Прогресс”.

В соответствии с изложенным в [6] подходом, анализу подвергались ДП, образованные из отклонений параметров регистрации от полиномиальных регрессионных моделей, а также данные регистрации вибропараметров

Программно-алгоритмическое обеспечение анализа ДП для указанных примеров выполнено в среде MATLAB и позволило установить закономерности изменения технического состояния исследуемых объектов. Результаты анализа ДП для маршевой двигательной установки на основе ГТД ПС-90А иллюстрируют рис. 1, на котором представлен куб главных компонент диагностического параллелепипеда, и рис. 2, характеризующий изменение тренда по давлению за компрессором (отклонения от диагностической модели).

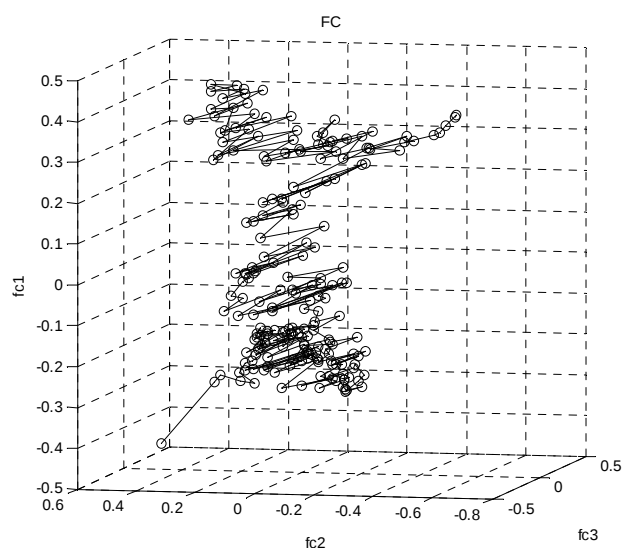


Рисунок 1 – Куб главных компонент диагностического параллелепипеда

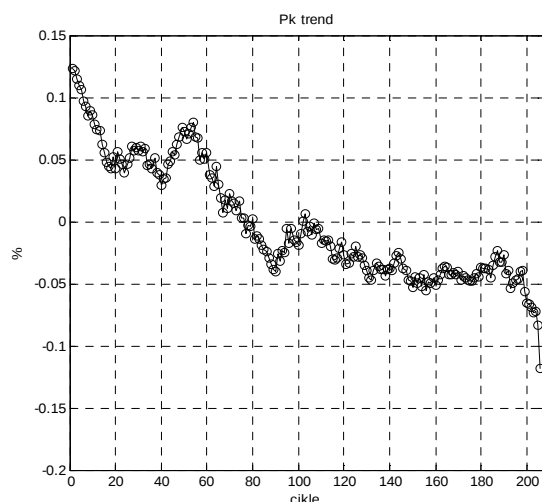


Рисунок 2 – Тренд отклонений давления за компрессором

Диагностический параллелепипед составлен из траекторных матриц шести параметров двигателя, которые регистрировались в течение 218 полетных циклов (более года). Окно анализа составило 13 циклов.

Проведенный многомерный трендовый анализ позволил установить последовательную деградацию компрессора высокого давления (ВД), что проявилось в изменении характеристик двигателя по давлению за компрессором и оборотам турбины низкого давления при поддержании постоянными оборотов турбины ВД. Такая деградация привела к излому тренда и последующему развитию аварийной ситуации (см. рис. 2). Излом тренда имеет место за несколько полетных циклов (около месяца) до помпажа двигателя в полете.

Заключение

Переход от одномерного (скалярного) трендового анализа к многомерному анализу позволяет расширить признаковое пространство принятия решений и, тем самым, повысить надежность диагностических выводов. Такой переход возможен на основе формирования многомерных массивов из данных регистрации технического состояния – диагностических параллелепипедов. Разложение диагностических параллелепипедов по сингулярным числам позволяет установить закономерности развития совместных трендов и закономерности влияния скрытых факторных компонент.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в разработке методов прогноза развития трендов на основе анализа диагно-

стических параллелепипедов, образованных из многомерных временных рядов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности / В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с. [русск.].
2. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсон – М.: Мир, 1989. – 540 с. [русск.].
3. Главные компоненты временных рядов: метод “Гусеница” / Под ред. Д.Л. Данилова, А.А. Жиглявского. – С.-П. ун-т. – 1997. [русск.].
4. Епифанов С.В. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Епифанов, В.И. Кузнецов, И.И. Богаченко и др. // – К.: Техника, 1998. – 312 с. [русск.].
5. Марпл мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с. [русск.].
6. Миргород В.Ф. Применение диагностических моделей и методов трендового анализа для оценки технического состояния газотурбинных двигателей / В.Ф. Миргород, Г.С. Ранченко, В.М. Кравченко // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 9(56) – 2008. – С.192-197. [русск.].
7. Миргород В.Ф. Двумерная форма сингулярного анализа временных рядов параметров регистрации газотурбинных двигателей / В.Ф. Миргород, Н.Д. Багаутдинов // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2010. – (7/74). – С. 159-163.
8. Elsner I.B. Singular Spectrum Analysis: A New Tool in Time Series Analysis / I.B. Elsner, A.A. Tsonis. – New York, London: Plenum Press, 1996/ - 164 p. [англ.].
9. Perron P. Trend and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Further Evidence from a New Approach. / P. Perron. – Journal of Economic Dynamic and Control, No.12, P. 297-332. [англ.].
10. Миргород В.Ф. Сравнительный анализ методов диагностирования технического состояния двигателя газотурбинного привода по данным регистрации / В.Ф. Миргород, Г.С. Ранченко // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2006. – № 2(28). – С. 70-74.

Т.В. Михайловская, В.Ю. Селиверстов

АВТОМАТИЗОВАНА СИСТЕМА РОЗРАХУНКУ РОЗМІРІВ НАДЛИВІВ ВИЛИВКІВ

Анотація. У статті описаний розроблений програмний засіб, що призначений для розрахунку розмірів надливів виливків за трьома методами: вписаних кіл, Попова А.Д. та Василевського П.Ф. Наведені приклади розрахунків та порівняння отриманих результатів з тестовими обчисленнями. Показана можливість використання програмного засобу в навчальному процесі, завдяки наявності довідкового матеріалу та модулю тестування.

Ключові слова: Надлив, розрахунок, геометричні розміри, програмний засіб.

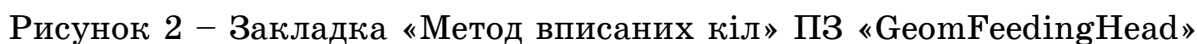
Вступ. Відомо, що в потовщених частинах виливків при твердінні утворюються порожнини – усадкові раковини або усадкова шпаристість, що призводять до погіршення якості виливків і браку, тому основною умовою отримання фасонних виливків і злитків без усадкових раковин і усадкової шпаристості є застосування надливів, що забезпечують живлення усадки рідким металом при твердінні виливка. Надливи застосовуються переважно при виготовленні виливків із сталі, ковкого чавуну і більшості марок кольорового литва. При неправильному виборі форми та розмірів надливів виливки бракуються по усадкових дефектах або допускається надмірно висока витрата металу на надлив.

Аналіз попередніх публікацій та постановка задачі. З точки зору теорії і практики отримання бездефектних виливків найважливішим фактором, що впливає на щільність металу є вдало вибрана конфігурація та розміри надливу. У ливарному виробництві до теперішнього часу не розроблений єдиний, достатньо надійний для практики метод розрахунку надливів. Проте, існує низка методів, які доповнюють один одного та частково перекривають: вписаних кіл, А.Д. Попова, П.Ф. Василевського, В. Васил'єва, А. Рижикова, Намюра та ін., кожен з яких є досить універсальним для окремого виду

Результати досліджень. Розроблено програмний засіб (ПЗ) «GeomFeedingHead» – автоматизовану систему розрахунку розмірів надливів виливків, який має наступну структуру: довідкова інформація, розрахунковий блок та блок тестування (рис. 1).



В розрахунковому модулі реалізовані обчислення розмірів надливів виливків по методах вписаних кіл, Василевського П.Ф. та Попова А.Д.



Закладка “Метод вписаних кіл” (рис. 2) містить декілька згрупованих за змістом полів. Для виконання розрахунку потрібно: обрати тип виливка з переліку запропонованих і тип надливу. Після того як обрано тип виливка, у відповідному вікні відображається схематичне зображення виливку обраного класу. На кресленні проставлені розміри які необхідно вести у відповідні поля вводу для проведення розрахунку. При цьому поля вводу, які є обов’язковими для вводу зафарбовуються у білий колір, а інші поля вводу стають зафарбованими голубим кольором і недоступними для вводу. Реалізовано перевірку початкових даних на коректність та повноту.

Закладка “Метод А.Д Попова” передбачає можливість виконання розрахунку параметрів надливу виливка по відповідній методиці (рис. 3).

"GeomFeedingHead" - автоматизована система розрахунку розмірів надливу виливку
 Довідник | Метод вписаних кіл | Метод А.Д.Попова | Метод П.Ф.Василевського | Тестування

Надливи для сталевих виливків

- ☒ гіацинтістості суцільні
- ☐ металеві форми (без утеплення надливу)
- ☐ комбіновані форми

Надливи для чавунних виливків

- ☐ сірий чавун, масивне лиття
- ☐ легіоні модифіковані чавуни
- ☐ чавун з кулястим графітом
- ☐ білий чавун

Заливання

- ☒ знизу
- ☐ зверху

Надливи для мідних сплавів

- ☐ олов'яності бронзи
- ☐ кремнієвості бронзи й латуні
- ☐ алюмінієві бронзи й марганцево латуні

Надливи для алюмінієвих сплавів

- ☐ Надливи для магнієвих сплавів

Заливання

- ☐ в землю
- ☐ в ковчій

РЕЗУЛЬТАТ РОЗРАХУНКУ

Діаметр надливу, см.
D_{np} = 11.5 см

Висота надливу, см.
H_{np} = 3.8 см

Конусність надливу, см.
K_{np} = 0.5 см

ВИВІДНІ ДАНІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ НАДЛИВУ

V 12 **Об'єм форми, см.куб.**

M 24 **Поверхня форми, см.кв.**

Z 26 **Час заливання, хв.**

d 10 **Розмір виливка в місці установки надливу, см.**

✓ РОЗРАХУНОК **ВИХІД**

Рисунок 3 – Закладка «Метод Попова А.Д.» ПЗ «GeomFeedingHead»

Ця закладка містить 5 полів для вибору типу надливу в залежності від матеріалу виливка: сталь, чавун, мідь, алюміній, магнієвий сплав та два поля для вибору методу заливання.

В свою чергу надливи для сталевих виливків включають в себе декілька видів форм лиття, для яких заливання можливе знизу або зверху. У відповідності до методу Попова А.Д. надливи для чавунних виливків розраховуються для 4 видів чавунів з врахуванням заливання знизу і зверху. Надливи для мідних сплавів розраховуються для

трьох видів сплавів з можливістю заливання в землю і кокіль. Таке заливання стосується і надливів для алюмінієвих та магнієвих сплавів.

Для виконання розрахунку по методу А.Д. Попова у ПЗ «GeomFeedingHead» потрібно: обрати тип надливу з переліку запропонованих та метод заливання. Як відомо метод А.Д. Попова використовується для циліндричних надливів, тому у вікні інтерфейсу завантажено зображення циліндричного виливка на якому показані характерні розміри, що використовуються при проведенні розрахунку. Для забезпечення повноти та коректності введених даних реалізовано їх програмну перевірку, у разі встановлення помилковості даних користувачеві видається відповідне повідомлення.

Для проведення розрахунку надливу виливка за методом П.Ф. Василевського необхідно обрати відповідну закладку (рис. 4), вказати схему живлення – горизонтальна, вертикальна. Після цього завантажувється рисунок, який демонструє обрану схему. Для розрахунку надливу виливків з горизонтальною схемою живлення необхідно додатково задати товщину стінки, що потребує живлення.

«GeomFeedingHead» - автоматизована система розрахунку розмірів надливу виливку

Додатки | Метод вписування | Метод А.Д. Попова | Метод П.Ф. Василевського | Тестування

Схема живлення:

☐ горизонтальна

☒ вертикальна

Надлив:

☐ відкритий

☒ закритий

Геометричні розміри виливка

Товщина стінки, мм

100

Висота стінки, мм

200

Співвідношення геометричних розмірів надливу

Відношення висоти надливу до його діаметру

δ_o , мм	$\frac{H_o}{\delta_o}$	$\frac{D_n}{\delta_o}$		$\frac{H_n}{D_n}$	
		I	II	I	II
60	3	1.3–1.8	1.6–2.1	1.2–1.3	1.1–1.2
	5	1.4–1.9	1.7–2.2	1.2–1.4	1.1–1.3
	8	1.5–2.0	1.8–2.3	1.2–1.5	1.2–1.5
100	3	1.2–1.6	1.5–2.0	1.2–1.3	1.1–1.2
	5	1.3–1.7	1.6–2.1	1.2–1.4	1.1–1.3
	8	1.4–1.8	1.8–2.3	1.2–1.5	1.2–1.5
200	3	1.2–1.4	1.4–1.9	1.1–1.3	1.0–1.2
	5	1.3–1.4	1.5–2.0	1.2–1.5	1.1–1.4
	8	1.3–1.5	–	–	–
300	3	1.2–1.4	1.4–1.8	1.2–1.4	1.1–1.5
	5	1.2–1.5	–	–	–
	8	1.2–1.5	–	–	–

Відкритий надлив I Закритий надлив II

Діаметр надливу: 175 мм.
Висота надливу: 201 мм.

Рисунок 4 – Закладка «Метод Василевського П.Ф.»

ПЗ «GeomFeedingHead»

За допомогою розробленого програмного засобу можливе швидке порівняння результатів розрахунків. Наприклад, порівняємо гео-

метричні розміри надливів, що обчислені за методами А.Д. Попова та вписаних кіл для циліндричного виливка діаметром 20 мм та висотою 100 мм з закритим надливом. Для використання методу А.Д. Попова для того-ж виливка розраховуємо об'єм форми та площу поверхні форми виходячи з того, що висота форми – 100 мм. Об'єм форми складає $31,4 \text{ см}^3$, площа бічної поверхні – $69,08 \text{ см}^2$. У таблиці наведені результати розрахунку розмірів надливу виливка, що обчислені за наведеними вище методиками та мінімально необхідні розміри надливу, що визначені експериментально.

Таблиця

	Методи визначення розмірів надливів, мм			
	Вписаних кіл	Попова А.Д.	Василевського П.Ф.	Експериментально
Діаметр	164	115	175	125
Висота	203	380	201	188

Модуль тестування містить двадцять запитань, які входять до екзаменаційних та передбачають відповідь в тестовій формі. Запитання збережені в окремих файлах в форматі “.htm” та послідовно завантажуються.

Блок-схема роботи модуля “Тестування” наведена рисунку 5. Кожне з двадцяти тестових запитань, що розміщені у ПЗ «GeomFeedingHead», має декілька варіантів відповіді, серед яких необхідно обрати вірну, причому є ряд запитань, вірна відповідь на які складається з декількох варіантів відповідей з наведених. У разі вибору тільки одного варіанту відповідь трактується як часткова.

Передбачено, що в ході тестування користувач має можливість слідкувати за статистикою вірних, невірних та часткових відповідей.

Одразу після того як запитання відобразилось, стають активними ті CheckBox які призначені для вибору відповіді на запитання (рисунок 6). У випадку, що зображений на рисунку 6 активними стали CheckBox, які відповідають варіантам відповідей: а, б, в та г. Інші CheckBox знаходяться в стані обмеження доступу до них, що візуалізується шляхом їх зафарбування сірим кольором та неможливістю вибору мишею.



Рисунок 5 – Алгоритм функціонування модулю “Тестування”
ПЗ «GeomFeedingHead»

Після того, як користувач обрав варіант відповіді, він повинен натиснути кнопку “Відповісти”, після чого на екран виводиться діалогове вікно із запитанням, щодо впевненості у правильності обраної відповіді. У разі впевненості у своїй відповіді, користувач повинен натиснути на кнопку “Ok”, у разі наявності сумнівів користувач натискає на кнопку “Cancel” та має можливість розмірковувати над своєю відповіддю далі.

У разі стверджувальної відповіді на запитання про впевненість у відповіді в нижній області вікна виводиться поточна статистика відповідей на запитання. Для переходу до наступного запитання необхідно натиснути кнопку “Далі”.

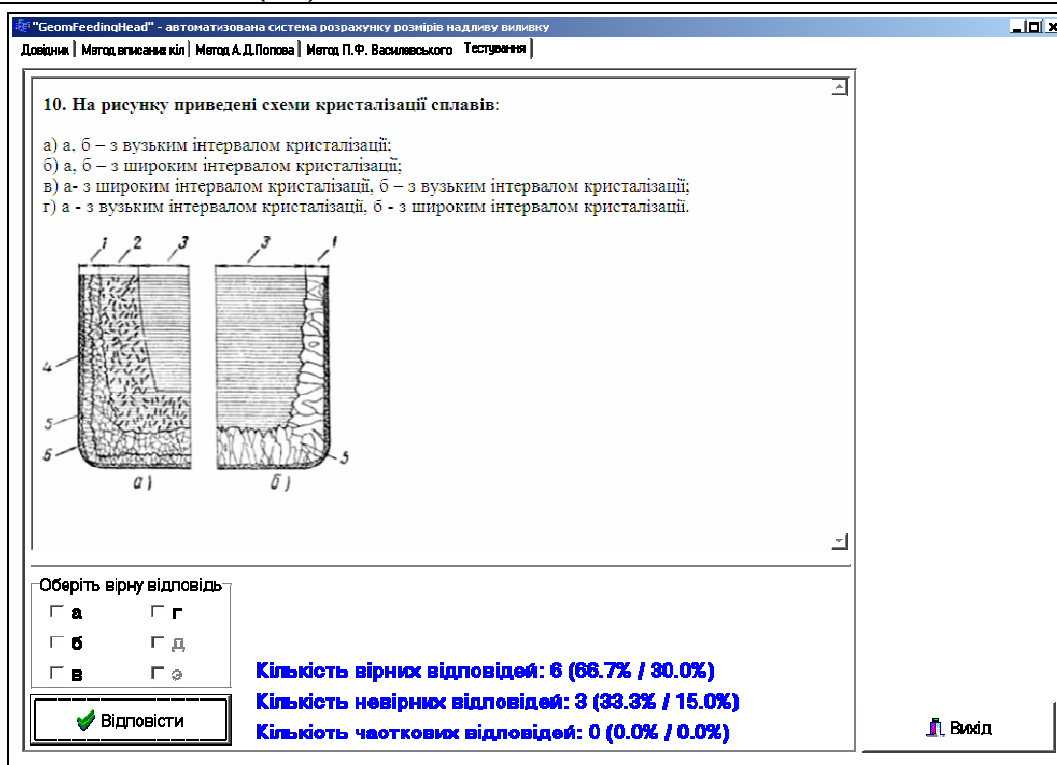


Рисунок 6 – Закладка «Тестування» ПЗ «GeomFeedingHead»

Завдяки тому, що тестові запитання зберігаються в форматі “.htm”, можливе використання в запитаннях рисунків таблиць та іншого графічного матеріалу. Зокрема запитання номер 10 містить рисунок який його ілюструє. Після відповіді на останнє запитання на екрані відображується повідомлення “Тестування завершено”.

Висновки

1) Розроблено ПЗ «GeomFeedingHead» для розрахунку геометричних розмірів надливів виливків при різних способах лиття у вигляді додатку, що виконується. В якості середовища розробки було обрано C++ Builder.

2) Алгоритмічно реалізовані методи розрахунку розмірів надливів виливків за методами вписаних кіл, Василевського П.Ф. та Попова А.Д. Розроблений відповідний програмний код. Проведене тестування роботи алгоритму шляхом порівняння отриманих розмірів надливів виливків з відповідними обчисленнями, що виконані вручну та за результатами дослідних випробувань.

3) Однією з особливостей ПЗ «GeomFeedingHead» є те, що він містить довідковий модуль та модуль тестування, що надає переваги при використанні у навчальному процесі для студентів як денної, так і заочної форми навчання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Аксенов П.Н. Технологія ливарного виробництва. – М.: Машгіз, 1957. – С. 353-356.
2. Бакуменко С.П., Гуляєв Б.Б., Верховцев З.В. Зниження відходів сталевих зливок. – М.: Металургія, 1967 – 218 с.
3. Васильовський П.ф. Технологія сталевих литих. – М.: Машгіз, 1974. – 408 с.
4. Васильев В.А., Васильев А.В. Довідник ливарника. – Донецьк: Донбас, 1983. – С. 77-82.
5. Попов А.Д. Розрахунок надливів для виливків. – М.: Машгіз, 1957. – 54с.
6. Рижиков А.А. Технологічні основи ливарного виробництва. – М.: Машгіз, 1962. – 528с.
7. Селивёрстов В.Ю., Михайловская Т.В. Расчет размеров прибылей отливок, изготавливаемых с использованием комбинированной технологии газодинамического воздействия и электрошлакового обогрева // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 1 (72). Том 1. – Дніпропетровськ, 2011. – с. 11–17.
8. Шкленник Я.І. Технологічні основи ливарного виробництва. Розділ: розрахунок і конструювання живильно-ливникових систем. Частина 2. Розрахунок і конструювання надливів для піщаних форм всіх типів, кокілів і оболонкових форм по моделях, що виплавляються. – Навчальний посібник по курсовому і дипломному проектуванню. – МІСиС, 1978. – 120с.
9. Ямшанов П.І. Штучний тиск в надливах виливків. – М. – Свердловськ: Машгіз, 1949. – 78 с.

А.И. Михалёв, В.И. Кузнецов, Г.Л. Теплякова

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЕКТОВ ОБЪЕДИНЁННЫМ МЕТОДОМ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО АНАЛИЗА

На основе методологии BOCR предлагается алгоритм многокритериальной сравнительной оценки эффективности проектов с использованием объединённого метода МАИ+ММР, позволяющий учитывать прогнозируемые варианты внешних условий. Приводится иллюстрационный пример.

Ключевые слова: проект, BOCR, МКА, МАИ, ММР.

Введение

Проектирование технических и информационных систем – важнейшая сфера применения системного анализа, в частности, методов многокритериального анализа (МКА) [1...6]. При этом, проект понимается как деятельность, имеющая цель (систему целей), ресурсы, сроки и предполагающая «различные результаты». Эффективность понимается как некоторая функция от затрат и результатов, позволяющая сравнивать проекты.

Оценка эффективности проектов является одной из главных системных проблем при проектировании технических и информационных систем. Такая оценка предполагает как сравнение проекта системы с существующими системами, так и сравнительный анализ конкурирующих проектов. Для решения этой проблемы в статье предлагается использовать методы многокритериального анализа. Существуют и другие методы оценки эффективности проектов, в частности, ИТ-проектов [7]: финансовые (количественные), качественные, вероятностные. Для адекватной оценки эффективности проекта в идеале необходимо применять все группы методов. Методы МКА кроме самостоятельного значения позволяют интегрировать и другие методы в получении комплексного решения системной проблемы.

Основная часть

Характерными особенностями системных проблем является многокритериальность (многофакторность), разнородность критериев (количественные и качественные), неопределённости (статистические, и особенно, «индивидуальные»), человеческий фактор (ценности, цели, предпочтения). Методы МКА разработаны для учёта этих особенностей [1...6, 8, 9].

Многокритериальный анализ – это практическая реализация структуры системного исследования в решении сложных, комплексных проблем. Методы МКА предназначены для принятия индивидуальных решений человеком или консолидированной группой и применяются в самых разных задачах, таких как выбор, ранжирование, распределение ресурсов, сопоставительный анализ, управление качеством, проектирование, оценка эффективности [4...6, 8].

Кратко опишем основные методы МКА для анализа проектов.

Методы анализа иерархий и сетей (МАИ, МАС) позволяют находить количественные меры влияний, называемых приоритетами – локальными и глобальными. Недостатком этих методов является сравнительно малое число критериев (не более 7-10), при которых они устойчиво работают. Примеры использования МАС/МАИ в самых разных сферах приведены, например, в книге [5].

Метод взвешенных сумм (МВС) позволяет работать с большим количеством критериев сложной иерархической структуры и большим количеством сравниваемых объектов. Поэтому он в основном используется для составления рейтингов и классификации объектов [2...4].

Метод матрицы решений позволяет учитывать так называемые «варианты внешних условий», относящиеся к прогнозируемому будущему [2, 8]. В ММР для нахождения лучшей альтернативы необходимо выбрать решающее правило (формулу или алгоритм), исторически называемое критерием. Как видно, смысл термина здесь существенно иной, чем в других методах МКА. Критерий в МАС/МАИ и в МВС – это некоторая количественная или качественная характеристика, важная для анализа проблемы.

В решении сложных системных проблем целесообразно использовать несколько методов МКА. Трудоёмкость этих методов требует интеграции их в системе поддержки принятия решений – как в виде

библиотеки методов, так и в виде интегрированного метода [9]. В работе показывается применение разработанного объединённого метода МКА [9] к проблеме сравнительной оценки эффективности проектов. Предлагаемый подход основан на многокритериальной методологии оценки эффективности проектов VOCR Т.Л. Саати [5] и развивает её.

Методология VOCR (Benefits – Выгоды, Opportunities – Возможности, Costs – Затраты, Risks – Риски) состоит в построении для каждой составляющей (критерии верхнего уровня) иерархии (или сети). На нижнем уровне иерархии находятся сравниваемые проекты. Соответственно для каждой из четырёх иерархий по её системе критериев определяются глобальные приоритеты методом анализа иерархий или методом анализа сетей. Свёртка четырёх глобальных приоритетов проекта даёт его VOCR-оценку для сравнения с другими рассматриваемыми проектами. VOCR-оценки позволяют линейно упорядочить множество рассматриваемых проектов по эффективности [5]. В [4, 5] предложены и проанализированы различные формулы свёртки (скаляризации) – аддитивные и мультипликативные. В разработанном алгоритме предусматривается использование библиотеки свёрток с выбором одной или нескольких формул.

В объединённом методе МКА [9] метод анализа иерархий (МАИ) интегрирован с методом матрицы решений (ММР) [2, 8]. Использование объединённого метода в многокритериальной оценке эффективности проектов позволяет явно учесть варианты внешних условий (чего нет в VOCR). Кроме того, объединённый метод позволяет учитывать варианты внешних условий по задаваемому набору нескольких критериев ММР из библиотеки критериев и использовать набор формул свёртки VOCR в получении и анализе общего результата.

В данной статье описывается алгоритм многокритериальной сравнительной оценки эффективности проектов VOCR с использованием объединённого метода МАИ+ММР. Алгоритм метода соответственно доработан в сравнении с алгоритмом, описанным в [9]. Приводится иллюстрационный пример, демонстрирующий работу предлагаемого алгоритма.

Основная идея метода состоит в следующем. Элементы матрицы полезностей, используемой в ММР, заполняются VOCR-оценками сравниваемых проектов, рассчитанными для каждого варианта рас-

смаатриваемых внешних условий. После заполнения матрицы полезностей применяется алгоритм объединённого метода [9]. При этом критерии ММР могут сравниваться друг с другом: а) непосредственно по отношению к общей цели (одна матрица парных сравнений), б) по отношению к каждой составляющей (к «букве») ВОСР (трёхуровневая иерархия).

В методе матрицы решений разработан ряд критериев [2, 8]. Приведём описание некоторых из них.

1. Максиминный критерий Вальда, «критерий гарантированного результата» (ММ) использует оценочную функцию, соответствующую позиции крайней осторожности. Критерий применим для ответственных проектов, но ведёт к относительно большим затратам в сравнении с другими критериями.

2. Критерий Байеса — Лапласа (BL), при известных вероятностях вариантов внешних условий позволяет учесть каждое из возможных следствий. Исходная позиция применяющего BL-критерий оптимистичнее, чем в случае ММ-критерия, однако она предполагает более высокий уровень информированности и достаточно длинные реализации, а для проектов часто характерна уникальность.

3. Критерий Сэвиджа, «критерий минимаксного сожаления» (S) использует оценочную функцию, соответствующую позиции относительного пессимизма (минимаксного риска). Применение этого критерия в оценке проектов обусловлено следующим: о вероятностях появления внешних состояний ничего не известно, но с их появлением приходится считаться; решение реализуется лишь один раз.

4. Критерий Гурвица (HW), его оценочная функция находится между точками зрения максимального оптимизма («критерий азартного игрока») и крайнего пессимизма (ММ-критерий), позиция регулируется с помощью параметра, называемого склонностью к осторожности. В оценках обычно используется не менее трёх значений параметра.

5. Критерий Ходжа — Леманна (HL) опирается одновременно на ММ-критерий и BL-критерий. Если доверие к используемой статистике велико (выражается параметром), то акцентируется BL-критерий, в противном случае предпочтение отдается ММ-критерию.

6. Критерий Гермейера (G) ориентирован на величины потерь. Если функция распределения известна не очень надежно, а чис-

ла реализаций малы, то, следуя G-критерию, получают, вообще говоря, неоправданно большой риск. Таким образом, здесь остается некоторая свобода для субъективных действий.

7. Критерий произведений (Р) ориентирован на величины выигрышей. Применение этого критерия обусловлено следующими обстоятельствами: вероятности появления состояний неизвестны; с появлением каждого из состояний по отдельности необходимо считаться; допускается некоторый риск.

Выбор лучшего критерия для конкретной задачи представляет самостоятельную проблему. В [9] нами было предложено находить решение с помощью объединённого метода МАИ+ММР для набора критериев ММР.

Рассмотрим на модельном примере алгоритм оценки эффективности.

1. Цель: сравнить эффективность проектов.
2. Сформируем наборы:
 - 2.1. Сравнимые проекты, четыре проекта: P1, P2, P3, P4.
 - 2.2. Варианты внешних условий, три варианта: V1, V2, V3.
 - 2.3. Критерии метода матрицы решений, выбраны критерии: ММ, $NW_{0.5}$, S.
 - 2.4. Критерии МАИ для сравнения критериев ММР: К1, К2.
3. Рассчитаем методом анализа иерархий глобальные приоритеты проектов в каждой иерархии «букв» BOCR (рис.1).

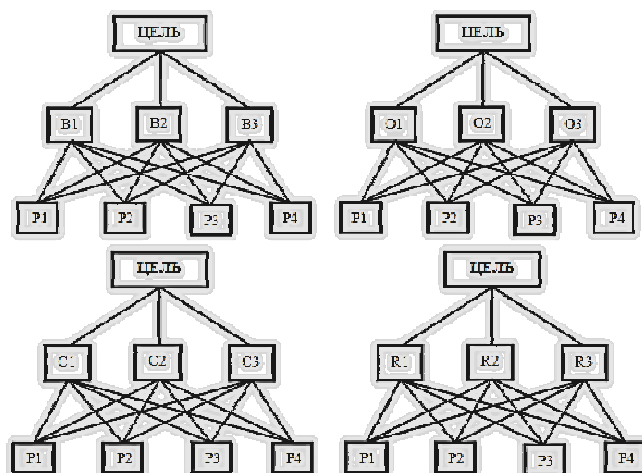


Рисунок 1 – Четыре иерархии методологии BOCR

3.1. Матрицы парных сравнений проектов относительно каждой иерархии («буквы») BOCR для первого варианта внешних условий.

B1	P1	P2	P3	P4	ЛПр.	O1	P1	P2	P3	P4	ЛПр.
P1	1	2	1/2	2	0,239	P1	1	1	1	1	0,250
P2	1/2	1	1/5	1	0,113	P2	1	1	1	1	0,250
P3	3	2	1	1/5	0,535	P3	1	1	1	1	0,250
P4	1/3	1	7	1	0,113	P4	1	1	1	1	0,250

C1	P1	P2	P3	P4	ЛПр.	R1	P1	P2	P3	P4	ЛПр.
P1	1	1	2	1/2	0,218	P1	1	1/3	1/4	1	0,112
P2	1	1	2	1/2	0,218	P2	3	1	1	4	0,388
P3	1/2	1/2	1	1/5	0,103	P3	4	1	1	3	0,388
P4	2	2	5	1	0,461	P4	1	1/3	1/4	1	0,112

3.2. Локальные приоритеты проектов для второго варианта внешних условий, полученные аналогично локальным приоритетам для первого варианта внешних условий

B2	ЛПр.	O2	ЛПр.	C2	ЛПр.	R2	ЛПр.
P1	0,200	P1	0,178	P1	0,167	P1	0,142
P2	0,200	P2	0,087	P2	0,167	P2	0,078
P3	0,200	P3	0,178	P3	0,333	P3	0,415
P4	0,400	P4	0,557	P4	0,333	P4	0,365

3.3. Локальные приоритеты проектов для третьего варианта внешних условий, полученные аналогично локальным приоритетам для первого варианта внешних условий

B3	ЛПр.	O3	ЛПр.	C3	ЛПр.	R3	ЛПр.
P1	0,250	P1	0,167	P1	0,218	P1	0,200
P2	0,250	P2	0,167	P2	0,461	P2	0,200
P3	0,250	P3	0,167	P3	0,218	P3	0,200
P4	0,250	P4	0,500	P4	0,103	P4	0,400

4. С использованием одной, общей для всех вариантов внешних условий формулы $BOCR$ (1), определим $BOCR$ -оценки проектов, которыми и заполним матрицу полезностей (табл.1). В примере использована одна из мультипликативных формул [5]:

$$BOCR(P_i) = \frac{B(P_i) \cdot O(P_i)}{C(P_i) \cdot R(P_i)} \quad (1)$$

Таблица 1

BOCR-матрица полезностей в общем виде

	V1	V2	V3
P1	BOCR(P1 V1)	BOCR(P1 V2)	BOCR(P1 V3)
P2	BOCR(P2 V1)	BOCR(P2 V2)	BOCR(P2 V3)
P3	BOCR(P3 V1)	BOCR(P3 V2)	BOCR(P3 V3)
P4	BOCR(P4 V1)	BOCR(P4 V2)	BOCR(P4 V3)

Таблица 2

Числовые значения BOCR-матрицы полезностей

	V1	V2	V3
P1	2,447	1,501	0,958
P2	0,334	1,336	0,453
P3	3,347	0,258	0,958
P4	0,547	1,833	3,034

5. Выполним расчёт глобальных приоритетов проектов с использованием программной реализации алгоритма объединённого метода МАИ+ММР, разработанной одним из авторов (Тепляковой Г.Л).

Во вкладке «Постановка задачи» данного программного средства зададим структуру проблемы: цель; наименования и количество альтернатив, вариантов внешних условий, критериев МАИ. Во вкладке «Ввод данных» (рис. 2) заполняем матрицу полезностей значениями из табл.2. Выбираем критерии ММР.

Рисунок 2 – «Задание матрицы полезностей и выбор критериев ММР»

Во вкладке «Заполнение МПС» сравниваем критерии МАИ относительно цели, выбранные критерии ММР относительно каждого из критериев МАИ, соответственно заполняем матрицы парных сравне-

ний с использованием шкалы Саати [4, 5]. В результате чего получаем вектор приоритетов выбранных критериев ММР (рис.3).

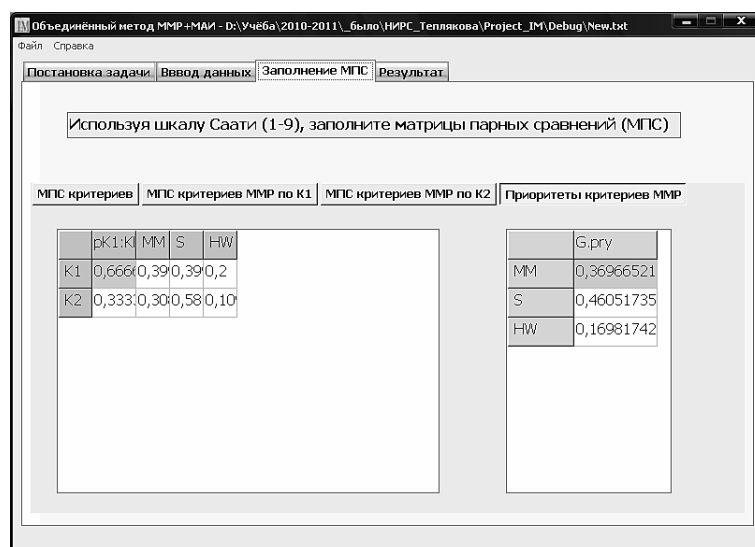


Рисунок 3 – «Приоритеты выбранных критериев ММР»

В свою очередь, с использованием количественной шкалы отношений, рассчитываются приоритеты обобщённых полезностей альтернатив в схеме метода анализа иерархий, и затем выбирается лучшая альтернатива по всей совокупности критериев ММР и вариантов внешних условий (рис. 4).

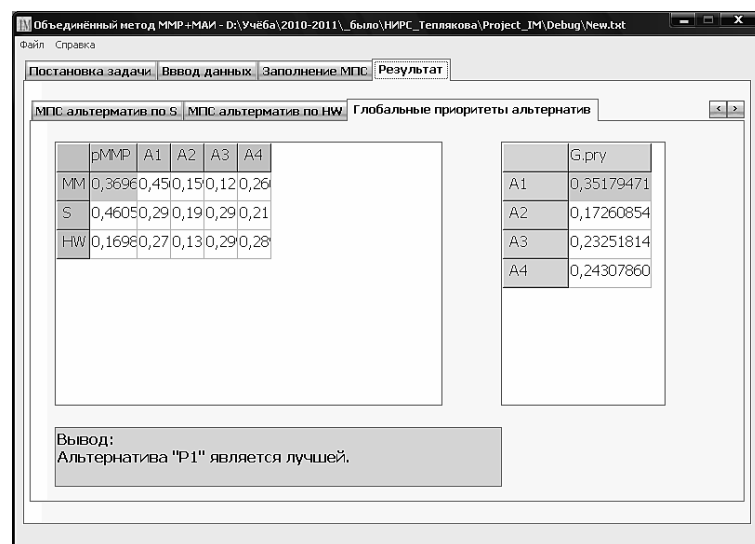


Рисунок 4 – «Глобальные приоритеты альтернатив»

Как видно из рис.4 лучшая альтернатива – P1, которая является лучшей по двум из трёх выбранных критериев ММР – по максиминному критерию Вальда и по минимаксному критерию Сэвиджа.

6. При необходимости проводятся расчёты и по другим формулам свёртки [4, 5]. При этом для всего набора формул свёртки можно применить процедуру объединённого метода – аналогично

критериям ММР, но представляется целесообразным «ручной» анализ результатов в интерактивном режиме.

Отметим, что в общем случае структура критериев проблемы может иметь горизонтальные и обратные связи в каждой иерархии ВОСР (или в некоторых). Здесь следует применить метод анализа сетей [5] и объединённый метод МАС/МАИ+ММР.

Выводы

Разработан алгоритм расширения методологии ВОСР с помощью объединённого метода МАИ+ММР, который может быть использован в решении системной проблемы, возникающей при проектировании технических и информационных систем, – в оценке эффективности проектов с учётом внешних условий.

Объединённый метод и алгоритм интегрируются в единую программную среду многокритериальных методов, – систему поддержки принятия решений, – которая разрабатывается на кафедре информационных технологий и систем НМетАУ.

В перспективе в алгоритме планируется применить метод анализа сетей (МАС), что позволит учитывать наличие горизонтальных и обратных связей в структуре критериев проблемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коваленко И.И., Гожий А.П. Системные технологии генерации и анализа сценариев: Монография. – Николаев: Изд-во НГТУ им. П.Могилы, 2006. – 160с.
2. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. М.: Наука, 1979. – 200с.
3. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения. М.: Наука, 1987.
4. Микони С.В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив: Учебное пособие. – СПб.: Издательство "Лань", 2009. – 272 с: ил.
5. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 360 с.
6. Хомяков П.М. Системный анализ: Экспресс-курс лекций: Учебное пособие / Под ред. В.П. Прохорова. Изд. 4-е. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. – 216 с.
7. Галкин Г. Методы определения экономического эффекта от ИТ-проекта [Электронный ресурс] – Электрон. данные – Режим доступа : http://www.iteam.ru/publications/it/section_53/article_2905/, свободный – Загл. с экрана.
8. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений. – М.: Мир, 1990. – 208 с.
9. Михалёв А.И., Кузнецов В.И., Ковалик Н.Н., Теплякова Г.Л. Интеграция методов многокритериального анализа и их применение в системе поддержки принятия решений // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 4 (75). – Дніпропетровськ, 2011. – С. 140-152.

А.И. Михалев, Н.С. Прядко, Р.А. Сухомлин
**ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ
ПРОЦЕССА СТРУЙНОГО ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ**

Статья посвящена исследованию акустических сигналов различных режимов работы газоструйной мельницы, при помощи вейвлет-анализа. Исследование проводилось для различных режимов работы мельницы, при изменении размеров частиц измельчаемого материала. В качестве оценок акустического сигнала выступали стандартные отклонения детализирующих вейвлет-коэффициентов.

Ключевые слова: газоструйная мельница, акустический сигнал, детализирующий вейвлет-коэффициент.

Газодинамический способ измельчения, реализуемый в струйных мельницах, является одним из наиболее перспективных для получения высокодисперсных (микронизированных) порошков с размерами частиц – доли, единицы и десятки микрон. Производительность струйных установок при неизменной конструкции зависит от ряда технологических факторов: параметров энергоносителя (давление, температура, скорость и расход энергоносителя), свойств и гранулометрического состава исходного и измельчаемого материала, содержания твердой фазы в струях, режима классификации и пневмотранспорта. Требуемые условия измельчения в определенном типе струйной мельницы достигаются путем варьирования скорости и температуры струй, режима классификации. При выбранных технологических параметрах оптимальный режим измельчения определяется наполненностью струй материалом. При избытке (перегрузке мельницы) и недостатке (разгрузке мельницы) материала производительность снижается, процесс измельчения может прекратиться. Поэтому крайне важно контролировать загрузку струй материалом и вовремя осуществлять дозагрузку необходимой порции материала.

Исследования [1,2] показали эффективность контроля процесса струйного измельчения (ПСИ) на основе акустического мониторинга. Установлена взаимосвязь технологических, режимных и акустиче-

ских параметров ПСИ [3-5], разрабатывается информационная технология процесса струйного измельчения [6], включающая базы данных: технологические параметры, режимные показатели и записи акустических сигналов (АС) зоны измельчения и сигналов, записываемых на выходе готового продукта измельчения различных сыпучих материалов.

Цель работы – разработать основы моделирования процесса струйного измельчения (ПСИ) на основе вейвлет-анализа его акустических сигналов.

Проведенный ранее анализ хаотичности акустических сигналов ПСИ [7] позволило сделать вывод, что переходные процессы - хаотичны, система – персистентна, устойчива и не переходит быстро в хаос. При определении степени заполнения мельницы были изучены значения показателя Ляпунова, коэффициента Херста и нормированной энтропии [8], в итоге можно сделать вывод о том, что для различных режимов измельчения они не являются информативными. В этой связи исследования продолжены на основе вейвлетного анализа, особого типа линейного преобразования сигналов и физических данных. Вейвлетные функции базиса позволяют сконцентрировать внимание на тех или иных локальных особенностях анализируемых процессов, которые не могут быть выявлены с помощью традиционного преобразования Фурье.

При вейвлет-анализе данных акустического мониторинга ПСИ использовался алгоритм Малла, с применением 4-го вейвлета Добеши [9].

$$C_{m+1,k} = \sum_n g_n C_{m,2k+n},$$

$$D_{m+1,k} = \sum_n h_n C_{m,2k+n}.$$

где $C_{0,k} = s(k)$ – исходный сигнал,

g_n – импульсная переходная характеристика для выделения низких частот, построенная на основе вейвлета Добеши,

h_n – импульсная переходная характеристика для выделения высоких частот, построенная на основе вейвлета Добеши.

Поскольку при анализе акустического сигнала необходимо было оценить его вариабельность, в работе использовался детализирующий вейвлет-коэффициент ($D1$, $D2$, $D3$), который показывает флюк-

туацию исходного сигнала относительно его аппроксимации. Вейвлет разложение производилось до 3-го уровня разложения, но поскольку результаты практически совпадают, в работе приведен только 1-й уровень. Для более явного численного выражения различия акустических сигналов были найдены стандартные отклонения вычисленных детализирующих коэффициентов ($cD1$, $cD2$, $cD3$).

$$cD_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_{i,j} - \overline{D_j})^2},$$

где $j = \overline{1,3}$ – уровень вейвлет-разложения.

На рис.1 представлены стандартные отклонения детализирующих вейвлет - коэффициентов 1 уровня режима разгрузки (а) мельницы и рабочего режима (б) измельчения кварцевого песка, регистрировались сигналы в зоне измельчения, частота регистрации 400кГц, τ - номер промежутка времени длиной $\Delta t = 0,01$ с.

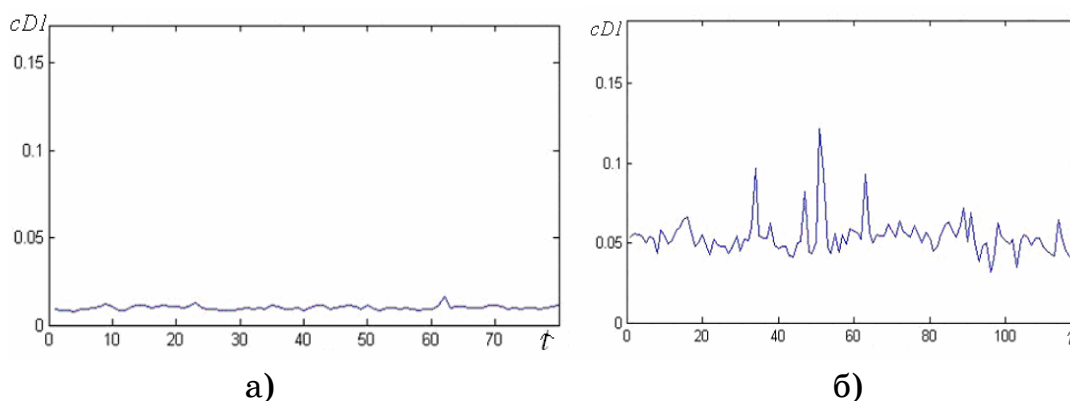


Рисунок 1 – Стандартное отклонение детализирующего вейвлет – коэффициента 1 уровня. для разных режимов измельчения

Анализ полученных результатов показывает значительное отличие вейвлет-коэффициентов для данных рабочего режима и режима разгрузки мельницы. Этот факт дает основание говорить о возможности создания системы управления загрузкой мельницы по величине оценок детализирующего вейвлет – коэффициента, вычисляемого в ходе акустического мониторинга процесса измельчения.

Проведенный аналогичный вейвлет-анализ данных измельчения материалов различной плотности и размеров исходных частиц показал, что величина вейвлет-коэффициентов сигналов полупустой мельницы при их измельчении имеет одинаковое значение ($s \approx 0,01$). На рис. 2 представлены результаты анализа измельчения

газового угля с удельной поверхностью $S=0,99 \text{ м}^2/\text{г}$ (рис. 2а), кварцевого песка Вольногорского месторождения, измельченного при разных режимах классификации: $n=180 \text{ мин}^{-1}$, $S = 0,46 \text{ м}^2/\text{г}$ (рис.2.б); $n=180 \text{ мин}^{-1}$, $S = 0,67 \text{ м}^2/\text{г}$ (рис. 2.в).

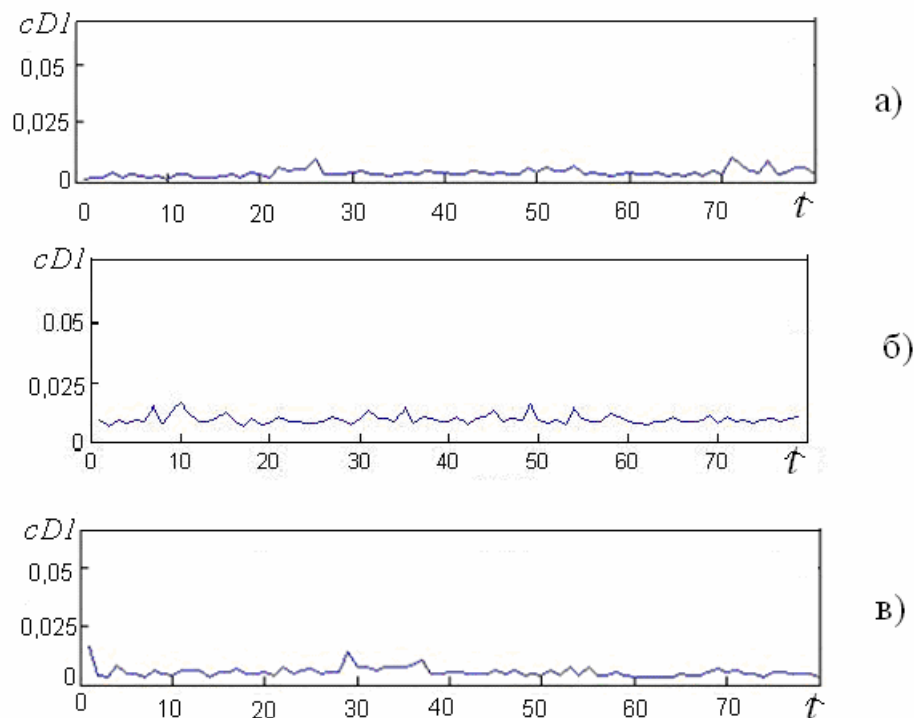


Рисунок 2 – Стандартное отклонение детализирующего вейвлет – коэффициента 1 уровня для полупустой мельницы

При вейвлет - анализе акустических сигналов рабочего режима измельчения материалов различных характеристик плотности (газовый уголь $\rho = 1,4 \text{ г/м}^3$ и кварцевый песок $\rho = 2,65 \text{ г/м}^3$) и разной дисперсности измельченного продукта при разных режимах классификации получены разные величины оценок детализирующего вейвлет - коэффициента 1 уровня. На рис. 3 показаны результаты вейвлет - анализа акустических сигналов рабочего режима измельчения газового угля (рис.3а), с параметрами аналогичными рис. 2а) и кварцевого песка (рис. 3 б) с параметрами классификации аналогичными рис. 2б.

Значения детализирующего вейвлет - коэффициента 1 уровня для рабочего режима мельницы при измельчении материалов различных свойств отличаются в 2-4 раза. В частности, величина вейвлет - коэффициентов зависят от дисперсности получаемого продукта и свойств измельчаемого материала. Так, при измельчении кварцевого

песка с разными режимами классификации и, соответственно, получении продуктов разной удельной поверхности (см. рис. 1б и рис. 3б) значения вейвлет - коэффициента отличаются в 1,5 раза. Для материалов разной плотности и исходной крупности (см. рис. 3) эти величины также отличаются на 50-100 %.

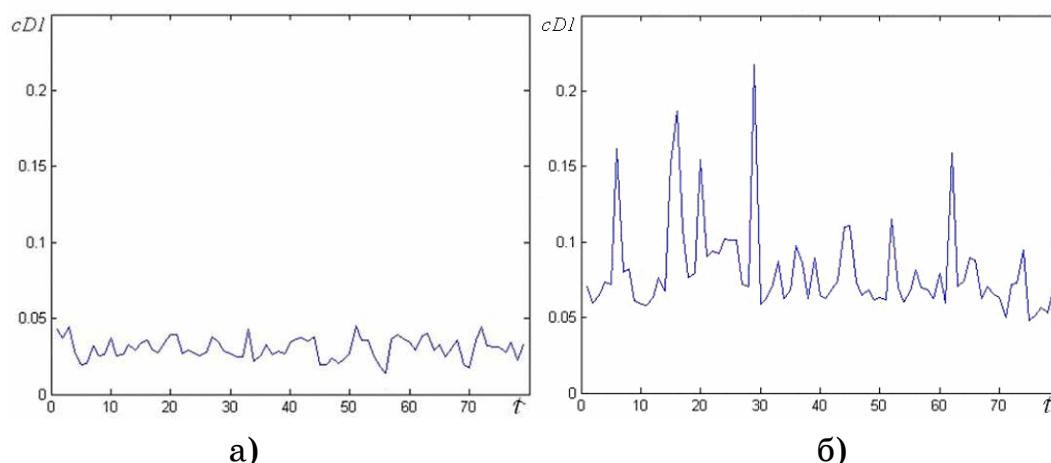


Рисунок 3 – Стандартное отклонение детализирующего вейвлет - коэффициента 1 уровня для рабочего режима мельницы

Выводы

1. Исследованиями данных акустического мониторинга процесса струйного измельчения установлено, что вейвлет-коэффициенты двух различных режимов (оптимальной и недостаточной загрузки струй материалом) различаются на порядок, поэтому они достаточно хорошо определяют степень заполнения мельницы.

2. Вейвлет-анализ сигналов струйной мельницы на стадии загрузки при измельчении материалов различных физических свойств показал, что стандартные отклонения детализирующего вейвлет - коэффициента 1 уровня практически не отличаются, что позволяет разработать алгоритм управления загрузкой мельницы при струйном измельчении сыпучих материалов различной крупности.

3. Изучение сигналов ПСИ при оптимальном режиме измельчения показало зависимость вейвлет коэффициентов от свойств измельчаемых материалов, что позволяет контролировать дисперсность получаемого продукта.

По результатам проведенных исследований можно утверждать о применимости разработанной методики вейвлет-анализа акустиче-

ских сигналов ПСИ для моделирования процесса газоструйного измельчения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прядко Н. С. Анализ качества продукта струйного измельчения на основе акустического мониторинга / Н. С. Прядко // Техническая механика. – 2010. – № 2. – С. 81 – 86.
2. Мониторинг процесса измельчения методом акустической эмиссии / П.И. Пилов, Л.Ж. Горобец, В.Н. Бовенко, Н.С. Прядко// Сб. матер. Междунар. конф. «Форум горняков - 2008». – Москва, 2008. – С. 1-8.
3. Мониторинг изменений технологических и режимных параметров в процессе струйного измельчения строительных материалов./ / П.И. Пилов, Л.Ж. Горобец, Н.С. Прядко, И.В. Верхоробина, Б.Ф. Бевзенко, В.П. Кравченко// Матер. научно-техн. конф. «Применение дисперсных и ультра-(нано-) дисперсных порошковых систем в промышленных технологиях.». – С.-П.- Изд-во Политех. ун-та.-2008.- С. 112-127.
4. Research of acoustic monitoring regularities in a jet grinding process / P. I. Pilov, L. J. Gorobets, N. S. Pryadko // Archives of Mining Sciences, Polish Academy of Sciences. – 2009. – Vol. 54 (2009), № 4. – P. 841 –848.
5. Акустические и технологические характеристики процесса измельчения в струйной мельнице /П.И. Пилов, Л.Ж. Горобец, В.Н. Бовенко, Н.С. Прядко //Известия вузов. Горный журнал, № 4, 2009. – С. 115-121.
6. Информационная технология получения тонкодисперсных материалов струйным измельчением / Н. С. Прядко, Т. М. Буланая, Л. Ж. Горобец, Ю. Г. Соболевская, Н. П. Сироткина // Системные технологии: региональный межвузовский сборник научных трудов. – Днепропетровск. – 2010. – Вып. 3(58). – С. 40 – 46.
7. Михалев А.И. Исследование хаотичности акустических ритм-сигналов газоструйной мельницы /А.И. Михалев, Н.С. Прядко, Р.А. Сухомлин // Материалы международной конференции «Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта» (ISDMCI'2011). - Том 2. – Херсон: ХНТУ, 2011. – С. 233-234.
8. Михалёв А.И., Сухомлин Р.А. Оценивание хаотических ритм-сигналов в задачах диагностики динамических систем //Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (74). - Днепропетровск, 2011. - С.145 - 151.
9. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 2005. – 671 с., ил.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОШИВКИ ТРУБНОЙ ЗАГОТОВКИ НА ПРОШИВНОМ ПРЕССЕ ТРУБОПРЕССОВОЙ УСТАНОВКИ

Составлена математическая модель динамики процесса прошивки трубной заготовки на прошивном прессе трубопрессовой установки. Рассмотрено осесимметричное течение металла (рабочей среды) между контейнером и оправкой (экспандером). Установлен характер распределения давления металла и напряжений в очаге деформации. Из условия минимума осевого сопротивления оправки (экспандера) потоку прошиваемого металла установлена рациональная форма её образующей.

Ключевые слова: прошивка, заготовка, пресс, динамика, напряжение, оправка, экспандер.

Введение. В мировой практике производства бесшовных труб из малопластичных нержавеющей сталей и труднодеформируемых сплавов широкое применение находят процессы горячего прессования [1 – 6].

Условия функционирования оборудования для прессования бесшовных стальных труб и особенности реализации современных технологических процессов установили определенные приоритеты в данном направлении. При этом, повышение эффективности технологических процессов прошивки трубной заготовки путем совершенствования технологии производства и модернизации оборудования прошивного пресса выдвигают ряд актуальных задач. К ним относятся: выбор рациональных решений, связанных с оптимизацией качества бесшовных труб; отработка технологических характеристик; прогнозирование показателей стойкости технологического инструмента и надежности функционирования трубопрессового оборудования. Данные вопросы требуют кардинально нового подхода к рассматриваемой задаче.

Очевидно, что прогнозирование существующих и разработка

новых технологических процессов производства труб, в рамках данной задачи, указывают на необходимость создания корректных математических моделей технологических процессов, адекватно отражающих условия прошивки или экспандирования трубных заготовок на современных прошивных прессах трубопрессовых установок (рис. 1).

Необходимо подчеркнуть, что при прошивке или экспандировании предварительно просверленных трубных заготовок из труднодеформируемых сталей и их сплавов для уменьшения сил трения в очаге деформации и стабилизации самого технологического процесса используются различные приемы. Например, чистоту и качество поверхности при прессовании труб из малопластичных материалов обеспечивают применением специальных технологических смазок. Для этой цели, как правило, в промышленных условиях преимущественно применяют различные порошки, смазочные шайбы, жидкую или стекловидную смазку. Однако данные мероприятия коренным образом не устраняют узкие места при производстве труб.

Отметим, что вследствие несовершенства формы образующей рабочей поверхности оправки в процессе прошивки трубной заготовки обтекающим потоком горячего металла она подвергается интенсивному износу. Это, преимущественно, приводит к существенному увеличению осевого сопротивления оправки (экспандера), изменению прямолинейного устойчивого положения иглы по оси прошивки и, как следствие, к ухудшению качества прошитых гильз.

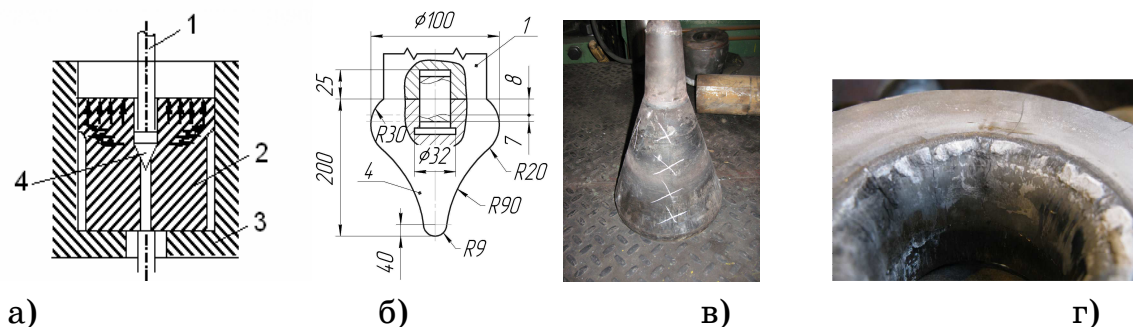


Рисунок 1 - Схема технологического процесса экспандирования трубной заготовки а) экспандер (оправка) б) картины износа экспандера в) и контейнера г) вертикального прошивного пресса трубопрессовой установки

Очевидно, что в данном случае, на передний план выдвигается проблема оптимизации самого процесса прошивки, путем выбора ра-

циональных параметров технологического процесса и инструмента, что неразрывно связано с развитием фундаментальных методов исследования очага деформации [2; 3]. Отметим, что нарушение проектных размеров полученных гильз вызвано, в основном, изменением геометрических размеров оправки (экспандера) в результате интенсивного износа в процессе прошивки и дальнейшим её уходом от оси контейнера.

Постановка задачи. Реализация устойчивых процессов прошивки трубной заготовки с относительно высокими темпами деформации металла обуславливают разработку принципиально новых физических и математических моделей рассматриваемого технологического процесса, что в основном базируется на развитии результатов ранее проведенных комплексных исследований [3, 4].

Задача выбора параметров технологического инструмента для прошивки трубных заготовок в общетеоретическом плане с применением традиционных методов расчета калибровки недостаточно полно изучена и в базовом варианте изложена в работах [5, 6]. В существующей литературе отсутствуют строгие и однозначные рекомендации по выбору рациональных геометрических параметров технологического инструмента (калибровка экспандера или оправки).

Характерно то, что, при отработке конкретных режимов прошивки на этапе проектирования технологических процессов возникают определенные трудности, обусловленные особенностями динамики функционирования очага деформации.

Цель работы. Целью данной работы является разработка рекомендаций по выбору рациональных параметров технологического инструмента путем создания динамической модели технологического процесса прошивки трубной заготовки.

Ниже приведены наиболее значимые выкладки, где сделана определенная попытка получить корректную математическую модель процесса прошивки или экспандирования трубной заготовки на основе базовых положений динамической аналогии течения металла в очаге деформации.

Метод решения задачи. В основу гидродинамического моделирования очага деформации с принятой реологией рабочей среды положены динамические процессы при прошивке трубной заготовки. Данная методика расчета характерна и особенно эффективна при вы-

сокоскоростной прошивке. В этом случае требуется установить соответствие предложенной реологии рабочей среды и гидродинамической модели, физическим и граничным условиям процесса прошивки (экспандирования) на прошивном прессе.

Очаг деформации прошивного пресса и динамические процессы прошивки сплошной трубной заготовки в гильзы требуемых размеров в дальнейшем моделируем на основе динамической аналогии очага деформации [4]. При этом, обтекающий поток металла рассматривается как вязкопластическая среда (реология), которая размещена в ограниченном пространстве осесимметричного очага деформации, образованном контейнером и оправкой заданных геометрических размеров (рис. 2).

Следовательно, в рамках принятой вязко-пластичной реологии рабочей среды и динамической модели технологического процесса удобно воспользоваться цилиндрической системой координат и уравнениями Навье – Стокса [4]. После отбрасывания конвективных членов, дифференциальные уравнения Навье – Стокса для осесимметричной динамической модели процесса прошивки можно записать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right); \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \nabla^2 v_x, \end{array} \right. \quad (2)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ (3) – обобщенный оператор Лапласа; μ –

коэффициент "вязкости" рабочей среды (металла); p – давление металла в очаге деформации; v_r , v_x – соответственно радиальная и осевая составляющая скорости движения металла (рабочей среды) в очаге деформации.

Коэффициент "вязкости" рабочей среды в данной постановке задачи определяется графическим дифференцированием механических характеристик прошиваемого металла в напряженно-деформированном состоянии.

Уравнение неразрывности при движении потока прошиваемого металла между контейнером и оправкой, в принятой постановке задачи с осесимметричной динамической моделью "вязкой" рабочей

В уравнениях (1), (2) и уравнении неразрывности потока металла (4) следует учесть, что осевая составляющая скорости движения металла намного превышает радиальную составляющую $v_r \ll v_x$,

следовательно, можно принимать $v_r = 0$; $\frac{\partial(v_r)}{\partial x} = 0$. Это связано с существующими ограничениями очага деформации по границам контейнера и оправки.

Если оправку прошивного прессы в обтекающем потоке прошиваемого металла считать относительно «тонкой» ($R/l \ll 1$), то можно предположить $v_x = U(x, r)$, что $\frac{\partial(U(x, r))}{\partial x} \ll \frac{\partial(U(x, r))}{\partial r}$.

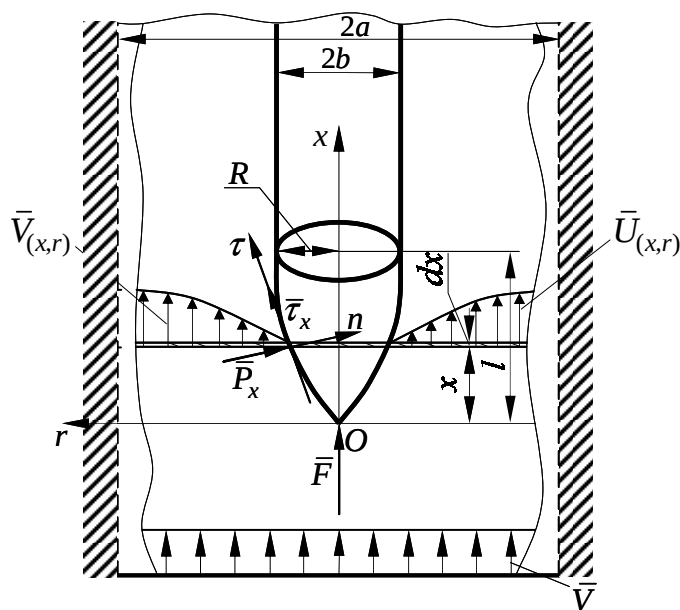


Рисунок 2 - Расчетная схема процесса прошивки трубной заготовки и обтекания оправки потоком металла при прошивке

Тогда дифференциальные уравнения (1) и (2), в рамках реологии рабочей среды и предложенной динамической модели, запишутся в виде преобразований Пуазейля [5]

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} = 0; \\ \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right), \end{cases} \quad (5)$$

где $U(x, r)$ – осевая составляющая скорости течения металла в очаге деформации.

Для удобства решения задачи на базе динамической аналогии процесса прошивки систему уравнений (5) представим в безразмерной форме

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}}, \quad (6)$$

где $\bar{r} = r/a$; $\bar{x} = x/a$; $\bar{p} = \frac{pa}{\mu v}$; $\bar{U} = \frac{U}{v}$ – соответствующие безразмерные параметры уравнения (6) и очага деформации в процессе прошивки; v – постоянная осевая составляющая скорости движения металла; a – радиус контейнера прошивного прессы.

Интегрируя дифференциальное уравнение (6), согласно [4], получим выражение

$$\bar{U}(\bar{x}, \bar{r}) = \frac{1}{4} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \bar{r}^2 + c_1(\bar{x}) + c_2(\bar{x}) \ln \bar{r}, \quad (7)$$

где $c_1(\bar{x})$ и $c_2(\bar{x})$ – параметры интегрирования задачи.

Воспользуемся соответствующими граничными условиями задачи в очаге деформации в виде характерных условий взаимодействия металла с контейнером и оправкой на соответствующих границах в процессе прошивки

$$\bar{U}|_{\bar{r}=1} = 1; \quad \bar{U}|_{\bar{r}=\bar{R}(\bar{x})} = 0, \quad (8)$$

где $\bar{R}(\bar{x})$ – уравнение поверхности образующей оправки.

Из уравнения (7), используя условия взаимодействия прошиваемого металла с технологическими инструментами (8) (контейнером и оправкой), соответственно определяем $c_1(\bar{x})$ и $c_2(\bar{x})$ в виде

$$\begin{aligned} c_1(\bar{x}) &= 1 - \frac{1}{4} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}}; \\ c_2(\bar{x}) &= \frac{1}{4 \ln \bar{R}(\bar{x})} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} [1 - \bar{R}^2(\bar{x})]. \end{aligned} \quad (9)$$

Для определения градиента давления воспользуемся уравнениями неразрывности потока металла в очаге деформации прошивного прессы в форме постоянства расхода рабочей среды. Учитывая условия течения металла между контейнером и оправкой в очаге де-

формации, для процесса прошивки уравнение неразрывности потока металла можно записать в следующей безразмерной форме

$$\int_{\bar{R}(\bar{x})}^1 2\bar{U}r d\bar{r} = 1. \quad (10)$$

Произведя подстановки и ряд необходимых преобразований, из уравнения (10) с учетом (9) находим градиент давления в очаге деформации

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]}, \quad (11)$$

$$\text{где } f_1[\bar{R}(\bar{x})] = 2\bar{R}(\bar{x}) - 1; \quad (12)$$

$$f_2[\bar{R}(\bar{x})] = \frac{1 - \bar{R}^4(\bar{x})}{8} - \frac{1 - \bar{R}(\bar{x})}{2} \left[\frac{1 - \bar{R}^3(\bar{x})}{4\bar{R}(\bar{x}) \ln \bar{R}(\bar{x})} - \frac{1}{\ln \bar{R}(\bar{x})} \right] \cdot \left[0,5 + \bar{R}^2(\bar{x}) [\ln \bar{R}(\bar{x}) - 0,5] \right].$$

Интегрируя выражение (11), с известными граничными условиями задачи $\bar{p}|_{\bar{x}=\bar{l}} = 0$, для устойчивого квазистационарного технологического процесса прошивки, запишем интегральное уравнение для определения безразмерного давления в рассматриваемом сечении $\bar{x}$ очага деформации

$$\bar{p}(\bar{x}) = - \int_{\bar{x}}^{\bar{l}} \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]} d\bar{x}. \quad (13)$$

Опираясь на ранее принятые условия течения металла в очаге деформации прошивного пресса, касательное напряжение в рамках гидродинамической модели и принятой реологии процесса обтекания оправки потоком рабочей среды (горячего металла) определяем, согласно [5], из закона вязких трений (закона Ньютона)

$$\tau(r, x) = \mu \left. \frac{\partial U(r, x)}{\partial r} \right|_{r=R(x)}. \quad (14)$$

Следовательно, при определенных граничных условиях взаимодействия экспандера с обтекающим потоком горячего металла (вязкой среды) в процессе прошивки, имеем

$$\bar{\tau} = \frac{\tau a}{\mu V} \text{ или } \bar{\tau} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=\bar{R}(\bar{x})} \quad (15)$$

Используя выражение (7), находим касательное напряжение на рабочей поверхности оправки ($\bar{r} = \bar{R}(\bar{x})$) в рассматриваемом сечении $\bar{x}$

$$\bar{\tau}(x) = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \bar{R}(\bar{x}) + c_2(\bar{x}) \frac{1}{\bar{R}(\bar{x})}. \quad (16)$$

После подстановки параметров интегрирования (9) и градиента давления (11) в уравнение (16) и незначительных преобразований окончательно найдем касательное напряжение на рабочей поверхности оправки

$$\bar{\tau}(x) = \frac{1}{2} \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]} \bar{R}(\bar{x}) + \left[\frac{1}{4 \ln \bar{R}(\bar{x})} \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]} \left[1 - \bar{R}^2(\bar{x}) \right] - \frac{1}{\ln \bar{R}(\bar{x})} \right] \frac{1}{\bar{R}(\bar{x})}. \quad (17)$$

Осевое сопротивление оправки (усилие прошивки) на прошивном прессе с учетом динамической модели процесса определяется из условия ее взаимодействия с обтекающим сплошным потоком металла в очаге деформации

$$F = \int_0^{\ell} 2\pi R(x) R'(x) p(x) dx + \int_0^{\ell} 2\pi R(x) \tau(x) dx. \quad (18)$$

Для удобства решения задачи воспользуемся ранее принятыми безразмерными параметрами задачи. После подстановки (11) и (17) в выражение (18) осевое сопротивление оправки представим в безразмерной форме

$$\bar{F} = - \int_0^{\ell} \bar{R}(\bar{x}) \bar{R}'(\bar{x}) \left[\int_{\bar{x}}^{\ell} \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]} d\bar{x} \right] d\bar{x} + \int_0^{\ell} \left[\frac{1}{2} \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]} \bar{R}(\bar{x}) + \left[\frac{1}{4 \ln \bar{R}(\bar{x})} \frac{f_1[\bar{R}(\bar{x})]}{f_2[\bar{R}(\bar{x})]} \left[1 - \bar{R}^2(\bar{x}) \right] - \frac{1}{\ln \bar{R}(\bar{x})} \right] \frac{1}{\bar{R}(\bar{x})} \right] d\bar{x}. \quad (19)$$

Сходимость выражения (19) обеспечивается тем, что соблюдаются основные условия сходимости отдельных слагаемых. Условия сходимости осевого сопротивления выражения (19) указывает на то, что параметры процесса прошивки в рассматриваемом сечении $\bar{x}$ очага деформации устойчивы.

Осевое сопротивление оправки (экспандера) в потоке проши-

ваемого металла окончательно определяется

$$F = 2\pi\mu\alpha\bar{F}. \quad (20)$$

Далее, в первом приближении, для наиболее распространенных условий эксплуатации прошивного прессы, задаваясь определенной формой образующей оправки, находим характер распределения энергосиловых параметров в очаге деформации. Кривые, приведенные на рис.3, для некоторых наиболее распространенных или характерных форм образующих оправки диаметром 100 мм, обуславливают распределение давления и касательных напряжений в очаге деформации и их изменение по всей длине рабочей поверхности образующих, как оправки, так и контейнера прошивного прессы.

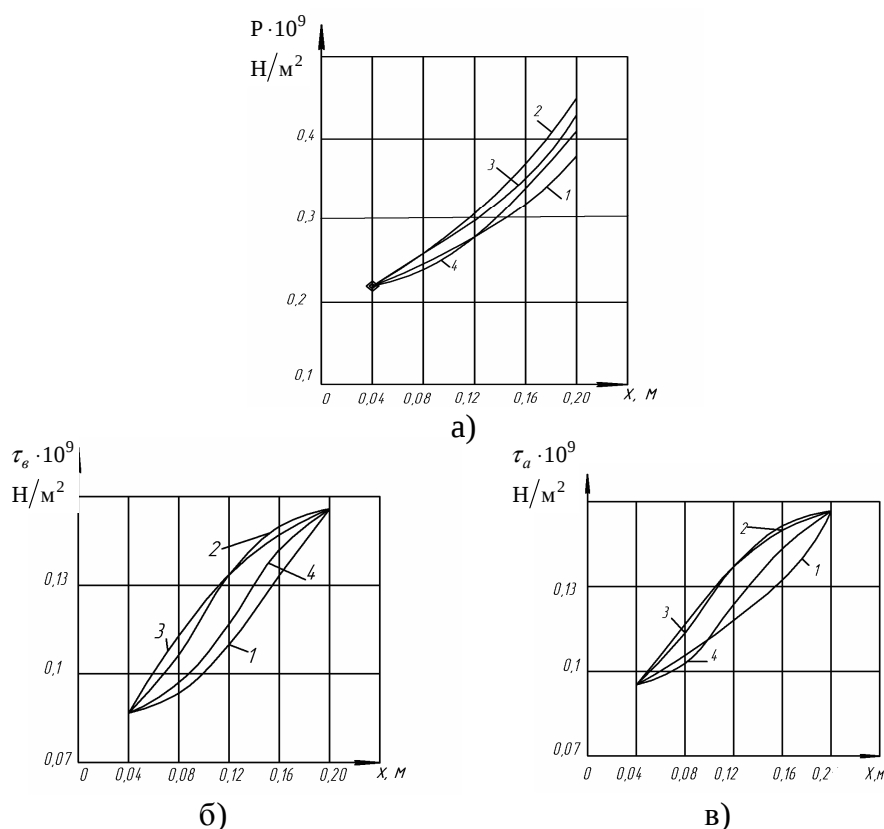
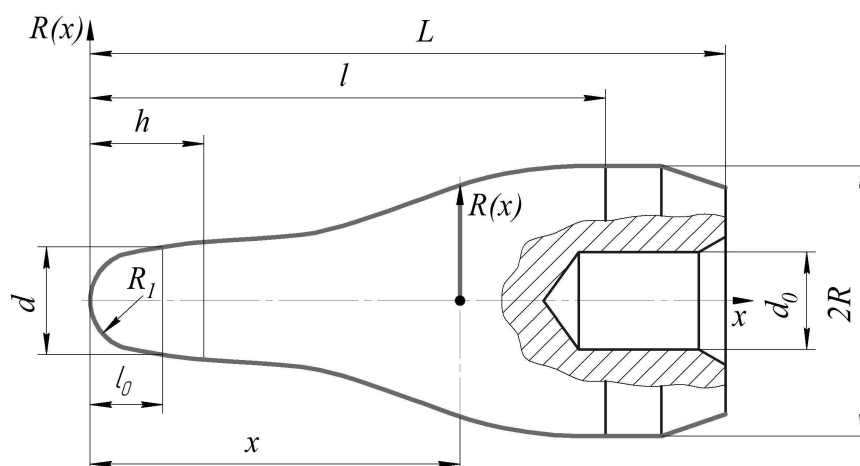


Рисунок 3 - Распределение давление металла и касательных напряжений в очаге деформации в процессе прошивки (экспандирования) круглых заготовок на прошивном прессе (заготовка ш230, материал 12X18H10T): а) распределение давления в очаге деформации; б) распределение касательных напряжений на поверхности оправки; в) распределение касательных напряжений на поверхности контейнера (формы образующей оправки: 1–конус; 2–парабола; 3–тор; 4–кубическая парабола)

Результаты исследования показывают, что оправки диаметром 100 мм с формой образующей, соответствующей кубической параболе, при прочих равных условиях, обеспечивают рациональное распределение давления металла и касательных напряжений по всей длине очага деформации в процессе экспандирования гильзы. Необходимо отметить, что через определенное время эксплуатации конической оправки, образующая ее рабочей поверхности приобретает "бутылочнообразную" форму, которая по картине износа идентифицируется с некоторой кривой, приближенно совпадающей с кубической параболой. Очевидно, образующая рабочей поверхности оправки с течением времени приспособляется к реальным условиям прошивки. Полученные результаты удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными, приведенными в работах [2; 4].

Путем моделирования процессов прошивки трубной заготовки удастся спроектировать оправки рациональной формы. В первом приближении путем подбора параметров и формы образующей оправки минимизируем ее осевое сопротивление обтекающему потоку металла. Например, для заданной формы образующей оправки удобно минимизировать осевую составляющую усилия прошивки $\bar{F}$ длиной оправки ℓ , поскольку радиус калибрующего пояса рабочей поверхности оправки R известен из условия необходимости образования полых гильз с требуемыми геометрическими размерами. Такой подход приводит к увеличению расчетной длины оправки, что обуславливает нарушение стабильности очага деформации. При этом, одновременно с минимизацией функционала осевого сопротивления оправки потоку прошиваемого металла достигнуто заметное повышение устойчивости процесса прошивки, что приводит к заметному снижению разностенности гильз.

Уточнение решения задачи по оптимизации очага деформации возможно с применением одного из известных методов (метод Гаусса-Зейделя, Эйлера и др.). При этом из условия минимума осевого сопротивления оправки (экспандера) в очаге деформации определяем рациональную форму образующей ее рабочей поверхности (рис. 4). Повышение эксплуатационной стойкости и снижение потребления дорогостоящих технологических инструментов (оправок или экспандеров) обеспечивается рациональным распределением энергосиловых параметров прошивки в очаге деформации и оптимизацией формы



Следует подчеркнуть, что путем моделирования необходимых условий течения металла в очаге деформации, на соответствующем этапе проектирования технологического процесса, назначаются рациональные режимы (устойчивые условия) прошивки трубных заготовок в гильзы заданных размеров на прошивном прессе.

Выводы

1. На основе фундаментальной теории гидродинамической аналогии и принятой реологии прошиваемого металла предложена обобщенная математическая модель процесса прошивки заготовки или экспандирования гильз на прошивном прессе.

2. Определены энергосиловые параметры процесса прошивки для условий осесимметричного очага деформации: давление металла, касательные напряжения и осевое сопротивление оправки потоку прошиваемого металла.

3. Установлен функционал осевого сопротивления оправки обтекающему потоку металла, что позволило моделировать и обеспечить необходимые условия реализации устойчивых технологических процессов на прошивном прессе.

4. Из условия минимума функционала осевого сопротивления оправки обтекающему потоку металла определена рациональная форма образующей рабочей поверхности оправки (калибровка экспандера).

ЛИТЕРАТУРА

1. Данилов Ф.А., Глейберг А.З., Балакин В.Г. Горячая прокатка и прессование труб. – М.: Металлургия, 1972. – 576 с.
2. Данченко В.Н. Технология трубного производства. Учебник для вузов. /В.Н. Данченко, А.П. Коликов, Б.А. Романцев, С.В. Самусев // . – М.: Интермет - Инжиниринг, 2002. – 640 с.
3. Гун Г.Я. Теоретические основы обработки металлов давлением. – М.: Металлургия, 1980. – 456 с.
4. Борисов С.И., Притоманов А.Е. Аналитический метод определения усилия при прессовании стальных труб. – В кн. Инженерные методы расчета технологических процессов обработки металлов давлением. М.: Металлургиздат. 1964. С.350-355.
5. Колмогоров Г.Л., Мельников Т.Е. Вопросы гидродинамической смазки при прессовании материалов жидкостью высокого давления. – Физика и техника высоких давлений. 1981, №3. С. 91-96.
6. Гуляев Ю. Г. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением./ Гуляев Ю.Г., Чукмасов С.А., Губинский А.В.// – Киев. Наукова думка, 1986. – 240 с.

**УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ВОЛНОВОЙ МОДЕЛИ
А. Н. КРЫЛОВА ДЛЯ РАСЧЕТА УПРУГИХ ЦИЛИНДРОВ
С БОЛЬШИМИ ВНЕШНИМИ ГРАНИЦАМИ ПРИ ДЕЙСТВИИ
ПЕРЕМЕННОЙ ВНУТРЕННЕЙ НАГРУЗКИ**

Аннотация. В работе рассмотрено применение способа суммирования, используемого для знакопостоянных сходящихся рядов для решения задачи А. Н. Крылова о нестационарном деформировании упругой среды под действием переменной внутренней нагрузки. Показано, что использование подобного способа суммирования позволяет рассчитывать напряжения и перемещения для упругих сред с большими внешними радиусами. Указан алгоритм вычисления суммы знакопостоянных рядов, содержащих разрывы второго рода. Произведена сравнительная оценка точности полученных результатов.

Ключевые слова: нестационарное деформирование упругой среды, метод суммирования знакопостоянных рядов, разрывы второго рода.

Актуальность и постановка задачи. Для толстостенного цилиндра, находящегося под действием переменной внутренней нагрузки, получено решение в перемещениях в виде бесконечного ряда по собственным формам колебаний для соотношения диаметров цилиндра один к десяти [1]. Использовать это решение для расчета цилиндров с большими внешними радиусами не удастся из-за периодических разрывов второго рода суммы ряда, которые возникают при определенных порядковых номерах членов ряда (порядковых номеров корней трансцендентного уравнения). В работе [2] анализируется возможность переноса некоторых свойств суммы конечного числа слагаемых (используемых в алгебре и арифметике) на суммы бесконечных рядов, но при соблюдении определенных условий. Так, для сходящегося ряда при произвольном объединении его членов сумма ряда не изменяется, и такой ряд обладает сочетательным свойством [2]. Необходимым условием этого должно быть постоянство знака всех слагаемых внутри произвольно объединенных членов ряда. Для сходящегося

ся знакопостоянного ряда справедлив и переместительный закон, и потому ряд, составленный из него перестановкой его членов внутри ряда, также сходится [2].

Проверим все выше сказанное сначала на известном классическом решении А. Н. Крылова, справедливом для соотношения внешнего b и внутреннего a радиусов цилиндра $b/a = 10$ [1]. Введем следующие обозначения:

$$Y_{mn} \left(\alpha_k \cdot \frac{r}{a}, \alpha_k \right) = J_m(\alpha_k) \cdot Y_n \left(\alpha_k \cdot \frac{r}{a} \right) - J_n \left(\alpha_k \cdot \frac{r}{a} \right) \cdot Y_m(\alpha_k);$$

$$p1 = a \cdot (-1 + h) \cdot (1 + \nu); \quad p3 = r \cdot \alpha_k; \quad p4 = a^2 \cdot \pi \cdot r \cdot (1 - \nu^2) \cdot \rho;$$

$$p2 = ((-1 + h) \cdot r + a \cdot (1 + \nu)); \quad p5 = \frac{4 \cdot \left(-9 + \frac{8}{\alpha_k^2} \right)}{9\pi^2} + \left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{8}{9\alpha_k^2} \right),$$

где r – текущий радиус, м; ν – коэффициент Пуассона; ρ – плотность среды, кг/м³; J_m, J_n – функции Бесселя первого рода порядка m, n ; Y_n, Y_m – функции Бесселя второго рода порядка m, n ; $h = \nu/(1 - \nu)$.

Радиальное напряжение σ_r , с учетом принятых выше обозначений, определяем по формуле, составленной на основе работы [1]:

$$\sigma_r = \sum_{k=1}^{\infty} \left(4E \cdot F(t) \left(p1 \cdot Y_{11} \left(\alpha_k \cdot \frac{r}{a}, \alpha_k \right) + \alpha_k \left(p2 \cdot Y_{01} \left(\alpha_k \cdot \frac{r}{a}, \alpha_k \right) + \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + p3 \cdot Y_{00} \left(\alpha_k \cdot \frac{r}{a}, \alpha_k \right) \right) \right) \right) / \left(p4 \left(p5 \left((-1 + h) \cdot Y_{11} \left(\alpha_k \cdot \frac{b}{a}, \alpha_k \right) + \alpha_k \cdot Y_{01} \left(\alpha_k \cdot \frac{b}{a}, \alpha_k \right) \right)^2 \right) \right) \Omega_k \right), \quad (1)$$

где $F(t)$ – закон изменения внутренней нагрузки во времени, Па·с; α_k – корни трансцендентного уравнения [1]; E – модуль упругости, Па;

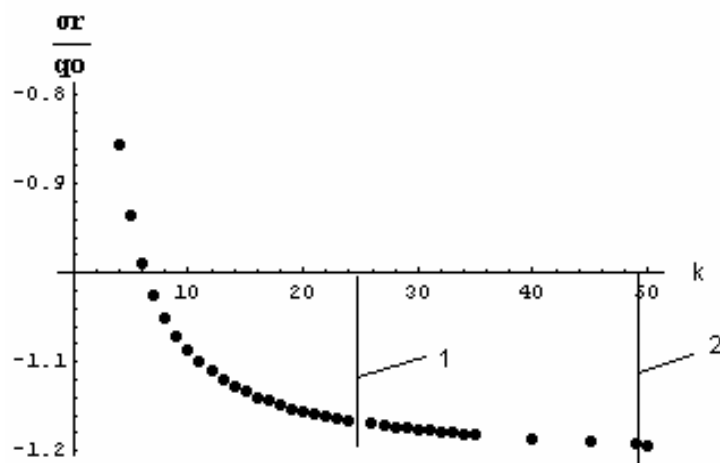
$$\Omega_k = \frac{\alpha_k}{a} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot E}{2 \cdot (1 + \nu) \cdot \rho}}.$$

Метод решения. Выполним суммирование членов ряда по формуле (1) в различной комбинации сначала только до первой особой точки (точки разрыва). Суммируем, меняя порядковые номера членов ряда и объединяя члены ряда произвольным образом в отдельные группы. Знак членов ряда во время суммирования был все время по-

стоянным. В результате выполнения этих математических процедур сумма ряда оставалась неизменной. Для того, чтобы проверить данный метод суммирования для цилиндров с соотношениями $b/a = 100$ и $b/a = 1000$, исключим из счета все особые точки, а суммирование оставшихся членов ряда проведем, группируя их по такой схеме: первую группу от $k = 1$ до $k = n1$, где $n1$ – порядковый номер корня трансцендентного уравнения перед первой особой точкой. Последующие группы членов ряда составляем из членов ряда между особыми точками. Суммирование каждой группы членов ряда осуществляем отдельно и независимо друг от друга, а затем сложим эти части друг с другом до получения устойчивого значения всей суммы ряда:

$$\sigma_r = \sum_{k=1}^{k=n1} \sigma_r + \sum_{k=n1+2}^{k=n2} \sigma_r + \dots + \sum_{k=ni+2}^{k=nj} \sigma_r,$$

где $n1, n2, \dots, nj$ – номера членов ряда перед особыми точками; $1, n1 + 2, \dots, ni + 2$ – номера членов ряда за особыми точками. Результаты расчета по напряжениям приведены на рис. 1.



1 – первый разрыв, $k = 25$; 2 – второй разрыв, $k = 50$

Рисунок 1 - Характер изменения суммы ряда σ_r / ρ_0 в зависимости от порядкового номера k корня трансцендентного уравнения для линейного участка нагружения при переходе точек разрыва суммы ряда

Из рис. 1 видно, что суммарная кривая состоит из двух кривых: первая является суммой ряда от $k = 1$ до $k = 24$ (до первой особой точки с порядковым номером $k = 25$), а вторая, добавочная, является плавным продолжением первой – результат комбинированного суммирования от $k = 26$ до $k = 49$.

На рис. 2 показаны кривые суммирования рядов на участке действия сил инерции для радиальных напряжений σ_{r3} / p_0 в зависимости от времени сброса tc нагрузки с амплитудой, равной p_0 , при одинаковых исходных данных для трех различных моделей $b / a = 10$, $b / a = 100$ и $b / a = 1000$.

Из рис. 2 видно, что все три кривые изменения напряжений при отсутствии влияния отраженных волн для соответствующих моментов времени совпадают друг с другом.

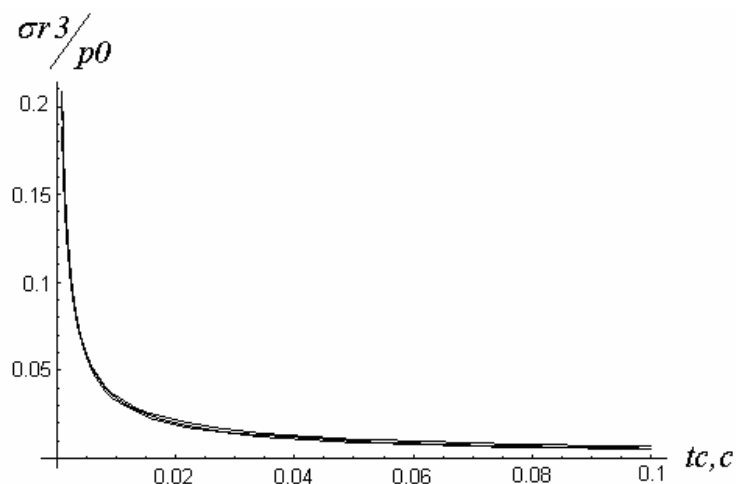


Рисунок 2 - Характер изменения радиальных напряжений σ_{r3} / p_0 от падающей волны на участке действия сил инерции от времени сброса tc нагрузки для трех расчетных моделей

Выводы. Применяя к задаче А. Н. Крылова метод суммирования для знакопостоянных рядов, с предварительным исключением из счета особых точек второго рода, можно добиться устойчивого решения при определении перемещений и напряжений для цилиндров с большими внешними радиусами. Исключение из счета особых точек дает относительную погрешность вычисления, не превышающую 7–10 %. Достоверностью полученного решения является совпадение результатов расчета напряжений и перемещений для всех трех расчетных моделей на участке роста нагрузки перед ее сбросом с известным решением Ляме [3] и совпадение их на участке действия сил инерции для модели с размерами $b / a = 10$ [1] для малых времен сброса нагрузки, когда нет влияния отраженных волн. Численная реализация вычисления напряжений и перемещений по предлагаемой схеме проста и эффективна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов А. Н. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложение в технических вопросах: учеб. пособие для вузов / А. Н. Крылов. – Л.: Академия наук СССР, 1950. – 369 с.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления; т. 2, издательство седьмое / Г. М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1969. – 800 с.
3. Лурье А. И. Теория упругости / А. И. Лурье. – М.: Наука, 1970. – 939 с.

ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ РЕГРЕССИОННЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрена задача моделирования в классе систем регрессионных уравнений в условиях неопределенности по степени статистической зависимости между случайными составляющими выходных переменных объекта. Разработана итерационная процедура оценивания параметров системы регрессионных уравнений, эффективность которой подтверждена методом статистических испытаний.

Ключевые слова: задача структурно-параметрической идентификации.

Статистические методы математического моделирования технических систем, для которых отсутствуют точные априорные гипотезы, являются современным инструментом описания и прогнозирования состояния таких систем. Как объекты математического моделирования технические системы могут быть разделены на два класса. К первому относятся объекты, для которых исследователь может выбрать структуру модели, т.е. априорно задать модель с точностью до неизвестных параметров, тогда задачу построения модели называют задачей параметрической идентификации. Ко второму классу относятся объекты, для которых невозможно однозначно априорно выбрать структуру модели, тогда говорят о задаче структурно-параметрической, или просто структурной идентификации.

Распространенным классом моделей в задачах структурной идентификации является класс систем регрессионных уравнений, линейных по параметрам. Модели этого класса позволяют описывать и прогнозировать состояния объектов, нелинейных по входным переменным: для этого необходимо предварительно расширить множество входных переменных за счет нелинейных функций. Кроме этого, такой класс моделей можно применять и при моделировании динамических систем в установившихся режимах функционирования.

Одним из видов структурной неопределенности при моделировании в классе систем регрессионных уравнений является неопреде-

ленность по степени статистической зависимости между случайными составляющими разных выходных переменных объекта. Если такая зависимость существует, а ковариационная матрица случайных составляющих разных выходных переменных неизвестна, задача оценивания сводится к задаче минимизации функционала, который представляет собой логарифм определителя ковариационной матрицы остатков регрессионных уравнений. Известным методом решения этой задачи является так называемый "двухшаговый" метод: на первом шаге параметры регрессионных уравнений оцениваются методом наименьших квадратов независимо для каждой выходной переменной, а на втором шаге они оцениваются совместно с использованием оценки ковариационной матрицы, полученной на первом шаге по остаткам регрессионных уравнений [1]. Этот метод традиционно считался эвристическим, и поэтому его аналитическое обоснование и обобщение представляет собой актуальную задачу.

1. Априорные предположения об объекте

Пусть статический объект описывается множеством m входных переменных $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ и множеством h выходных переменных $Y = \{y(1), y(2), \dots, y(h)\}$.

Пусть модель функционирования объекта имеет вид

$$y(k) = \overset{\circ}{y}(k) + \xi(k) = \sum_{j=1}^{m(k)} \overset{\circ}{\theta}_j(k) x_j(k) + \xi(k), \quad k = 1, 2, \dots, h, \quad (1)$$

где k – номер выходной переменной; h – число выходных переменных; $y(k)$ – измеряемая с ошибкой k -я выходная переменная; $\overset{\circ}{y}(k)$ – незашумленная (ненаблюдаемая) составляющая k -й выходной переменной; $\xi(k)$ – ненаблюдаемая аддитивная случайная составляющая в k -й выходной переменной; $x_j(k)$ – j -я входная переменная из множества входных переменных $X(k) \neq \emptyset$ ($\emptyset$ – пустое множество), участвующих в формировании k -й выходной переменной; $m(k)$ – число входных переменных, принадлежащих множеству $X(k)$; $\overset{\circ}{\theta}(k) = (\overset{\circ}{\theta}_1(k), \overset{\circ}{\theta}_2(k), \dots, \overset{\circ}{\theta}_{m(k)}(k))^T$ – вектор неизвестных коэффициентов.

Пусть в результате наблюдения объекта для каждой выходной переменной $y(k)$, $k = 1, 2, \dots, h$, получены: 1) $X(k)$ – $(n \times m(k))$ -матрица

n наблюдений $m(k)$ входов множества $X(k)$, имеющая полный ранг, равный $m(k)$; 2) $y(k)$ – $(n \times 1)$ -вектор наблюдаемых значений выходной переменной $y(k)$. В соответствии с моделью (1) для наблюдений выполняется

$$y(k) = \overset{\circ}{y}(k) + \xi(k) = X(k) \overset{\circ}{\theta}(k) + \xi(k), \quad k = 1, 2, \dots, h, \quad (2)$$

где $\overset{\circ}{y}(k)$ – $(n \times 1)$ -вектор ненаблюдаемых незашумленных значений k -й выходной переменной; $\xi(k)$ – $(n \times 1)$ -вектор ненаблюдаемых аддитивных случайных составляющих в наблюдениях k -й выходной переменной.

Пусть векторная случайная величина $\xi = (\xi(1), \xi(2), \dots, \xi(h))^T$ распределена по h -мерному нормальному закону: $\xi \sim N(0_h, \Sigma)$, и относительно $(n \times 1)$ -векторов $\xi(k)$ выполняется

$$E\{\xi(k)\} = 0_n, \quad E\{\xi(k)\xi^T(q)\} = \sigma_{kk} I_n, \quad k = 1, 2, \dots, h; \quad (3)$$

$$E\{\xi(k)\xi^T(q)\} = \sigma_{kq} I_n, \quad k, q = 1, 2, \dots, h, \quad k \neq q; \quad (4)$$

$$E\{\xi_{i_1}(k)\xi_{i_2}(k)\} = 0, \quad i_1, i_2 = 1, 2, \dots, n, \quad i_1 \neq i_2, \quad (5)$$

где $E\{\cdot\}$ – знак математического ожидания по всем возможным реализациям случайных векторов $\xi(k)$ и $\xi(q)$; 0_h – $(h \times 1)$ -вектор, состоящий из нулей; σ_{kk} – неизвестная конечная величина, дисперсия случайной величины $\xi(k)$; σ_{kq} – неизвестная конечная величина, ковариация случайных величин $\xi(k)$ и $\xi(q)$; I_n – единичная $(n \times n)$ -матрица.

2. Вывод формул для оценивания коэффициентов в системе регрессионных уравнений

Запишем (2) в объединенном виде. Введем обозначения

$$y = \begin{pmatrix} \underline{\underline{y(1)}} \\ \underline{\underline{y(2)}} \\ \vdots \\ \underline{\underline{y(h)}} \end{pmatrix}, \quad \overset{\circ}{y} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{\overset{\circ}{y}(1)}} \\ \underline{\underline{\overset{\circ}{y}(2)}} \\ \vdots \\ \underline{\underline{\overset{\circ}{y}(h)}} \end{pmatrix}, \quad \overset{\circ}{\theta} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{\overset{\circ}{\theta}(1)}} \\ \underline{\underline{\overset{\circ}{\theta}(2)}} \\ \vdots \\ \underline{\underline{\overset{\circ}{\theta}(h)}} \end{pmatrix}, \quad \xi = \begin{pmatrix} \underline{\underline{\xi(1)}} \\ \underline{\underline{\xi(2)}} \\ \vdots \\ \underline{\underline{\xi(h)}} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} \underline{X(1)} & \underline{O_{(n \times m(2))}} & \cdots & \underline{O_{(n \times m(h))}} \\ \underline{O_{(n \times m(1))}} & \underline{X(2)} & \cdots & \underline{O_{(n \times m(h))}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{O_{(n \times m(1))}} & \underline{O_{(n \times m(2))}} & \cdots & \underline{X(h)} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где y – объединенный $(N \times 1)$ -вектор наблюдаемых зашумленных значений; $\overset{\circ}{y}$ – $(N \times 1)$ -вектор ненаблюдаемых значений; $\overset{\circ}{\theta}$ – $(M \times 1)$ -вектор неизвестных коэффициентов; ξ – $(N \times 1)$ -вектор ненаблюдаемых случайных аддитивных составляющих; $\underline{\underline{X}}$ – объединенная $(N \times M)$ -матрица регрессоров; $N = n h$; $M = m(1) + m(2) + \dots + m(h)$.

С учетом (6)–(7) систему h регрессионных уравнений (2) можно записать

$$y = \overset{\circ}{y} + \xi = \underline{\underline{R}} \overset{\circ}{\theta} + \xi. \quad (8)$$

Будем искать оценку неизвестных коэффициентов $\overset{\circ}{\theta}$ в виде

$$d = C y, \quad d = \begin{pmatrix} \underline{d(1)} \\ \underline{d(2)} \\ \vdots \\ \underline{d(h)} \end{pmatrix}, \quad d(k) = \begin{pmatrix} \underline{d(k,1)} \\ \underline{d(k,2)} \\ \vdots \\ \underline{d(k,h)} \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots, h, \quad (9)$$

где матрицу C , которая зависит от $\underline{\underline{X}}$ и имеет размер $(M \times N)$, требуется определить.

Будем искать такую матрицу C , при которой логарифм определителя ковариационной матрицы оценки коэффициентов (9) принимает минимальное значение и оценки коэффициентов несмещены.

Математическое ожидание и ковариационную матрицу оценки (9) вычислим по всем возможным реализациям случайных величин $\xi(k)$, $k = 1, 2, \dots, h$. Для математического ожидания оценки (9) должно выполняться

$$E\{d\} = E\{C y\} = E\{C (\overset{\circ}{y} + \xi)\} = E\{C \underline{\underline{R}} \overset{\circ}{\theta}\} + E\{C \xi\} = \overset{\circ}{\theta}. \quad (10)$$

Справедливость (10) следует из выполнения условий

$$C \underline{\underline{R}} = I_M, \quad E\{C \xi\} = 0_M, \quad (11)$$

где первое следует из требования несмещенности оценок, а второе – из независимости элементов матрицы $\underline{\underline{X}}$ от случайных величин $\xi(k)$, $k = 1, 2, \dots, h$, с учетом (3).

Пусть Σ_ξ – ковариационная матрица введенного в (6) объединенного $(N \times 1)$ -вектора ненаблюдаемых аддитивных случайных составляющих ξ . Тогда для ковариационной матрицы вектора оценок (9) выполняется

$$\begin{aligned} \text{Cov}(d) &= E \left\{ (d - \overset{\circ}{\theta})(d - \overset{\circ}{\theta})^T \right\} = E \left\{ (C\overset{\circ}{y} + C\xi - \overset{\circ}{\theta})(C\overset{\circ}{y} + C\xi - \overset{\circ}{\theta})^T \right\} = \\ &= E \left\{ C\xi \xi^T C^T \right\} = C \Sigma_\xi C^T, \end{aligned} \quad (12)$$

где $E\{\cdot\}$ – операция математического ожидания, введенная при вычислении (10).

Запишем функцию Лагранжа в виде

$$L(C, \Lambda) = \ln(\det[C \Sigma_\xi C^T]) + \text{tr}[\Lambda(C \underline{\underline{R}} - I_M)]. \quad (13)$$

Тогда необходимые условия оптимальности имеют вид

$$\frac{\partial L}{\partial C} = \frac{\partial}{\partial C} (\ln(\det[C \Sigma_\xi C^T])) + \frac{\partial}{\partial C} (\text{tr}[\Lambda(C \underline{\underline{R}} - I_M)]) = O_{M \times N}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Lambda} = \frac{\partial}{\partial \Lambda} (\text{tr}[\Lambda(C \underline{\underline{R}} - I_M)]) = C \underline{\underline{X}} - I_M = O_{M \times M}. \quad (15)$$

Применяя правила матричного дифференцирования, из (14)–(15) получаем

$$C = (\underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1} \underline{\underline{R}})^{-1} \underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1}. \quad (16)$$

Для математического ожидания и ковариационной матрицы оценки выполняется

$$E\{d\} = E\{Cy\} = E\{(\underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1} \underline{\underline{R}})^{-1} \underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1} (\underline{\underline{R}} \overset{\circ}{\theta} + \xi)\} = \overset{\circ}{\theta}, \quad (17)$$

$$\text{Cov}\{(d - \overset{\circ}{\theta})(d - \overset{\circ}{\theta})^T\} = E\{(\underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1} \underline{\underline{R}})^{-1} \underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1} \xi \xi^T \Sigma_\xi^{-1} \underline{\underline{R}} (\underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1} \underline{\underline{R}})^{-1}\} = (\underline{\underline{R}}^T \Sigma_\xi^{-1} \underline{\underline{R}})^{-1}. \quad (18)$$

Вычислим ковариационную матрицу Σ_ξ , т. е. дисперсии и ковариации случайных величин $\xi_i(k)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, h$. Учитывая (3)–(5), получаем:

$$\Sigma_{\xi} = E\{\xi \xi^T\} = \begin{bmatrix} E\{\xi(1)\xi^T(1)\} & E\{\xi(1)\xi^T(2)\} & \cdots & E\{\xi(1)\xi^T(h)\} \\ E\{\xi(2)\xi^T(1)\} & E\{\xi(2)\xi^T(2)\} & \cdots & E\{\xi(2)\xi^T(h)\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E\{\xi(h)\xi^T(1)\} & E\{\xi(h)\xi^T(2)\} & \cdots & E\{\xi(h)\xi^T(h)\} \end{bmatrix} = [\Sigma \otimes I_n] \quad (19)$$

где I_n – единичная $(n \times n)$ -матрица; $\Sigma \otimes I_n$ – кронекеровское произведение матриц Σ и I_n .

3. Итерационная процедура оценивания коэффициентов в системе регрессионных уравнений

В выражение (19) для матрицы Σ_{ξ} входит неизвестная матрица Σ . Используем это для построения итерационной процедуры вычисления неизвестных коэффициентов.

Пусть $\hat{d}(r)$ – оценка вектора коэффициентов $\overset{\circ}{\theta}$, а $\hat{d}(k; r)$, $k = 1, 2, \dots, h$ – оценка коэффициентов $\overset{\circ}{\theta}(k)$ в виде (9), полученные на итерации с номером r . Тогда для системы регрессионных уравнений выполняется

$$y(k) = X(k)\hat{d}(k; r) + u(k; r) = \hat{y}(k; r) + u(k; r), \quad k = 1, 2, \dots, h, \quad (20)$$

где $\hat{y}(k; r)$ – $(n \times 1)$ -вектор выходов модели, а $u(k; r)$ – $(n \times 1)$ -вектор остатков модели для k -й переменной на итерации с номером r .

Введем в рассмотрение матрицу наблюдений Y , матрицу выходов $\hat{Y}$ и матрицу остатков U системы моделей (20):

$$Y = [y(1), y(2), \dots, y(h)], \quad \hat{Y}(r) = [\hat{y}(1, r), \hat{y}(2, r), \dots, \hat{y}(h, r)], \quad (21)$$

$$U(r) = [u(1, r), u(2, r), \dots, u(h, r)], \quad (22)$$

для которых выполняется

$$U(r) = Y - \hat{Y}(r) = [y(1) - \hat{y}(1, r), y(2) - \hat{y}(2, r), \dots, y(h) - \hat{y}(h, r)]. \quad (23)$$

Итерационная процедура вычисления коэффициентов предусматривает ряд итераций.

1. На итерации $r = 0$, полагая $\Sigma = I_N$ – единичная $(N \times N)$ -матрица, в качестве начального приближения получаем оценку обычного метода наименьших квадратов (МНК):

$$\hat{d}(0) = \left(\underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{X}} \right)^{-1} \underline{\underline{X}}^T y. \quad (24)$$

2. На итерации $r = 1, 2, \dots, r^*$ производим вычисления в такой последовательности.

a) Вычисляем выходы моделей:

$$\hat{y}(k; r-1) = X(k) \hat{d}(k; r-1), \quad k = 1, 2, \dots, h. \quad (25)$$

b) Вычисляем остатки моделей:

$$u(k; r-1) = y(k) - \hat{y}(k; r-1) \quad k = 1, 2, \dots, h. \quad (26)$$

c) Объединяем остатки в матрицу:

$$U(r-1) = [u(1, r-1), u(2, r-1), \dots, u(h, r-1)]. \quad (27)$$

d) Вычисляем оценку ковариационной матрицы Σ_ξ :

$$\hat{\Sigma}(r-1) = (n-1)^{-1} [U^T(r-1) U(r-1)], \quad (28)$$

$$\hat{\Sigma}_\xi(r-1) = \hat{\Sigma}(r-1) \otimes I_n. \quad (29)$$

e) Вычисляем оценку $\hat{d}(r)$:

$$\hat{d}(r) = \left(\underline{\underline{X}}^T [\hat{\Sigma}_\xi(r-1)]^{-1} \underline{\underline{X}} \right)^{-1} \underline{\underline{X}}^T [\hat{\Sigma}_\xi(r-1)]^{-1} y, \quad (30)$$

f) Вычисляем целевой функционал:

$$\Phi(r) = ((n-1)^{-1} \det [U^T(r) U(r)])^{1/h}. \quad (31)$$

3. Итерационный процесс заканчиваем на итерации r^* при выполнении условия

$$\delta^2 = \Phi(r^* - 1) - \Phi(r^*) \leq \delta_0^2, \quad (32)$$

где δ_0^2 – заданная величина.

Эффективность итерационной процедуры (24)–(32) подтверждена методом статистических испытаний.

4. Заключение

Рассмотрена задача моделирования в классе систем регрессионных уравнений в условиях неопределенности по степени статистической зависимости между случайными составляющими разных выходных переменных объекта. Разработана итерационная процедура оценивания параметров системы регрессионных уравнений, эффективность которой подтверждена методом статистических испытаний. Результаты, аналогичные приведенным, использованы для моделирования в классе систем регрессионных уравнений в условиях неопределенности по количеству та составу входных переменных – разработан критерий структурной идентификации метода группового учета аргументов [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Greene W. H. Econometric analysis : – 5th edition. – New Jersey : Prentice Hall, 2003. – 1056 p.
2. Сарычев А. П. Идентификация состояний структурно-неопределенных систем / А. П. Сарычев – Днепропетровск: НАН Украины и НКА Украины, Ин-т технической механики, 2008. – 268 с.

І.О. Дорош

РОЗРОБКА ТА АДМІНІСТРУВАННЯ ВЕБ-ДОДАТКУ ВІДНОВЛЮВАЛЬНИХ ДЖЕРЕЛ ЕНЕРГІЇ

Анотація. Розроблено і виставлено у мережу Інтернет ВЕБ-додаток з інформацією про відновлювальну енергетику. Програмна реалізація сайту виконана за технологією CMS Joomla. Були створені шаблон сайту під систему керування Joomla, матеріали сайту у вигляді окремих сторінок та елементи навігації. Проведено огляд альтернативної енергетики. Зроблено системний аналіз, на основі якого складені розділи статей сайту. Опубліковані матеріали про стан відновлювальної енергетики на Україні. Показані перспективи їх розвитку за планами уряду. Виконано огляд досягнень відновлювальної енергетики за сторінками сучасних світових видань. На сайті представлені світові досягнення з відновлювальної енергетики за 2009, 2010, 2011 роки.

Ключові слова: web-технології, CMS Joomla, захист інформації, адміністрування сайту, альтернативна енергетика.

Постановка проблеми. Сьогодні «енергетичне питання» є актуальним для всіх держав земної кулі. Наша Україна - не виняток.

В умовах залежності України від енергоресурсів, зокрема від природного газу та нафти, відновлювальна енергетика стає одним з пріоритетних напрямків.

Як повідомляв УНІАН, згідно з урядовим законопроектом "Держпрограма економічного и соціального розвитку України на 2012 рік", в 2012 році виробництво електроенергії на вітрових та сонячних електростанціях в Україні зросте у 8 разів, або на 0,7 млрд. кВт/год порівняно з очікуваною фактичною в 2011 році (0,1 млрд. кВт/год). При цьому частка електроенергії, що виробляється на цих генеруючих потужностях, в загальному енергобалансі країни зросте до 0,4% з 0,05% очікуваних у поточному році [1].

Робота присвячена питанням розробки і адміністрування сайту «Renewable.com.ua», який призначений для розміщення інформації о

нових технологіях, новаторських ідеях та оцінці існуючих рішень в області відновлювальної енергетики.

Коло моїх інтересів пов'язане одночасно з енергетичною галуззю та розробкою WEB-додатків. Іноді хочеться знайти односторонців і розповісти про нові інноваційні рішення в галузі енергетики, а також отримати відповідну реакцію, обговорити проблему. Для досягнення цієї мети було прийняте рішення створити сайт.

Формулювання цілей статті. Ціллю роботи було розробка сайту «Renewable.com.ua» для пропаганди ідей розвитку відновлювальних джерел енергії і, в загальному, для надання інформації з сучасних рішень в енергетиці.

Основна частина. Сайт розроблено за допомогою WEB-технологій, а саме з використанням PHP, MySQL. Першу версію сайту було виставлено у мережу Інтернет у 2006 році. На рисунку 1 показано вид вікна, у якому зображено головну сторінку сайту першої версії (2006 рік).



Рисунок 1 - Перша версія сайту. Головна сторінка

Недоліком першої версії була слабка функціональність. Були труднощі при зміні інформації на сторінках, а також додавання нових модулів сайту.

Друга версія сайту з'явилася в 2009 році. Основу сайту складає популярна на сьогоднішній момент система керування вмістом Joomla.

Joomla – це система керування контентом, яка написана мовою PHP, й яка використовує в якості сховища змісту базу даних MySQL [2, 3]. Joomla є вільним програмним забезпеченням, захищеним ліцензією GPL. Однією з головних особливостей Joomla є відносна простота керування при практично безмежних можливостях і гнучкості при розробці сайтів. Назва Joomla фонетично ідентична слову Jumla, яке в перекладі з мови суахілі означає «усі разом» або «єдине ціле», що віддзеркалює підхід розроблювачів і співтовариства до розвитку інформаційних систем.

Незважаючи на наявність багатьох інших подібних систем, Joomla використовується не тільки приватними особами, але й громадськими організаціями, корпораціями, некомерційними й іншими організаціями. Одна із причин популярності Joomla — легкість використання. Невимушеність використання Joomla обумовлена її внутрішнім устроєм. На додаток до стандартних вбудованих функцій Joomla, доступно сотні безкоштовних і комерційних розширень (плагінів), що дозволяють побудувати на базі Joomla сайт практично будь-якої складності.

На рисунку 2 показано головну сторінку сучасної версії сайту з відновлювальної енергетики. Як видно з рисунку, змінився дизайн сайту. Під заголовком з'явилась полоса з елементами меню. Інформація представлена структуровано. Відокремлені деякі матеріали.

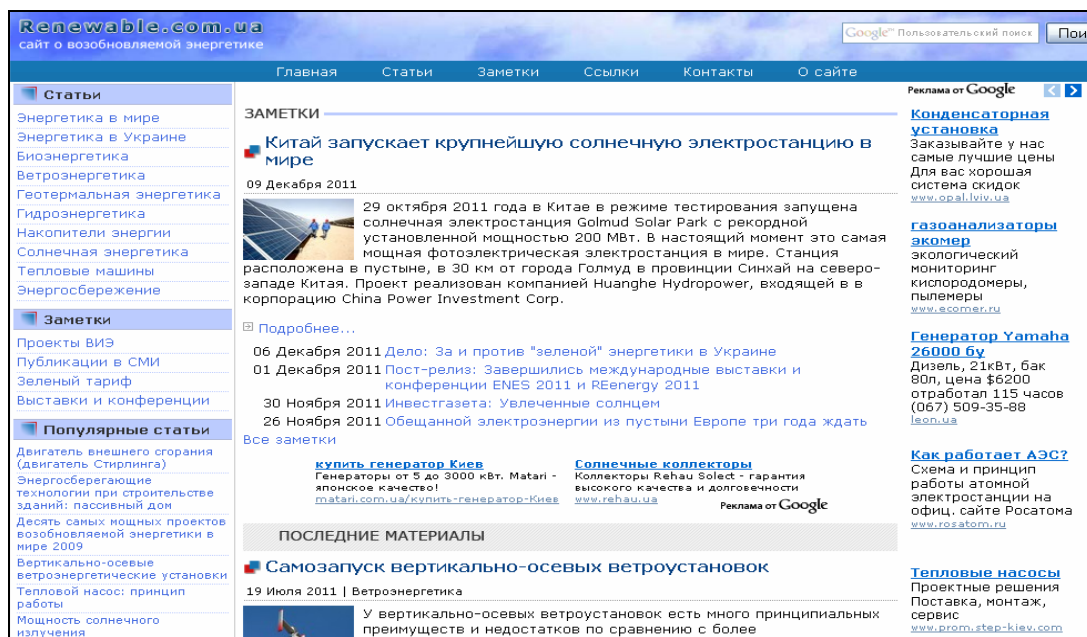


Рисунок 2 - Головна сторінка сайту (фрагмент) другої версії

В загальні, дизайн сайту можна охарактеризувати за допомогою рисунка 3. Блок 1 включає заголовок сайту та форму для пошуку інформації на сторінках. Блок 2 містить верхнє меню, яке містить посилки на основні розділи сайту. Блок 3 призначений для швидкого пошуку інформації, яка є вмістом сайту. Він розподілений на три розділи «Статті», «Заметки», «Популярные статьи». Назви матеріалу одночасно представляють "Бічне меню", яке є елементом навігації. Блок 4 відповідає новинам, а також містить рекламні теги. Блок 5 включає рекламну інформацію. Таким чином, головна сторінка сайту з відновлювальної енергетики має інтуїтивно зрозумілий інтерфейс і легку систему навігації за допомогою елементів меню.

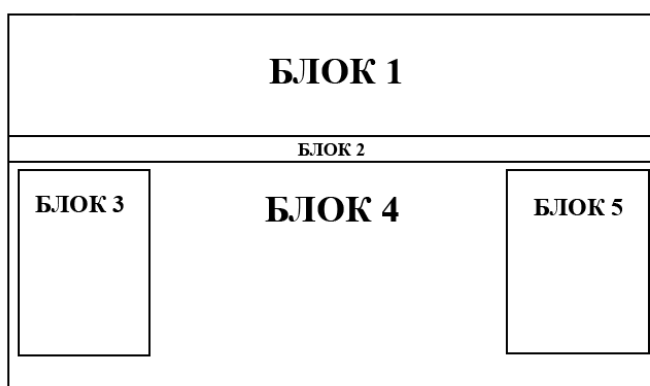


Рисунок 3- Схема головної сторінки сайту

Розглянемо сторінки сайту. На сторінках «Статті» і «Заметки» знаходиться інформація з відновлювальних джерел енергії та новітніх технологій енергетики. Всі статті розташовані у хронологічному порядку і обов'язково мають посилання. Сторінка «Ссылки» містить адреси сайтів з інформацією про партнерів сайту. На сторінці «Контакты» представлено інформацію зв'язку з адміністратором сайту (автор сайту є й адміністратором одночасно), а також реалізовано можливість обміну інформацією з користувачами сайту. На сторінці «О сайте» розташовано інформацію з кратким вмістом сайту.

При розробці сайту було передбачено кілька рівнів доступу до розділів сайту. Рівні доступу можна розмежувати для різних груп. Наприклад, рівень доступу «адміністратор сайту» дозволяє змінювати функціональність і структуру сайту. Група доступу «Автор» дозволяє тільки публікувати інформацію. Група доступу «Редактор» дозволяє вносити правки в матеріали, опубліковані групою «Автори», але при цьому не мають прав адміністратора.

Під адмініструванням сайту мається на увазі виконання завдань по керуванню інформаційного наповнення сайту. За допомогою панелі адміністрування можна управляти інформаційним наповненням сайту: додавати, редагувати, видаляти матеріал, управляти елементами навігації сайту. Особливістю сайту, який заснований на системі управління вмістом Joomla, є простота адміністрування. Щоб додати, змінити, видалити опублікований матеріал, або для установи нових модулів не потрібно якихось спеціальних знань. Таке ствердження стосується тільки для вже існуючого сайту, так як сам процес створення сайту є досить складним і вимогливим до кваліфікації розробника. Тому в даному випадку функції адміністрування виконує автор сайту, який також є його розробником. При цьому трудовитрати по обслуговуванню сайту мінімальні в порівнянні з його розробкою.

В роботі, яка представлена, автор одночасно є розробником і адміністратор сайту. Для оцінки ступеня популярності сайту була передбачена система фіксації відвідувань. Головним показником є параметр «Унікальні відвідувачі», що позначає кількість людей, які відвідали сайт. Показник «Кількість візитів» позначає кількість відвідувань сайту протягом місяця «Унікальними відвідувачами». На рисунку 4 показані результати оцінки популярності сайту у 2011 році. Аналіз наведених даних показав, що один «Унікальний відвідувач» в середньому 2 рази протягом місяця відвідував сайт. При цьому кількість переглянутих сторінок «Унікальними відвідувачами» визначає параметр «Сторінка». З аналізу цих даних видно, що відвідуваність з кожним місяцем збільшується. Якщо, в січні 2011 року сайт відвідало 2558 осіб, то вже в листопаді цього ж року ця цифра склала 4466.

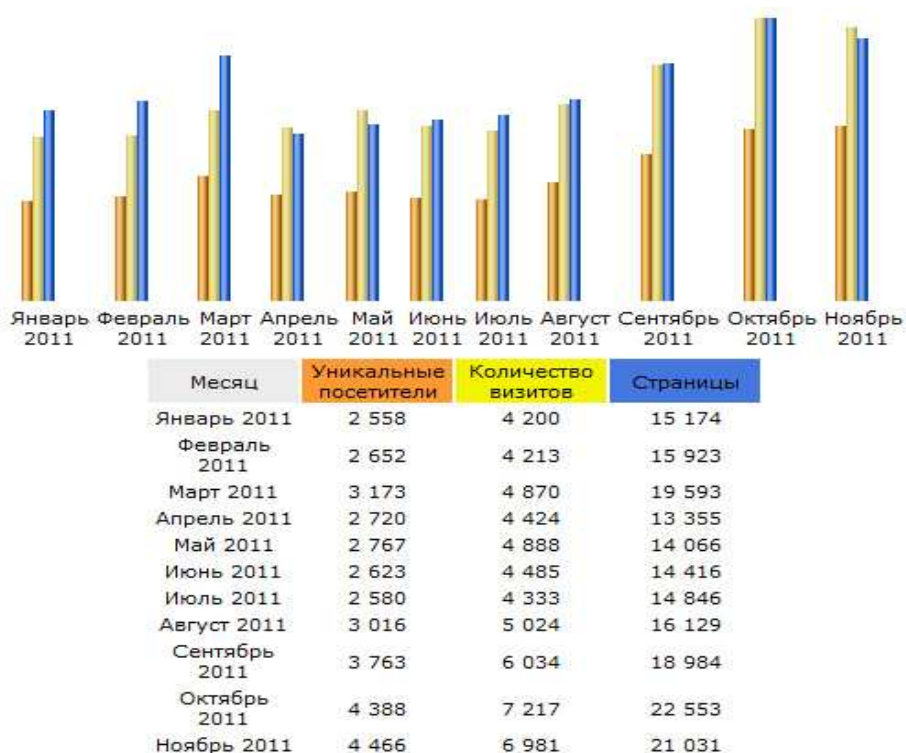


Рисунок 4 – Діаграма даних з відвідування сайту

Висновки. Розроблено і виставлено у мережу Інтернет ВЕБ-додаток з інформацією про відновлювальну енергетику.

На етапі проектування було складено список необхідних розділів на сайті, визначено їх взаємне розташування, був розроблений дизайн для сайту.

Програмна реалізація сайту виконана за технологією CMS Joomla. Були створені шаблон сайту під систему керування Joomla, матеріали сайту у вигляді окремих сторінок та елементи навігації.

Для забезпечення захисту від несанкціонованої зміни різних налаштувань сайту і його наповнення з адміністративної панелі реалізовано кілька рівнів доступу.

Проведено огляд альтернативної енергетики. Зроблено системний аналіз, на основі якого складені розділи статей сайту.

На сторінках сайту в наступний час розташовано матеріали з альтернативної енергетики, новини з виставок і семінарів з питань енергетики, популярні учбові пояснення з питань фізики, теплотехніки та інших, які допомагають зрозуміти принципи роботи елементів обладнання відновлювальної енергетики.

За п'ять років експлуатації сайту його відвідали тисячі користувачів.

На мій погляд, популярність сайту зростає, так як відвідувачів стало набагато більше, а на форумі сайту збільшилась кількість питань, які пов'язані з відновлювальними джерелами енергії.

ЛІТЕРАТУРА

1. <http://energy.unian.net/rus/detail/1562>
2. Колисниченко Д.Н. Движок для вашего сайта. CMS Joomla!, Slaed, Php-nuke. - Спб: Бхв-Петербург, 2008. - 368 с.
3. Норб. Б. Joomla! Практичне керівництво. Пер. с. англ. / Б. Норб. - Спб: Символ-Плюс. 2008. – 448 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Дробахин О.О., Дробахина М.О., Короткая В.Г., Шерстюк Г.Г.

О возможностях распознавания радиоизображений объектов, полученных с помощью многочастотных методов в микроволновом диапазоне3

Матвеева М.О.

Влияние легирования алюминием и комплексного модифицирования дисперсными добавками на плотность чугуна9

Скалозуб В.В., Скалозуб М.В.

Многокритериальные модели потоковых задач с учетом специализации носителей потоков для интеллектуальных транспортных систем14

Ємець О.О., Черненко О.О.

Розв'язування цілочислової задачі дробово-лінійної оптимізації: Метод гілок та меж21

Деревянко А.И., Кавац А.А.

Имитационная модель процесса формирования функциональных покрытий по технологии PVD27

Кириченко Л.О., Кротких С.С., Крыгин К.С., Удовенко С.Г.

Анализ спектральной структуры сигналов с применением пакетного вейвлет-преобразования32

Кондратенко Ю.П., Коробко О.В.

Синтез нелінійних математичних моделей системи «Генератор коливаний – резонатор ТАА»40

Кошулян А.В.

Структурно-параметрическая идентификация стохастической модели измерений на жордановой траектории.....49

Кравец В.В., Басс К.М., Кравец Т.В., Харченко А.В.

Определение матрицы инерции гибридного автомобиля на основе кватернионных матриц61

Круковский А.П.

Моделирование технологического цикла установки анкерной крепи при изменении скорости проведения горной выработки67

Кукушкин О.Н., Жаданос А.В., Киричек А.В., Лукашевич Ю.П.

Компьютерное моделирование нагрева пластины методом дискретизации пространства в программном пакете MBТУ74

Малайчук В.П., Федорович А.И.

Математические модели суммарно-разностных преобразований дискретных временных рядов 79

Малая Ю.А., Губин А.И., Гуда А.И.

Математическое моделирование процессов теплопроводности при воздействии концентрированных потоков энергии на кусочно-однородные тела 86

Миргород В.Ф., Гвоздева И.М.

Многомерный трендовый анализ на основе диагностических параллелепипедов 97

Михайловская Т.В., Селиверстов В.Ю.

Автоматизована система розрахунку розмірів надливів виливків ..105

Михалёв А.И., Кузнецов В.И., Теплякова Г.Л.

Оценка эффективности проектов объединённым методом многокритериального анализа113

Михалев А.И., Прядко Н.С., Сухомлин Р.А.

Вейвлет-анализ акустических сигналов процесса струйного измельчения122

Рахманов С.Р.

Математическое моделирование процесса прошивки трубной заготовки на прошивном прессе трубопрессовой установки.....128

Сапегин В.Н.

Условия применения волновой модели А. Н. Крылова для расчета упругих цилиндров с большими внешними границами при действии переменной внутренней нагрузки140

Сарычев А.П.

Итерационная процедура оценивания параметров системы регрессионных уравнений145

Дорош І.О.

Розробка та адміністрування веб-додатку відновлювальних джерел енергії.....153

РЕФЕРАТЫ

УДК 621.396.969

Дробахін О.О., Дробахіна М.О., Коротка В.Г., Шерстюк Г.Г. **Про можливості розпізнавання радіозображень об'єктів, що були отримані за допомогою багаточастотних методів у мікрохвильовому діапазоні** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.3 - 8.

Показана можливість розпізнавання об'єктів у вигляді циліндрів та паралелепіпедів, що були отримані на основі багаточастотних вимірювань у мікрохвильовому діапазоні, з використанням нейромережових технологій. Розглянуті випадки розміщення об'єктів у вільному просторі та за діелектричною перепорою.

Бібл. 6.

УДК 621.74:669.131.2:669.131.4

Матвеева М.О. **Вплив легування алюмінієм і комплексного модифікування дисперсними добавками на щільність чавуну** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.9 - 13.

Розглядаються результати вдосконалення технології отримання виливків зі спеціальними властивостями з чавунів комплексно модифікованих і легованих алюмінієм. Як характеристика для оцінювання механічних і експлуатаційних властивостей обрана питома щільність сплаву. Побудовані двомірні перетини поверхонь відклику залежностей щільності від складу модифікуючого комплексу при різному вмісті алюмінію. За результатами регресійного аналізу встановлено, що кращу щільність і відповідно експлуатаційні та механічні властивості мають експериментальні чавуни, що модифіковані карбонітридом титану при вмісті алюмінію 2,0 %.

Бібл. 8, іл. 4, табл. 2.

УДК 681.3.07

Скалозуб В.В., Скалозуб М.В. **Багатокритеріальні моделі потокових задач з урахуванням спеціалізації носіїв потоків для інтелектуальних транспортних систем** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.14 - 20.

Отримано узагальнення багатопродуктових та багатокритеріальних моделей потокових задач у транспортних мережах, що ураховує вимоги спеціалізації носіїв потоків.

Бібл. 5.

УДК 519.85

Ємець О.О., Черненко О.О. **Розв'язування цілочислової задачі дробово-лінійної оптимізації: метод гілок та меж** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.21 - 26.

В рамках загальної схеми методу гілок та меж обґрунтовано алгоритм розв'язування задач цілочислової оптимізації у випадку дробово-лінійної цільової функції та лінійних додаткових обмежень.

Бібл. 12.

УДК 004.942:519.876.5:669.17

Дерев'янка О.І., Кавац О.О. **Імітаційна модель процесу формування функціональних покриттів за технологією PVD** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.27 - 31.

Стаття присвячена імітаційного моделювання процесу формування функціональних покриттів. Досліджується процес формування функціональних покриттів в парофазному середовищі.

Бібл. 4.

УДК 004.9

Кіріченко Л.О., Кротких С.С., Кригін К.С., Удовенко С.Г. **Аналіз спектральної структури сигналів із застосуванням пакетного вейвлет-перетворення** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.32 - 39.

У роботі розглянуто метод побудови оптимального пакетного вейвлет-дерева, що дає можливість виявлення характерних особливостей спектральної структури нестационарних сигналів. У практичних застосуваннях даний підхід можливо використовувати в задачах вібродіагностики.

Бібл. 6, іл. 5.

УДК 62-50+007.52

Кондратенко Ю.П., Коробко А.В. **Синтез нелинейных математических моделей системы «генератор колебаний – резонатор ТАА»** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.40 - 48.

В статье рассмотрена процедура определения амплитудно-частотной характеристики избыточного акустического давления в резонаторе термоакустической установки. Произведен синтез нелинейных математических моделей на основе экспериментальных исследований зависимости акустического давления от частоты звуковой волны в подсистеме «генератор колебаний – резонатор термоакустического аппарата (ТАА)». Приведены результаты анализа адекватности синтезированных математических моделей с использованием статистических методов оценки гипотез.

Библ. 13, ил. 3, табл. 1.

УДК 519.24:681

Кошулян О.В. **Структурно-параметрична ідентифікація стохастичної моделі вимірювань на жордановій траєкторії** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.49 - 60.

Розглянуті особливості структурно-параметричної ідентифікації моделі вимірювань на жордановій траєкторії. Отримані формули для розрахунку оцінок максимальної правдоподібності. Відповідні висновки підтверджені результатами обчислювальних експериментів.

Бібл. 4, іл. 2, табл.0.

УДК 531.23; 656.2; 512.643.8

Кравець В.В., Басс К.М., Кравець Т.В., Харченко О.В. **Визначення матриці інерції гібридного автомобіля на основі кватерніонних матриць** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.61 - 66.

Розглядається гібридний автомобіль як асиметричне тверде тіло, яке жорстко зістиковане з суперелементів у замкнутий просторовий ланцюг у відповідності із заданою схемою компоновки. Пропонуються матричні розрахункові формули визначення осьових та центробіжних моментів інерції автомобіля у системі його базових вісей в залежності від варіацій схеми компоновки як за структурою так і за складом, розміщенням і орієнтацією суперелементів. Розрахункові формули результуючої матриці інерції отримані на основі числення кватерніонних матриць від параметрів Родріга-Гамільтона та компонент вектора, які визначають орієнтацію та положення суперелементів. Запропоновані формули відрізняються симетрією структури, компактністю, можливістю верифікації та адаптації до комп'ютерних технологій.

Бібл. 8

УДК 622.281.742

Круковський О.П. **Моделювання технологічного циклу установки анкерного кріплення при зміні швидкості проведення гірничої виробки** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.67 - 73.

Проведено дослідження зміни у часі напружено-деформованого стану порід приконтурного масиву навколо гірничої виробки з анкерним кріпленням. Рішення нестационарної задачі геомеханіки виконано за допомогою методу скінчених елементів. У статті приведені розподіли полів геомеханічних параметрів у різні моменти часу в залежності від швидкості проведення виробки.

Бібл. 3, іл. 3.

УДК 004.942:53.084.86

Кукушкин О.Н., Жаданос О.В., Кірічок А.В., Лукашевич Ю.П. **Комп'ютерне моделювання нагрівання пластини методом дискретизації простру в програмному пакеті MBTU** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.74 - 78.

В програмній системі MBTU з використанням методу дискретизації простру розроблена комп'ютерна модель розповсюдження тепла в пластині. Для титанової пластини виконано моделювання і отримані графіки розподілу температур.

Бібл. 3, іл. 4.

УДК 620.179

Малайчук В.П., Федорович А.І. **Математичні моделі сумарно-різницевого перетворень дискретних часових рядів** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.79 - 85.

Розглянуто задачу математичного опису сумарно-різницевих перетворень Марковських послідовностей з різними законами розподілу ймовірностей (Гауса і гамма). Проведено статистичний аналіз сумарно-різницевих перетворень. Досліджено кореляційних властивості описаних послідовностей.

Бібл.3, Іл. 4.

УДК 563.2: 539.3

Мала Ю.А., Губін А.І., Гуда А.І. **Математичне моделювання процесів теплопровідності при дії концентрованих потоків енергії на кусково-однорідні тіла.**

// Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.86 - 96.

В роботі побудована математична модель процесів теплопровідності при дії концентрованих потоків енергії на кусково-однорідні тіла з урахуванням скінченної швидкості розповсюдження тепла та температурної залежності теплофізичних і оптичних характеристик. Запропоновано наближений аналітичний метод розв'язку нелінійних крайових задач для систем гіперболічних рівнянь теплопровідності, який поєднує метод просторово-часових квадрантів і операційний метод.

Бібл. 7, іл. 1.

УДК 681.518.54

Миргород В.Ф., Гвоздева И.М. **Багатомірний трендовий аналіз на основі діагностичних паралелепіпедів** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.97 - 104.

У роботі пропонується підхід до багатомірного трендового аналізу параметрів реєстрації силових і енергетичних установок у їхній тривалій експлуатації. Такий аналіз заснований на формуванні багатомірних масивів даних у вигляді діагностичних паралелепіпедів, грані яких є траєкторними матрицями різної розмірності. Для зазначених багатомірних масивів вирішується задача на власні числа й власні вектори відповідних кореляційних масивів, що дозволяє використовувати відомі алгоритми методів головних компонентів і факторного аналізу.

Бібл. 10, іл. 2.

УДК 621.74:004.415

Михайловская Т.В., Селиверстов В.Ю. **Автоматизированная система расчета размеров прибылей отливок** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.105 - 112.

В статье описано разработанное программное средство, предназначенное для расчета размеров прибылей отливок по трем методам: описанных окружностей, Попова А.Д. и Василевского П.Ф. Приведены примеры расчетов и сравнения полученных результатов с тестовыми задачами. Показана возможность использования программного средства в учебном процессе, благодаря наличию справочного материала и модуля тестирования.

Рис. 6, табл. 1, лит. 9.

УДК 669.168

Михальов О.І., Кузнецов В.І., Теплякова Г.Л. **Оцінка ефективності проектів об'єднанням методом багатокритеріального аналізу** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.113 - 121.

Розглядаються основні методи багатокритеріального аналізу та багатокритеріальна методологія оцінки ефективності проектів ВОСР Т.Л. Сааті. Наводиться коротка характеристика критеріїв методу матриці рішень. Розроблено алгоритм розширення методології ВОСР за допомогою методу, об'єднуючого метод аналізу ієрархій і метод матриці рішень. Запропонований алгоритм може бути використаний в оцінці ефективності проектів з урахуванням зовнішніх умов. Наводиться ілюстраційний приклад, що демонструє роботу даного алгоритму.

Бібл. 9, іл. 4, табл. 2.

УДК 622.73

Михалев А.І., Прядко Н.С., Сухомлин Р.О. **Вейвлет-аналіз акустичних сигналів процесу струминного подрібнення** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.122 - 127.

Проведено вейвлет - аналіз даних акустичного моніторингу процесу струминного подрібнення, що включав аналіз акустичних сигналів різних режимів роботи струминного млина й подрібнення різних по властивостях і дисперсному складі матеріалів. Запропоновано рекомендації щодо використання отриманих результатів при моделюванні процесу струминного подрібнення.

Бібл. 7, іл. 3.

УДК 621.774. 32/. 38

Рахманов С.Р. **Математическое моделирование процесса прошивки трубной заготовки на прошивном прессе трубопрессовой установки** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.128 - 139.

Составлена математическая модель динамики процесса прошивки трубной заготовки на прошивном прессе трубопрессовой установки. Рассмотрено осесимметричное течение металла (рабочей среды) между контейнером и оправкой (экспандером). Установлен характер распределения давления металла и напряжений в очаге деформации. Из условия минимума осевого сопротивления оправки (экспандера) потоку прошиваемого металла установлена рациональная форма её образующей.

Библ. 6.

УДК 539.3

Сапегін В. М. **Умови застосування хвильової моделі А. М. Крилова для розрахунку пружних циліндрів з великими зовнішніми межами під дією змінного внутрішнього навантаження** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.140 - 144.

В роботі розглянуто застосування способу підсумовування знакопостійних збіжних рядів для рішення задачі А. Н. Крылова про нестационарне деформування пружного середовища під дією змінного внутрішнього навантаження. Показано, що використання подібного способу дозволяє розраховувати напруження та переміщення для пружних середовищ із великим зовнішнім радіусом. Наведено алгоритм обчислення суми знакопостійних рядів, що містять розриви другого роду. Зроблено порівняльну оцінку точності отриманих результатів.

Бібл.3, іл. 2.

УДК 519.25

Саричев О.П. **Ітераційна процедура оцінювання параметрів системи регресійних рівнянь** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.145 - 152.

Розглянуто задачу моделювання в класі систем регресійних рівнянь в умовах невідзначеності за ступенем статистичної залежності між випадковими складовими вихідних змінних об'єкта. Розроблено ітераційну процедуру оцінювання параметрів системи регресійних рівнянь, ефективність якої підтверджено методом статистичних випробувань.

Бібл.2.

УДК 004.4:620.9

Дорош І.О. **Разработка и администрирование веб-приложения возобновляемых источников энергии** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (80). - Днепропетровск, 2012. - с.153 - 159.

В работе представлены результаты разработки сайта, который содержит информацию о возобновляемых источниках энергии. Сайт разработан с использованием системы Joomla. На страницах представлена информация о развитии возобновляемой энергетики в мире, а также в Украине в частности. В работе приведены данные о посещаемости сайта.

Библ. 3, ил. 4.

UDC 621.396.969

Drobakhin O.O., Drobakhina M.O., Korotkaya V.G., Sherstyuk G.G. **About capability of recognition of object radioimages formed with multifrequency methods in microwave range** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.3 - 8.

The capability of recognition of radioimages of objects in form of cylinder and parallelepiped obtained with multifrequency methods in microwave range using neural network technologies is displayed. The cases of object dispositions in free space and behind of dielectric wall are considered.

Bibl. 6.

UDC 621.74:669.131.2:669.131.4

Matveeva M.O. **Effect of alloying with aluminum and integrated modification of dispersed additives on the density of iron** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.9 - 13.

The results of improvements in technology castings with special properties of cast irons comprehensively modified and alloyed aluminum were considered. Density of the alloy was selected in as for the performance evaluation of mechanical and operational properties of the specific. Two-dimensional section of the response surface density dependence of the composition modifying the complex at various contents of aluminum were constructed. In by regressive analysis established that the best density and, accordingly, operating and mechanical properties experimental cast irons have modified carbonitride titanium content of 2.0% aluminum.

Bibl. 8.

UDK 681.3.07

Skalozub V.V., Skalozub M.V. **Multicriteria model taking into account the problems of streaming media streams of specialization for intelligent transportation systems** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.14 - 20.

A generalization of the multicommodity flow models, and multicriteria-acoustic problems in transport networks, which takes into account the requirements of specialized carriers flow.

Bibl. 5.

UDK 519.85

Iemets O.A., Chernenko O.A. **The solution of the problem of linear-fractional optimization: branch and bound method** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.21 - 26.

In the article the algorithm of solving of problems of integer optimization is built in the case of problem with linear-fractional function and additional linear constraints in the context of the branch and bound method.

Bibl. 12.

UDC 004.942:519.876.5:669.17

Derevianko A., Kavats A. **Simulation model of the formation of functional coatings for PVD technology** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.27 - 31.

The article is devoted to simulation modeling of the formation of functional coatings. The process of formation of functional coatings in vapor-phase medium.

Bibl. 4, Fig. 4.

UDC 004.9

Kirichenko L.O., Krotkih S.S., Krygin K.S., Udovenko S.G. **Analysis of the spectral structure of signals using the wavelet packet transform** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.32 - 39.

This work presents a method of constructing an optimal wavelet packet tree, which makes it possible to identify the characteristics of the spectral structure of nonstationary signals. This tools can be used in problems of vibration diagnostics.

Bibl.6, ill.5

UDC 62-50+007.52

Kondratenko Y.P., Korobko A.V. **Synthesis of nonlinear mathematical models for "oscillator – thermoacoustic plant resonator" subsystem** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.40 - 48.

The acoustic pressure amplitude-frequency characteristics determination in thermoacoustic plant resonator is considered. The synthesis of nonlinear mathematical models based on experimental studies of acoustic pressure dependancy on the frequency of sound waves in the subsystem "oscillator – thermoacoustic plant resonator" is described. The mathematical models adequacy is analysed using the statistical methods.

Bibl. 13, il. 3, table. 1.

UDC 519.24:681

Koshulyan A. **Stochastic measurement model estimation on Jordan trajectory** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.49 - 60.

There were reviewed the features of the measurement model estimation when measurements are carried out on Jordan trajectory. There were obtained the expressions for the maximum likelihood estimation of the model parameters. The suggested conclusions were confirmed by the results of simulation experiments.

Bibl. 4, ill. 2, table 0.

UDC 531.23; 656.2; 512.643.8

Kravets V.V., Bass K.M., Kravets T.V., Kharchenko A.V. **Determination of the inertia matrix of a hybrid car, based on quaternion matrices** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.61 - 66.

Hybrid car is considered as asymmetric rigid body hardly-docked from the superelements in a closed spatial chain in accordance with a given design pattern. Matrix formulas are proposed to define an axial and centrifugal moments of inertia of the car in its basic system of axes, depending on the assembly scheme variations in structure and composition, location and orientation of superelements. Calculation formulas of the resulting matrix of inertia are obtained on the basis of quaternion matrix from the Rodrigues-Hamilton parameters and components of the vector, that define the orientation and position of superelements. The

proposed formulas have a symmetric structure, compact, and it is possible to verify and adapt them to computer technologies.

Bibl. 8.

UDC 622.281.742

Krukovskiy A.P. **Modeling of the technological cycle of installation of roof bolting during the change of speed of excavation of mine working** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.67 - 73.

The research of changes in time of stress-strain state of solid rocks edge around the mine working with roof bolting was conducted. Solution of unsteady problem of geomechanic is found with finite element method. The article was presented the distribution of fields of geomechanical parameters at different times during the change of speed of excavation of mine working.

Bibl. 3, ill. 3.

UDC 004.942:53.084.86

Kukushkin O.N., Zhadanos A.V., Kirichok A.V., Lukashevich Y.P. **Computer simulation of the heating plate by sampling the space in the software package MVTU** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.74 - 78.

In the software package MVTU with using the method of space discretization a computer model of heat propagation in the plate WAS developed. For the titanium plate is simulated and the obtained graphs of temperature distribution.

Bibl.3, il. 4.

UDC 620.179

Malaychuk V.P., Fedorovich A.I. **Mathematical models of sum-difference transformations of discrete time series** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.79 - 85.

The problem of mathematical description of the sum-difference transformations of Markov sequences with different laws of probability distributions (Gaussian and gamma). Statistical analysis of sum-difference transformation. Investigated the correlation properties of the sequences described.

Bibl. 3, ill.4.

UDC 563.2: 539.3

Malaya Yu.A., Gubin A.I., Guda A.I. **The mathematical modeling of heat under the influence of concentrated energy fluxes on the piecewise-homogeneous body** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.86 - 96.

In this paper a mathematical model of processes heat under the influence of concentrated energy fluxes on the piecewise-homogeneous body, taking into account the finite speed of propagation of heat and temperature dependence of thermal and optical characteristics. An approximate analytical method for solving nonlinear boundary value problems for systems hyperbolic equations of heat conduction, the method combines spatial and temporal quadrants, and the operating method.

Bibl. 7.

UDK 681.518.54

Mirgorod V.F., Gvozdeva I.M. **Multidimensional trend analysis on the basis of diagnostic parallelepipeds** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.97 - 104.

The approach to the multidimensional trend analysis of registration parameters of power plants in their continuous service is offered in this paper. Such analysis is based on forming of multidimensional data arrays as diagnostic parallelepipeds, verges of which are the trajectory matrices of different dimensions. For this multidimensional arrays a task on eigenvalues and eigenvectors of correlation arrays is solved. That allows to use the known algorithms of methods of principal components and factor analysis.

Bibl. 10, il. 2.

UDC 621.74:004.415

Mikhailovskaya T., Seliverstov V. **An automated system for calculating the size feeding head of castings** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.105 - 112.

The article describes the developed software tool designed to calculate the size feeding head of castings by three methods: the circumscribed circles, Popov A.D., and Vasilevsky P.F. The examples of calculations and comparisons of the results obtained with the test objectives. The possibility of using the software in the learning process, due to the presence of background material and module testing.

Fig. 6, tab. 1, lit. 9.

UDC 669.168

Mikhalyov A.I., Kuznetsov V.I., Teplyakova G.L. **Estimating efficiency of projects with integrated multicriteria analysis method** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.113 - 121.

The main methods of multicriteria analysis and multicriteria methodology BOCR of projects' estimating efficiency by T.L. Saaty are considered. A brief description of the criteria of decision-matrix method is given. The algorithm of broadening methodology BOCR with integrated multicriteria analysis method was designed. The proposed algorithm can be used in estimating efficiency of projects subject to external conditions. The illustrating example is given to demonstrate the operation of the algorithm.

Refs. 9, ill. 4, tabl. 2.

UDK 66.096.5

Mikhalyov A., Pryadko N., Suhomlin R. **The wavelet-analysis of acoustic signals of jet grinding process** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.122 - 127.

The wavelet - analysis of the acoustic monitoring data of jet grinding process which included the analysis of acoustic signals of various jet mill operating modes and grinding materials of different properties and disperse structure is carried out. Recommendations on use of the received results are offered for modelling the jet grinding process.

Bibl. 7, ill. 3.

UDK 621.774. 32/. 38

Rahmanov S.R. **Mathematical modelling of process of pursing on a press of tubepursing agregate** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.128 - 139.

The mathematical model of process of pursing on a press of tube part based on the accepted hydrodynamic analogy and reology is made. The problem of traffics of a working material (metal) between the container and needle is solved. Character of distribution of tangents of pressure and pressure of metal in the centre of deformation in the course of an insertion is established. The rational form-of expander is defined by mminimisation of axial resistance in a metal stream.

Bibl. 6.

UDK 539.3

Sapegin V. N. **Conditions of using of the A. Krylov wave model for calculation of elastic cylinders with large external borders under action of variable internal load** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.140 - 144.

The paper is devoted to summation of convergent series of constant sign method in order to solve the A. Krylov's problem about dynamic elastically deformed medium. The proposed method allows to calculate the stress and displacement for elastic media with large external radius. An algorithm for calculating of the series of constant sign sum containing discontinuities of the second kind is showed and an accuracy comparison analysis is made.

Bibl. 3, ill. 2.

UDK 519.25

Sarychev A.P. **Iterative procedure of parameters estimation of regression equations system** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.145 - 152.

The task of modelling in a class of regression equations systems in conditions of uncertainty on a degree of statistical dependence between random components of output variables is considered. Iterative procedure of parameters estimation of regression equations system is developed. Efficiency of iterative procedure is confirmed with a method of statistical tests.

Bibl. 2.

UDK 004.4:620.9

Dorosh I.O. **Develop and administer a Web-based applications of renewable energy** // System technologies. N 3(80) - Dnipropetrovsk, 2012.- P.153 - 159.

The paper presents the results of the development site, which contains information about renewable energy. The site is designed with the use of Joomla. On pages provide information about the development of renewable energy in the world, as well as in Ukraine in particular. This paper presents data on the site traffic.

Bibl. 3.

АВТОРЫ ВЫПУСКА

Дробахін Олег Олегович – завідувач кафедри прикладної і комп’ютерної радіофізики Дніпропетровського національного університету ім.Олеся Гончара, д.ф.-м.н., професор.

Дробахіна Марина Олегівна – студентка магістратури Дніпропетровського національного університету ім.Олеся Гончара.

Коротка Валентина Григорівна – старший викладач кафедри ЕОМ Дніпропетровського національного університету ім.Олеся Гончара.

Шерстюк Геннадій Геннадійович – аспірант кафедри прикладної і комп’ютерної радіофізики Дніпропетровського національного університету ім.Олеся Гончара.

Матвєєва Марина Олегівна - професор кафедри ливарного виробництва Національної металургійної академії.

Скалозуб Владислав Васильович - д.т.н., проф., зав. кафедри КИТ Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна (ДНУЗТ).

Скалозуб Марина Владиславовна – аспірант ДНУЗТ.

Ємець Олег Олексійович - доктор фізико-математичних наук, професор, Полтавський університет економіки та торгівлі (ПУЕТ).

Черненко Оксана Олексіївна - кандидат фізико-математичних наук, Полтавський університет економіки та торгівлі (ПУЕТ).

Кавац Алена Александровна – к.т.н., асистент кафедри Информационных технологий и систем, Национальная металлургическая академия Украины.

Деревянко Александр Иванович – к.т.н., доц. кафедри Информационных технологий и систем, Национальная металлургическая академия Украины.

Кириченко Людмила Олеговна – к.т.н., доцент каф. прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники.

Кротких Семен Сергеевич – аспірант каф. прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники.

Крыгин Кирилл Сергеевич – студент факультета прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники.

Удовенко Сергей Григорьевич – д.т.н., профессор каф. ЭВМ Харьковского национального университета радиоэлектроники.

Кондратенко Юрій Пантелійович – д.т.н., проф. кафедри комп’ютеризованих систем управління Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, Миколаїв.

Коробко Олексій Володимирович – аспірант кафедри комп’ютеризованих систем управління Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, Миколаїв.

Кошуляк Олексій Валентинович - викладач кафедри радіоелектронної автоматики фізико-технічного факультету Дніпропетровського національного університету ім.Олеся Гончара.

Басс Константин Марковичдоцент - к.т.н. ДВНЗ "НГУ".

Кравец Владимир Вікторович - доцент, к.т.н. ДНУЗТ ім.академіка В.Лазаряна.

Харченко Александр Валерьевич - научный сот рудник ДНУЗТ ім.академіка В.Лазаряна.

Кравец Таміла Вікторівна – асистент ДНУЗТ ім.академіка В.Лазаряна.

Круковский Александр Петрович – к.т.н., старший научный сотрудник Института геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

Кукушкин Олег Николаевич – д.т.н., профессор, зав. кафедрой автоматизации производственных процессов Национальной металлургической академии Украины.

Жаданос Александр Владимирович – к.т.н., доцент кафедры электрометаллургии Национальной металлургической академии Украины.

Киричек Антон Владимирович – студент группы МА-08 (кафедра автоматизации производственных процессов) Национальной металлургической академии Украины.

Лукашевич Юрий Петрович – аспирант кафедры автоматизации производственных процессов Национальной металлургической академии Украины.

Малайчук Валентин Павлович – д.т.н., проф., профессор кафедры Радиоэлектронной автоматики, Днепропетровского национального университета им. О. Гончара.

Федорович Анна Игоревна – преподаватель кафедры Радиоэлектронной автоматики, Днепропетровского национального университета им. О. Гончара.

Малая Юлия Анатольевна – ассистент Национальной металлургической академии Украины.

Губин Александр Игоревич – к.т.н., доцент Днепропетровского национального университета им. О. Гончара.

Гуда Антон Игоревич - к.т.н., доцент Национальной металлургической академии Украины.

Миргород Владимир Федорович - заведующий кафедрой Военной академии (г. Одесса).

Гвоздева Ирина Маратовна - ведущий научный сотрудник Одесского национального политехнического университета.

Михайловська Тетяна Віталіївна –к.т.н., доцент кафедри Інформаційних технологій та систем, Національна металургійна академія України.

Селівьорстов Вадим Юрійович – профессор, д.т.н., доцент кафедри Ливарного виробництва, Національна металургійна академія України.

Михалёв Александр Ильич - д.т.н., профессор, зав. кафедрой информационных технологий и систем Национальной металлургической академии Украины.

Кузнецов Владимир Иванович - к.т.н., с.н.с., доцент Национальной металлургической академии Украины.

Теплякова Галина Львовна - магистрант Национальной металлургической академии Украины.

Прядко Наталия Сергеевна – старший научный сотрудник Института технической механики НАНУ и ГКА Украины, к.т.н.

Сухомлин Роман Александрович – аспирант Национальной металлургической академии.

Рахманов Сулейман Рахманович - Национальная металлургическая академия Украины, кафедра теоретической механики, к.т.н., доцент.

Сапегин Владимир Николаевич - мл. научн. сотрудник Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

Сарычев А.П. - доктор технических наук, старший научный сотрудник Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины.

Дорош Ігор Олександрович - молодший науковий співробітник Інститут транспортних систем та технологій національної академії України “ТРАНСМАГ”.