

В.И. Кузнецов, Г.Л. Евтушенко, В.С. Вьюненко, А.А. Ткаченко

**МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА БАЗЕ МЕТОДОВ  
КОЛИЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА РЕШЕНИЙ**

*Аннотация. В статье предлагается подход к многокритериальной оптимизации, основанный на совместном использовании поисковых методов и методов количественного анализа решений. Рассмотрено применение этого подхода в двух задачах: распределение внутренних энергетических ресурсов металлургического комбината, сравнительный анализ технологий металлургии железа.*

*Ключевые слова:* многокритериальный анализ, оптимизация, метаэвристики, метод взвешенных сумм, металлургия железа.

### **Введение**

Технологические процессы сложных систем таких, как металлургическое производство характеризуются большим числом элементов, связи между элементами носят разнотипный, нелинейный характер. Часть информации о системе может представляться в качественном виде. Функционирование системы и управление ею происходит в условиях многокритериальности, нечеткости и неопределенности. Часто надо учитывать человеческий фактор: экспертные знания, ценности, опыт.

Применение точных количественных методов и подходов не всегда позволяют строить адекватные модели сложных технологических систем, особенно инновационных. Спектр слабо структурированных задач постоянно расширяется: управление производственными системами, распознавание сигналов и техническая диагностика, проектирование, технологическое предвидение и тому подобное.

Для решения таких задач наряду с традиционным математическим моделированием целесообразно использовать имитационное моделирование и методологии инженерии знаний, такие как: многокритериальный анализ, экспертные системы, нечеткое и нейро-нечеткое моделирование и управление. Современные информационные техно-

логии и системы, такие как системы поддержки принятия решений (СППР), позволяют объединить подходы в решении этих задач на основе современной концепции системного моделирования.

В работе предлагается подход к многокритериальному анализу и оптимизации сложных систем, основанный на совместном использовании поисковых методов и методов количественного анализа решений. Рассматривается применение этого подхода в двух задачах: распределение внутренних энергетических ресурсов металлургического комбината, сравнительный анализ технологий металлургии железа. Для многокритериального анализа выбрана СППР NooTron [1].

### **Векторная оптимизация и многокритериальный анализ сложных систем**

Во многих сферах науки, техники и экономики встречаются задачи, в которых нужно оптимизировать несколько скалярных целевых функций. Такие задачи оптимизации называются «многокритериальные», или «векторные».

Существует несколько основных подходов к решению таких задач [2]: свертывание критериев – позволяет свести задачу к однокритериальной за счет построения «суперкритерия»; выбор одного критерия в качестве «главного», а все остальные представляются как ограничения; последовательное решение задач однокритериальной оптимизации. Широко используются методы сужения исходного множества рассматриваемых альтернатив путем построения множеств эффективных решений: Парето, Слейтера, Смейла, метод порогов несравнимости Руя, метод Подиновского [3].

При оптимизации сложных систем скалярные целевые функции (частные критерии) рассчитываются алгоритмически, что требует совместного применения имитационного моделирования и поисковых методов оптимизации. Некоторые из многокритериальных задач оптимизации могут быть представлены в виде математических, имитационных и других моделей. Но в случае, когда задачу нельзя решить традиционными методами за допустимое время, или когда не удается получить четкую («физикалистскую») математическую постановку, целесообразно использовать эвристические, метаэвристические методы, а также методы, основанные на статистическом моделировании (метод Монте-Карло) и нейронных сетях.

Эвристические алгоритмы (эвристики) способны найти «удовлетворительные» решения оптимизационной задачи за приемлемое время, не обосновывая при этом их правильность или оптимальность (эмпирически). Метаэвристика же, подразумевает некую высокоуровневую стратегию, которая комбинирует, объединяет эвристические методы для решения более сложных задач [4].

На сегодня область метаэвристики достаточно развита. Эти алгоритмы классифицируют по следующим направлениям. По количеству используемых решений [4]: непопуляционные (используют одно потенциальное решение), популяционные (используют множество потенциальных решений). Непопуляционные метаэвристики подразделяются на натуральные (биологические и физические) и ненатуральные. Популяционные метаэвристики подразделяются на эволюционные (детерминированные и вероятностные), роевые (биологические и физические), иммунные, ненатуральные.

Самые известные алгоритмы локального поиска: табу-поиск, метод имитации отжига, метод поиска чередующихся окрестностей и процедура жадного случайного адаптивного поиска.

Метод полного перебора (англ. brute force method, BFM) позволяет получить любое необходимое количество субоптимальных вариантов (близких к оптимальному варианту), которое будет включать в себя и все глобально оптимальные решения.

Для решения больших, сложных, многомерных задач, в том числе задач на основе имитационного моделирования с большим количеством оптимизируемых параметров лучше подходят популяционные метаэвристики, например, эволюционные алгоритмы, генетические алгоритмы, алгоритм оптимизации роя частиц.

Преимуществами поисковых методов является их универсальность и возможность получения многих субоптимальных (по каждому скалярному критерию) решений, которые могут рассматриваться как «субоптимальные» альтернативы. К ним могут быть применены методы количественного анализа решений (МКА). Это такие методы, как метод анализа иерархий, метод анализа сетей, методология оценки эффективности ВОСР, метод взвешенных сумм, метод матрицы решений. В этих методах на этапе синтеза глобальных оценок используют функции свертывания критериев (свертки). Чаще всего используют такие: аддитивные функции (когда важны абсолютные значения кри-

териев); мультипликативные функции (когда важны изменения абсолютных значений критериев при варьировании управляемых параметров); максиминные, минимаксные функции выбора (когда нужно добиться равенства нормированных показателей). Для анализа и оптимизации целесообразно применять несколько сверток.

Библиотека системы поддержки принятия решений NooTron [1] на данный момент включает 10 методов многокритериального анализа: метод анализа иерархий (МАИ); метод взвешенных сумм (МВС); метод матрицы решений (ММР); метод анализа сетей; интегрированный метод МАИ + ММР; интегрированный метод МВС + МАИ; метод распознавания образов; методология ВОСР; МАИ в абсолютных измерениях; метод ранжированных весов критериев. Также разработан максиминный вариант МАИ и МВС с нелинейными свёртками (НМВС). Таким образом, СППР NooTron позволяет провести сравнительный анализ решений с использованием нескольких методов МКА и различных свёрток, на основании чего может быть повышена обоснованность принятия решений.

#### **Многокритериальная оптимизация распределения внутренних энергетических ресурсов металлургического комбината**

Задача максимального использования ВЭР имеет не только экономическое, но и экологическое значение, поскольку снижение расхода топлива, за счет использованием ВЭР, позволяет снизить вредные выбросы и снижает загрязнение окружающей среды [5...7].

Задача оптимизации распределения ВЭР металлургического комбината, которое является сложной системой, относится к многокритериальным задачам, так как содержит несколько скалярных целевых функций. В связи со спецификой предметной области оптимизационная модель теплоэнергетической системы металлургического комбината может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \overline{Cr}(\overline{X}, V) &= \mathbf{B}(V) \cdot \overline{Z}(\overline{G}, \overline{Y}(\overline{X})) \rightarrow \min, \\ 0 \leq x_j &\leq 1, j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\overline{Cr}(\overline{X}, V)$  – векторная целевая функция;  $\mathbf{B}(V)$  – матрица нормализующих коэффициентов;  $\overline{Z}$  – вектор критериев верхнего уровня;  $\overline{G}$  – вектор постоянных параметров;  $\overline{Y}$  – вектор промежуточных переменных;  $\overline{X}$  – вектор безразмерных оптимизируемых параметров;  $V$  – множество вариантов внешних условий. Скалярные составляющие

векторной целевой функции ввиду их громоздкости рассчитываются алгоритмически.

В оптимизационную модель в [7, 8] вошли следующие критерии эффективности теплоэнергетической системы металлургического комбината:

1. Энергетический критерий – приведенный расход привозного условного топлива, потребляемого комбинатом. В условное топливо переводятся два вида внешних (первичных) энергетических ресурса: природный газ и электроэнергия из региональной электросети.

В общем виде его можно записать:

$$Cr_1(\bar{X}) = z_1 + b_{11} \cdot z_2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

2. Экономический критерий – сумма затрат на приведенный расход условного топлива (природный газ и электроэнергия):

$$Cr_2(\bar{X}) = b_{21} \cdot z_1 + b_{22} \cdot z_2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Здесь  $z_1$  и  $z_2$  – годовой расход природного газа и электроэнергии соответственно;  $b_{11}$  – средний удельный расход условного топлива на отпуск электроэнергии, кг/(кВт·ч);  $b_{21}$  – цена на природный газ (грн/т);  $b_{22}$  – цена на электроэнергию (грн/(МВт·ч)).

Исходя из современных требований, следует добавить экологический критерий – суммарный объём выбросов ( $z_j$ ) с учетом их опасности ( $b_{3j}$ ) [7]:

$$Cr_3(\bar{Z}) = \sum b_{3j} \cdot z_j \rightarrow \min. \quad (4)$$

Предлагаемый подход к оптимизации заключается в поиске для каждого критерия (скалярного компонента векторной целевой функции) наборов относительных параметров, доставляющих минимум каждому критерию. У каждого из критериев этот набор будет в общем случае свой. Далее проводится многокритериальный анализ субоптимальных вариантов, по результатам которого принимается решение о лучшем варианте по совокупности рассмотренных критериев. Поскольку критерии рассчитываются алгоритмически, то в качестве методов оптимизации выбраны поисковые методы. Применение поисковых методов наилучшим образом соответствует современной методологии MBSE исследования и синтеза сложных систем, основанной на моделях и компьютерных экспериментах.

В работе [8] использован метод полного перебора вариантов, который позволяет получить необходимое количество субоптимальных вариантов. На этой основе также можно оценить выигрыш от оп-

тимизации. Для полученных субоптимальных вариантов проведен многокритериальный анализ с использованием интегрированного метода МАИ + ММР в СППР NooTron, что дало возможность обосновать выбор варианта, лучшего по совокупности критерииев.

Метод полного перебора является ресурсоёмким – время выполнения оптимизации с уменьшением шага по  $x_i$  растёт экспоненциально.

Предлагается добавить экологический критерий к оптимизационной модели, рассмотренной в [8], выполнить оптимизацию с применением метаэвристических методов. Разрабатывается программное средство с возможностью редактирования модели исследуемой системы и выбора метода оптимизации.

### **Сравнительный анализ технологий металлургии железа с использованием МАИ и НМВС в СППР NooTron**

На данный момент существует большое количество технологий металлургии железа, которые используются по всему миру. Первые технологии металлизации железорудного сырья, использующие принципы твердофазного восстановления, были реализованы в шахтных противоточных печах и установках с плотным неподвижным слоем.

При разработке методологии выбора применимых технологий, первым и наиболее существенным шагом является проведение анализа рынка металла. После того, как возможности и проблемы рынка изучены путем проведения технико-экономической оценки каждой возможной технологии и их возможного сочетания, оценки затрат на производство и транспортировку, могут быть выбраны наилучшие технологии для конкретного предприятия [6].

Для анализа технологий было выделено несколько задач:

1) Многокритериальный сравнительный анализ нескольких существующих технологий.

2) Многокритериальная оптимизация выбранных технологий.

3) Сравнительный анализ оптимизированных технологий.

В работе рассматривается первая задача.

Краткая характеристика технологий [6], отобранных для сравнительного анализа:

1. Доменная печь – наиболее отработанная технология производства чугуна, используется на более чем 1000 установках во всем

мире. Мощность доменной печи составляет от 300 – 400 тыс. т год чугуна.

2. Технология COREX – мощность установок составляет от 800 тыс. до 1500 тыс. т/год. В мире работает 5 установок.

3. Технологии MIDREX и HYL на основе газа – много установок работает во всем мире.

4. Технологии MIDREX и HYL на основе угля – используется только одна установка с применением возобновляемого газа, полученного в плавильной печи-газификаторе на основе технологии COREX.

В таблице 1 приведены показатели для этих технологий по критериям, разбитым на две группы: экономические (Э) и технологические (Т) [5, 6].

Таблица 1

Показатели сравниваемых технологий

<i>Критерии</i>	<i>Технологии</i>	<i>COREX</i>	<i>HYL + газ</i>	<i>HYL + уголь</i>	<i>MIDREX + газ</i>	<i>MIDREX + уголь</i>	<i>Доменная печь</i>
Э1 Трудозатраты (человеко-час/т продукта)		0,3	0,12	0,2	0,11	0,25	0,1
Э2 Капитальные затраты		12	2	7	1	6	5
Э3 Эксплуатационные затраты		12	6	3	5	2	13
Э4 Термин окупаемости		12	3	9	1	5	8
T1 Концентрат/окатыши (т/т продукта)		1,5	1,45	1,45	1,45	1,45	1,5
T2 Кислород, м <sup>3</sup> /т		400	60	280	20	245	30
T3 Природный газ, ГДж/т		0,1	10,2	0,1	9,9	0,1	0,2
T4 Электрика, кВт·ч/т		601	60	249	115	284	125

Результаты сравнительного анализа технологий металлургии железа методом анализа иерархий в СППР NooTron приведены в табл.2. В рамках данной задачи приоритеты критериев в каждой (условной) группе приняты равными, при этом важность группы экономических критериев принята выше технологических процессов на небольшой уровень преимущества – «2» по шкале Саати. Приоритеты альтернатив по критериям рассчитаны в шкале отношений при условии «чем меньше, тем лучше».

Таблица 2

Результат сравнительного анализа  
технологий металлургии железа МАИ

A \ K	$\varnothing 1$ (0,167)	$\varnothing 2$ (0,167)	$\varnothing 3$ (0,167)	$\varnothing 4$ (0,167)	$T_1$ (0,083)	$T_2$ (0,083)	$T_3$ (0,083)	$T_4$ (0,083)	Гл.Пр.
COREX	0,084	0,040	0,061	0,045	0,163	0,023	0,284	0,039	0,080
HYL + газ	0,210	0,239	0,123	0,180	0,169	0,151	0,003	0,392	0,185
HYL + уголь	0,126	0,068	0,245	0,060	0,169	0,032	0,284	0,094	0,131
<b>MIDREX + газ</b>	<b>0,229</b>	<b>0,478</b>	<b>0,147</b>	<b>0,540</b>	<b>0,169</b>	<b>0,454</b>	<b>0,003</b>	<b>0,204</b>	<b>0,302</b>
MIDREX + уголь	0,101	0,080	0,368	0,108	0,169	0,037	0,284	0,083	0,157
Доменная печь	0,252	0,096	0,057	0,067	0,163	0,303	0,142	0,188	0,145

Обозначения: A – альтернативы, K – критерии, Гл.Пр. – глобальные приоритеты альтернатив, выделенная жирным альтернатаива – лучшая по совокупности критериев.

Проведем сравнительный анализ технологий с использованием нелинейного варианта метода взвешенных сумм реализованного в СППР NooTron [1].

Метод взвешенных сумм является одним из основных методов МКА. Он позволяет работать с большим количеством критериев сложной иерархической структуры и большим количеством сравниваемых объектов. В системе поддержки принятия решений NooTron [1] реализовано 3 варианта МВС: классический, интегрированный вариант «МВС + МАИ», метод ранжированных весов критериев. В этих методах используется аддитивная свертка локальных оценок и реализованы средства для расчета весов критериев. Разработанный НМВС включает такие функции свёртывания критериев: линейная свертка (Л), мультипликативная свертка (М), степенная мультипликативная свертка (СМ), дополнительная мультипликативная свертка (ДМ), простая гармоническая свертка (ПГ), взвешенная гармоническая свертка (ВГ). Подробно эти свертки рассмотрены, например, в [9, 10].

Для применения МВС показатели альтернатив должны быть приведены в единую бальную шкалу. Для рассматриваемой задачи была выбрана 100-бальная шкала. Чтобы обеспечить корректную ра-

боту НМВС, необходимо избежать нулевых оценок, поэтому нормировка по Гермейеру [9] здесь не подходит.

С этой целью предлагается подход к переводу натуральных оценок в балльные шкалы на основе расчета локальных приоритетов матрицы парных сравнений объектов в МАИ, предложенного в [11, 12]. При наличии в задаче количественных критериев, оцениваемых в натуральных шкалах, для получения локальных приоритетов в МАИ используют шкалу отношений. При этом, получаемая матрица парных сравнений всегда будет согласованной («матрица относительных весов»), не зависимо от количества альтернатив. Этот вариант МАИ реализован в СППР NooTron.

Для согласованной матрицы парных сравнений приоритеты альтернатив находят по формуле [11]:

$$p_i = \frac{a_i}{\sum_{j=1}^n a_j}, \quad (5)$$

где  $a_i$  –  $i$ -тый элемент последнего столбца МПС;  $n$  – количество альтернатив.

Элемент матрицы парных сравнений, заполненной по шкале отношений, в столбце  $n$  рассчитывается так:

$$a_i = \begin{cases} \frac{u_i}{u_n}, & \text{"чем больше, тем лучше";} \\ \frac{u_n}{u_i}, & \text{"чем меньше, тем лучше",} \end{cases} \quad (6)$$

где  $u_i$  – оценка  $i$ -той альтернативы в натуральной шкале,  $u_i > 0$ .

Таким образом, формулы (5) и (6) можно применить и для перевода в полярную шкалу «0-1», для этого в формуле (5) следует «нормировку на сумму» заменить на «нормировку на максимум»:

$$p_i = \frac{a_i}{\max_j a_j}. \quad (7)$$

На основе формул (7) и (6) натуральные оценки альтернатив из табл. 1 были переведены в 100-балльную шкалу, а затем применен НМВС. При этом структура критериев была представлена двумя уровнями, что позволило учесть приоритеты групп принятые в рамках задачи. Результат сравнительного анализа технологий металлургии железа НМВС приведен в табл. 3.

Таблица 3

Результат сравнительного анализа  
технологий металлургии железа НМВС

№	Альтернативы	Глобальные оценки альтернатив (по сверткам)					
		L	M	CM	ДМ	ПГ	ВГ
1	COREX	28,655	2,246	17,097	23,937	2,752	12,017
2	HYL+газ	52,664	3,917	37,081	39,436	2,701	9,719
3	HYL+уголь	42,909	3,660	29,568	33,727	2,833	20,032
4	MIDREX+газ	76,257	5,381	54,534	50,737	2,719	10,433
5	MIDREX+уголь	48,579	4,131	34,756	37,558	2,856	24,989
6	Доменная печь	46,491	4,669	33,973	35,730	2,884	25,349

Для анализа результатов полученные глобальные оценки альтернатив с использованием МАИ и НМВС были нормированы на максимум и отображены на рис. 1.

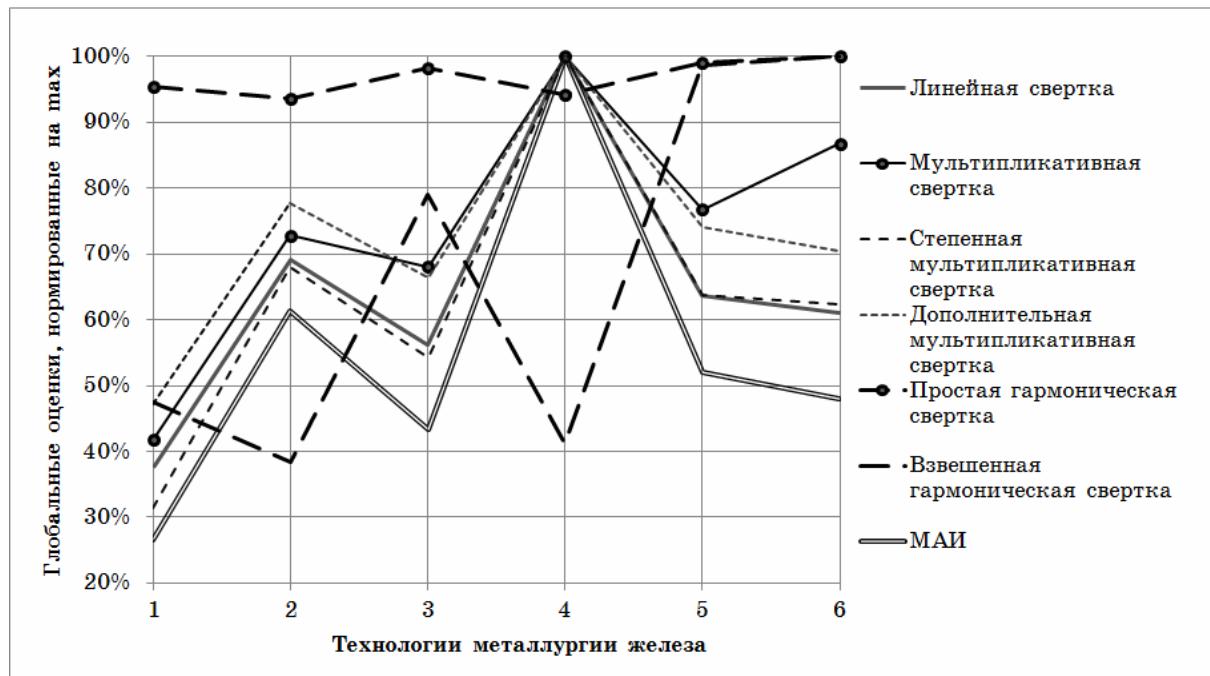


Рисунок 1 – Результаты сравнительного анализа  
технологий металлургии железа

По МАИ, линейной и мультипликативным сверткам в НМВС лучшей альтернативой является технология «MIDREX+газ». По гармоническим сверткам лучшей оказалась альтернатива «Доменная печь». Эти свертки целесообразно использовать, когда в задаче рассматриваются экспертные оценки и необходимо найти компромиссное решение исходя из принципа «подальше от ограничений» [9].

### Выводы

Предложен подход к многокритериальной оптимизации, основанный на совместном использовании поисковых методов и методов количественного анализа решений. Этот подход позволяет на основе многокритериального анализа субоптимальных вариантов, получаемых с использованием поисковых методов оптимизации для каждого критерия (скалярной целевой функции), принять решение о лучшем варианте по совокупности критериев. Рассмотрено применение этого подхода в двух задачах: распределение внутренних энергетических ресурсов металлургического комбината, сравнительный анализ технологий металлургии железа.

При решении указанных задач использовалась система поддержки принятия решений NooTron [1], которая на данный момент включает 10 методов многокритериального анализа. В СППР NooTron можно провести сравнительный анализ альтернатив с использованием нескольких методов МКА и различных свёрток, на основании чего может быть повышена обоснованность принятия решений.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Система поддержки принятия решений NooTron: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nootron.net.ua>.
2. Катренко А.В. Теорія прийняття рішень / А.В. Катренко, В.В. Пасічник, В.П. Пасько. – К. : видавнича група BHV, 2009. – 448 с.
3. Подиновский В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин – М.: Наука, 1982. – 255 с.
4. Скобцов Ю.А. Метаэвристики: монография / Ю.А. Скобцов, Е.Е. Федоров. – Донецк: Изд-во «Ноулидж» (Донецкое отделение), 2013. – 426 с.
5. Розенгарт Ю.И. Вторичные энергетические ресурсы чёрной металлургии и их использование / Ю.И. Розенгарт, Б.И. Якобсон, З.А. Мурадова. – К.: Вища шк. 1988. – 304 с.
6. Ярошенко Ю.Г. Энергоэффективные и ресурсосберегающие технологии черной металлургии: учеб. пособие / Ю.Г. Ярошенко, Я.М. Гордон, И.Ю. Ходорковская. Под ред. Ю.Г. Ярошенко. – Екатеринбург: ООО «УИПЦ», 2012. – 670с.
7. Сазанов Б.В. Теплоэнергетические системы промышленных предприятий. / Б.В. Сазанов, В.И. Ситас. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 304 с.
8. Михальов О.І. Системна модель для багатокритеріального аналізу технологій використання енергетичних ресурсів металургійного виробництва / О.І. Михальов, В.І. Кузнецов, Г.Л. Євтушенко // Сучасні проблеми металургії. – №17. – Дніпропетровськ, 2014. – С. 50 – 65.
9. Воронин А.Н. Вложенные скалярные свёртки векторного критерия / А.Н. Воронин // Проблемы управления и информатики. – 2003. – №5. – С. 10 – 21.
10. Микони С. В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив : [учеб. пособие] / С. В. Микони. – СПб. : Издательство «Лань», 2009. – 272 с.
11. Саати Т. Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т. Л. Саати. – М. : Изд-во ЛКИ, 2008. – 360 с.
12. Ногин В. Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев / В. Д. Ногин // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2004. – Т. 44. – №7. – С. 1261 – 1270.

А.П. Сарычев

## АЛГОРИТМ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО МНОЖЕСТВА РЕГРЕССОРОВ В ЗАДАЧЕ ВЕКТОРНОЙ РЕГРЕССИИ

*Аннотация.* В соответствии с принципами метода группового учета аргументов построен многоэтапный итерационный алгоритм структурной идентификации, позволяющий находить модель оптимальной сложности в задаче векторной регрессии в условиях структурной неопределенности.

*Ключевые слова:* метод группового учёта аргументов, критерий регулярности.

При решении задач одномерной и векторной регрессии, поставленных в условиях структурной неопределенности, как правило, предполагается, что генерация наборов регрессоров выполняется полным перебором всех возможных сочетаний исходного множества регрессоров. Полный перебор реализуется в виде многоэтапных процедур, в которых на каждом этапе с номером  $s$  в модели допускается не более  $s$  регрессоров. Генерация наборов регрессоров начинается с отдельно взятых регрессоров на этапе с номером  $s=1$  и заканчивается на этапе  $s^*$ , на котором попытка усложнить модель по числу включенных в нее регрессоров не приводит к улучшению качества решения. Для многих практических приложений задача полного перебора регрессоров на современных ЭВМ является вполне реализуемой: об-

щее число перебираемых вариантов равно  $\sum_{s=1}^{s^*} C_m^s$ , где  $C_m^s = \frac{m! s!}{(m-s)!}$  –

число сочетаний из  $m$  элементов по  $s$ . Но существуют практические задачи, поставленные таким образом, что число регрессоров в исходном множестве  $X$  слишком велико. В этих условиях алгоритм полного перебора заменяют эвристическими процедурами, которые реализуют так называемые "рациональные", "целенаправленные" способы перебора. Безусловно, этапу применения таких эвристических проце-

дур должно предшествовать их исследование методом статистических испытаний.

В методе группового учёта аргументов (МГУА) [1–2] существуют два класса алгоритмов поиска оптимальной структуры регрессии: комбинаторные [1] и итерационные алгоритмы [2–4]. Один из представителей второго класса –МИАСИС – многоэтапный итерационный алгоритм структурной идентификации (системный).

### 1. Назначение алгоритма

В случае одномерной по выходу регрессии многоэтапный итерационный алгоритм структурной идентификации (МИАСИ) [5–6] позволяет определить структуру и оценить коэффициенты зависимости скалярной выходной переменной от входных переменных в условиях, когда априорно неизвестно, какие именно входные переменные участвуют в её формировании и какова дисперсия её случайной составляющей. Зависимости могут быть линейными по коэффициентам, линейными или нелинейными по входным переменным. Генерация, сравнение и отбор моделей проводятся по многоэтапной схеме, в которой номер этапа определяет максимально возможное число членов в моделях. На первом этапе анализируются все возможные одночлены, на втором – двухчлены. На последующих этапах структура и сложность генерируемых моделей зависит от структуры лучших моделей предыдущего этапа. Для оценивания качества моделей выборка данных разбивается на две подвыборки: на обучающей подвыборке по итерационной схеме МГУА оцениваются коэффициенты модели, а на проверочной подвыборке нормой остатков оценивается её качество. Оптимальная (лучшая по структуре) модель определяется по минимуму нормы остатков на проверочной подвыборке (критерий регулярности). Предусмотрено, что качество моделей может оцениваться и по схеме скользящего экзамена (усреднённый критерий регулярности), а также остаточной суммой квадратов на обучающей подвыборке.

Класс моделей, синтезируемых по алгоритму МИАСИС, в случае одномерной по выходу регрессии имеет вид

$$y = \sum_{g=1}^s \theta_g \cdot \prod_{j=1}^m x_j^{\alpha(g,j)}, \quad (1)$$

где  $y$  – выходная переменная;  $g$  – номер члена в модели,  $g = 1, 2, \dots, s$ ;  $s$  – число членов в модели;  $\theta_g$  – коэффициент при  $g$ -ом члене;  $x_j$  –

$j$ -я входная переменная,  $j = 1, 2, \dots, m$ ;  $m$  – число входных переменных;  $\alpha(g, j)$  – показатель степени, в которой  $j$ -я входная переменная входит в  $g$ -й член модели.

Класс моделей (1) в частном случае, когда выходная переменная линейно зависит от входных переменных, имеет вид:

$$y = \sum_{g \in Q(p,s)} \theta_g \cdot x_g, \quad s = 1, 2, \dots, m; \quad p = 1, 2, \dots, P; \quad P = C_m^s, \quad (2)$$

где  $Q(p,s)$  – одно из всевозможных подмножеств множества  $\{1, 2, \dots, m\}$  такое, что число элементов в нём равно  $s$ ;  $P$  – число таких всевозможных подмножеств, равное числу сочетаний из  $m$  элементов по  $s$ .

Имея наблюдения выходной и входных переменных

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

и предполагая существование зависимости выходной переменной от набора входных переменных в указанных классах моделей (1)–(2), можно по программе алгоритма МИАСИ [5–6] определить структуру модели (параметры  $\alpha(g, j)$  и  $s$ ) и оценить её коэффициенты  $\theta_g$ ,  $g = 1, 2, \dots, s$ .

## 2. Многоэтапный итерационный алгоритм структурной идентификации

Алгоритм МИАСИС позволяет определить структуру и оценить коэффициенты зависимости многомерной (векторной) выходной переменной от входных переменных в условиях, когда априорно неизвестно, какие именно входные переменные участвуют в формировании каждой выходной переменной, и неизвестна ковариационная матрица их случайных составляющих. Если коэффициенты регрессионных моделей для каждой из компонент векторной выходной переменной можно оценивать независимо, т. е. отдельно для каждой скалярной входной переменной, то поиск оптимальных по структуре регрессионных моделей можно проводить по алгоритму МИАСИ, применяя его отдельно для каждой компоненты векторной выходной переменной. В случае, когда коэффициенты регрессионных моделей

для всех компонент векторной выходной переменной необходимо оценивать совместно, следует применять системный аналог алгоритма МИАСИ – алгоритм МИАСИС. Класс моделей, синтезируемых по алгоритму МИАСИС в системе регрессионных уравнений, совпадает с (1)–(2). Имея векторы наблюдений  $h$  выходных переменных и соответствующие матрицы наблюдений входных переменных ( $k = 1, 2, \dots, h$ ):

$$\mathbf{y}(k) = (y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k))^T, \quad \mathbf{X}(k) = \begin{bmatrix} x_{11}(k) & x_{12}(k) & \cdots & x_{1,m(k)}(k) \\ x_{21}(k) & x_{22}(k) & \cdots & x_{2,m(k)}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1}(k) & x_{n2}(k) & \cdots & x_{n,m(k)}(k) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

и, предполагая существование зависимостей выходных переменных от набора входных переменных в указанных классах моделей (1)–(2), можно по программе алгоритма МИАСИС определить структуры моделей (параметры  $a(k; g, j)$ ,  $s(k)$ ) и оценить их коэффициенты  $\theta_g(k)$ ,  $g = 1, 2, \dots, s(k)$ .

Разобьем исходную выборку наблюдений на обучающую ( $A$ ) и проверочную ( $B$ ) подвыборки; сгруппируем векторы наблюдений выходных переменных  $\mathbf{y}(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, h$ , и матрицы наблюдений входных переменных  $\mathbf{X}(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, h$ , следующим образом:

$$\mathbf{y}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{y}(A, k) \\ \mathbf{y}(B, k) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(A, k) \\ \mathbf{X}(B, k) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{y}(A, k)$ ,  $\mathbf{X}(A, k)$  –  $(n(A) \times 1)$ -вектор наблюдений выходной переменной с номером  $k$  и  $(n(A) \times m((k)))$ -матрица наблюдений её входных переменных на обучающей подвыборке;  $\mathbf{y}(B, k)$ ,  $\mathbf{X}(B, k)$  –  $(n(B) \times 1)$ -вектор наблюдений выходной переменной с номером  $k$  и  $(n(B) \times m(k))$ -матрица наблюдений её входных переменных на проверочной подвыборке;  $n(A)$  и  $n(B)$  – объемы обучающей и проверочной подвыборок,  $n(A) + n(B) = n$ .

Дадим необходимые определения:

1) *частным описанием* для выходной переменной с номером  $k$  будем называть  $(n \times 1)$ -вектор  $\hat{z}(k)$ , полученный по алгоритму МИАСИС как некоторое приближение (аппроксимация) вектора  $\mathbf{y}(k)$ ;

2) структурой частного описания для выходной переменной с номером  $k$  будем называть набор параметров  $\alpha(k; g, j)$  и  $s(k)$ , определяющих  $\hat{z}(k)$  в представлении (1).

Прежде чем приступить к построению алгоритма, определим общий вид матрицы частных описаний для выходной переменной с номером  $k$ :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Z}}^r(k) &= \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_1^r(k) & \hat{\mathbf{z}}_2^r(k) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_{F+2+m+2 \times s^F(k)}^r(k) \end{array} \right] = \\ &= \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_1^r(A, k) & \hat{\mathbf{z}}_2^r(A, k) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_{F+2+m+2 \times s^F(k)}^r(A, k) \\ \hat{\mathbf{z}}_1^r(B, k) & \hat{\mathbf{z}}_2^r(B, k) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_{F+2+m+2 \times s^F(k)}^r(B, k) \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}^r(A, k) \\ \hat{\mathbf{Z}}^r(B, k) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $r = 1, 2, \dots$  – номер итерации;  $\hat{\mathbf{z}}_j^r(k)$  –  $(n \times 1)$ -векторы, частные описания;  $j = 1, 2, \dots, F + 2 + m + 2 \times s^F$ ;  $n$  – число наблюдений;  $F$  – число лучших частных описаний, передаваемых от итерации к итерации (и от этапа к этапу);  $m(k)$  – число входных переменных для  $k$ -й выходной переменной;  $s^F(k)$  – число членов в структуре лучшего частного описания  $(r-1)$ -й итерации для выходной переменной с номером  $k = 1, 2, \dots, h$ .

Для удобства дальнейшего изложения осуществим разбиение:

$$\hat{\mathbf{Z}}^r(k) = \left[ \begin{array}{c|c|c} \hat{\mathbf{G}}^r(k) & \hat{\mathbf{C}}^r(k) & \hat{\mathbf{D}}^r(k) \end{array} \right], \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{G}}^r(k) = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_1^r(k) & \hat{\mathbf{z}}_2^r(k) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_F^r(k) \end{array} \right], \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{C}}^r(k) = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_{F+1}^r(k) & \hat{\mathbf{z}}_{F+2}^r(k) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_{F+2+m(k)}^r(k) \end{array} \right], \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{D}}^r(k) = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_{F+2+m(k)+1}^r(k) & \hat{\mathbf{z}}_{F+2+m(k)+2}^r(k) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_{F+2+m(k)+2 \times s^F(k)}^r(k) \end{array} \right]. \quad (10)$$

Для построения итерационного алгоритма МГУА необходимо [3, 4]:

1) указать начальные матрицы частных описаний  $\hat{\mathbf{Z}}^o(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, h$ ;

2) определить оператор  $\mathfrak{K}$ , осуществляющий отображение

$$\left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{Z}}^{r-1}(1) & \hat{\mathbf{Z}}^{r-1}(2) & \dots & \hat{\mathbf{Z}}^{r-1}(h) \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{Z}}^r(1) & \hat{\mathbf{Z}}^r(2) & \dots & \hat{\mathbf{Z}}^r(h) \end{array} \right], \quad (11)$$

где  $r = 1, 2, \dots$  – номер итерации;

3) указать правило завершения итераций.

**Шаг 1.** Укажем начальную матрицу частных описаний  $\hat{\mathbf{Z}}^o(k)$

(положим пока  $s^F(k) = 0$ ):

$$\hat{\mathbf{Z}}^o(k) = [\mathbf{O}_{n \times F} \mid \mathbf{0}_n \mid \mathbf{1}_n \mid \mathbf{X}(k)], \quad k = 1, 2, \dots, h, \quad (12)$$

где  $\mathbf{O}_{n \times F}$  – нулевая  $(n \times F)$ -матрица;  $\mathbf{0}_n$  – нулевой  $(n \times 1)$ -вектор;  $\mathbf{1}_n$  – единичный  $(n \times 1)$ -вектор;

$$\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}_1(k) \mid \mathbf{x}_2(k) \mid \dots \mid \mathbf{x}_{m(k)}(k)] - \quad (13)$$

$(n \times m(k))$ -матрица  $n$  наблюдений  $m(k)$  входных переменных для выходной переменной с номером  $k$ .

**Шаг 2.** Определим оператор  $\mathfrak{K}$ .

Пусть  $(n \times 1)$ -векторы  $\hat{\mathbf{z}}^r(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, h$ , определяются по правилу:

$$\hat{\mathbf{z}}_i^r(k) = \hat{a}(A, k) \cdot \hat{\mathbf{z}}_{i, j_1}^{r-1}(k) + \hat{b}(A, k) \cdot \hat{\mathbf{z}}_{i, j_2}^{r-1}(k) \cdot \hat{\mathbf{z}}_{i, j_3}^{r-1}(k), \quad (14)$$

где  $r = 1, 2, \dots$  – номер итерации;  $i = 1, 2, \dots, n$  – номер наблюдения;

$j_1, j_2, j_3 = 1, 2, \dots, F + 2 + m(k) + 2 \times s^F(k)$  ( $j_2 \leq j_3$ ) – номера частных описаний из матрицы  $\hat{\mathbf{Z}}^{r-1}(k)$ ;  $\hat{a}(k)$ ,  $\hat{b}(k)$  – коэффициенты, определяемые на обучающей подвыборке наблюдений ( $A$ ) обобщённым методом наименьших квадратов как решение задачи параметрической идентификации системы регрессионных уравнений [7] – совместной регрессии выходных переменных  $y(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, h$ , причём каждая по двум своим регрессорам:

$$\hat{\mathbf{z}}_{j_1}^{r-1}(A, k) \text{ и } \hat{\mathbf{z}}_{j_2}^{r-1}(A, k) \otimes \hat{\mathbf{z}}_{j_3}^{r-1}(A, k) \quad (15)$$

(здесь  $\otimes$  – знак покомпонентного перемножения векторов).

Для полученной регрессии выполняется

$$\hat{\mathbf{y}}(A, k) = \hat{a}(k) \cdot \hat{\mathbf{z}}_{j_1}^{r-1}(A, k) + \hat{b}(k) \cdot \hat{\mathbf{z}}_{j_2}^{r-1}(A, k) \otimes \hat{\mathbf{z}}_{j_3}^{r-1}(A, k) + \mathbf{u}(A, k), \quad (16)$$

где  $(n \times 1)$ -вектор  $\mathbf{u}(A, k)$  представляет собой вектор остатков.

Из всех генерируемых по правилу (14)–(16) частных описаний отберём  $F$  описаний, имеющих наименьшие значения системного критерия регулярности  $ARS$  (исследован в [7]), который рассчитывается по остаткам регрессионных уравнений на проверочной выборке наблюдений ( $B$ ):

$$ARS = \frac{1}{h} \ln \left( \det \left[ \mathbf{U}^T(B|A) \mathbf{U}(B|A) \right] \right), \quad (17)$$

где

$$\mathbf{U}(B|A) = [\mathbf{u}(B|A, 1), \mathbf{u}(B|A, 2), \dots, \mathbf{u}(B|A, h)], \quad (18)$$

$$\mathbf{u}(B|A, k) = \hat{\mathbf{y}}(B, k) - \hat{\mathbf{z}}_i^r(B, k), \quad k = 1, 2, \dots, h, \quad (19)$$

$$u_i(B|A, k) = y_i(B, k) - \hat{z}_i^r(B, k), \quad i = 1, 2, \dots, n(B), \quad (20)$$

$$\hat{z}_i^r(B, k) = \hat{a}(A, k) \cdot \hat{z}_{i, j_1}^{r-1}(B, k) + \hat{b}(A, k) \cdot \hat{z}_{i, j_2}^{r-1}(B, k) \cdot \hat{z}_{i, j_3}^{r-1}(B, k). \quad (21)$$

Эти наборы  $F$  лучших частных описаний, упорядоченные по возрастанию

системного критерия регулярности так, что выполняется

$$\begin{aligned} ARS \left( \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_1^r(1) & \hat{\mathbf{z}}_1^r(2) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_1^r(h) \end{array} \right] \right) &\geq \\ \geq ARS \left( \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_2^r(1) & \hat{\mathbf{z}}_2^r(2) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_2^r(h) \end{array} \right] \right) &\geq \dots \\ \dots &\geq ARS \left( \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_F^r(1) & \hat{\mathbf{z}}_F^r(2) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_F^r(h) \end{array} \right] \right), \end{aligned} \quad (22)$$

образуют матрицы

$$\hat{\mathbf{G}}^r(k) = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_1^r(k) & \hat{\mathbf{z}}_2^r(k) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_F^r(k) \end{array} \right], \quad k = 1, 2, \dots, h. \quad (23)$$

Матрицы  $\hat{\mathbf{C}}^r(k)$  оставим без изменения:

$$\hat{\mathbf{C}}^r(k) = \hat{\mathbf{C}}^{r-1}(k), \quad k = 1, 2, \dots, h. \quad (24)$$

Матрицы  $\hat{\mathbf{D}}^r(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, h$ , сформируем с учётом структуры лучшего частного описания  $\hat{\mathbf{z}}_F^r(k)$  из  $F$  отобранных частных описаний.

Первые  $s^F(k)$  столбцов матрицы  $\hat{\mathbf{D}}^r(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, h$ , сформируем отдельными членами лучшего частного описания  $\hat{\mathbf{z}}_F^r(k)$ , выделяя их по правилу:

$$\hat{d}_{i,l}^r(k) = \hat{z}_{i,F+2+m(k)+l}^r(k) = \theta_l(k) \cdot \prod_{j=1}^m x_{ij}^{\alpha(k;l,j)}(k), \quad (25)$$

где  $l = 1, 2, \dots, s^F(k)$  – номер члена в структуре;  $s^F(k)$  – число членов в структуре лучшего частного описания для  $k$ -й выходной переменной.

Вторые  $s^F(k)$  столбцов матрицы  $\hat{\mathbf{D}}^r(k)$  тоже сформируем на основе структуры лучшего частного описания  $\hat{\mathbf{z}}_F^r(k)$ , по очереди исключая из него отдельные члены по правилу ( $l = 1, 2, \dots, s^F(k)$ ):

$$\hat{d}_{i,s^F(k)+l}^r(k) = \hat{z}_{i,F+2+m(k)+s^F(k)+l}^r(k) = \sum_{\substack{g=1 \\ (g \neq l)}}^s \theta_g(k) \cdot \prod_{j=1}^m x_{ij}^{\alpha(k;g,j)}(k). \quad (26)$$

Отображение

$$\left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{Z}}^{r-1}(1) & \hat{\mathbf{Z}}^{r-1}(2) & \dots & \hat{\mathbf{Z}}^{r-1}(h) \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{Z}}^r(1) & \hat{\mathbf{Z}}^r(2) & \dots & \hat{\mathbf{Z}}^r(h) \end{array} \right], \quad (27)$$

осуществлено, оператор  $\mathfrak{J}$  определён.

**Шаг 3.** Укажем правило остановки для итерационной процедуры: вычисления заканчиваются на итерации  $r^*$ , если выполнено одно из условий

$$\begin{aligned} ARS \left( \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*}(1) & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*}(2) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*}(h) \end{array} \right] \right) = \\ = ARS \left( \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*+1}(1) & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*+1}(2) & \dots & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*+1}(h) \end{array} \right] \right), \end{aligned} \quad (28)$$

$$ARS \left( \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*-1}(1) & | & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*-1}(2) & | & \dots & | & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*-1}(h) \end{bmatrix} \right) - \\ - ARS \left( \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*}(1) & | & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*}(2) & | & \dots & | & \hat{\mathbf{z}}_F^{r^*}(h) \end{bmatrix} \right) \leq \delta_1, \quad (29)$$

где  $\delta_1 > 0$  – заданная величина.

Итерационную процедуру (6)–(29), проведенную для фиксированного  $s$ , будем называть *этапом* алгоритма МИАСИС. На  $s$ -ом этапе алгоритма не рассматриваются модели, у которых число членов больше  $s$ . Если информации о числе членов в регрессионной модели нет, то поиск проводится с этапа с номером  $s_1(k)=1$  или с любого заданного  $s_1(k)>1$ ,  $k=1, 2, \dots, h$ .

Начальные матрицы частных описаний  $\hat{\mathbf{Z}}_0^{s_1(k)}(k)$ ,  $k=1, 2, \dots, h$ , для начального этапа совпадают с (9), а для этапа  $s$  задаются по правилу

$$\hat{\mathbf{Z}}_0^s(k) = \hat{\mathbf{Z}}_r^{s-1}(k), \quad k=1, 2, \dots, h, \quad (30)$$

где  $\hat{\mathbf{Z}}_r^{s-1}(k)$  – матрица лучших частных описаний, полученных на предыдущем этапе для  $k$ -й выходной переменной.

Вычисления заканчиваются на этапе с номером  $s^*$ , если выполнено одно из условий, аналогичных (28)–(29):

$$ARS \left( \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*}(1) & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*}(2) & | & \dots & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*}(h) \end{bmatrix} \right) = \\ = ARS \left( \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*+1}(1) & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*+1}(2) & | & \dots & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*+1}(h) \end{bmatrix}, \quad (31) \right)$$

$$ARS \left( \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*-1}(1) & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*-1}(2) & | & \dots & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*-1}(h) \end{bmatrix} \right) - \\ - ARS \left( \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*}(1) & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*}(2) & | & \dots & | & \hat{\mathbf{z}}_{F, s^*}(h) \end{bmatrix} \right) \leq \delta_2, \quad (32)$$

где  $\hat{\mathbf{z}}_{F, s^*}(k)$  – лучшее частное описание этапа  $s$  (лучшее частное описание итерации  $r^*$  этого этапа) для  $k$ -й выходной переменной;  $\delta_2 > 0$  – заданная величина.

Алгоритм МИАСИ исследован аналитически в условиях повторных наблюдений [8, 9].

### 3. Заключение

В соответствии с принципами метода группового учета аргументов построен многоэтапный итерационный алгоритм структурной идентификации, позволяющий находить структуру оптимальной сложности в задаче векторной регрессии в условиях структурной неопределенности. Отличительными особенностями алгоритма являются: многоэтапный поиск модели; итерационное оценивание коэффициентов моделей; существование «свободы выбора» – от итерации к итерации и от этапа к этапу передаётся не одна, а заданное количество лучших моделей  $F$ ; применение внешнего критерия для сравнения и отбора моделей; возможность поиска оптимальной модели как в классе линейных, так и в классе нелинейных по входным переменным моделей; приёмы выделения отдельных членов лучшего частного описания и на этой основе расширение базисного множества аргументов; схема расчёта усреднённого критерия регулярности (критерия скользящего экзамена), оптимальная по вычислительным затратам; возможность оценивания коэффициентов как методом наименьших квадратов, так и методом наименьших модулей. Примеры применения итерационных алгоритмов МГУА для решения практических задач опубликованы в работах [10–14].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ивахненко А. Г. Помехоустойчивость моделирования / А. Г. Ивахненко, В. С. Степашко. – Киев : Наукова думка, 1985. – 216 с.
2. Ивахненко А. Г. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным / А. Г. Ивахненко, Ю. П. Юрачковский. – М. : Радио и связь, 1987. – 120 с.
3. Юрачковский Ю. П. Сходимость многорядных алгоритмов МГУА / Ю. П. Юрачковский // Автоматика, 1981. – № 3. – С. 32–36.
4. Белозерский Е. А. Об одном подходе к построению многорядных алгоритмов МГУА с линейными частными описаниями / Е. А. Белозерский, Н. А. Ивахненко, Ю. П. Юрачковский // Автоматика, 1981. – № 5. – С. 3–7.
5. Сарычев А. П. Многорядный нелинейный гармонический алгоритм МГУА для самоорганизации прогнозирующих моделей / А. П. Сарычев // Автоматика. – 1984. – № 4. – С. 88–93.

6. Ивахненко А. Г. Самоорганизация динамических моделей с периодическими коэффициентами (на примере прогнозирования солнечной активности) / А. Г. Ивахненко, А. П. Сарычев // Автоматика. – 1985. – № 1. – С. 31–36.
7. Сарычев А. П. Моделирование в классе систем регрессионных уравнений на основе метода группового учета аргументов / А. П. Сарычев // Международный научно-технический журнал “Проблемы управления и информатики”. – 2013. – № 2. – С. 8–24.
8. Сарычев А. П. Решение проблемы разбиения в МГУА при расчете критерия регулярности в условиях активного эксперимента / А. П. Сарычев // Автоматика. – 1989. – № 4. – С. 19–27.
9. Сарычев А. П. Определение  $J$ -оптимального множества регрессоров по повторным выборкам наблюдений / А. П. Сарычев // Автоматика. – 1993. – № 3. – С. 58–66.
10. Сарычева Л. В. Компьютерный эколого-социально-экономический монито-ринг регионов. Математическое обеспечение. / Л. В. Сарычева. – Днепропетровск : НГУ, 2003. – 222 с.
11. Sarycheva Ljudmila. Using GMDH for Modeling Economical Indices of Mine Opening / Ljudmila Sarycheva // System Analysis and Modeling Simulation (SAMS), Taylor & Francis. – 2003. – Vol. 43. – No. 10. – P. 1341–1349.
12. Алпатов А. П. Статистическое моделирование зависимостей энергетических возможностей и стоимости носителей от их технических характеристик / А. П. Алпатов, В. И. Кузнецов, А. П. Сарычев // Системные технологии. – Днепропетровск : ДНВП “Системные технологии”. – 2007. – № 1 (48). – С. 166–175.
13. Сарычева Л. В. Кластерно-регрессионный анализ финансовых показателей банков Украины на основе МГУА / Л. В. Сарычева, А. П. Сарычев // Індуктивне моделювання складних систем. – 2013. – Вип. 5. – С. 270–277.
14. Sarycheva L. GMDH-Clustering / L. Sarycheva, A. Sarychev // GMDH-Methodology and Implementation in C / Editor Godfrey Onwubolu / London : Imperial College Press, 2015. – P. 157–203.

В.И. Шинкаренко, Т.Н. Васецкая

**СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ  
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАНЖИРОВАНИЯ  
МЕТОДОМ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ**

*Аннотация. На статистическом материале матриц парных сравнений 23 чемпионатов Украины по футболу выполнены экспериментальные исследования устойчивости и точности ранжирования методом анализа иерархий. Выполнены преобразования традиционных таблиц футбольных чемпионатов в матрицы парных сравнений по шкале Saati. Удалялась часть результатов, недостающие данные интерполировались на основе усредненных оценок с учетом свойства транзитивности. Установлено, что даже небольшое количество измененных оценок, улучшающих при этом согласованность матриц, приводит к изменениям ранжирования трети альтернатив; до пятой части недостающих парных сравнений можно доопределять не превышая при этом естественную точность воспроизведимости.*

*Ключевые слова:* ранжирование, метод анализа иерархий, согласованность, точность, эксперимент, статистические показатели.

**Введение**

В силу того, что ранжирование альтернатив методом анализа иерархий (МАИ) [1-3] выполняется экспертом, результат ранжирования является субъективным. Вопрос, насколько могут отличаться результаты ранжирования тех же альтернатив другим экспертом, обладающим теми же знаниями и опытом, остается открытым. Также сложно оценить насколько может измениться порядок альтернатив при незначительных либо небольших изменениях мнения эксперта при сравнении нескольких пар альтернатив.

В большинстве случаев, устойчивость ранжирования определяется по принципу «что будет, если», интерактивно изменяя оценки и отслеживая результаты ранжирования (библиография в [4]). Авторы [4] предлагают метод исследования на основе допустимых возможений оценок эксперта.

В данной работе исследуется устойчивость ранжирования по одноуровневому МАИ к изменению части оценок эксперта с улучшением степени транзитивности и согласованности матрицы парных сравнений (МПС).

Результаты исследования применимы также к модификациям МАИ с ранжированием альтернатив при неполных данных. Такой подход в [5] распространен на ситуации, в которых эксперту позволено отвечать «не знаю» или «не уверен» на некоторые из вопросов. Подход Харкера основан на определении квазиобратносимметричных матриц. Аналогичный подход к выявлению приоритетов для неполной обратносимметричной матрицы предложен и в [6]. Можно выделить и другие сокращенные процедуры формирования МПС [7, 8] и методы дополнения недостающих оценок [9-11].

Харкером [12] на МПС с количеством альтернатив 6-9, заполненных случайным образом, исследованы возможности 5% недозаполнения.

### **Формирование МПС**

В силу субъективности процесса МАИ результатом ранжирования является вектор случайных чисел. Для оценки степени случайности следует применять методы теории вероятностей и математической статистики.

Для этого необходимо иметь достаточный объем статистической информации. Ввиду того, что МАИ в большинстве случаев применяется при стратегическом планировании, случаев постоянного и многократного его применения, особенно при большом количестве альтернатив (более 10), немного и такая информация авторам неизвестна.

Для оценки устойчивости результатов ранжирования в данной работе используются данные о ранжировании без эксперта. А именно это информация о ранжировании команд в результате проведения чемпионатов Украины по футболу за 23 года, сезонов с 1992/1993 по 2014/2015 года, в которых принимало участие от 14 до 18 команд. Здесь также заполняется МПС и выполняется ранжирование, но по шкале отличной от предложенной Т. Саати. При этом парные сравнения выполняются природой и зависят от многих случайных факторов (дисквалификаций игроков, травм, физического и психологического

состояния игроков и т.д.). МПС имеет некоторую природную противоречивость, а результаты ранжирования достаточно объективные.

Для исследования МАИ был выполнен переход от традиционной для чемпионата Украины (за победу команде дается три очка, за ничью – одно) к шкале Т. Саати, в которой превосходство одной команды над другой оценивается целыми числами от 1 до 9 и соответственно уступка обратным числом от 1 до 1/9.

Предварительная обработка таблиц с результатами матчей чемпионатов Украины заключалась в следующем: не учитывались волевые решения в виде снятия очков с команды, технические поражения (если матч состоялся, учитывался его результат, если нет – результат другого круга между этими командами).

Преобразование традиционной таблицы в МПС Саати выполнялось следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } m_{ij} = 0 \\ [bm_{ij} + c], & \text{если } [bm_{ij} + c] \leq 9 \& m_{ij} > 0 \\ 9, & \text{если } [bm_{ij} + c] > 9 \& m_{ij} > 0 \\ 1/[bm_{ij} + c], & \text{если } [bm_{ij} + c] \leq 9 \& m_{ij} < 0 \\ 1/9, & \text{если } [bm_{ij} + c] > 9 \& m_{ij} < 0 \end{cases},$$

где  $a_{ij}$  – элементы МПС,  $m_{ij}$  – разница забитых и пропущенных мячей в двух матчах чемпионата между i-й и j-й командами, b и c – некоторые (искомые) коэффициенты,  $[b]$  – округление к ближайшему целому.

Для оценки качества перехода от традиционной таблицы чемпионатов Украины к МПС по шкале Саати предложены следующие показатели:

- среднее расхождение мест в традиционной таблице и при ранжировании по МАИ  $S_o = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (O_i^T - O_i^S)$ , где n – количество команд,

$O_i^T$  – место команды в традиционной таблице,  $O_i^S$  – порядковый номер команды после ранжирования по МАИ;

- средняя доля команд, сохранивших свое место при преобразовании  $S_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta(O_i^T, O_i^S)$ , где  $\delta(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = y \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$ ;

- отношение согласованности (ОС) МПС.

### 3 (104) 2016 «Системные технологии»

Выполнено усреднение показателей  $S_o$ ,  $S_e$  и ОС по 23 чемпионатам. Найдено Парето оптимальные значения  $b=0,2$  и  $c=2$  по трем приведенным выше показателям. При этих значениях  $S_e$  является максимальным (0,449), а ОС и  $S_o$  превышают минимальное значение на 0,1% (0,114 и 1,021).

Пример преобразования традиционной таблицы чемпионата Украины 2001/2002 года в МПС приведен в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Итоговая таблица чемпионата Украины  
по футболу сезона 2001/2002 гг.

	ШАХ	ДИН	МТД	МТЗ	МТХ	ДНЕ	ТАВ	КАР	КРИ	МТМ	ВОР	АРС	ПОЛ	ЗАК	Место
Шахтер	X	2:0	3:1	0:0	3:0	1:0	2:1	3:0	3:1	2:0	4:0	2:0	2:1	5:1	1
Динамо	2:2	X	2:0	1:0	6:0	1:0	0:0	4:1	0:0	1:0	1:0	2:0	5:0	5:0	2
Металлург Д	0:1	0:0	X	1:1	5:0	2:0	4:1	0:0	3:2	2:1	0:0	2:1	1:0	1:1	3
Металлург З	0:3	1:3	0:3	X	1:0	2:1	0:2	4:1	0:0	3:0	1:0	2:0	0:0	4:1	5
Металлист	1:1	0:1	3:1	2:1	X	3:0	4:1	0:0	0:0	2:2	2:0	2:1	1:0	4:0	6
Днепр	0:1	0:0	2:0	0:0	0:1	X	2:1	0:1	2:0	3:1	2:0	2:0	0:0	2:0	4
Таврия	0:1	1:5	1:3	0:1	2:0	0:2	X	3:0	3:2	3:1	1:0	1:2	2:0	1:1	7
Карпаты	0:2	0:2	0:1	2:1	0:2	0:0	0:0	X	3:2	2:0	0:1	1:0	0:0	3:0	8
Кривбасс	0:0	0:7	1:3	0:0	4:1	3:3	2:0	0:0	X	1:1	2:0	1:0	3:1	1:0	9
Металлург М	0:2	0:6	4:2	0:0	0:0	0:0	0:0	3:1	3:1	X	1:0	1:2	2:1	3:0	10
Ворскла	1:1	1:2	2:1	0:1	1:1	1:2	2:0	1:3	2:2	2:1	X	1:0	1:1	1:0	11
Арсенал	0:0	0:1	0:1	2:0	1:1	0:1	0:0	0:0	3:0	3:2	0:0	X	2:0	0:2	12
Полиграф-техника	1:2	0:3	1:0	0:1	2:0	2:6	0:1	1:1	0:0	2:2	2:2	1:0	X	4:2	13
Закарпатье	0:1	1:2	1:1	0:1	3:5	0:0	2:2	1:0	2:0	1:1	2:0	2:1	0:1	X	14

Таблица 2

Матрица парных сравнений по табл. 1

	ШАХ	ДИН	МТД	МТЗ	МТХ	ДНЕ	ТАВ	КАР	КРИ	МТМ	ВОР	АРС	ПОЛ	ЗАК	Место
Шахтер	1	1	3	3	2	2	2	3	2	3	3	2	2	3	1
Динамо	1	1	2	3	3	2	3	3	3	3	4	3	4	4	2
Металлург Д	1/3	1/2	1	1	1	1	1	2	3	1/2	1/2	2	1	1	3
Металлург З	1/3	1/3	1	1	1	2	1	2	1	1	2	2	2	3	5
Металлист	1/2	1/3	1	1	1	3	2	1	1/3	1	2	2	2	2	6
Днепр	1/2	1/2	1	1/2	1/3	1	1	1/2	1	1	1	3	1	1	4
Таврия	1/2	1/3	1	1	1/2	1	1	3	1/2	2	2	1/2	3	2	7
Карпаты	1/3	1/3	1/2	1/2	1	2	1/3	1	2	1	2	2	1	2	8
Кривбасс	1/2	1/3	1/3	1	3	1	2	1/2	1	1/2	2	1/2	2	1/2	10
Металлург М	1/3	1/3	2	1	1	1	1/2	1	2	1	2	1/2	2	3	9
Ворскла	1/3	1/4	2	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1/2	1/2	1	2	1	1/2	12
Арсенал	1/2	1/3	1/2	1/2	1/2	1/3	2	1/2	2	2	1/2	1	2	1/3	11
Полиграф-техника	1/2	1/4	1	1/2	1/2	1	1/3	1	1/2	1/2	1	1/2	1	3	14
Закарпатье	1/3	1/4	1	1/3	1/2	1	1/2	1/2	2	1/3	2	3	1/3	1	13

В приведенном примере получены такие показатели: ОС=0,13,  $S_e = 0,57$  и  $S_o = 0,43$ .

Ранжирование команд общепринятыми оценками футбольных чемпионатов является в какой-то мере неустойчивым. Место команды может зависеть от одного-двух очков (голов) и даже разницы забитых и пропущенных мячей. Если исправить хотя бы результативные судейские ошибки, предвзятое отношение судей – результаты ранжирования могут отличаться на 1-3, а иногда и более позиций.

Ранжирование на основе МАИ также в какой-то мере неустойчиво. Эксперт принимает решение на основе доступной ему информации, которая принципиально неполная, изменяется во времени, к тому же частично нечеткая, противоречивая и ошибочная.

Наличие субъективной составляющей обоих методов ранжирования не позволяет оценить точность ранжирования по отношению к действительности и выполнить проверку практикой. Остается единственная возможность оценить точность сравнением двух методов. Поэтому показатели  $S_o$  и  $S_e$  отражают взаимную вариативность ранжирования, а  $\sigma^2(S_o)$  и  $\sigma^2(S_e)$  можно считать дисперсиями воспроизведимости ранжирования по МАИ.

### **Экспериментальные исследования**

В результате преобразований традиционных таблиц результатов чемпионатов Украины по футболу в МПС получены исходные данные для исследования устойчивости результатов ранжирования при замене части полученных от эксперта оценок (в нашем случае эксперт – природа) более согласованными. Исходные данные представляют собой 23 МПС с не плохой, но, в основном, недостаточной согласованностью, ОС=0,09...0,14, в среднем 0,113.

Выполнен численный эксперимент, который моделирует ситуацию, когда при большом количестве альтернатив (более 10) часть оценок эксперта отсутствует. Причинами этого могут быть недостаточные возможности эксперта при сравнении конкретных пар альтернатив либо при формировании достаточно согласованной МПС. Однако, основная цель эксперимента связана с модификациями МАИ, предусматривающими снижение нагрузки на эксперта при значительных объемах сравнений путем сокращения их количества.

Эксперимент заключался в том, что часть оценок эксперта (от 5% до 30% пар) обнулялись и заменялись усредненными оценками

согласно свойству транзитивности по имеющимся остальным оценкам:

$$a_{ij} = \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot a_{kj}, \quad a_{ji} = \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^n a_{jk} \cdot a_{ki}, \quad a_{ij} = (a_{ij} + \frac{1}{a_{ji}})/2,$$

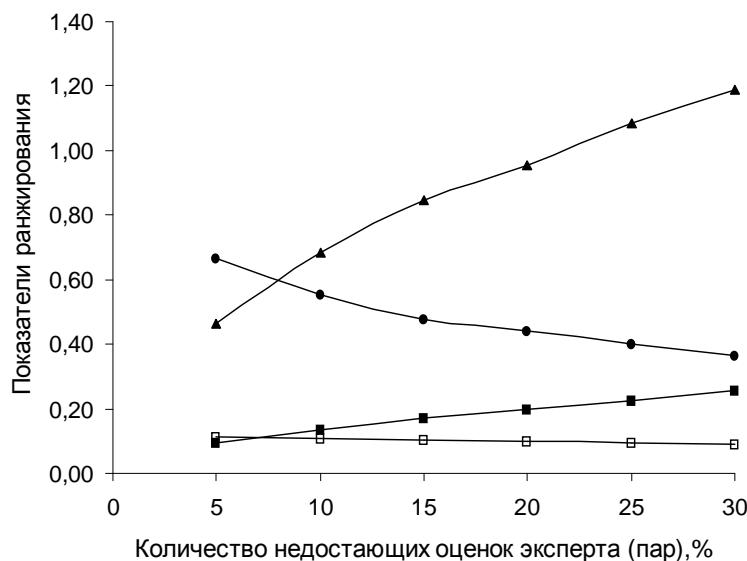
$$a_{ij} = \begin{cases} [a_{ij}], & \text{если } a_{ij} \geq 1 \\ [1/a_{ij}] & \text{в противном случае} \end{cases}, \quad a_{ij} = \begin{cases} 9, & \text{если } a_{ij} > 9 \\ a_{ij} & \text{в противном случае} \end{cases}, \quad a_{ji} = 1/a_{ij}$$

$$\text{где } n_1 = \sum_{i=1}^n \delta(a_{ik} \cdot a_{kj}, 0).$$

Каждый опыт эксперимента повторялся 64 раза (параллельные испытания).

В результате эксперимента удалось количественно установить степень улучшения согласованности МПС при изменении оценок эксперта (и повышении степени транзитивности) и соответствующих потерь, оцениваемых усредненными: расхождением мест до и после изменений в ранжировании альтернатив, долей альтернатив сохранивших свое место и разнице весов альтернатив (рис. 1).

От 2% (при 5% измененных оценок) до 20% (при 30%) улучшается согласованность МПС, от СО=0,113 до СО=0,09. При этом среднее расхождение весов альтернатив изменяется на 10-25%, соответственно.



□ – ОС, ■ – средняя разница весов альтернатив, ● – средняя доля команд, сохранивших свое место, ▲ – среднее расхождение мест команд

Рисунок 1 – Показатели ранжирования при  
интерполяции оценок эксперта

Установлено, что даже незначительные (в пяти процентах) изменения оценок альтернатив (даже в сторону улучшения согласованности) приводят к 45% расхождения мест в ранжировании. В среднем, только 2/3 альтернатив при этом сохранили свои места.

Возьмем за основу точность перехода от традиционных методов парных сравнений в футбольных чемпионатах к оцениванию согласно МАИ, как естественную, природную точность. Тогда можно отметить, что при 20-25% изменяемых оценок эксперта, показатели: доля команд сохранивших свое место и среднее расхождение мест приближаются к естественной точности.

Другими словами при доопределении 20-25% отсутствующих оценок эксперта в МАИ точность ранжирования соответствует естественной воспроизводимости.

### **Выводы**

Многие пользователи информационных систем недостаточно квалифицированно интерпретируют результаты решаемых задач. Вплоть до того, что результаты воспринимаются как истина в последней инстанции, характерное высказывание – «компьютер посчитал». Тем более это относится к целочисленным результатам, в нашем случае это ранги, места альтернатив. Понятия погрешности, устойчивости у пользователей зачастую отсутствует.

Поэтому информационные системы, решая подобные задачи, должны информировать пользователя о погрешностях решений и их устойчивости. Из результатов исследования видно, что они достаточно существенные. Изменение нескольких оценок пар альтернатив часто может привести к перемещению альтернативы в результирующем ранжировании на 1-3 позиции. Это касается и лидирующей альтернативы.

В данной работе исследована устойчивость ранжирования альтернатив по МАИ с одним критерием. Дальнейшее развитие работы связано с многокритериальными задачами. При этом отдельно следует рассматривать задачи со значительным количеством критериев и альтернатив (более 10), небольшим количеством критериев и альтернатив, значительным количеством критериев и небольшим альтернатив.

Можно предположить, что с ростом общего количества парных сравнений, ввиду их некоторой (пусть даже и небольшой и постоян-

ной) противоречивости, погрешности ранжирования статистически увеличиваются.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саати Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. / Т. Л. Саати – М.: Радио и связь, 1993. – 316 с.
2. Saaty T. L. Relative Measurement and Its Generalization in Decision Making Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors The Analytic Hierarchy/Network Process / T. L. Saaty // Royal Academy of Sciences, Spain, Series A. Mathematics, 2008 – November – C. 251–318.
3. Саати Т. Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. / Т. Л. Саати – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
4. Панкратова Н. Д. Комплексне оцінювання чутливості рішення на основі методу аналізу ієрархій / Н. Д. Панкратова, Н. І. Недашківська // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2006. – № 3. – С. 7–25.
5. Harker P. T. Alternative models of questioning in the analytic hierarchy process / P. T. Harker // Mathematical Modelling. - 1987. - Vol. 9. № 3-5. - P. 353-360.
6. Takeda E., Eliciting the relation weights from incomplete reciprocal matrices / E. Takeda, P. L. Yu //Proceedings of International Symposium on the Analytic Hierarchy Process. Tianjin university, Tianjin, China, 6-9 Sept. 1988. – Tianjin, 1988. – P. 192-200.
7. Трофимец В. Я. К вопросу разработки основных вычислительных процедур МАИ : [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2004/078.pdf>
8. Ногин В. Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев. / В. Д. Ногин // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2004. – т. 44. – № 7. – С. 1259–1268.
9. Fortes I. Inductive learning models with missing values / I. Fortes, L. Mora-L'opez, R. Morales, F. Triguero // Mathematical and Computer Modelling. – 2006. – 44. – P. 790–806.
10. Hong T. P. Learning rules from incomplete training examples by rough sets / T. P. Hong, L. H. Tseng, S. L. Wang // Expert Systems with Applications. – 2002. – 22. – P. 285–293.
11. Quinten A. Effectiveness of different missing data treatments in surveys with Likert-type data: Introducing the relative mean substitution approach / A. Quinten, W. Raaijmakers // Educational and Psychological Measurement. – 1999. – 59(5). – P. 725–748.
12. Harker P. T. Incomplete pairwise comparisons in the Analytic hierarchy process / P. T. Harker //Mathematical Modelling. – 1987. – Vol. 9. № 11. – P. 837–848.

## COMPUTER MODELLING BATH GEOMETRY TO IMPROVE ENERGY EFFICIENCY OF ELECTRIC ARC FURNACE

*The paper presents a mathematical model of heat transfer by radiation in electric arc furnace (EAF). The results of computer simulation to minimize radiation heat losses in the EAF water-cooled panels by varying the geometric parameters of the liquid bath are presented. Shown a possibility of reducing the ratio of bath diameter to its depth from traditional 5 – 6 to smaller compromise values depending on the method of scrap charging (buckets or conveyor) and on the number of electrodes (three electrode AC or single electrode DC EAF), which will reduce the energy consumption in the EAF by 2.5 – 4 %.*

*Keywords:* EAF, bath geometry, radiation heat loss, energy efficiency

### Formulation of the problem

Electric steelmaking occupies the second position in the world after converter (BOF) production according to World Steel Association. Electric arc furnaces (EAF) attract manufacturers by the ability of intensive and concentrated energy input regardless of the oxidation potential in workspace, by wide range of original charge sources and higher environmental performance. Due to mentioned advantages EAF is available both in the "big" metallurgy, which manufactures commercial products (rolling and continuous casting), and in the "small" metallurgy, meets the needs of machine-building plants (foundries).

Usually the EAF thermal efficiency is 70 – 75% [1]. Thus, 25 – 30% of input energy is lost in melting process. Prevail energy losses in the EAF (80% and more) take place due to radiation with cooling water (in the panels of workspace) and with off-gas are approximate parity. The main source of irradiation in the EAF is surface of liquid bath, heated by arcs in conditions of foaming slag operation, which is typical practice in modern technology [1].

Therefore, the problem, considered in this paper, is to improve energy efficiency of the EAF by reducing heat loss due to radiation.

Given problem may a solution as a way of reducing the radiation surface of liquid bath.

### **Analysis of recent research and publications**

In the EAF a ratio between bath diameter ( $D$ ) and depth ( $H$ ) conventionally is 4.8 – 6.2 [2], whereas in the BOF, most productive steel-making unit it is 1.2 – 0.9. The problem of excess heat loss in the EAF with cooling water is aggravated by traditional view of technologists about expedience of flat and shallow liquid steel bath from the positions of high reaction interface between steel and slag, which essentially distinguish EAF bath from converter one.

Expansion of two-stage technology with melting of semi - products in the EAF and subsequent steel production by means of secondary metallurgy (ladle furnace, vacuum degasser), requires some adjustment of basic geometric parameters of the liquid bath to improve the energy efficiency of the EAF. These circumstances more related to technology with “flat” bath operation and continuous loading of scrap in the EAF, in particular Consteel®, for which the problem of ratio between housing and bath parameters is not very critical [3, 4]

Recent years there are a tendency to build regional micro-mills, based on the EAF, focused on relatively small (up to 100 thousand tons per year) needs in certain steel grades and product profiles [5]. The problems of energy efficiency for small-size EAF are more important, than for high capacity ones, taking into account the specificity of technology.

The role of the bath furnace geometry in solving the problem of the EAF energy efficiency is very essential [6]. Existing mathematical models of radiation heat exchange in the EAF [7, 8], as a rule, based on open arc radiation, are very complicated, and don't take into account the bath geometry, concept of the EAF operation ("big" or "small" metallurgy), capacity and charging mode. Therefore, a mathematical model, adequately describes the radiation heat loss, depending on the ratio  $D/H$ , seems relevant.

### **Task of investigations**

The question of the optimal ratio  $D/H$  for the bath is a goal of present work. It calls for complex consideration of radiation heat transfer in the EAF workspace; mass transfer in metal – slag interface; melting of scrap in the bath and bath homogenization.

**Main part (the results of theoretical and experimental research)**

To determine the rational bath parameters is necessary to find integral heat loss with cooling water in the water cooled roof and walls of the EAF on the basis of a field of the specific heat flux on the elements of furnace workspace. An engineering method of irradiation heat flux distribution based on actual design and technological constraints is proposed. Calculation scheme is given in a Fig. 1. The radiation power  $dq$  per unit of radiation surface  $dS_{rad}$  and the unit solid angle  $d\Omega = dS \cos \gamma / r^2$  in the direction of receiving surface  $dS$  in the neighborhood of point A, according to Lambert's law, is expressed through the brightness  $B = \sigma T_B^4 / \pi$  (where  $\sigma$  – Stefan-Boltzmann constant,  $T_B$  – temperature of the bath,  $r$  – radius vector between emitting and receiving areas) and geometric characteristics of the object (see Fig. 1):  $dq = B \cdot dS_{rad} \cos \theta \cdot \cos \gamma / r^2$ .

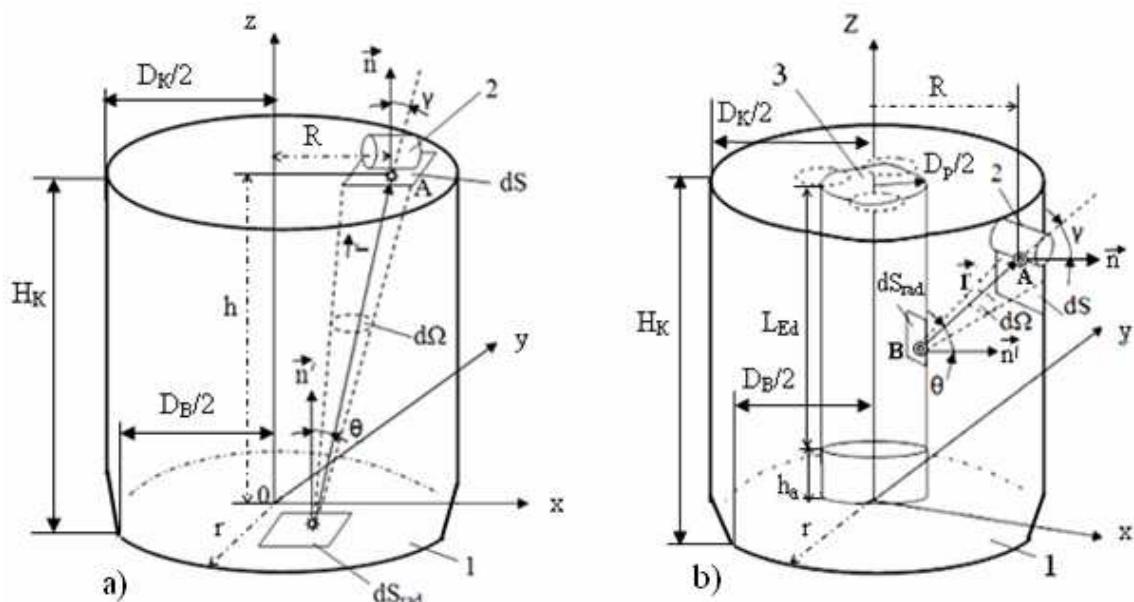


Fig.1. The sketch of calculation areas for irradiation falling heat flux in the EAF from the bath (a) and from electrodes (b). 1 – bath, 2 – tubular panel, 3 – electrodes

In the simulations the following assumptions were accepted.

- Considered “liquid” period of the intensive heat technology, as the least energy-efficient.
- Radiation sources in the model are the bath and the lateral surface of the electrodes. Arcs and chemical energy, in conditions of foam-

ing slag technology, is considered through the bath temperature  $T_B = 1620^{\circ}\text{C}$  and surface emissivity factor  $\varepsilon_b = 0.56$  [1].

- The bath is cylinder-spherical (1:1) with diameter  $D_B$  and depth  $H_B$ . Volume of EBT zone of the bath is taken into account by correction  $H_B$ .

- The EAF casing over the bath diameter and height are  $D_K$  and  $H_K$  correspondingly; the roof is a flat lid with diameter equal to  $D_K$ .

- Electrodes surface in the model is a lateral surface of cylinder with electrodes pitch diameter  $D_P$  and height equal to  $H_K$ . Its temperature distribution along vertical  $z$  - axis  $T_e(z) = T_{arc} + az^4 \cdot bz^3 + cz^2 \cdot dz$  (where  $T_{arc}$  is arc temperature;  $a, b, c, d$  - coefficients) is an approximation of data, obtained in [8]; emissivity factor is  $\varepsilon_{ed} = 0.85$  [1].

- Factor of CO post-combustion is not considered, because the process not depends on the bath geometry.

- For given problem, energy of irradiation is completely absorbed by the panel, which seems convenient for comparative assessment of different bath geometry options.

The next equations define the capacity of irradiation heat exchange within the EAF workspace.

From the bath to the roof:

$$Q_{bk} = 4H_K^2 \sigma T_B^4 \varepsilon_B \int_0^{\frac{D_K}{2}} \left[ \int_{-\frac{D_B}{2}}^{\frac{D_B}{2}} \int_0^{\sqrt{\left(\frac{D_B}{2}\right)^2 - x^2}} \frac{1}{\left[(r-x)^2 + y^2 + H_K^2\right]^2} dy dx \right] r dr \quad (1)$$

From the bath to the walls:

$$Q_{bw} = 2D_K \sigma T_B^4 \varepsilon_B \int_0^{H_K} \left[ \int_{-\frac{D_B}{2}}^{\frac{D_B}{2}} \int_0^{\sqrt{\left(\frac{D_B}{2}\right)^2 - x^2}} \frac{z \left( \frac{D_K}{2} - x \right)}{\left[ \left( \frac{D_K}{2} - x \right)^2 + y^2 + z^2 \right]^2} dy dx \right] dz \quad (2)$$

From the electrodes to the roof:

$$Q_{er} = 2D_P \sigma \varepsilon_{ed} \int_{\frac{D_P}{2}}^{\frac{D_K}{2}} \left[ \int_0^{ac \cos \frac{D_P}{D_B} H_K} \int_0^{\sqrt{(r - \frac{D_P}{2} \cos \varphi)^2 + (\frac{D_P}{2})^2 \sin \varphi^2 + (H_K - z)^2}} \frac{(T_e(z))^4 (H_K - z) (r \cos \varphi - \frac{D_P}{2})}{\left[ (r - \frac{D_P}{2} \cos \varphi)^2 + (\frac{D_P}{2})^2 \sin \varphi^2 + (H_K - z)^2 \right]^2} dz d\varphi \right] r dr \quad (3)$$

From the electrodes to the walls:

$$Q_{ew} = D_K D_P \sigma \varepsilon_{ed} \int_0^{H_K} \left[ \int_0^{a \cos(\frac{D_P}{D_B})} \int_0^{H_K} \frac{(T_e(z))^4 (\frac{D_B}{2} - \frac{D_P}{2} \cos \varphi)(R \cos \varphi - \frac{D_P}{2})}{\left[ (\frac{D_B}{2}) + (\frac{D_P}{2}) - 2R \frac{D_P}{2} \cos \varphi + (z-h)^2 \right]} dz d\varphi \right] dh \quad (4)$$

In the equations (1 – 4) inner integral represents the mutually irradiance factor; outer integral is the capacity of irradiation for given cases;  $r$ ,  $R$  – fluent radius of the bath and the roof (sidewalls) correspondingly;  $x$ ,  $y$ ,  $h$ ,  $z$  – linear coordinates;  $\varphi$  - angular coordinate.

Total irradiation capacity is a sum of quantities (1 – 4). The heat loss with cooling water is determined as the product of the total radiation capacity and the duration of so called liquid period of the heat referred to the tone of steel. The term "liquid" period, when the radiation on the panels is not screened by the charge, is highly conditional and usually expressed as a fraction of total heat duration. For the comparative assessment of heat loss with cooling water for the bath of different geometry, the accuracy of determining the value of mentioned factor is not a priority. The application package MathCad V14 was used for below mentioned equations analysis.

The results of evaluation heat loss with cooling water versus bath geometry for 120 and 20 - ton AC EAF and for 120- ton AC and DC EAF are shown in Fig. 2 – Fig.4. For 120-t AC EAF ( $D_P = 1.25$  m) the next cases are considered: case a) – traditional “shallow” bath ( $D_B = 5.5$  m,  $H_B = 1.0$  m); case b) – restriction for “deep” bath ( $D_B = 4.35$  m,  $H_B = 1.5$  m) in the EAF with bucket charging of scrap; case c) – restriction for “deep” bath ( $D_B = 3.85$  m  $H_B = 1.9$  m) in the EAF with conveyor charging of scrap. Fig.5 – is comparative assessment of heat loss with cooling water for cases a), b), c).

For small-size EAF specific heat loss with cooling water is greater, than for conventional ones (Fig. 3). DC EAF characterized by reduced heat loss compared with water with AC furnaces, due to the smaller contribution of the radiation electrode surface. EAF with “flat” bath expectedly have higher specific heat losses, caused by open radiating bath surface.

View of the curves in Fig. 2 – Fig. 4 can be explained by the fact that decrease of the bath diameter leads to increase the relative proportion of the thermal irradiation flux from the lateral surface of the electrodes, which compensates reduction of the bath irradiation.

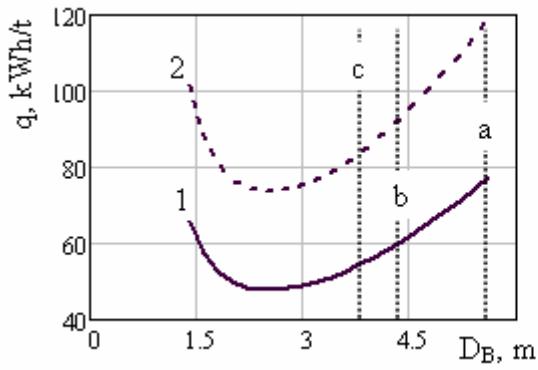


Fig. 2 - Specific heat loss with cooling water ( $q$ ) vs. bath diameter ( $D_B$ ) for 120-t AC EAF with bucket charge (1) and with “flat” bath (2) EAF for cases a), b), c) – see in the text

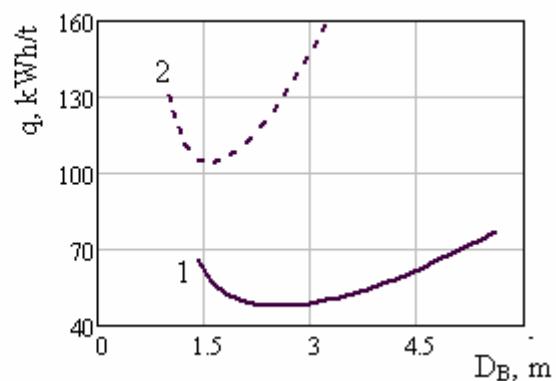


Fig. 3 - Specific heat loss with cooling water ( $q$ ) vs. bath diameter ( $D_B$ ) for 120-t AC EAF (1) and 20-t AC EAF (2)

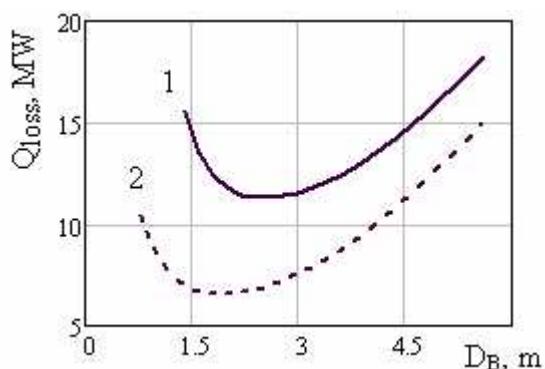


Fig. 4 - Heat loss with cooling water ( $Q_{loss}$ ) vs. bath diameter ( $D_B$ ) for 120-t AC EAF (1) and 120-t DC EAF (2)

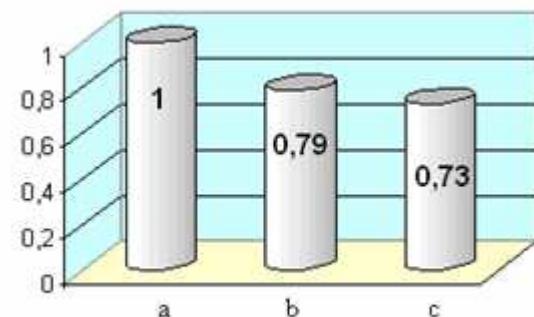


Fig. 5 - Relative heat loss with cooling water for 120-t AC EAF for cases a), b), c) – see in the text

Taking into account interrelation between the bath diameter  $D_B$  and the depth  $H_B$ , from the one hand, and between bath and housing geometry on the other hand, for 120-ton EAF is possible to increase  $H_B$  from initial 1.0 m to 1.5 m without essential engineering modifications and technological changes. In this case, diameter of modernized bath decreases from 5.5 m (case a) to 4.35 m (case b), and ratio  $D/H$  – from 5.5 to 3.0. As a result, is obtained reduction of heat loss with cooling water by 21% at the same furnace productivity. For the EAF with continuous charging of the scrap by conveyor, more substantial modifica-

tion of bath geometry is acceptable (further decrease of ratio  $D/H$  up to 2.0), that allow to reduce heat losses by 27% with respect to the initial “shallow” bath.

### **Conclusions and prospects for further research**

A mathematical model for assessment of the EAF liquid bath geometry on the energy efficiency of the furnace is proposed. Model adequately describes the relative change of energy efficiency for the furnaces of large and small capacity, for AC and DC EAF.

The numerical simulations of new design solutions for bath geometry show the possibility lowering heat loss with cooling water for standard EAF with bucket charging by 21% and for EAF with conveyor charging – by 27% with respect to the initial bath geometry. With account of energy balance for typical modern EAF [1], compromise solutions on bath geometry will provide energy savings 2.5 – 4%, which constitutes at least 16 – 23 kWh/t.

Prospects for further research are to analyze the influence of the bath geometry on performance of the mass transfer slag – metal.

### **REFERENCES**

1. Toulouevski Yu.N. Innovation in Electric Arc Furnaces. Scientific Basis for Selection/ Yu.N. Toulouevski, I.Y. Zinurov //© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010. – 258p.
2. Egorov A.V. Raschet mozhnosti I parametrov electropecej chernoi metallurgii/ A.V. Egorov // M.:”Metalluggija”,1990. 280p. (in Russian).
3. Toulouevski Yu.N. Electric Arc Furnace with Flat Bath. Achievements and Prospects/ Yu. N. Toulouevski, I.Y. Zinurov. // Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London. – 2015.- 132 p.
4. Marcozzi M. The evolution of preheating and the importance of the hot heel in supersized EAF systems / M. Marcozzi, M. Guzzon // MPT International. - 2011. - №3. P. 82-91.
5. Smirnov A.N. Konkurentosposobnost mikrometallurgicheskikh zavodov: tekhnologicheskie aspekty / A.N. Smirnov, S.V. Kuberskij, I.V. Shutov, D.V. Spiridonov // Alchevsk: DonGTU, 2011. – Isssue.34. P. 112-121 (in Russian).
6. Timoshenko S.N. Improving of bath geometry – the way to increase of the EAF thermal efficiency/ S. N. Timoshenko// Donetsk, DonNTU.- 2012, Vol.1. P.36-43
7. Makarov A.N. Zakony teploobmena elektricheskoy dugi i fakela metallurgicheskikh pecej i energeticheskikh ustanovok / A.N. Makarov // Modern Science, 2013, №2 (13). P. 22-26 (in Russian).
8. Guo D. Modeling of radiation intensity in an EAF/ D. Guo, G. Irons //Third International Conf. of CRD in the Minerals and process industry CSIRO, Melbourne, Australia. 10-12 December, 2003. P.223-228.

Ю.В. Бабенко

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ  
СИСТЕМИ ПІДЗЕМНОГО КОНВЕЄРНОГО ТРАНСПОРТУ  
З БУНКЕРАМИ**

*Анотація.* В роботі проводиться дослідження впливу параметру вхідного вантажопотоку імітаційної моделі системи підземного конвеєрного транспорту з акумулюючими бункерами на деякі параметри даної системи. Завдяки цьому досліджено, що варіативність вхідного вантажопотоку впливає як на середній вихідний вантажопотік, час простою системи, а також на роботу акумулюючих бункерів.

*Ключові слова:* система підземного конвеєрного транспорту, акумулюючий бункер, імітаційна модель, варіативність вхідного вантажопотоку.

**Вступ**

Одним з провідних напрямів, які визначають прогрес технології і техніки підземної розробки вугільних родовищ на найближчу перспективу, є концентрація та інтенсифікація робіт із забезпеченням високого навантаження на забій. Іншими словами, підвищення видобутку вугілля планується не за рахунок будівництва нових шахт, а за рахунок вдосконалення вже діючих.

Інтенсифікація робіт може бути ефективною лише в тому випадку, коли видобуті корисні копалини безперебійно та своєчасно транспортується на поверхню. Досягти цього можливо шляхом використання сучасного конвеєрного транспорту, продуктивність якого не обмежується проведеним ремонтних та очисних робіт. Через брак простору, для підвищення пропускної здатності систем підземного конвеєрного транспорту вугільних шахт широко застосовуються акумулюючі бункери [1, 2]. Однак, ефективність їх застосування обмежується недостатністю математичного та програмного забезпечення, наявність якого дозволила б оптимізувати процеси функціонування систем конвеєрного транспорту.

Отже, розробка математичних та імітаційних моделей акумулюючих бункерів та систем підземного конвеєрного транспорту (СПКТ) з акумулюючими бункерами, які нададуть можливість стабілізувати вантажопотоки і заощаджувати енергоспоживання при транспортуванні, а також оптимізація їх параметрів є актуальною проблемою, вирішення якої в підсумку призведе до суттєвого зменшення собівартості продукції і збитковості гірничих підприємств.

### **Постановка задачі**

Метою даного дослідження є дослідження впливу нерівномірності вхідного вантажопотоку на параметри роботи СПКТ вугільних шахт з акумулюючими бункерами за рахунок імітаційного моделювання процесу їх функціонування. Акумулюючі бункери набули широкого застосування в системах підземного конвеєрного транспорту вугільних шахт. Акумулюючі бункери використовують для забезпечення незалежної роботи суміжних технологічних ланок конвеєрного транспорту в періоди їх аварійних відмов або зупинок з тієї чи іншої причини, а також для зменшення впливу простоїв конвеєрних ліній на роботу очисних і підготовчих забой. Застосування акумулюючих бункерів в СПКТ дозволяє суттєво підвищити пропускну здатність і надійність їх роботи.

Використовуючи математичну модель деревовидної структури СПКТ з акумулюючими бункерами [3] в роботі проводиться дослідження впливу вхідного вантажопотоку на продуктивність всієї СПКТ, яка реалізована в пакеті побудови імітаційних моделей AnylogicFreeRelease. Зазначимо, що в запропонованій математичній моделі деревовидної структури СПКТ з акумулюючими бункерами [3] обчислення вихідного вантажопотоку ґрунтуються на середніх значеннях вхідних вантажопотоків без урахування їх варіативності.

### **Дослідження імітаційної моделі СПКТ**

В роботі розглядалася деревовидна СПКТ з акумулюючими бункерами з наступними параметрами:

Кількість забійних шляхів – 4.

Кількість бункерів в кожному з забійних шляхів – 2.

Кількість стволових шляхів – 1.

Питома вага вантажу  $\gamma = 1$  ( $\text{т}/\text{м}^3$ ).

Коефіцієнт аварійності забійних шляхів  $\gamma_i^{(3)} = 0,193$ .

Коефіцієнт аварійності стволових шляхів  $\gamma_i^{(c)} = 0,193$ .

Мінімальна кількість вантажу в забійному бункері  $V_{li}^{(3)} = 5$  (т).

Мінімальна кількість вантажу в стволовому бункері  $V_{li}^{(c)} = 10$  (т).

Ємності забійних бункерів складали  $V_i^{(3)} = 100$  (т).

Ємності  $V_i^{(c)}$  стволових бункерів складали 200, 300 та 400 (т) відповідно для кожного послідовного акумулюючого бункера стволового шляху.

Швидкості конвеєрних ліній  $v_{\pi} = 1,6$  (м/с).

Інтенсивність відновлення  $\mu_i = 0,054$  (хв<sup>-1</sup>).

Границі значення продуктивностей живильників забійних шляхів змінювалися в діапазоні  $Q_i = 6$  (т/хв).

Границі значення продуктивностей живильників стволового шляху складали  $Q_1^{(c)} = 12$ ,  $Q_1^{(c)} = 18$  та  $Q_1^{(c)} = 24$  (т/хв) відповідно для кожного акумулюючого бункера стволового шляху.

В свою чергу, конвеєрна стрічка мала наступні параметри:

Довжина ліній  $L_i = 300$  (м).

Коефіцієнт корисної дії приводу конвеєра  $\eta_i = 0,85$ .

Погонна вага стрічки  $q_{\pi_i} = 160$  (Н/м).

Погонні ваги обертових частин роликоопор верхніх та нижніх гілок стрічки конвеєра  $q'_{p_i} = 250$  (Н/м)  $q''_{p_i} = 250$  та 90, Н/м.

Кут нахилу конвеєра  $\alpha_i = \pi/90$ , град.

Коефіцієнт, який враховує місцевий опір конвеєра  $k_{li} = 1,3$ .

Коефіцієнт опору руху стрічки з вантажем по роликоопорам конвеєра  $\omega'_i = 0,03$ .

Вхідний вантажопотік СПКТ моделювався за допомогою функції  $f_{\delta}(t) = 5,6 + \delta \cdot \sin(t/100)$ , де  $t$  – час роботи конвеєрної лінії, на яку надходить вантажопотік, а  $\delta$  – параметр, що варіювався. На рисунку 1 зображені типові графіки величини середнього вихідного вантажопотоку, часу простою системи, а також витрат електроенергії на транспортування вантажу, які отримані при роботі імітаційної моделі [4].

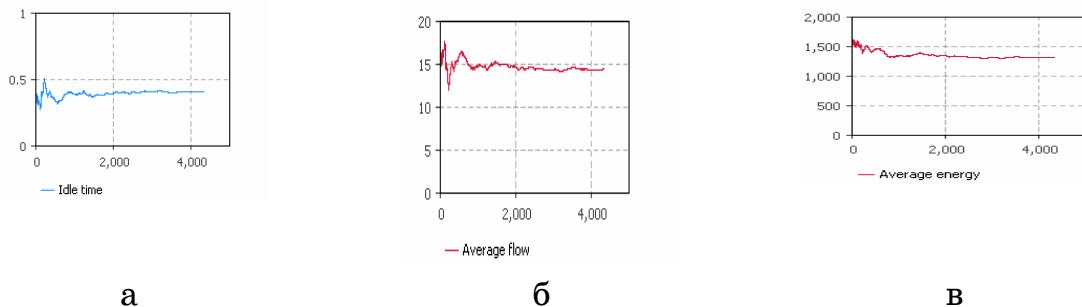


Рисунок 1 – Характеристики СПКТ: а) середній час простою системи через поломку останньої конвеєрної лінії або відсутність вантажу в останньому бункері системи; б) середня кількість вантажу, що транспортується; в) середні енерговитрати на транспортування вантажу

В таблиці 1 наведено результати тестування імітаційної моделі СПКТ з акумулюючими бункерами при різних значеннях вхідного сигналу вантажопотоку.

Таблиця 1  
Результати тестування імітаційної моделі СПКТ

	$\delta = 0$ (постійний сигнал)	$\delta = 1$ (з малою амплітудою коливань)	$\delta = 3$ (з по-мірною амплітудою коливань):	$\delta = 5$ (зі значною амплітудою коливань)
Середній вихідний вантажопотік (т/хв)	$m_c = 15,44$	$m_c = 15,4$	$m_c = 14,59$	$m_c = 13,56$
Середні витрати електроенергії (кВт)	$w_c = 1401,6$	$w_c = 1397,2$	$w_c = 1325,8$	$w_c = 1227,9$
Відносний час простою системи, (%)	35,7%	35,9%	39,2%	43,6%

З таблиці видно, що зі збільшенням параметру  $\delta$  збільшується час простою системи та зменшується середній вихідний вантажопотік та середні енерговитрати. Таку поведінку імітаційної моделі можна пояснити збільшенням вимушених простоїв конвеєрних ліній через досягнення кількістю вантажу в бункерах своїх верхніх або нижніх меж. Це, в свою чергу, є наслідком нерівномірності вхідного вантажопотоку.

### **Висновки**

В результаті проведеного дослідження виявлено, що варіативність вхідного вантажопотоку СПКТ деревовидної структури з акумулюючими бункерами суттєво впливає на середнє значення вихідного вантажопотоку. А саме зі збільшенням варіативності вхідного вантажопотоку зменшується середнє значення вихідного вантажопотоку. Отже дане дослідження вказує на актуальність подальшого вдосконалення математичних моделей СПКТ, а також врахування нерівномірності вхідного вантажопотоку при обчисленні середніх значень параметрів СПКТ.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Системы подземного транспорта на угольных шахтах / В. А. Пономаренко, Е. Л. Креймер, Г. А. Дунаев [и др.]. – М.: Недра, 1975. – 309 с.
2. Степанов П. Б. Надежность многообункерных конвейерных линий / П. Б. Степанов, Л. М. Алотин // Изв. ВУЗов. Горный журнал. – 1978. – №1. – С. 94-99.
3. Кирия Р.В. Моделирование функционирования систем конвейерного транспорта с деревовидной самоподобной структурой / Р.В. Кирия, А.И. Михалёв, Ю.В. Бабенко // Электротехнические и компьютерные системы. – Выпуск 19 (95). – 2015. – С. 281-285.
4. Бабенко Ю.В. Моделирование работы систем конвейерного подземного транспорта с бункерами / Ю.В. Бабенко, А.И. Михалёв, Р.В. Кирия // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. – Выпуск 3 (98). – Днепропетровск, 2015. – С. 3 – 9.

Ю.В. Бразалук, А.И. Губин, Д.В. Евдокимов, О.А. Коваленко  
**ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИИ**

*Аннотация.* Предложен асимптотический алгоритм расчета распределения температур и тепловых потоков в неасимптотически тонких теплозащитных покрытиях. Предложенный алгоритм позволяет рассчитывать температурные поля покрытий вместе с аналогичными полями защищаемого тела, модифицируя граничные условия для последнего, а также учесть тепловые потоки вдоль теплозащитного слоя. Для расчета полей температур в защищаемом массивном теле использовался метод граничных элементов. Эффективность и точность предложенного подхода подтверждены путем сравнения результатов с аналитическими решениями тестовых задач. Предложенный подход может быть использован при решении проблем энергосбережения.

*Ключевые слова:* Тепловая защита, Асимптотический метод, Теплозащитное покрытие, Метод граничных элементов

### Введение

Системы теплоизоляции, иногда также называемые системами тепловой защиты, уже довольно давно стали неотъемлемой частью самых разнообразных технологий и технических систем. Простейшие из них представляют собой относительно тонкие покрытия, выполненные из материала с достаточно малой теплопроводностью. Подобные теплозащитные покрытия чрезвычайно широко распространены, что объясняется их простотой и высокой технологичностью их производства особенно в случае, когда защищаемый объект имеет простую каноническую форму. В последнем случае расчет температурных и иных полей в рассматриваемых системах также не будет представлять собой сколько-нибудь существенных трудностей даже при использовании аналитических методов исследования. Однако для неканонических форм объектов, подлежащих тепловой защите, значительно усложняется не только задача производства рассматриваемых покрытий, но даже их расчет, который в этом случае представляет собой значительные вычислительные трудности. Природа ука-

занных трудностей является прямым следствием относительно малой толщины теплозащитного покрытия в сравнении с геометрическими масштабами защищаемого объекта. То есть, данный класс задач можно, без всякого сомнения, отнести к так называемым многомасштабным задачам. Для неканонических форм защищаемых объектов необходимо прибегать к численным, а не аналитическим методам. Но для достижения приемлемой точности расчета необходимо соответствие расчетных сеток внутри защищаемого тела и внутри теплозащитного покрытия. Следовательно, для достижения приемлемой точности придется строить расчетные сетки с шагами, которые обеспечили бы корректный расчет поля температур и тепловых потоков в направлении, перпендикулярном теплозащитному покрытию, то есть, в самом малом из всех возможных в данной задаче геометрических масштабов.

К сожалению, традиционно в инженерных расчетах возникала тенденция пренебречь толщиной защитных покрытий, даже если они не асимптотически тонкие, а имеют конечную толщину. Как правило, наличие теплозащитного покрытия в инженерном тепловом расчете учитывается в экспериментально определяемом коэффициенте теплообмена с окружающей средой. Совершенно очевидно, что такой подход является чересчур затратным, поскольку требует проведения теплофизического эксперимента в широком диапазоне теплофизических параметров для каждой толщины защитного слоя. Кроме того, подобные экспериментальные данные, как правило, с трудом формализуются для использования в расчетных моделях.

Другим, к сожалению, еще очень мало разработанным подходом к расчету теплозащитных покрытий является применение асимптотических подходов совместно с численным моделированием. Указанная альтернатива представляется достаточно многообещающей, поскольку она устраняет трудности, непреодолимые для аналитических и численных методов. Последнее обстоятельство и послужило побудительным мотивом для написания настоящей работы, и, как надеются авторы, послужит стимулом для дальнейших исследований в этой области.

**Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными  
и практическими задачами**

Общая техническая проблема управления тепловыми режимами технических объектов является центральной в современной тепло-технике. Не останавливаясь на многочисленных и весьма разнообразных теоретических и прикладных аспектах этой проблемы, отметим только, что современный энергетический кризис сделал исключительно актуальными решения задач управления тепловыми режимами, обеспечивающие энергосбережение, в частности, задачи теплоизоляции и тепловой защиты. Актуальность подобных задач для экономики Украины не вызывает ни малейшего сомнения. Как на стадии проектирования теплоизоляции, так и на стадии ее эксплуатации возможность эффективного и точного компьютерного моделирования соответствующих процессов теплообмена обеспечивает принятие рациональных решений, а при необходимости и оптимизацию параметров системы тепловой защиты, создавая таким образом дополнительные возможности энергосбережения и экономии материальных ресурсов

**Анализ последних достижений и публикаций по проблематике  
исследования**

Учитывая актуальность рассматриваемой проблемы для чрезвычайно широкого спектра направлений хозяйственной и научно-технической деятельности, представляется вполне естественным, что ей посвящена весьма обширная литература, сколь-нибудь полный обзор которой далеко выходит за ограниченные рамки данной статьи и требует отдельного исследования, превосходящего формат обычной статьи. Поэтому ограничимся здесь лишь краткими оценками современного состояния вопроса, основной акцент сделав на недостаточно еще разработанных вычислительных аспектах компьютерного моделирования теплоизоляционных покрытий. Пожалуй, наибольшее число публикаций, в том числе и монографий, справочников и гостов, проблема теплоизоляции стимулировала в области строительных наук и коммунальной сфере, где она является важнейшей составной частью общей проблемы коммунального энергосбережения. К сожалению, особенности задач, возникающих в этой области, таковы, что позволяют удовлетвориться самыми примитивными математическими моделями, основанными на предположениях о стационарности и од-

номерности по пространству полей температур в теплоизоляционном покрытии, что соответствует утверждению о линейном распределении температуры в данном покрытии. Хотя, с точки зрения авторов настоящей работы, такие упрощения не всегда достаточно оправданы, что будет подробнее обсуждаться ниже, они стали стандартом *de facto* в рассматриваемой области. Прямыми результатом описанных выше упрощений является совершенно неудовлетворительное состояние математического и численного моделирования в указанной области, не позволяющее даже привести удачные примеры расчетов, выходящие за рамки тривиального случая постоянных температур внутри и снаружи сооружения. Намного более общие постановки задач стали традиционными для математического моделирования систем тепловой защиты, применяемых в авиационной и ракетно-космической технике, а также в отдельных технологиях тепловой и атомной энергетики, металлургической и химической промышленности. Систематическое исследование подобных систем тепловой защиты, характеризуемых большими перепадами температур, возрастанием температур до границ изменения внутренней структуры вещества покрытия (до границ фазовых переходов), приведено в монографии [1]. Однако и этот научный труд, призванный подытожить обширные исследования, проведенные, прежде всего, в ракетно-космической области, не свободен от недостаточно обоснованных упрощающих предположений, например, об одномерном локальном характере теплообмена в теплозащитном покрытии. Неявной истинной причиной, вынудившей прибегнуть к упомянутым предположениям, обоснованным ненадлежащим образом, является реальная многомасштабность рассматриваемой задачи. До самого последнего времени несмотря на многочисленные попытки [2, 3] преодолеть указанную негативную тенденцию не удавалось.

Асимптотические методы традиционно широко использовались в теории тепломассообмена, в том числе и в теории теплопроводности [4 - 6]. Правда, подавляющее большинство таких работ были направлены на преодоление трудностей, связанных с физической нелинейностью разрешаемых уравнений, но, тем не менее, вопросы геометрической асимптотики, то есть исследование случаев тонких тел, также были рассмотрены в указанных книгах. Первой попыткой применения асимптотического подхода к задаче расчета теплофизических процессов в неасимптотически тонком теплозащитном покрытии была

работа [7]. Однако в упомянутой работе [7] рассмотрение ограничилось случаями простейшей геометрии, а о тепловой защите тел сложной геометрической формы там сказано лишь как о потенциальной возможности предложенного подхода.

### Цель работы

На основании вышеизложенного цель настоящей статьи можно определить как разработку алгоритма расчета тепловых полей в защищаемом теле и теплозащитном покрытии на основе численных методов при помощи асимптотического подхода.

Поскольку речь идет о разработке принципиальных аспектов расчетной методики, то для упрощения рассуждений и расчетов весь дальнейший анализ будет отнесен к простейшему стационарному плоскому случаю, оставив более сложные случаи для дальнейших исследований.

### Основной материал исследования. Математическая модель

Рассмотрим неасимптотически тонкий теплоизолирующий слой в плоском случае. Обозначим область, им занимаемую, через  $D_1$ , а ее границу через  $\Gamma_1$ . В свою очередь, теплоизолируемое тело занимает область  $D_2$  с границей  $\Gamma_2$ . Общую часть границы обозначим через  $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \Gamma$ . Простоты ради, материал слоя полагаем однородным и изотропным, теплофизические свойства материала слоя и контактирующих с ним тел, а также диапазон температур полагаем таковыми, что поля температур в них с надлежащей точностью могут быть описаны линейными стационарными уравнениями теплопроводности, геометрическую форму слоя и тела выбираем произвольными, но такими, что граница между ними  $\Gamma$  является гладкой, то есть имеет единственную нормаль. Под предположением о неасимптотической тонкости слоя будем понимать следующее: пусть задано некоторое достаточно малое, но конечное значение максимальной толщины слоя  $\delta^*$ , тогда для каждой точки общей границы  $\Gamma$  существует хотя бы одна точка на остальной части границы  $\Gamma_1$ , удаленная от первой на расстояние, меньшее либо равное  $\delta^*$ . Учитывая постулируемую гладкость границы  $\Gamma$ , последнее определение можно упростить: для каждой точки общей границы  $\Gamma$  расстояние от этой точки до точки пересечения перпендикуляра, из нее проведенного, с остальной частью

границы  $\Gamma_1$  меньше либо равно  $\delta^*$ . Далее мы будем рассматривать только случаи, когда указанный перпендикуляр и остальная часть границы  $\Gamma_1$  имеют единственную точку пересечения, однако в общем случае это может быть и не так. Согласно монографиям [6, 8] в произвольных ортогональных системах координат:

$$\frac{1}{H_{11} \cdot H_{12}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{H_{12}}{H_{11}} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial \xi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left( \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1} \right) \right] = Q_1, \quad (1)$$

$$\frac{1}{H_{21} \cdot H_{22}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( \frac{H_{22}}{H_{21}} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial \xi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta_2} \left( \frac{H_{21}}{H_{22}} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial \eta_2} \right) \right] = Q_2, \quad (2)$$

где  $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$  – произвольные системы координат;  $H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22}$ , – соответствующие им коэффициенты Ляме, принимающие конечные положительные значения. Свобода выбора систем координат ограничивается только соображениями удобства при постановке граничных условий и условий сопряжения на общей границе  $\Gamma$ . Источниковые члены  $Q_1, Q_2$  полагаем известными. Из физических соображений естественно первую из координатных систем, используемую для описания поля температуры в изолирующем слое, связать с границей  $\Gamma$ , и первую из координат отсчитывать по нормали к этой кривой, а вторую по касательной.

На общей границе  $\Gamma$  целесообразно поставить условия сопряжения (идеального теплового контакта)

$$T_1|_{\Gamma} = T_2|_{\Gamma}, \quad (3)$$

$$\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial n}|_{\Gamma} = \lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial n}|_{\Gamma}, \quad (4)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – соответствующие коэффициенты теплопроводности. На внешней границе теплоизолирующего слоя могут быть поставлены стандартные граничные условия одного из трех типов: первого рода

$$T_1|_{\Gamma_1} = T_a \quad (5)$$

второго рода

$$\frac{\partial T_1}{\partial n}|_{\Gamma_1} = q_a, \quad (6)$$

третьего рода

$$\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial n}|_{\Gamma_1} = \alpha_1 (T_1 - T_a), \quad (7)$$

где все обозначения понимаются в традиционном смысле [6, 8]. Границные условия на границах массивного тела, не контактирующих с изолирующим слоем, также ставятся традиционным способом.

Приведем сформулированную выше задачу к безразмерному виду, для чего предположим, что в задаче есть две характерные температуры  $T_*$  и  $T^*$  (как правило, определяемые из граничных условий), которые могут относиться как к массивному телу, так и к тонкому слою, толгда:

$$\theta_1 = \frac{T_1 - T_*}{T^* - T_*} \quad (8)$$

$$\theta_2 = \frac{T_2 - T_*}{T^* - T_*} \quad (9)$$

Пусть толщина неасимптотически тонкого слоя имеет характерный размер  $L_1 = \delta^*$ , а размеры массивного тела характеризуются величиной  $L_2$  (очевидно, что  $L_1 \ll L_2$ ), тогда обезразмеренные координаты  $\xi_1, \eta_1$  в неасимптотически тонком слое запишутся в следующем виде

$$\bar{\xi}_1 = \frac{\xi_1}{L_1}, \quad \bar{\eta}_1 = \frac{\eta_1}{L_2}, \quad (10)$$

а  $\xi_2, \eta_2$  в массивном теле будут иметь вид:

$$\bar{\xi}_2 = \frac{\xi_2}{L_2}, \quad \bar{\eta}_2 = \frac{\eta_2}{L_2}, \quad (11)$$

Тогда уравнения (1), (2) будут иметь вид

$$\frac{1}{L_1^2} \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_1} \left( \frac{H_{12}}{H_{11}} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{\xi}_1} \right) + \frac{1}{L_2^2} \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}_1} \left( \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{\eta}_1} \right) = \bar{Q}_1 H_{11} \cdot H_{12}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{L_2^2} \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_2} \left( \frac{H_{22}}{H_{21}} \cdot \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{\xi}_2} \right) + \frac{1}{L_1^2} \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}_2} \left( \frac{H_{21}}{H_{22}} \cdot \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{\eta}_2} \right) = \bar{Q}_2 H_{21} \cdot H_{22}. \quad (13)$$

После очевидного преобразования видно, что в уравнении (12) присутствует малый параметр

$$\varepsilon = \frac{L_1^2}{L_2^2}, \quad (14)$$

и уравнение принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_1} \left( \frac{H_{12}}{H_{11}} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{\xi}_1} \right) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}_1} \left( \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{\eta}_1} \right) = \bar{Q}_1 L_1^2 H_{11} \cdot H_{12}. \quad (15)$$

В соответствии с алгоритмом метода малого параметра решение уравнения (15) будем отыскивать в виде ряда по малому параметру

$$\theta_1 = \theta_1^0 + \varepsilon \cdot \theta_1^1 + \varepsilon^2 \cdot \theta_1^2 + \dots + \varepsilon^n \cdot \theta_1^n + \dots, \quad (16)$$

где верхние индексы при  $\theta$  означают номер приближения, а при  $\varepsilon$  степень данного параметра. Аналогично решение уравнения (13) будем искать в виде

$$\theta_2 = \theta_2^0 + \varepsilon \cdot \theta_2^1 + \varepsilon^2 \cdot \theta_2^2 + \dots + \varepsilon^n \cdot \theta_2^n + \dots. \quad (17)$$

Подстановка разложений (16), (17) в исходные уравнения дает

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_1} \left( \frac{H_{12}}{H_{11}} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_1} (\theta_1^0 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \cdot \theta_1^k) \right) +$$

$$+ \varepsilon \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}_1} \left( \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}_1} (\theta_1^0 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \cdot \theta_1^k) \right) = \bar{Q}_1 L_1^2 H_{11} \cdot H_{12}. \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_2} \left( \frac{H_{22}}{H_{21}} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_2} (\theta_2^0 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \cdot \theta_2^k) \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}_2} \left( \frac{H_{21}}{H_{22}} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}_2} (\theta_2^0 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \cdot \theta_2^k) \right) = \bar{Q}_2 L_2^2 H_{21} \cdot H_{22}. \quad (19)$$

Приравнивая члены при одинаковых степенях  $\varepsilon$ , получим последовательность краевых задач для определения неизвестных функций

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_1} \left( \frac{H_{12}}{H_{11}} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}_1} \theta_1^0 \right) = \bar{Q}_1 L_1^2 H_{11} \cdot H_{12}, \quad (20)$$

откуда

$$\theta_1^0 = \int \left[ \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \left( \int \bar{Q}_1 L_1^2 H_{11} \cdot H_{12} d\bar{\xi}_1 + C_1 \right) \right] d\bar{\xi}_1 + C_2. \quad (21)$$

Очевидно, что выражение (21) является общим решением обыкновенного дифференциального уравнения (20), а неизвестные постоянные  $C_1$  и  $C_2$  могут быть найдены из соответствующих граничных условий. Следует отметить, что коэффициенты Ляме являются функциями координат и тоже могут быть разложены по параметру, характеризующему геометрические размеры, подобно (16), (17). В этом случае в нулевом приближении решение (21) заметно упростится, что может обеспечить вычисление соответствующего интеграла в квадратурах. Однако последующие приближения в таком случае усложняются. Аналогично для первого приближения

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{H_{12}}{H_{11}} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi_1} \theta_1^1 \right) = \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left( \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta_1} \theta_1^0 \right). \quad (22)$$

Отметим, что правая часть уравнения (22) является известной в силу решения (21). Тогда

$$\theta_1^1 = \int \left[ \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \left( \int \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left( \frac{H_{11}}{H_{12}} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta_1} \theta_1^0 \right) d\bar{\eta}_1 + C_1 \right) \right] d\xi_1 + C_2. \quad (23)$$

Выражение (23) является общим аналитическим решением, а неизвестные постоянные, могут быть определены из соответствующих граничных условий. Отметим, что решение (23) отражает тепловые потоки вдоль теплоизолирующего слоя, чего не делалось в традиционных математических моделях теплоизоляции. При практически используемых толщинах теплозащитных слоев вплоть до 0,1 - 0,2 размеров защищаемого тела следующие члены в разложениях (16), (17) имеют порядок  $10^{-3} - 10^{-4}$ , а это означает, что нулевого и первого приближения (21), (23) вполне достаточно для расчета с приемлемой в инженерных приложениях точностью. Подстановка разложений (16), (17) в граничные условия (3) - (7) совершенно тривиальна, однако при использовании граничных условий второго или третьего рода на внешней границе теплоизолирующего слоя следует учитывать, что нормаль к указанной поверхности слоя может значительно отклоняться от нормали к границе  $\Gamma$  в соответствующей точке (правда, в приложениях такая ситуация возникает крайне редко). В таком случае реализация граничных условий несколько усложняется, но эти усложнения не носят принципиального характера. Особо простым решение (21), а за ним и (23) оказывается в случае  $Q_1 = 0$ .

Понятно, что выбор системы координат  $\xi_1, \eta_1$  обусловлен формой границы  $\Gamma$ , однако для системы координат  $\xi_2, \eta_2$  подобные ограничения не предусматривались, поэтому эта система координат может быть выбрана произвольно из соображений удобства решения соответствующих краевых задач. Поскольку в настоящей статье основное внимание уделяется телам сложной геометрической формы, а уравнение (2) – линейное уравнение Пуассона, то для численного решения данной задачи целесообразно использовать метод граничных элементов, для которого наилучшей является декартова ортогональная система. Тогда уравнение (2) имеет вид:

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} = Q_2, \quad (24)$$

а уравнение (13):

$$\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{y}^2} = \bar{Q}_2, \quad (25)$$

тогда

$$\frac{\partial^2 \theta_2^0}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta_2^0}{\partial \bar{y}^2} = \bar{Q}_2, \quad (26)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_2^1}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta_2^1}{\partial \bar{y}^2} = 0. \quad (27)$$

### Метод численного расчета температурного поля

Для численного расчета поля температур внутри защищаемого тела использовался метод граничных элементов [9, 10]. Для этого уравнения (26), (27) заменим их граничным интегральным аналогом:

$$\begin{aligned} c(\bar{x}_0, \bar{y}_0) \theta(\bar{x}_0, \bar{y}_0) &= \oint_{\Gamma_2} \varphi_0(\bar{x}, \bar{y}, \bar{x}_0, \bar{y}_0) \frac{\partial \theta}{\partial n}(\bar{x}, \bar{y}) ds(\bar{x}, \bar{y}) - \\ &- \oint_{\Gamma_2} \theta(\bar{x}, \bar{y}) \frac{\partial \varphi_0}{\partial n}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{x}_0, \bar{y}_0) ds(\bar{x}, \bar{y}) + \\ &+ \int_{D_2} \bar{Q}_2(\bar{x}, \bar{y}) \varphi_0(\bar{x}, \bar{y}, \bar{x}_0, \bar{y}_0) d\bar{x} d\bar{y}, \end{aligned} \quad (28)$$

где  $n$  – внешняя нормаль к границе, функция  $c$  равна 1 для точек, лежащих внутри области решения,  $S$  для точек, лежащих на ее границе и 0 для точек вне области,  $\varphi_0$  – фундаментальное решение уравнения Лапласа в плоском случае

$$\varphi_0(\bar{x}, \bar{y}, \bar{x}_0, \bar{y}_0) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{\sqrt{(\bar{x} - \bar{x}_0)^2 + (\bar{y} - \bar{y}_0)^2}}. \quad (29)$$

Дальнейшая процедура численного решения граничных интегральных уравнений (28) заключается во введении на границе области и внутри ее сеток, подобных конечноэлементным сеткам, аппроксимация на них известных и неизвестных при помощи достаточно простых функций, при чем аппроксимации неизвестных функций должны включать подлежащий определению набор производов, и, наконец, получение системы линейных алгебраических уравнений. Более подробно на алгоритме метода граничных элементов останавливаться не будем, поскольку он в деталях описан в монографиях [9,

10]. Единственной особенностью процедуры решения является модификация граничных условий для уравнений (28) с учетом решений (21), (23).

### **Анализ полученных результатов**

Поскольку основной целью данной статьи является разработка методики применения асимптотических подходов в задачах тепловой защиты, основным полученным результатом следует считать тестирование данной методики на задачах, имеющих аналитическое решение. В частности, для тестирования была выбрана задача о стационарном распределении температуры в толстостенном цилиндре с внутренним или внешним теплозащитным покрытием постоянной толщины, решение которой известно в квадратурах. При относительной толщине теплозащитного покрытия 0,1 толщины цилиндра и использовании по внешней и внутренней поверхностях цилиндра по 200 граничных элементов погрешность численного расчета не превышала 0,1 %. Помимо приведенной тестовой задачи были численно решены еще несколько задач для случаев более сложной формы защищаемых тел, включая эллипсоидальные тела, прямоугольные тела, тела канонических геометрических форм с внутренними пустотами при постоянных или переменных толщинах теплозащитного покрытия. Все проведенные расчеты подтвердили высокую эффективность предложенного подхода.

### **Выводы и анализ перспектив дальнейших исследований**

Предложенный в настоящей работе подход обобщает предшествующие попытки приближенного анализа теплозащитных покрытий. Данный подход позволяет оценить тепловые потоки в тангенциальном направлении, что не делалось раньше, а также обеспечивает оценку точности приближения. Аналитический характер полученных представлений позволяет использовать для расчета уже существующее программное обеспечение с минимальными изменениями в граничных условиях.

Направления дальнейших исследований совершенно очевидны. Первое из таких направлений и заключается в обобщении исходной проблемы, распространении предложенного подхода на нестационарные и нелинейные задачи, а также на случай, когда в защитном слое происходят фазовые переходы или химические реакции. Вторым направлением развития результатов работы является их применение к

широкому спектру прикладных проблем теплосбережения, весьма актуальных в связи с энергетическим кризисом.

В целом, данная работа представляет собой достаточно успешную попытку решения многомасштабной задачи без потери эффективности существующих вычислительных подходов. Применение данной методики дает возможность исключить из расчетной практики большие объемы экспериментальных данных и уменьшить общий объем дорогостоящих и длительных экспериментальных исследований.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Полежаев Ю. В. Тепловая защита / Ю. В. Полежаев, Ф. Б. Юрьевич. – М.: «Энергия», 1976. – 392 с.
2. Панкратов Б. М. Взаимодействие материалов с газовыми потоками / Б. М. Панкратов, Ю. В. Полежаев, А. К. Рудько. – М.: Машиностроение, 1975. – 224 с.
3. Полежаев Ю. В. Тепловое разрушение материалов / Ю. В. Полежаев, Г. А. Фролов. – К.: Изд-во ИПМ НАНУ, 2005. – 288 с.
4. Федоткин И. М. Асимптотические методы в задачах тепломассопереноса: / И. М. Федоткин, А. М. Айзен. – К.: Наукова думка, 1975. – 252 с.
5. Зино И. Е. Асимптотические методы в задачах теории теплопроводности и термоупругости / И. Е. Зино, Э. А. Тропп. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. – 224 с.
6. Беляев Н. М. Методы теории теплопроводности / Н. М. Беляев, А. А. Рядно. – М.: “Высшая школа”, 1982. – т. 1. – 327 с., т. 2. – 304 с.
7. Евдокимов Д. В. Анализ теплопроводности в неасимптотически тонком слое / Д. В. Евдокимов, Д. Н. Иvasишина, А. А. Кочубей, Н. В. Поляков // Диференціальні рівняння та їх застосування. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2006. – с. 141-156.
8. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: «Высшая школа», 1967. – 599 с.
9. Бенерджи П. Метод граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд. - М.: Мир, 1984. - 494 с.
- 10.Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. - М.: Мир, 1987. - 524 с.

И.А. Дорош, М.Г. Снегирев, С.В. Тарасов

**ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА СИЛ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ  
ПОДВЕСА НА ПОСТОЯННЫХ МАГНИТАХ**

*Аннотация.* В статье рассматриваются ряд методов расчета магнитных систем, которые позволяют определять параметры магнитного поля и сил взаимодействия магнитных систем. Проведено сравнение результатов.

*Ключевые слова:* магнитолевитирующая система, методы расчета, постоянные магниты.

Одним из перспективных методов разгрузки опор роторов вертикально-осевых ветроэнергетических установок являются системы подвеса на основе постоянных магнитов, имеющие различное конструктивное исполнение [1]. Поиск рациональных конструктивных схем подвесов выводит в число актуальных задачу разработки методик моделирования таких систем с целью определения параметров, обеспечивающих их эффективную работу в статических и динамических режимах. Моделирование процессов магнитного взаимодействия в подвесах на различных этапах проектирования ведется как с помощью систем компьютерного моделирования базирующихся, как правило, на методе конечных элементов (AnsysMaxwell, FEMM, ComsolMultiphysics), так и аналитическими методами, позволяющими получить комплекс частных математических моделей, отражающих влияние отдельных конструктивных параметров системы подвешивания на характер процессов взаимодействия ее элементов. Для конструктивно сложных конструкций магнитных систем и на заключительных этапах проектирования, требующих высокой точности вычислений распределения магнитного поля, значений индукционных токов, сил и моментов взаимодействий находят применение конечно-элементные программные пакеты. В то же время комплекс расчетных аналитических моделей фактически составляет основу инженерной

методики проектирования систем подвеса удобных для использования на этапе выбора их базовых конструктивных технических решений.

В первую очередь представляет интерес оценка значений силовых факторов взаимодействия элементов в магнитной системе в зависимости от их геометрической конфигурации и величины внешних нагрузок, приложенных к левитирующей части подвеса.

Задача определения сил взаимодействия в магнитных системах встречает определенные трудности, как при определении их величин различными расчётными методами и моделирующими программами, так и при верификации полученных результатов путем сравнения их между собой и с результатами измерений сил в реальной магнитной системы полученных экспериментальным путем.

С целью сравнительного анализа эффективности и границ применимости базовых расчетных методов – магнитных зарядов, магнитных токов и диполей – использовалась физическая тестовая система в виде типового фрагмента системы подвешивания из двух соосных цилиндрических постоянных магнитов с коллинеарными разнонаправленными векторами индукции.

Для тестовой системы определялось магнитное поле и сила взаимодействия при различных значениях расстояний между верхним и нижним магнитами. Для этого использовались разработанные расчётные методики на основе методов магнитных зарядов, магнитных токов и диполей, а также произведено сравнение с конечноэлементным расчётом в одном из пакетов анализа магнитных систем и с полученными экспериментальными данными.

В большинстве случаев, значения распределений магнитного поля, индукционных токов, сил и моментов систем магнитного подвеса не могут быть вычислены в аналитическом виде и требуют разработки системы специальных конечноэлементных алгоритмов и программных комплексов для их приближенного вычисления.

Для определения сил взаимодействия статических магнитных систем, при использовании программ автоматизации аналитических и численных расчётов, было разработано три программных комплекса расчета магнитного поля системы постоянных магнитов следующими методами – методом магнитных зарядов для случая линейной и аксиальной симметрии магнитной системы, методом поверхностных токов

для случая линейной и аксиальной симметрии магнитной системы и методом диполей [1, 2, 3].

В первых двух случаях, алгоритм вычисления на основе исходной информации о форме внешних поверхностей элементов магнитных систем и параметров их намагниченности производит разбиение исходной магнитной системы на токовые или «зарядовые» элементы. Полученные матрицы ориентаций элементов и их характеристик поступают в вычислительный блок, который переориентирует элементы для их соответствия необходимым аналитическим формулам и вычисляет общее магнитное поле суммированием полей от отдельных магнитных элементов [3, 4].

Отличительной особенностью программ расчета магнитного поля системы постоянных магнитов методом магнитных зарядов и методом токов является малость погрешности вычисления магнитного поля системы на малых расстояниях от граней магнитных элементов. Это позволяет с высокой точностью рассчитывать силы взаимодействия составляющих систем подвеса даже в граничном случае их со-прикосновения противостоящими гранями.

Несмотря на сложность аналитических формул, используемых в методе зарядов и токов, скорость вычисления магнитного поля для типичных магнитных систем при аналогичной точности вычислений существенно выше, чем для метода диполей [4], или конечноэлементных методов. Однако, сравнительная скорость вычисления этими двумя методами падает при усложнении внешних обводов элементов магнитных систем. В целом, программы расчета магнитного поля методом магнитных зарядов показывают большую точность и скорость для линейных систем, а программы расчета методом токов – для систем с аксиальной симметрией.

Алгоритм работы программы расчета магнитного поля и сил взаимодействия системы постоянных магнитов методом диполей включает в себя разбиение на основе исходных данных фрагментов магнитной системы на элементарные дипольные элементы и определение генерируемых ими магнитных полей и сил взаимодействия [4]. Алгоритм имеет преимущество при сложной форме элементов магнитолевитирующей системы, однако имеет сравнительно меньшую точность на малых расстояниях от неё. Последний недостаток может быть частично скомпенсирован использованием неравномерной сетки

разбиения магнитной системы. Для систем с цилиндрической симметрией данный метод имеет определённые преимущества по сравнению с методом магнитных зарядов.

Рассмотрим подробнее каждый метод. В методе поверхностных токов свойства каждого из  $i$  элементов задаются значениями из 8 параметров – координатами центра элемента  $\{R_i, \varphi_i, z_i\}$ , компонентами единичного вектора касательного к вектору поверхностного тока элемента  $\{n_{Ri}, n_{\varphi i}, n_{zi}\}$ , значением площади элемента  $\Delta S_i$  и величиной внутренней намагниченности элемента  $B_{0i}$ . Для системы, составленной из элементов с одинаковой намагниченностью, параметры  $B_{0i}$  равны внутренней намагниченности материала  $B_0$ . Величина магнитного поля системы и сила взаимодействия их частей имеет вид

$$\vec{B}_1(R_2, \varphi_2, z_2) = \frac{B_0}{4\pi} \sum_i \frac{\vec{n}_i \times (\vec{R}_2 - \vec{R}_{1i})}{((\vec{R}_2 - \vec{R}_{1i}) \cdot (\vec{R}_2 - \vec{R}_{1i}))^{3/2}} \Delta S_{1i} \quad (1)$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{B_0^2}{4\pi\mu_0} \sum_j \sum_i \frac{\vec{n}_{2i} \times (\vec{n}_{1i} \times (\vec{R}_{2j} - \vec{R}_{1i}))}{((\vec{R}_{2j} - \vec{R}_{1i}) \cdot (\vec{R}_{2j} - \vec{R}_{1i}))^{3/2}} \Delta S_{1i} \Delta S_{2j},$$

Алгоритм расчёта основывается на представлении однородного магнитного материала каждой из двух частей магнитного подвеса как системы поверхностей с заданной величиной поверхностного тока на ней, после чего решается задача определения магнитного поля таких токов и сил и моментов их взаимодействия. Такой подход позволяет упростить расчётную модель и снизить количество элементов разбиения за счёт перехода от объёмных элементов к поверхностным. Указанный способ разбиения также имеет дополнительные преимущества для систем с цилиндрической симметрией, в которых исходное выражение для величины магнитного поля может дополнительно однократно проинтегрировано с получением результата в аналитическом виде.

Другим, альтернативным методом определения сил взаимодействия систем постоянных магнитов, является метод зарядов, который основывается на аналогии уравнений полей создаваемых во внешней среде системами токов и электрических зарядов. В этом случае, предполагается, что внешнее магнитное поле системы подвеса задаётся распределением «магнитных зарядов», расположенных для однородно намагниченных элементов на их поверхности.

Аналогично методу токов, дальнейший расчёт проводится конечноэлементным методом с использованием цилиндрической системы координат и с разбиением зарядовых поверхностей составляющих модель системы на отдельные плоские элементы.

Свойства каждого из  $i$  элементов задаются значениями 8 параметров – координатами центра элемента  $\{R_i, \varphi_i, z_i\}$ , компонентами единичного вектора касательного к вектору поверхности тока элемента  $\{n_{Ri}, n_{\varphi i}, n_{zi}\}$ , значением площади элемента  $\Delta S_i$  и величиной внутренней намагниченности элемента магнитной системы  $B_{0i}$ . Величина магнитного поля системы и сила взаимодействия их частей имеет вид

$$\vec{B}_1(R_2, \varphi_2, z_2) = \frac{B_0}{4\pi} \sum_i \frac{\vec{n}_i(\vec{R}_2 - \vec{R}_{1i})}{((\vec{R}_2 - \vec{R}_{1i}) \cdot (\vec{R}_2 - \vec{R}_{1i}))^{3/2}} \Delta S_{1i} \\ \vec{F}_{12} = \frac{B_0^2}{4\pi\mu_0} \sum_j \sum_i \frac{\vec{n}_{2i} \vec{n}_{1i} (\vec{R}_{2j} - \vec{R}_{1i})}{((\vec{R}_{2j} - \vec{R}_{1i}) \cdot (\vec{R}_{2j} - \vec{R}_{1i}))^{3/2}} \Delta S_{1i} \Delta S_{2j}, \quad (2)$$

где индекс  $i$  перечисляет элементы первой подсистемы (статора), а индекс  $j$  – второй подсистемы (ротора).

Для прямоугольного магнитного элемента, ориентированного по осям системы координат, эквивалентный "потенциал" поля вне магнита может быть записан в аналитическом виде

$$\varphi_1(\vec{R}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sigma_M ((x_0 - \Delta x) \times \\ \times \text{ArcTan} \left( \frac{(y_0 - \Delta y)(z_0 - \Delta z)}{(x_0 - \Delta x)\sqrt{(x_0 - \Delta x)^2 + (y_0 - \Delta y)^2 + (z_0 - \Delta z)^2}} \right) + \\ + (z_0 - \Delta z) \ln \left( \sqrt{(x_0 - \Delta x)^2 + (y_0 - \Delta y)^2 + (z_0 - \Delta z)^2} - y_0 + \Delta y \right) - \\ + (y_0 - \Delta y) \ln \left( \sqrt{(x_0 - \Delta x)^2 + (y_0 - \Delta y)^2 + (z_0 - \Delta z)^2} - z_0 + \Delta z \right) \Big|_{-\Delta x, -\Delta y, -\Delta z}^{\Delta x, \Delta y, \Delta z} \quad (3)$$

Для систем с цилиндрической симметрией потенциал в точке с координатами  $(x_1, y_1, z_1)$  может быть выражен в аналитическом виде только для дуг окружности, и записывается через гипергеометрические функции

$$\begin{aligned}
 d\varphi(r, z, \varphi, r_1, z_1, \varphi_1) = & \frac{\sigma_m}{4\pi\epsilon_0 c^2} \left( -2r\sqrt{1+\sin(\varphi+\varphi_1)} \sec(\varphi+\varphi_1) \times \right. \\
 & \times F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, K_1, K_2\right) \sqrt{\frac{r_1^2(r^2+r_1^2+z_1^2-2rr_1\cos(\varphi-\varphi_1))}{r^2r_1+2rr_1^2+r_1(r_1^2+z_1^2)}} \times \\
 & \times \left. \sqrt{\frac{1-\sin(\varphi+\varphi_1)}{r^2r_1-2rr_1^2+r_1(r_1^2+z_1^2)}} \right|_{\varphi=-\Delta\varphi}^{\varphi=\Delta\varphi} dr dz, \tag{4} \\
 K_1 = & \frac{r^2+r_1^2+z_1^2-2rr_1\cos(\varphi-\varphi_1)}{(r+r_1)^2+z_1^2}, \\
 K_2 = & \frac{r^2+r_1^2+z_1^2-2rr_1\cos(\varphi-\varphi_1)}{(r-r_1)^2+z_1^2}
 \end{aligned}$$

Метод зарядов наиболее удобен для определения точного распределения магнитного поля в системах с линейной трансляционной симметрией и прямоугольными магнитными элементами, что покрывает широкий класс магнитных систем, используемых в практических системах магнитного подвеса.

Еще одним альтернативным методом определения сил и моментов взаимодействия элементов магнитного подвеса является метод диполей [1]. Каждый постоянный магнит массива рассматривается как совокупность некоторого набора магнитных диполей. На рисунке 1 показано покрытие объема тела постоянного магнита эквивалентными объемами диполей разбиения.

Согласно [1, 4], сила взаимодействия двух элементарных магнитных диполей с векторными дипольными моментами  $\bar{m}_1$  и  $\bar{m}_2$  можно записать в виде

$$\bar{F} = \frac{3}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{1}{R^5} \left( \bar{m}_1(\bar{m}_2 \cdot \bar{R}) + \bar{m}_2(\bar{m}_1 \cdot \bar{R}) + \bar{R} \left( (\bar{m}_1 \cdot \bar{m}_2) - 5 \frac{(\bar{m}_1 \cdot \bar{R})(\bar{m}_2 \cdot \bar{R})}{R^2} \right) \right) \tag{5}$$

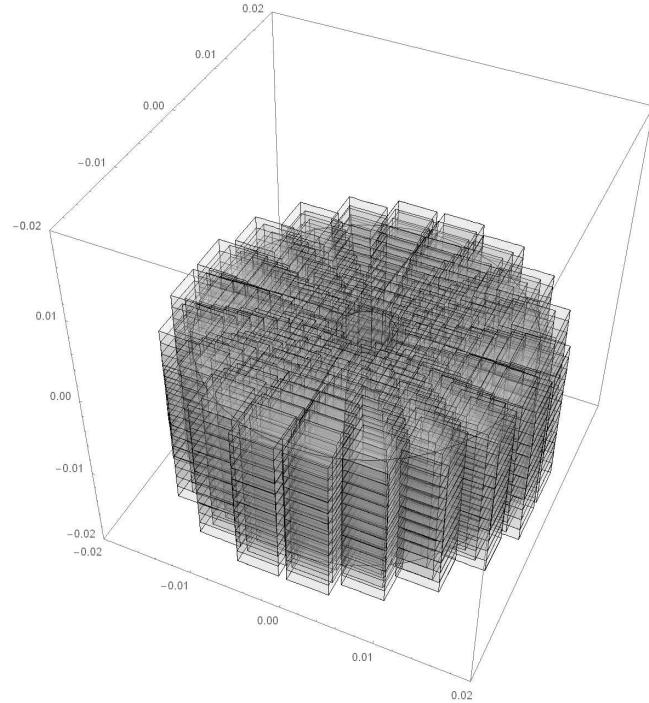


Рисунок 1 – Визуализация эквивалентных объёмов диполей  
разбиения магнитной системы

Общая сила взаимодействия элементов магнитной системы определяется как сумма взаимодействий элементарных диполей, принадлежащих разным магнитным системам, и имеет вид:

$$\begin{aligned}
 F_{y12} = & \frac{3}{4\pi\epsilon_0 c^2} \sum_j \sum_i \frac{1}{\sqrt{(x_{2j} - x_{1i})^2 + (y_{2j} - y_{1i})^2 + (z_{2j} - z_{1i})^2}^5} \cdot \\
 & \cdot (m_{x2j} (m_{x1i} (x_{2j} - x_{1i}) + m_{y1i} (y_{2j} - y_{1i}) + m_{z1i} (z_{2j} - z_{1i})) + \\
 & + m_{x1i} (m_{x2j} (x_{2j} - x_{1i}) + m_{y2j} (y_{2j} - y_{1i}) + m_{z2j} (z_{2j} - z_{1i}))) + \\
 & + (x_{2j} - x_{1i}) (m_{x1i} m_{x2j} + m_{y1i} m_{y2j} + m_{z1i} m_{z2j} - \\
 & - 5(m_{x1i} (x_{2j} - x_{1i}) + m_{y1i} (y_{2j} - y_{1i}) + m_{z1i} (z_{2j} - z_{1i})) \cdot \\
 & \cdot \frac{(m_{x2j} (x_{2j} - x_{1i}) + m_{y2j} (y_{2j} - y_{1i}) + m_{z2j} (z_{2j} - z_{1i}))}{((x_{2j} - x_{1i})^2 + (y_{2j} - y_{1i})^2 + (z_{2j} - z_{1i})^2)} \Bigg)
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$F_{x12} = \frac{3}{4\pi\epsilon_0 c^2} \sum_j \sum_i \frac{1}{\sqrt{(x_{2j} - x_{1i})^2 + (y_{2j} - y_{1i})^2 + (z_{2j} - z_{1i})^2}^5} \cdot \\ \cdot (m_{y2j}(m_{x1i}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y1i}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z1i}(z_{2j} - z_{1i})) + \\ + m_{y1i}(m_{x2j}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y2}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z2j}(z_{2j} - z_{1i}))) + \\ + (y_{2j} - y_{1i})(m_{x1i}m_{x2j} + m_{y1i}m_{y2j} + m_{z1i}m_{z2j} - \\ - 5(m_{x1i}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y1i}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z1i}(z_{2j} - z_{1i}))) \cdot$$

$$\cdot \frac{(m_{x2j}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y2j}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z2j}(z_{2j} - z_{1i}))}{((x_{2j} - x_{1i})^2 + (y_{2j} - y_{1i})^2 + (z_{2j} - z_{1i})^2)} \Bigg)$$

$$F_{x12} = \frac{3}{4\pi\epsilon_0 c^2} \sum_j \sum_i \frac{1}{\sqrt{(x_{2j} - x_{1i})^2 + (y_{2j} - y_{1i})^2 + (z_{2j} - z_{1i})^2}^5} \cdot \\ \cdot (m_{z2j}(m_{x1i}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y1i}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z1i}(z_{2j} - z_{1i})) + \\ + m_{z1i}(m_{x2j}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y2}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z2j}(z_{2j} - z_{1i}))) + \\ + (z_{2j} - z_{1i})(m_{x1i}m_{x2j} + m_{y1i}m_{y2j} + m_{z1i}m_{z2j} - \\ - 5(m_{x1i}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y1i}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z1i}(z_{2j} - z_{1i}))) \cdot$$

$$\cdot \frac{(m_{x2j}(x_{2j} - x_{1i}) + m_{y2j}(y_{2j} - y_{1i}) + m_{z2j}(z_{2j} - z_{1i}))}{((x_{2j} - x_{1i})^2 + (y_{2j} - y_{1i})^2 + (z_{2j} - z_{1i})^2)} \Bigg)$$

В сравнении с другими приближенными методами, метод разбиения элементов системы на элементарные диполи обладает преимуществом в плане простоты и большей гибкостью в плане его применения к магнитным системам сложной конфигурации. Вместе с тем, точность метода зависит от качества разбиения и соотношения между размерами отдельных элементов и расстояния между ротором и статором системы подвеса, и, в большинстве случаев, заметно хуже точности определения сил методом магнитных зарядов и токов при том же количестве элементов разбиения.

В таблице 1 представлены сводные результаты зависимости силы отталкивания ротора и статора модельной системы от зазора. В нескольких методах расчет был проведен двумя способами – разбиением на мелкие поверхностные элементы (модель 1) и на крупные (модель 2) со значением поля, заданным аналитическими выражениями. Экспериментальные данные были интерполированы кривыми второго порядка на расчётные значения зазоров. Соответствующие

графики зависимостей значений величины силы отталкивания, полученных различными методиками и экспериментальных данных представлены на рисунке 2.

Таблица 1

Сводные результаты зависимостей силы отталкивания от зазора

$\Delta h$ , мм	Типрасчёtnого метода						
	Токов, модель1	Токов, модель2	Зарядов, модель1	Зарядов, модель2	Диполей	Ansoft	Экспер.
5	151.7	157.64	162.2	157.64	138.73	129.08	154.40
10	87.8	90.65	91.6	90.65	90.93	77.50	100.40
15	55.1	56.50	57.2	56.50	54.09	53.37	51.40
20	36.2	36.89	37.4	36.89	36.07	34.74	35.10
25	24.5	24.92	25.1	24.92	26.45	21.14	23.96
30	17	17.31	17.5	17.31	15.93	19.22	14.70
35	12.2	12.33	12.4	12.33	12.89	11.83	11.79
40	8.91	8.97	9.02	8.97	9.18	9.32	9.73

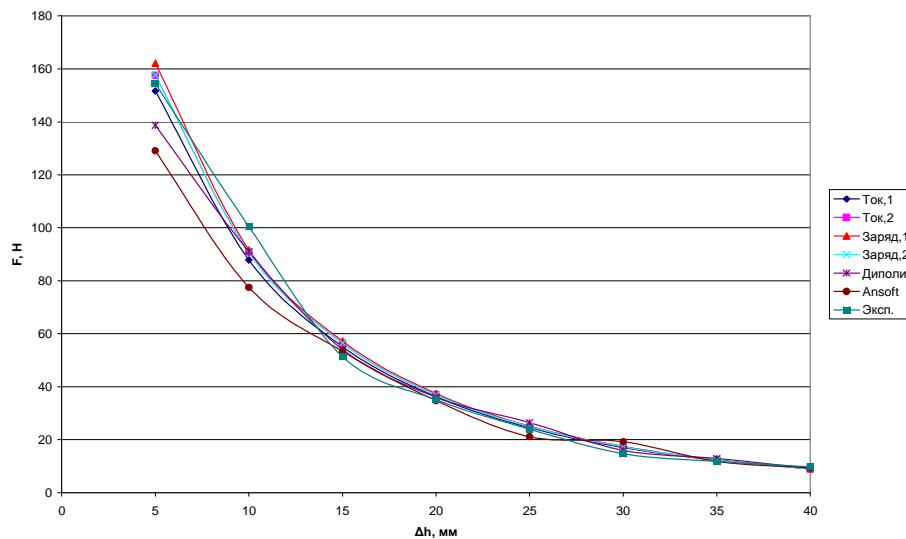


Рисунок 2 – Сравнение значений величины силы отталкивания, полученных различными методиками и из эксперимента

В таблице 2 представлены относительные величины значений сил отталкивания по сравнению со значениями сил, вычисленными по базовому методу модели. В качестве базового метода были приняты метод поверхностных токов и метод магнитных зарядов для маг-

нитных систем с цилиндрической симметрией. Соответствующие графики отношения сил отталкивания представлены на рисунке 3.

Таблица 2

Относительные значения силы отталкивания

$\Delta h$ , мм	Тип расчётного метода						
	Токов, модель1	Токов, модель2	Зарядов, модель1	Зарядов, модель1	Диполей	Ansoft	Экспер.
5	0.96	1.00	1.03	1.00	0.88	0.82	0.98
10	0.97	1.00	1.01	1.00	1.00	0.85	1.11
15	0.98	1.00	1.01	1.00	0.96	0.94	0.91
20	0.98	1.00	1.01	1.00	0.98	0.94	0.95
25	0.98	1.00	1.01	1.00	1.06	0.85	0.96
30	0.98	1.00	1.01	1.00	0.92	1.11	0.85
35	0.99	1.00	1.01	1.00	1.05	0.96	0.96
40	0.99	1.00	1.01	1.00	1.02	1.04	1.08

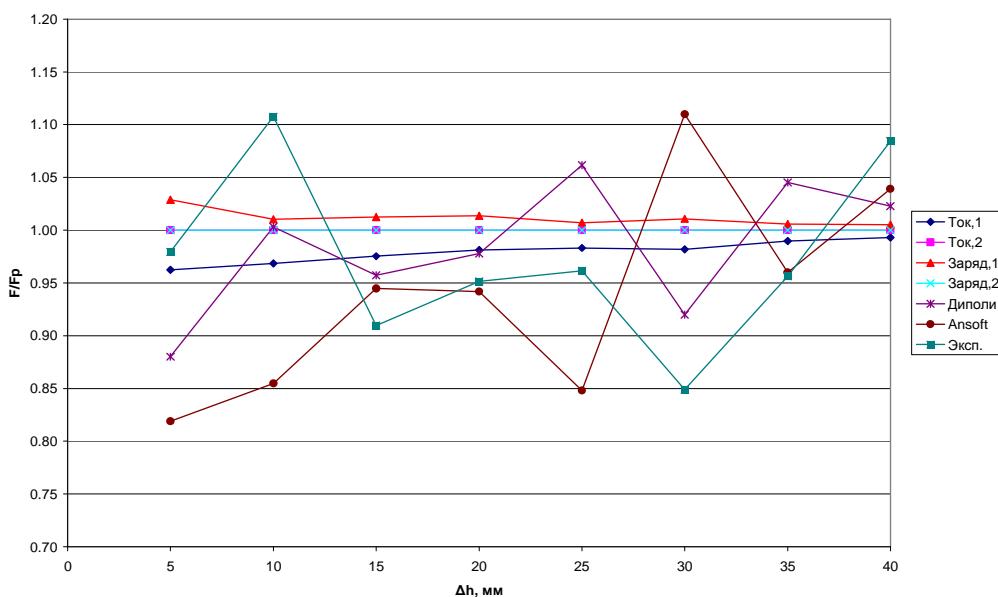


Рисунок 3 – Сравнение относительных значений сил отталкивания, полученных различными методиками из эксперимента

Данные, указанные в таблицах 1-2 и на рисунках 2-3 свидетельствуют о том, что принятые расчётные методы в целом удовлетворительно согласуются между собой и с экспериментальными данными. Разница между результатами расчётов не превышает 5-15% для разработанных расчётных методов и 15-20% для прямого реше-

ния уравнений магнитостатики в системах компьютерного моделирования. Различие вычисленных сил с экспериментом не превышает 10% по величине магнитного поля и 10-15% по величине сил, что лежит в области погрешностей полученных экспериментальных данных.

С помощью различных методов было вычислено магнитное поле и сила взаимодействия при различном значении зазора между постоянными магнитами выбранной магнитной системы. Был проведен сравнительный анализ полученных результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тарасов С.В. Магнитолевитирующий подвес роторов вертикально-осевых ветроэлектрических установок с Н-ротором Дарье на базе массива Хальбаха / С.В. Тарасов, М.Г. Снегирев, И.А. Дорош // Техническая механика. – 2010. – №1. – с. 94-103.
2. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Учебное пособие. Том II. Теория поля – 7-ое издание / Л.Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1988. – 512 стр.
3. Synthesis about Analytical Approaches for Calculating the Magnetic Field Produced by Permanent Magnets of Various Topologies / R. Ravaud ,G. Lemarquand // PIERS Proceedings, Cambridge, USA, July 5-8, 2010.
4. Дорош И.А. Разработка алгоритма и программного средства для расчета параметров магнитного поля магнитного подвеса энергетической установки / И.А. Дорош, М.Г. Снегирев, С.В. Тарасов // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – 2011. – №5(76). – с.84-90

А.Н. Миронов, О.Е. Потап, И.Г. Тригуб, М.А. Рыбальченко

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРОИЗВОДСТВА  
ПРОКАТА НА НЕПРЕРЫВНЫХ МЕЛКОСОРТНЫХ  
СТАНАХ**

*Аннотация. Выполнен анализ состояния автоматизации непрерывных мелкосортных прокатных станов. Рассмотрены система управления скоростным режимом прокатки и методы непрямой оценки величины натяжения проката.*

*Ключевые слова. Непрерывный мелкосортный стан, скоростной режим, прокатная клеть, натяжение, подпор, коэффициент вытяжки, обрезь.*

**Введение.** Сложность и интенсивность современных технологических процессов в производстве мелкосортного проката, жесткие требования к сокращению потерь металла в виде обрези повысили ответственность за управление этими процессами, осуществление которых невозможно без применения автоматических и автоматизированных систем. Сортамент выпускаемой продукции на непрерывных мелкосортных станах (НМС) включает в себя широкий спектр профилей и катанки. Конкурентоспособность продукции, выпускаемой на НМС, напрямую зависит от ее качества. Данные обстоятельства привели к появлению более жестких требований к системам управления режимами работы электроприводов прокатных клетей и необходимости комплексного изучения, анализа и совершенствования существующих способов управления процессом прокатки на НМС [1,2].

**Постановка проблемы.** Основной задачей автоматизации НМС является настройка и поддержание рациональных режимов ведения технологического процесса, минимизация потерь металла. Потери металла в обрезь связаны с нестабильностью геометрических размеров сечения мелкосортного проката, что обусловлено как влиянием значительного количества технологических возмущений (изменение температуры, размеров и механических свойств заготовки по длине), так и нерациональной настройкой прокатного оборудования и скоростного режима в группах клетей мелкосортного стана [1,2].

Наиболее эффективным каналом управления размерами при производстве мелкосортных профилей на НМС является корректировка скоростного режима прокатки [1]. Непрерывные станы с индивидуальным управлением скоростным режимом прокатки значительно расширяют технологические возможности управления скоростью прокатки в каждой клети, что стабилизирует работу стана и способствует росту его производительности.

На большинстве отечественных НМС [2] системы автоматического регулирования натяжения (САРН) полосы в межклетевом промежутке выполнены по принципу косвенной оценки величины натяжения по изменяющимся энергосиловым параметрам привода предыдущей клети [3-5]. САРН включают в себя контур регулирования натяжения, который позволяет поддерживать натяжение в заданном диапазоне, корректируя скорость последующей клети. Данный принцип управления при прокатке на высоких скоростях не позволяет исключить в переходных режимах продольные динамические удары в металле, которые могут привести к вытяжке полосы или ее разрыву в том случае, если натяжение превысит допустимое значение.

**Анализ публикаций по теме исследования.** Анализ литературных источников показывает, что исследователи уделяют наибольшее внимание проблемам управления скоростным режимом однониточных чистовых групп клетей [6,7]. Значительно меньше изучены вопросы управления скоростным режимом прокатки в черновой группе клетей. Вместе с тем оценка величины натяжения в черновой группе клетей позволит осуществить корректировку скоростного режима и таким образом минимизировать нестабильность величины площади поперечного сечения подката на входе в чистовую группу клетей. Сложность разработки такого способа оценки заключается в отсутствии соответствующих измерителей фактических размеров проката и величины натяжения.

Известен метод оценки межклетевого натяжения, основанный на сравнении временных интервалов (пауз) между смежными заготовками на входе и выходе из непрерывной группы клетей [4]. Данный метод не позволяет определить, какой именно межклетевой промежуток является источником натяжения, что резко усложняет выбор места внесения управляющих воздействий.

Значительный интерес представляет имеющий множество модификаций способ регулирования натяжения по величине якорных токов прокатных двигателей [8]. Основанный на функциональной связи между натяжением и моментом прокатки, этот способ позволяет косвенно судить о величине натяжений по изменениям якорного тока прокатных двигателей, непосредственно отражающего изменения момента прокатки (момента сопротивления на валу двигателя). Сущность этого способа состоит в сопоставлении значений якорного тока двигателя первой (по ходу прокатки) клети межклетевого промежутка до и после захвата металла последующей клетью. Уменьшение тока пропорционально росту натяжения, а возрастание тока – росту подпора. Достоверность этой информации гарантирована лишь в течение непродолжительного временного промежутка до момента захвата металла последующей клетью, по истечении которого нельзя с уверенностью говорить, вызвано ли отклонение тока действием межклетевых усилий или изменением технологических параметров (температура, обжатие и т.п.) в очаге деформации.

Привлекательность способа регулирования натяжения по якорным токам прокатных двигателей связана, прежде всего, с технической простотой их измерения. Это обусловило распространность упрощенного варианта системы автоматического регулирования натяжений, осуществляющей подстройку частоты вращения валков на переднем конце заготовки по мере заполнения прокатного стана металлом. При этом основная часть заготовки прокатывается без регулирования натяжения и на выходе имеет форму переменного сечения, что вносит значительное технологическое возмущение при прокатке в чистовой группе клетей. Кроме того, применение данного способа при двухниточной прокатке в черновой группе клетей усложняется: при заполнении и освобождении металлом соседних прокатных нитей происходит резкое изменение величины натяжения и момента прокатки, что вносит погрешность в измерение величины тока якоря двигателя и усложняет оценку величины натяжения. Как следствие, происходят резкие изменения режима деформации, которые являются источником существенных возмущений для прокатки в чистовой группе клетей.

**Формулирование целей статьи.** Исследование технологического процесса прокатки на действующих непрерывных станах затруднено. Это связано с необходимостью остановки стана для проведения необходимых замеров геометрических размеров проката. Более того, большинство технологических параметров таких как, например, натяжение проката, удлинение, уширения не могут быть непосредственно измерены. Для проведения исследований и поиска новых достоверных и оперативных методов оценки уровня натяжения, а также разработки способа управления натяжением существует необходимость в разработке динамической модели черновой группы клетей непрерывного стана. Такая модель позволит провести исследования изменения суммарной вытяжки и коэффициента уширения проката, в зависимости от изменения температуры, размеров и механических свойств заготовки по длине. Результаты исследований позволят решить сложную задачу регулирования скоростного режима прокатки.

### **Выводы и перспективы дальнейших исследований**

Анализ производства мелкосортного проката показал, что основным недостатком работы станов непрерывной прокатки является нестабильность геометрических размеров сечения мелкосортного проката. Это обусловлено как влиянием значительного количества технологических возмущений: изменения температуры, размеров и механических свойств заготовки по длине, так и нерациональной настройкой прокатного оборудования и скоростного режима в группах клетей непрерывных мелкосортных станов.

В процессе прокатки натяжение полосы не остается постоянным, что оказывает влияние на параметры прокатки и на размеры профиля. При применении двухниточной прокатки ситуация усложняется, так как при заполнении и освобождении металлом соседних прокатных нитей происходят резкие изменения режима деформации, которые являются источником существенных возмущений для прокатки в чистовых группах.

Существует необходимость в разработке оперативных и достоверных методов оценки уровня натяжения в черновой группе клетей с целью дальнейшей корректировки скоростного режима. Наиболее приемлемой для осуществления такой оценки является информация о фактических размерах проката, выходящего из черновой группы. Однако из-за отсутствия соответствующих автоматических измерителей

получение указанной информации связано сегодня с трудоемкой и отсроченной во времени операцией отбора и обмера проб проката. Для проведения исследований, а также разработки способа управления натяжением необходимо разработать динамическую модель двухниточной черновой группы клетей непрерывного стана. Модель позволит провести исследования изменения суммарной вытяжки и коэффициента уширения проката, в зависимости от изменения температуры, размеров и механических свойств заготовки по длине. Результаты исследований позволяют решить сложную задачу регулирования скоростного режима прокатки.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Системы регулирования межклетевых усилий на однониточных сортовых прокатных станах / М.П. Пустыльник, В.Н. Куваев, А.П. Егоров // АСУТП и средства автоматизации черной металлургии на базе микропроцессорной техники. – М.: Металлургия, 1986. – С.74-79.
2. Бадюк С. И. Текущее состояние сортопрокатного производства Украины / С. И. Бадюк, Д. Г. Паламарь, В. Г. Раздобреев // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Новые решения в современных технологиях. – Харьков : НТУ "ХПИ". – 2011. – № 46. – С. 116-126.
3. А.с. 1397110 (СССР). Устройство стабилизации натяжения проката на непрерывном стане /А.П. Егоров, В.С. Егоров, М.П. Пустыльник В.И. Стакно, В.С. Ткачев (СССР). – №4097500 ; заявл. 16.07.1986 ; опубл. 23.05.1988 ; Бюл. № 19.
4. Егоров В.С. Модель передачи межклетевых усилий по стану при непрерывной сортовой прокатке / В.С. Егоров, О.Е. Потап // Теоретические проблемы прокатного производства : тез. докл. IV Всесоюз. науч.-техн. конф., Ч. I. – Днепропетровск, 1988. – С. 203–205.
5. Егоров В.С. Упрощенные уравнения для моделирования процесса прокатки на сортовых станах / В.С. Егоров, О.Е. Потап. – Днепропетровск, 1985. – 19 с.
6. Системы регулирования межклетевых усилий на однониточных сортовых прокатных станах / М.П. Пустыльник, В.Н. Куваев, А.П. Егоров // АСУТП и средства автоматизации черной металлургии на базе микропроцессорной техники. – М.: Металлургия, 1986. – С.74-79.
7. Автоматизация технологических процессов на мелкосортных прокатных станах: монография / А.С. Бешта, В.Н. Куваев, О.Е. Потап, А.П. Егоров. – Днепропетровск: Журфонд, 2014. – 283 с., ил.
8. А. с. 1397110 (СССР). Устройство стабилизации натяжения проката на непрерывном стане / А. П. Егоров, В. С. Егоров, М. П. Пустыльник В. И. Стакно, В. С. Ткачев (СССР). – № 4097500 ; заявл. 16.07.1986 ; опубл. 23.05.1988 ; Бюл. № 19.

И.А. Астионенко, Е.И. Литвиненко, А.Н. Хомченко

**КОГНИТИВНО-ГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
КРИВЫХ ЭРМИТА-КУНСА 5-ГО ПОРЯДКА**

*Аннотация.* Рассматриваются кривые Кунса 5-го порядка, обеспечивающие непрерывность функции, а также первой и второй производной ( $C^2$ -гладкость). Обычно для построения полинома Кунса составляют и решают систему линейных алгебраических уравнений с матрицей  $6 \times 6$ . В статье предложен нематричный метод конструирования кривых Кунса, который сводится к интегрированию простого дифференциального уравнения 2-го порядка. Получены полиномы Кунса на двух канонических интервалах:  $[0,1]$  и  $[-1,1]$ . Когнитивно-графический анализ обнаруживает тесные связи полиномов Кунса 5-го порядка с полиномами 2-го порядка Бернулли и Лежандра, определяющими координаты расчетных узлов квадратуры Гаусса повышенной точности (модифицированная формула трапеций).

*Ключевые слова:* интерполяционные функции Кунса, конечный элемент, когнитивно-графический анализ.

**Введение.** В теории полиномиальной интерполяции наибольшее распространение получили две версии: интерполирование с простыми узлами (по Лагранжу) и интерполирование с кратными узлами (по Эрмиту). Интерполяционные полиномы Кунса – частный случай интерполяции по Эрмиту.

С 1967 г. кривые Кунса успешно применяются в САПР кузова легкового автомобиля. Полиномы 3-го порядка обеспечивают  $C^1$ -гладкость, когда непрерывна сама функция и ее касательные. Впоследствии с учетом требований аэродинамики потребовалась  $C^2$ -гладкость, обеспечивающая еще и непрерывность кривизны. Для этого уже необходимы полиномы Кунса 5-го порядка. Традиционный подход предусматривает составление и решение СЛАУ с матрицей  $6 \times 6$ . Представляет интерес разработка других (нематричных) методов конструирования кривых Кунса.

**Анализ предшествующих публикаций.** О кривых Кунса и их роли в САПР автомобиля можно почитать в [1]. Там же приведены выражения для полиномов Кунса 3-го и 5-го порядков. Вероятностно-геометрический метод конструирования полиномов Кунса 3-го порядка описан в [2].

*Цель статьи* – построение кривых Кунса 5-го порядка путем когнитивно-графического анализа их особенностей, что освобождает от необходимости составлять и решать СЛАУ. Подобный анализ порождает новые знания о кривых Кунса, в частности, их связи с функциями распределения вероятностей и квадратурными формулами Гаусса. Фактически, для кривых Кунса 5-го порядка мы решаем обратную задачу на кривизну, для кривых третьего порядка - это обратная задача на касательную.

**Основная часть.** Ниже получены полиномы Кунса 5-го порядка на конечных носителях  $[0,1]$  и  $[-1,1]$ . Сначала рассмотрим интервал  $[0,1]$  и сформулируем интерполяционную гипотезу Эрмита-Кунса.

Наша задача - построить базис Кунса, т.е. симметричную пару кривых, каждая из которых ассоциируется с конкретным узлом на конце интервала. Главная особенность модели Эрмита – использование кратных узлов. Полный полином 5-го порядка содержит 6 параметров, поэтому кратность узла равна 3. Предполагается, что в каждом узле известно не только значение функции (как в модели Лагранжа), но и значения первой и второй производных.

Сохраняя обозначения [1], запишем интерполяционный полином в виде:

$$G_i = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 + \alpha_5 x^4 + \alpha_6 x^5 , \quad i = 0,1, \quad (1)$$

где  $i$  - номер полинома.

Границные условия:

$$G_i(x) = \begin{cases} 1, & i=k, \\ 0, & i \neq k. \end{cases} \quad G'_i(x_k) = 0, \quad G''_i(x_k) = 0, \quad k = 0,1, \quad (2)$$

где  $k$  - номер узла.

Границные условия (2) сводят задачу к определению коэффициентов  $\alpha_j$  ( $j = \overline{1,6}$ ). Опуская процедуру составления и решения СЛАУ с матрицей  $6 \times 6$ , запишем искомые полиномы

$$G_0 = 1 - 10x^3 + 15x^4 - 6x^5, \quad (3)$$

$$G_1 = 10x^3 - 15x^4 + 6x^5.$$

Графики кривых Кунса показаны на рис. 1.

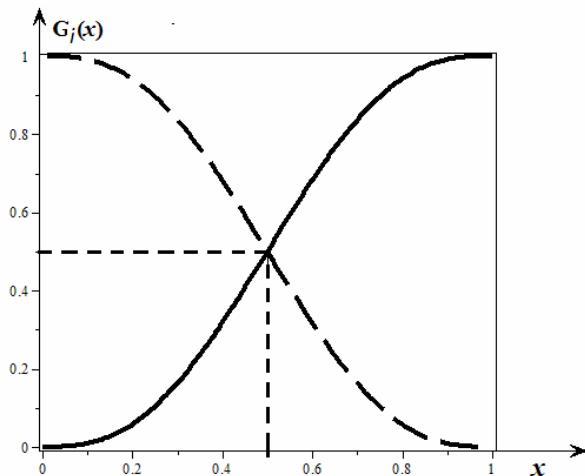


Рисунок 1 - Кривые Кунса (сплошная кривая -  $G_1(x)$ ,  
пунктирная -  $G_0(x)$ )

Стоит отметить, что на  $[0,1]$  можно указать, по крайней мере, три пары симметричных полиномов (1-го, 3-го и 5-го порядков), обладающих одинаковыми свойствами. Иначе говоря, в этой иерархии каждая пара полиномов наследует типичные свойства предыдущих пар. Легко убедиться, что здесь мы имеем дело с противоположными событиями:

$$A = \{\text{попадание случайной точки в } (0, x)\},$$

$$\bar{A} = \{\text{попадание случайной точки в } (x, 1)\}.$$

Полиномы с номером 1 обладают типичными свойствами функции распределения вероятностей. Они определяют вероятность  $p(A)$ . Полиномы с номером 0 определяют  $p(\bar{A})$ . Поэтому сумма каждой пары полиномов дает единицу. Например,  $G_0(x) + G_1(x) = 1$ .

Укажем на еще одно важное свойство:

$$\int_0^1 G'_1(x) dx = 1. \quad (4)$$

Наследственность проявляется в том, что эти свойства присущи полиномам 3-го порядка:

$$F_0(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1, \quad F_1(x) = -2x^3 + 3x^2, \quad (5)$$

а также полиномам 1-го порядка:

$$L_0(x) = 1 - x, \quad L_1(x) = x. \quad (6)$$

В теории вероятностей равенство (4) называют условием нормировки, где  $G'_i(x)$ - плотность распределения вероятностей.

Чтобы восстановить полиномы  $G_i(x)$ , достаточно схематически изобразить графики  $G'_i(x)$  и  $G''_i(x)$  (рис. 2).

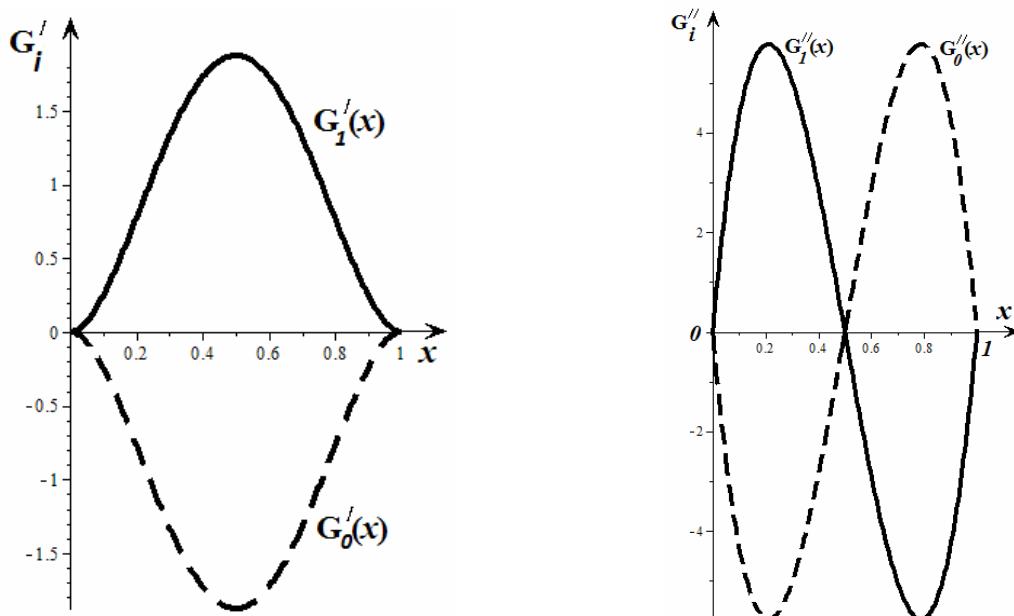


Рисунок 2 - Графики производных  $G'_i(x)$  и  $G''_i(x)$

Напомним, что  $G'_i(x)$  описывает закон изменения тангенса угла наклона касательной к кривой  $G_i(x)$ , а  $G''_i(x)$  отражает характер изменения кривизны кривой  $G_i(x)$ .

Процедура восстановления  $G_i(x)$  заключается в последовательном интегрировании производных, начиная с  $G''_i(x)$ . Например, полином 3-го порядка  $G''_i(x)$  легко представить в виде произведения трех линейных функций

$$G''_i(x) = \mu x(1-x)(1+x), \quad (7)$$

где  $\mu$ - параметр, подлежащий определению.

Дифференциальное уравнение (7) интегрируется дважды с учетом граничных условий (2), а нормирующий множитель определяется из условия (4).

Таким образом, на отрезке  $[0,1]$  полиномы Кунса 5-го порядка имеют вид:

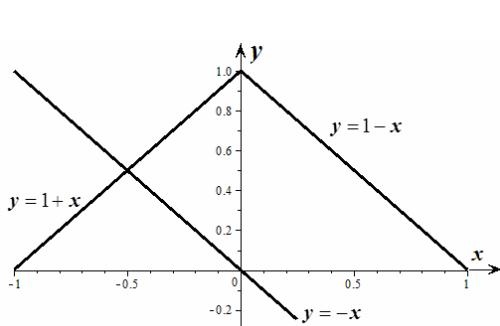
$$G_1 = 10x^3 - 15x^4 + 6x^5, \quad G_0 = 1 - 10x^3 + 15x^4 - 6x^5. \quad (8)$$

### 3 (104) 2016 «Системные технологии»

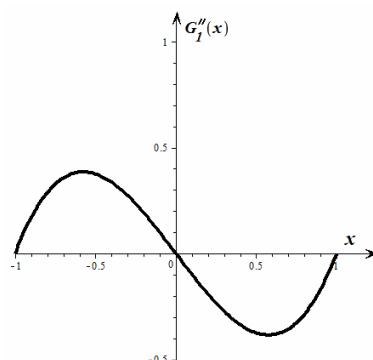
Интересно, что экстремумы  $G''_I(x)$  в точности соответствуют нулям полинома Бернулли второго порядка  $G'''_I(x)=0$ , т.е. совпадают с узлами высокоточной квадратуры Гаусса-Бернулли. Напомним, что эти узлы лежат в точках:  $x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{6}$ .

Процесс восстановления функции  $G_I(x)$  на отрезке  $[-1,1]$  показан на рис. 3 и практически не нуждается в пояснениях.

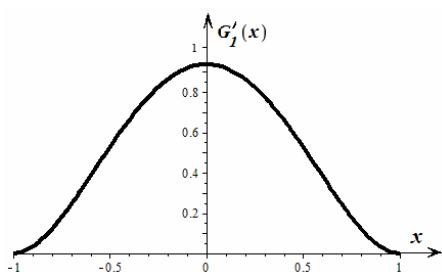
Шаг 1



Шаг 2



Шаг 3



Шаг 4

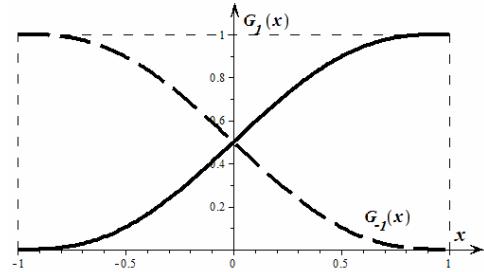


Рисунок 3 - Геометрия процесса восстановления  $G_I(x)$

На 1-м шаге выбраны три прямые, обеспечивающие нули в точках пересечения  $G''_I(x)$  с осью  $Ox$ . Это абсциссы точек перегиба графика  $G_I(x)$  (см. граничные условия). На 2-м шаге путем перемножения линейных функций получаем полином 3-го порядка:

$$G''_I(x) = \mu x(x^2 - 1).$$

На 3-м шаге путем интегрирования  $G''_I(x)$  получаем

$$G'_I(x) = \frac{15}{16}(x^2 - 1)^2.$$

Наконец, 4-й шаг (интегрирование  $G'_I(x)$ ) дает

$$G_I(x) = \frac{1}{2} + \frac{15}{16}x - \frac{5}{8}x^3 + \frac{3}{16}x^5.$$

Тогда

$$G_{-1}(x) = \frac{1}{2} - \frac{15}{16}x + \frac{5}{8}x^3 - \frac{3}{16}x^5.$$

Легко догадаться, что в этом случае экстремум функции соответствует нулям полинома Лежандра 2-го порядка, т.е. совпадает с узлами квадратуры Гаусса-Лежандра. Как известно, эти узлы лежат в точках  $x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Выводы.** В задачах интерполяции по Эрмиту узлы интерполяции хранят содержательную геометрическую информацию об интерполяционном полиноме. Когнитивно-графический подход к построению полинома позволяет отказаться от традиционной процедуры составления и решения СЛАУ, заменив ее интегрированием простого дифференциального уравнения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жермен-Лакур П. Математика и САПР. /П. Жермен-Лакур, П.Л. Жорж, Ф. Пистр, П. Безье. – Кн. 2. – М.: Мир, 1989. – 264 с.
2. Хомченко А.Н. Интерполяция по Кунсу и геометрическая вероятность /А.Н. Хомченко, Н.А. Козуб // Проблеми інформаційних технологій. – Вип. 5. – Херсон: ХНТУ, 2009. – С. 145-148.

І.С. Дмитрієва, Е.О. Сухойван

## РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАСТОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ТА ЇХ ПРОЕКТУВАННЯ

*Анотація. Робота присвячена дослідженню параметрів зубчастого зачеплення та їх проектування. Розглянуто евольвентні та косозубі циліндричні передачі та виконано порівняння параметрів зубчатих зачеплень.*

*Ключові слова:* зубчасте зачеплення, евольвента кола, косозубі циліндричні передачі.

В багатьох галузях життя використовується твердотільне моделювання. Під твердим тілом розуміється заповнена «матеріалом» замкнута область простору. Тверде тіло характеризується багатогранним поданням. Багатогранне уявлення тіла відображається у вигляді прозорого або непрозорого обсягу, межі якого складаються з сукупності ліній ребер і поверхонь граней.

Всі тверді тіла поділяються на базові та складові. Базові тіла, або твердотільні примітиви - це паралелепіпед, циліндр, куля, конус та ін. Вони будуються із зазначенням формотворчих ліній і контурів або за допомогою значень параметрів. Складові тіла формуються в результаті топологічних операцій (бульові функції об'єднання, віднімання, перетин) над базовими тілами. В цьому випадку базові тіла називають конструктивними елементами складного тіла.

Швидкість твердотільного моделювання скорочує термін виконання проектування об'єкта.. Створення твердотільних моделей як ніколи сьогодні актуально. Важливо не тільки швидко створювати об'єкт, але й так само швидко редагувати його. Твердотільне моделювання володіє даними якостями, тому воно вважається найдосконалішою технологією. Методи уявлень, а саме граничний і конструктивний забезпечують максимально реалістичні моделі. Володіючи такими істотними перевагами, твердотельное моделювання визнано найшвидшим, якісним і ефективним методом при проектуванні складних об'єктів.

Одним з найбільш поширеніх завдань, яке стоїть перед конструктором-машинобудівником, є проектування зубчастого зачеплення. Широке поширення таких передач обумовлено скромними габаритами, високою кінематичною точністю, що не залежить від зміни переданого крутного моменту, і великою величиною допустимого моменту. Незважаючи на простоту конструкції, геометрія зубчастого колеса є досить складною.

Властивості зубчастого зачеплення описуються для кожного випадку десятками різних параметрів. У зв'язку з цим актуальною є задача автоматизованого проектування зубчастого зачеплення при розробці машин і агрегатів [1].

Програм, призначених для твердотільного моделювання в наш час безліч. Вони відрізняються деякими функціями, які більше підходять до певних видів робіт.

В даній роботі розглядається комп'ютерне моделювання механізму з евольвентним та косозубим зубчатим зачепленням.

Виконання задачі автоматичного проектування зубчастих коліс можливо різними способами:

- 1) за допомогою ескізу;
- 2) за допомогою завдання параметрів циліндра.

В роботі розглядалися питання розрахунку параметрів зубчастого колеса, порівняльного аналізу параметрів евольвентного та косозубого зачеплення та автоматичного розрахунку і побудови циліндричних передач.

При побудові зубчастого колеса виконується розрахунок усіх його параметрів, для того, щоб у подальшому мати змогу прорахувати максимально можливу дію сил та робити і мати можливість зробити висновки щодо експлуатації даного об'єкта.

Евольвентою кола називається крива яка є траєкторією точки прямої, що котиться по колу без ковзання [2].

Стандартом ГОСТ 13755-81(Основні норми взаємозамінності. Передачі зубчасті циліндричні евольвентні. Вихідний контур) встановлені наступні параметри і коефіцієнти вихідного контуру: кут головного профілю  $\alpha = 20^\circ$ ; коефіцієнт висоти головки зуба  $h_a^* = 1,0$ ; коефіцієнт висоти ніжки  $h_f^* = 1,25$ ; коефіцієнт граничної висоти (тобто висота прямолінійної ділянки профілю)  $h_l^* = 2h_a^*$ ; коефіцієнт радіуса

кривизни перехідної кривої  $\rho_f^* = 0,38$ ; коефіцієнт радіального зазору  $C^* = 0,25$ . Для аналітичного розрахунку зубчатого колеса необхідні ще деякі параметри. В даній роботі це: кількість зуб'їв ведучої шестерні  $z_1 = 49$ ; кількість зуб'їв відомої шестерні  $z_2 = 49$ .

Модуль зубчастих коліс – це геометричний параметр зубчастих коліс. Для прямозубих циліндрових зубчастих коліс модуль  $m$  дорівнює відношенню діаметру дільницьного кола  $d$  до зубів  $z$ :  $m = d/z$ . В даній роботі  $m = 4\text{мм}$

Коефіцієнти зміщення:  $x_1 = 0,046$ ;  $x_2 = 0,208$ .

Косозубі колеса застосовують для відповідальних передач при середніх і високих швидкостях. Обсяг їх застосування – більше 30% обсягу застосування усіх циліндричних коліс в машинобудуванні і цей відсоток безперервно зростає. Косозубі колеса з твердими поверхнями потребують підвищованого захисту від забруднень для запобігання нерівномірного зношування по довжині контактних ліній і небезпеки викришування.

Косозубі циліндричні передачі нарізуються тим самим різальним інструментом, на тих самих верстатах, за тією самою технологією, що і прямозубі. Профіль косого зубця в нормальному перетині п-п збігається з профілем прямого зубця. Модуль у цьому перетині повинний бути стандартним .

Циліндричні косозубі передачі застосовують у відповідальних конструкціях при середніх і високих (більше 15 м/с) швидкостях. Позитивними якостями косозубих передач у порівнянні з прямозубими є: зменшення шуму при роботі; менші габаритні розміри; висока плавність зачеплення; велика навантажувальна спроможність; значно менші додаткові динамічні навантаження. У косозубій передачі нормальну силу розкладають на три складові: колову силу, осьову, радіальну силу [3].

У високонавантажених редукторах для передачі крутного моменту з вала на вал використовують подвоєний ступінь з рознесеними на валах шестернях та колесах.

Згідно з діючими стандартами параметри початкового контуру для циліндричних косозубих передач регламентовані такими значеннями (для зубчастих коліс із модулем  $t \geq 1$  мм): кут головного профілю  $\alpha = 20^\circ$ ; коефіцієнти – висоти головки зубця  $ha^* = 1$ , радіального

зазора  $c^* = 0,25$ , висоти ніжки зубця  $hf^* = ha^* + c^* = 1,25$ , радіуса кривини перехідної кривої  $pf^* = 0,38$ .

Модулі стандартизовані в діапазоні  $0,05 \div 100$  мм. Для косозубих циліндричних коліс стандартними є нормальні модулі. Параметри початкового контуру циліндричних зубчастих коліс стандартизовані (ГОСТ 13755); кут профілю  $a_w = 20^\circ$ .

Для аналітичного розрахунку зубчатого колеса необхідні ще деякі параметри. В даній роботі це кількість зуб'їв, як і для прямозубих передач,  $z_1=z_2=49$ ; кут нахилу лінії зуба  $\beta = 10^\circ$ ; модуль зубчастих коліс  $m=m_n=4$ мм.

Косозубі колеса виконуються, як правило, без зсуву початкового контуру ( $x_1 = x_2 = 0$ ), тому вся розрахункова залежність відноситься до випадку, коли початкові кола співпадають з ділильними.

Для косозубих передач розглядають колові та нормальні кроки і відповідно модулі. Після закінчення розрахунків основних параметрів можна перейти до подальших розрахунків, послідовність яких описана на рисунку 1. Де  $m$  – модуль зубчастих коліс;  $z$  – кількість зуб'їв в зубчастих колесах;  $\alpha$  – кут головного профілю;  $\alpha_w$  – міжосьова відстань;  $u$  – передавальне відношення зубчастої передачі;  $y$  – коефіцієнт зсуву;  $\Delta y$  – рівняльний коефіцієнт зсуву;  $\alpha_{tw}$  – кут зачеплення в торцевому перетині;  $d_{aj}$  – діаметр окружності вершин зуб'їв;  $d_j$  – діаметр ділильної окружності;  $d_{wj}$  – діаметр початкових окружностей;  $d_{fj}$  – діаметр окружності впадин зуб'їв.

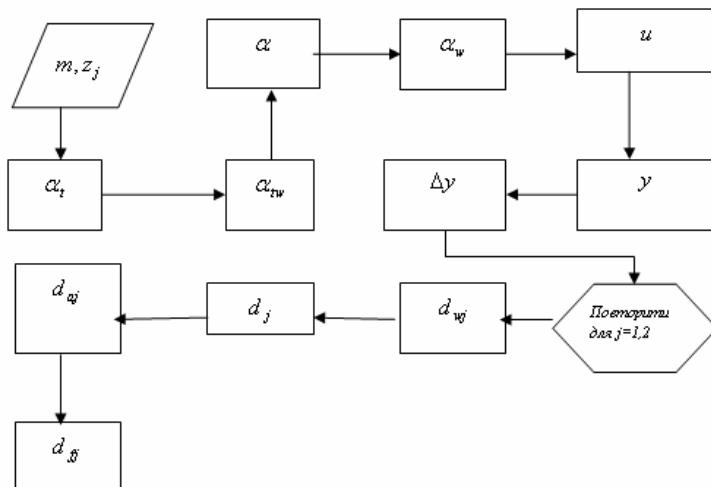


Рисунок 1 – Схема алгоритму для розрахунку основних розмірів циліндричних зубчастих передач

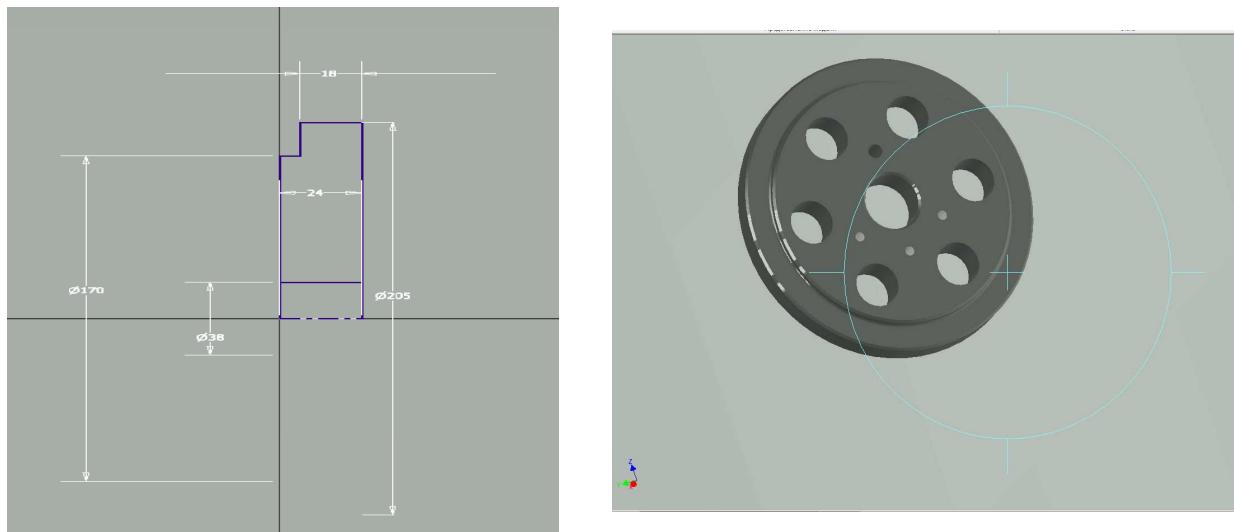
Основні параметри розрахунку зубчатих зачеплень представлені в таблиці 1 як для прямозубих так і для косозубих зачеплень.

Таблиця 1

Порівняння параметрів зубчатих зачеплень

Зачеплення	Передавальне відношення	Крок зачеплення	Дільничний діаметр	Діаметр основного кола	Діляльна міжосьова відстань	Діаметр вершин зубців	Діаметр впадин зубців
Евольвентне	1	12,56	196	184,04	196	179,2 180,5	200,08
Косозубе	1	12,56	192,08	178,63	200	186,4 187,6	188,08

Після розрахунку параметрів зубчатих зачеплень та їх аналізу для різного типу зачеплення, було проведено комп'ютерне моделювання. Одним з способів комп'ютерного моделювання твердо тільних об'єктів є побудова його за допомогою ескізу.



а) - ескіз

б) – результат побудови

Рисунок 2 – Побудова евольвентного колеса

Ескіз може бути в дво- і трьо- вимірній площині. В даній роботі використовувалась двовимірна площа. Спочатку побудовано креслення половини зубчастого колеса, до осьової лінії, навколо якої потрібно виконати обертання даного ескізу, проставлено всі розміри, які є головною складовою побудови ескізу. На рисунку 2.а) представ-

лено побудову такого ескізу евольвентного зубчастого колеса. Методом обертання ескізу створено фігуру, задавши розмір фаски, сполучення та круговий масив з шести різьбових отворів. Результати представлені на рисунку 2.6).

Існує інший метод комп'ютерної побудови зубчатого колеса – за допомогою стандартних видів деталей із завданням відповідних параметрів. Обравши деталь циліндр задаємо розміри, необхідні для побудови. В результаті виконання цих кроків отримуємо аналогічну фігуру.

Виконавши автоматичні розрахунки параметрів зубчатих зачеплень, отримали результати, ідентичні проведеним раніше.

Результат комп'ютерного побудови евольвентної циліндричної зубчастої передачі представлено на рисунку 3.

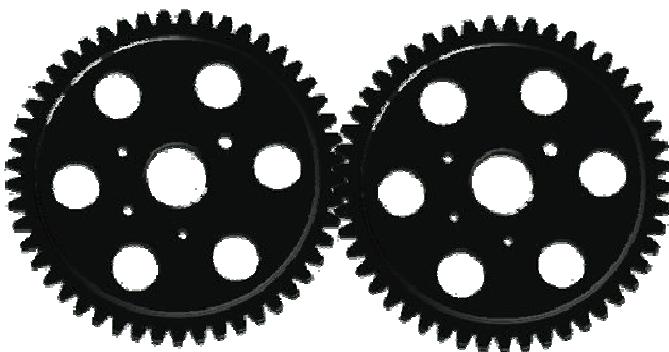


Рисунок 3 – Результат побудові евольвентного зубчастого зачеплення

Висновки. В роботі було виконано розрахунок основних параметрів евольвентного та косозубого циліндричного зачеплення. Приведена таблиця із результатами розрахунку та порівняння параметрів, необхідних для правильної побудови моделі. Подальші дослідження пов’язані із розглядом питань динаміки таких зачеплень.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Веркович Г.А. Справочник конструктора точного приборостроения / Г.А. Веркович, Е. Н. Головенкин, В. А. Голубков // - Л.: Ленингр. отд-ние, 1989. – 192 с.
2. Анульев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя / под ред. И.Н.Жестковой // - М: Машиностроение, 2006. - 928 с.
3. Борисов С.И. Теория механизмов и детали точных приборов/ В.Ф. Комаров, В.Л. Токарев // Москва 1966.

В.П. Иващенко, А.И. Тимошкин

**УСТРОЙСТВО КОНТРОЛЯ ПРАВИЛЬНОСТИ  
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АСИНХРОННЫХ  
ПАРАФАЗНЫХ КОМБИНАЦИОННЫХ  
ЛОГИЧЕСКИХ БЛОКОВ**

*Аннотация.* Рассматриваются асинхронные парофазные (двухканальные) комбинационные логические схемы. Ставится проблема контроля правильности функционирования этих схем. Предлагается простое устройство контроля правильности функционирования данных схем.

*Ключевые слова:* асинхронные парофазные (двухканальные) комбинационные схемы, схемы встроенного контроля, статические и динамические неисправности.

Для обеспечения надежной работы особо ответственных цифровых систем первостепенное значение приобретает непрерывный контроль их правильности функционирования. Этот вид контроля осуществляется схемами встроенного контроля (СВК), которыми снабжаются узлы и блоки этих систем. Однако процессы синтеза схем встроенного контроля для узлов и блоков цифровых систем обычной, одноканальной логики достаточно трудоемки, а сложность получаемых СВК сильно зависит от сложности контролируемых узлов и блоков, а также от реализуемых ими функциональных преобразований. Кроме этого, процесс синтеза схемы встроенного контроля часто опирается на построение для контролируемой схемы дополнительной вспомогательной схемы, имеющей практически ту же сложность, что и контролируемая. В связи с этим интересна проблема снижения трудоемкости процесса организации оперативного аппаратного контроля и сложности получаемых при этом СВК.

Наиболее перспективным направлением решения данной проблемы является направление, связанное с использованием в цифровых системах информационно-логической избыточности. Характерным примером цифровых систем, основанных на незначительной ин-

формационно-логической избыточности, являются цифровые системы на базе асинхронной двухканальной логики [1].

В настоящей статье предлагается сравнительно простое устройство контроля правильности функционирования асинхронных двухканальных (парафазных) комбинационных логических блоков. Сложность предлагаемого устройства практически не зависит от сложности контролируемых асинхронных двухканальных комбинационных логических блоков, а также от реализуемых ими функциональных преобразований. Это устройство функционирует в первом приближении в соответствии с обобщенным алгоритмом осуществления контроля правильности функционирования цифровых узлов и блоков двухканальной асинхронной логики, предложенным в работе [2].

Суть упомянутого алгоритма заключается в следующем:

1-й шаг. Фиксируется один из двух возможных видов статических правильных входно-выходных соответствий в качестве исходного.

2-й шаг. Фиксируется поступление входного вектора из другого вида статических правильных входно-выходных соответствий.

3-й шаг. Фиксируется поступление нового входного вектора из исходного вида статических входно-выходных соответствий. Если к моменту поступления данного вектора вид выходного вектора изменяется на другой, то фиксируется новый исходный вид статических правильных входно-выходных соответствий и совершается переход ко 2-му шагу. В противном случае формируется сигнал о неправильном функционировании и алгоритм завершается.

Логическая схема устройства контроля, а также способ его подключения ко входам и выходам контролируемого асинхронного комбинационного блока двухканальной (парафазной) логики показаны на рис. 1, где 1 – асинхронный парафазный комбинационный контролируемый блок; 2 и 3 – первый и второй блоки сумматоров по модулю два (на основе элементов «ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ»); 4 и 5 – первый и второй элементы «И»; 6 и 7 – первый и второй D-триггеры; 8 – третий элемент «И»; 9 – элемент «НЕ»; 10 и 11 – входы и выходы контролируемого комбинационного асинхронного парафазного блока; 12 – диагностический выход устройства.

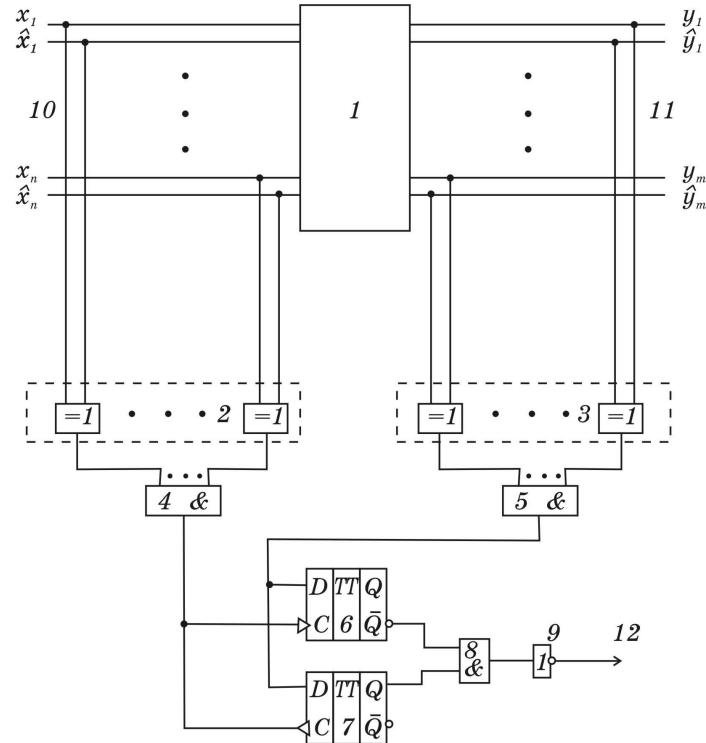


Рисунок 1

Устройство работает следующим образом:

1) Исходное состояние. На парные входы (10) поданы синфазные («00» или «11») сигналы гашения. На парных выходах (11) сформированы соответствующие синфазные выходные сигналы гашения. На выходах первого (2) и второго (3) блоков сумматоров по модулю два сформированы логические «0», на выходах первого (4) и второго (5) элементов «И» также сформированы логические «0». Прямой выход первого (6) D-триггера находится в состоянии логического «0», инверсный – в логической «1». Прямой выход второго (7) D-триггера находится в состоянии логической «1», а инверсный – в логическом «0». На диагностическом выходе (12) устройства сформирован сигнал логического «0», который говорит об исправности контролируемого блока (1).

2) Правильный рабочий цикл. На парные входы (10) подаются парафазные («10» или «01») сигналы. В момент установления всех парных входов (10) в парафазное состояние выход первого элемента «И» (4) переключится из состояния логического «0» в логическую «1». Поскольку парные выходы (11) из-за конечной задержки  $t_0$  в контролируемом асинхронном парафазном блоке (1) в течение времени  $t_0$  будут оставаться в синфазном состоянии, то в момент поступления на входы синхронизации D-триггеров переднего фронта импульса

с выхода первого элемента «И» (4) произойдет передача логического нуля со входа данных первого (6) D-триггера на его выход. Состояние диагностического выхода (12) при этом не изменится. При правильном срабатывании контролируемого блока (1) через время  $t_0$  на всех его выходах (11) установятся парафазные сигналы, при этом выход второго элемента «И» (5) переключится из логического «0» в логическую «1» и на входах данных обоих D-триггеров установится логическая «1». Через некоторое время  $T > t_0$ , где  $T$  – минимальный период смены входных векторов асинхронного парафазного контролируемого блока (1), произойдет смена входного вектора на выходах (10) с парафазного на синфазный. Когда хотя бы на одной паре из всех пар входов (10) установится синфазный сигнал, выход первого элемента «И» (4) переключится из логической «1» в логический «0». Поскольку выходы (11) из-за некоторой задержки  $t_1$  контролируемого блока (1) в течение времени  $t_1$  будут в парафазном состоянии, в момент поступления на входы синхронизации D-триггеров заднего фронта импульса с выхода первого элемента «И» (4) произойдет передача логической «1» со входа данных второго (7) D-триггера на его выход. При этом состояние второго (7) D-триггера не изменится, поскольку до момента передачи его выход находился в логической «1». Состояние диагностического выхода (12) при этом не изменится, что говорит о правильном функционировании контролируемого блока (1).

3) Возможные нарушения правильного функционирования асинхронного парафазного контролируемого блока (1) могут приводить к следующим ситуациям:

а) Входы (10) и выходы (11) находились в исходном синфазном состоянии. Затем произошло переключение входов (10) в парафазное состояние. Если к моменту начала поступления следующего синфазного вектора на входы (10) выходы (11) не переключились в парафазное состояние, то в момент переключения выхода первого элемента «И» (4) из «1» в «0» (т.е. в момент поступления заднего фронта импульса с выхода первого элемента «И» (4) на входы синхронизации D-триггеров) произойдет передача логического «0» со входа данных второго (7) D-триггера на его выход. При этом изменится состояние второго D-триггера, поскольку до момента передачи его выход находился в состоянии логической «1». Переключение выхода второго (7) D-триггера из «1» в «0» повлечет за собой переключение диагности-

ческого выхода (12) из «0» в «1», т.е. возникнет сигнал неисправности контролируемого блока (1).

б) Входы (10) и выходы (11) находились в исходном парафазном состоянии. Затем произошло переключение входов (10) в синфазное состояние. Если к моменту поступления следующего парафазного вектора на входы (10) не начался процесс переключения выходов (11) в синфазное состояние, то в момент переключения выхода первого элемента «И» (4) из «0» в «1» (т.е. в момент поступления переднего фронта импульса с выхода первого элемента «И» (4) на входы синхронизации D-триггеров) произойдет передача логической «1» со входа данных первого (6) D-триггера на его выход. При этом изменится состояние первого (6) D-триггера, поскольку до момента передачи его прямой выход находился в состоянии логического «0». Прямой выход первого (6) D-триггера перейдет в состояние логической «1», а инверсный – в состояние логического «0». Переключение инверсного выхода первого (6) D-триггера из «1» в «0» повлечет за собой переключение диагностического выхода (12) из «0» в «1», т.е. возникнет сигнал ошибки (логическая «1») на выходе (12), который фиксирует неправильное срабатывание контролируемого блока (1).

Предлагаемое устройство контроля обнаруживает как характерные статические (одиночные и кратные константные, И- и ИЛИ-перемычки), так и динамические неисправности асинхронных парафазных комбинационных блоков.

В заключение следует отметить, что устройство контроля обеспечивает устойчивый контроль неисправностей асинхронного парафазного комбинационного блока (1) при следующих соотношениях временных параметров схем:

$$\tau < t = \min(t_0, t_1); \text{ и } \tau < T;$$

где  $\tau$  - максимальное время задержки сигнала в устройстве контроля;

$T$  - минимальный период смены входных векторов асинхронного парафазного комбинационного блока.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ангер С. Асинхронные последовательностные схемы: Пер. с англ. / Под ред. П.П. Пархоменко. – М.: Наука, 1977. – 400 с.
2. Тимошкин А.И. Алгоритм осуществления контроля правильности функционирования узлов двухканальной асинхронной логики // Тезисы 68 Международной научно-практической конференции «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта», Днепропетровск, 2008, с. 84.

В.П. Іващенко, Г.Г. Швачич, М.О. Ткач

**ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ РЕЖИМІВ РОБОТИ  
КОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ БАГАТОПРОЦЕСОРНОЇ  
СИСТЕМИ З РОЗПОДІЛЕНОЮ ОБЧИСЛЕНЬ**

*Анотація.* Статтю присвячено висвітленню питань дослідження особливостей побудови мережевого інтерфейсу в багатопроцесорних системах з розподіленою областю обчислень. Система орієнтована для розв'язування широкого кола прикладних задач. Для цього запропоновано чотири типа топології комунікаційної мережі багатопроцесорної системи: "лінійку", "кільце", "зірку", "решітку". Висвітлюються особливості налаштування мережевого інтерфейсу багатопроцесорної системи для реалізації вказаних режимів роботи комунікаційної мережі.

*Ключові слова:* багатопроцесорна обчислювальна система, обчислювальні вузли, мережевий інтерфейс, топологія.

**Вступ**

У сучасних умовах особливої ваги набуває створення багатопроцесорних обчислювальних систем на базі стандартних загальнодоступних технологій та компонентів [1]. Завдяки високому попиту й пропозиції на лезові конфігурації в науковій практиці запропоновано саме "блейд"-кластерний обчислювальний комплекс для розв'язування задач з розподіленою областю обчислень [2]. Під час проектування кластера велике значення має його конструкція. Саме на етапі конструювання багатопроцесорної системи необхідно передбачити можливості її розширення або модифікації в майбутньому. Відзначимо, що найбільш вдалим рішенням вважається розміщення багатопроцесорної системи в стійці. Таке облаштування виявилося доречним навіть для невеликої обчислювальної системи. Усередині стійки містяться вузли, апаратура для ефективного з'єднання компонентів, засоби керування внутрішньою мережею системи та под. Кожне лезо працює під керуванням своєї копії стандартної операційної системи. Склад і потужність вузлів багатопроцесорної

системи може бути різним. В даній роботі розглядається однорідна система. Взаємодія між вузлами обчислювальної системи встановлюється за допомогою спеціалізованих бібліотек.

Проте при проектуванні та ефективному використанні багатопроцесорної системи основна увага приділяється комутаційній мережі системи та її топології [3 – 7]. Топологія кластера та його швидкодія при розв'язуванні обчислювальних задач, звичайно, речі пов'язані. У класичному розумінні існує три базові топології мережі багатопроцесорної системи – “шина”, “кільце” та “зірка”. Але всі сучасні мережі, як правило, є гібридними варіантами, тобто складаються із сегментів, що використовують різні базові топології.

Приймаючи до уваги відзначене, в даній роботі розглядаються особливості побудови та режими роботи комунікаційної мережі багатопроцесорної системи з розподіленою обчислень.

#### **Аналіз останніх досліджень**

Аналіз перспектив розвитку багатопроцесорних систем показує, що на сьогодні відомі два основні методи підвищення продуктивності й швидкодії обчислювальних систем:

- використання усе більш досконалої елементної бази;
- паралельне виконання обчислювальних операцій.

Перший метод потребує велими значних капіталовкладень. Досвід фірми CRAY, яка створила суперкомп'ютер на базі арсеніду галію, показав, що розробка принципово нової елементної бази для високопродуктивних обчислювальних систем – занадто складне завданням навіть для іменитих корпорацій. Другий метод почав домінувати після оголошення в США урядової програми, відомої як “Прискорена стратегічна комп'ютерна ініціатива” (ASCI).

З огляду на подані вище міркування, відзначимо, що останнім часом процес створення високопродуктивних систем обчислень, здебільшого, розвивався, одним шляхом – об'єднанням багатьох процесорів для паралельного розв'язку однієї великої та складної задачі. На цій підставі сьогодні ототожнюють поняття суперкомп'ютера і паралельної (багатопроцесорної) обчислювальної системи.

Отже, нині набули поширення два основні напрями у застосуванні паралельної обробки даних. Перший з них – це паралельні комп'ютери із спільною пам'яттю (SMP). Уся їх оперативна пам'ять розділяється декількома однаковими процесорами. Це найбільш зручний для програміста спосіб об'єднання багатьох процесорів у єдиний. На жаль, він є, одночасно, і найдорожчим в апаратній реалізації. Таким чином, сфера застосування SMP-підходу – це досить коштовні, не дуже великі за кількістю вузлів системи, як зазначалось, досить зручні для програмування. При цьому доводиться визнати, що тут існує проблема масштабування. Другий напрям – масивно-паралельні комп'ютери з розподіленою пам'яттю (MPP). Об'єднання окремих самостійних ЕОМ спеціалізованими каналами зв'язку виявилось менш зручним для програміста, але на порядок дешевим, до того ж цей підхід допускає потенційно нескінченне масштабування пам'яті. Архітектура такого типу має багато переваг: коли треба, можна додавати процесори, збільшуючи продуктивність кластера; якщо фінансові можливості обмежені або заздалегідь відома необхідна обчислювальна потужність, то легко підбирати потрібну конфігурацію системи. Назва таких систем підкреслює теоретично необмежену масштабованість пристройів подібного класу.

Наведений аналіз напрямів розвитку високопродуктивних установок показує, що реального перелому в оволодінні технологіями паралельних обчислень можна досягти введенням додаткового (фактично базового) рівня в ієрархії потужностей апаратних засобів багатопроцесорних обчислювальних систем MPP-архітектури – персональних обчислювальних кластерів (ПОК). Таким чином, пропонується створити фундамент піраміди апаратних засобів технології паралельних обчислень у вигляді персональних обчислювальних кластерів, що є аналогічним наявному фундаменту піраміди апаратури традиційних технологій послідовних обчислень у вигляді ПЕОМ. Так само як ЕОМ свого часу перестали бути екзотикою після масового поширення персональних комп'ютерів, так і оволодіння

технологіями паралельних обчислень можливе тільки внаслідок широкого застосування ПОК.

Отже, реальний перелом в оволодінні технологіями паралельного моделювання можливий у разі запровадження багатопроцесорних обчислювальних систем модульного типу, сконструйованих на основі МРР-архітектури. Крім того, аналіз недоліків сучасних багатопроцесорних систем показує, що на сьогоднішньому етапі їх розвитку персональні обчислювальні кластери повинні конструюватися для розв'язування певного класу задач. Ці питання і знайшли висвітлення в даній роботі.

### **Постановка проблеми дослідження**

Нині проблема моделювання архітектури високопродуктивних багатопроцесорних систем обробки даних, які використовуються при розв'язуванні задач із розподіленою обчислень не знайшла свого розвитку. Зауважимо, що практичне застосування таких систем орієнтовано на розв'язування наступного типу задач. Існує різниця в сітка розмірності  $M$ ; час обчислень задачі при використанні однопроцесорної системи являє собою параметр  $t$ . Але він не є визначальним. Принциповим виступає збільшення розміру сітки, причому понад такий, який може оброблятися в пам'яті одного процесора. Така процедура є визначальною для більш детального розрахунку або отримання деяких нових ефектів досліджуваних процесів.

З іншого боку, щоб отримати допустиму точність числового розв'язку зазначених задач, їх область визначення необхідно покрити сіткою, яка містить не менше  $100 \times 100 \times 100$  вузлів. У кожній точці сітки потрібно обчислити 5 – 20 функцій, а стан усього ансамблю функцій потрібно визначити в  $10^2$  –  $10^4$  моментах часу. Тому потрібно отримати порядку  $10^9$  –  $10^{11}$  результатів проміжних обчислень. Крім того, необхідно взяти до уваги, що для обчислення проміжних результатів, як показує практика, потрібно в середньому виконати  $10^2$  –  $10^3$  арифметичних операцій. За таких умов для проведення тільки одного варіанта числового експерименту кількість операцій

порядку  $10^{11} - 10^{14}$  є для зазначеного типу задач цілком рядовим. А якщо врахувати необхідну кількість варіантів, компіляцію та роботу операційної системи, то стає очевидним, що швидкодія обчислювальної техніки повинна вимірюватися мільярдами операцій за секунду.

Отже, стає актуальною не тільки проблема моделювання архітектури високопродуктивних багатопроцесорних систем із розширюваною областю, а й особливостей побудови режимів роботи комунікаційної мережі таких систем для розв'язування заявленого типу задач.

### **Мета та задачі дослідження**

Мета даної роботи полягає у висвітленні питань дослідження особливостей побудови мережевого інтерфейсу в багатопроцесорних системах з розподіленою обласню обчислень. При цьому система повинна застосовуватися для розв'язування широкого кола прикладних задач. Для цього необхідно розв'язати наступні задачі:

- запропонувати чотири типа топології комунікаційної мережі багатопроцесорної системи: “лінійку”, “кільце”, “зірку”, “решітку”;
- висвітлити особливості налаштування мережевого інтерфейсу багатопроцесорної системи для реалізації вказаних режимів роботи комунікаційної мережі системи.

### **Виклад основного матеріалу досліджень**

Для досягнення поставленої мети було розроблено модуль багатопроцесорної обчислювальної системи з розподіленою обласню обчислень. Структурна схема модуля високопродуктивної багатопроцесорної системи з розширюваною обласню обчислень подана на рис 1.

Модуль містить один майстер-вузол (PM001) і N обчислювальних slave-вузлів (PN001, PN002, ..., PN00n), два керовані комутатори (SW1, IB1), реконфігуровану мережу для обміну даними між обчислювальними вузлами, систему локального збереження основних результатів та етапів проміжних обчислень (TCA Controller Storage System), механізм резервування ключових компонентів, а також передбачає мережеве завантаження вузлів у мережі GI (Gigabit Ethernet) за допомогою комутатора SW1. У майстер-вузлі та в slave-вузлах застосовуються одні й ті самі комплектувальні елементи (материнські плати, процесори, мережеві плати Gigabit Ethernet, зовнішні двопортові мережеві плати InfiniBand ConnectX-3 HCA

(МСХ354А-FCBT). Зокрема, майстер-вузол додатково обладнано накопичувачем жорсткого диска (SSD) та DVD.

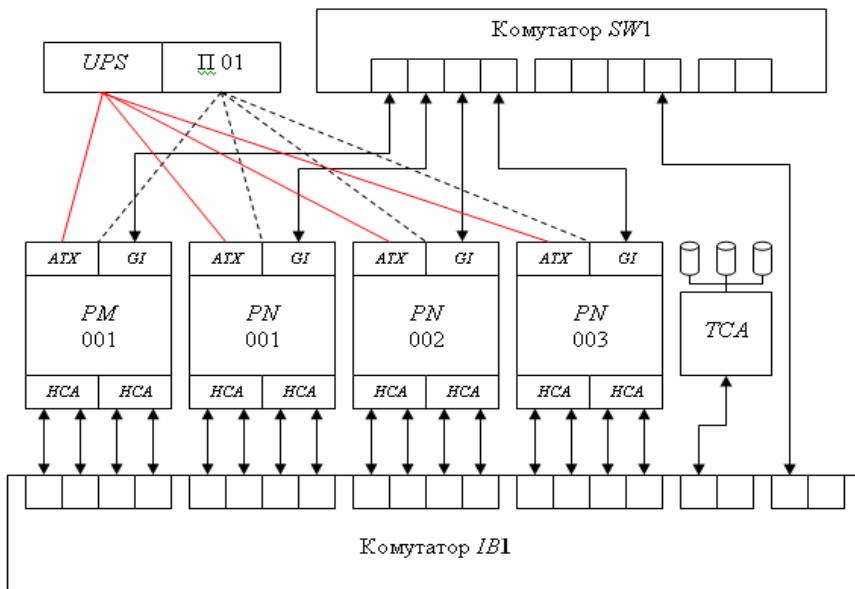


Рисунок 1 – Структурна схема модуля високоефективної багатопроцесорної системи з розподіленою обчислень

Комутаційна мережа багатопроцесорної обчислювальної системи підтримує чотири режими її конфігурації. Їх було орієнтовано на реалізацію граничного обміну даними, що відображають особливості задач, які розв'язуються за допомогою такої багатопроцесорної системи.

Розглянемо особливості побудови та налаштування мережевого інтерфейсу багатопроцесорної системи для реалізації вказаних режимів.

*Перший режим.* Частина прикладних задач передбачає, що граничний обмін даними відбувається між сусідніми обчислювальними вузлами, крім першого та останнього. У такому випадку застосовується топологія комунікаційної мережі типу «лінійка».

Такий режим роботи мережевого інтерфейсу, з одного боку, просто реалізується, з іншого боку, відповідає структурі передачі даних при розв'язуванні багатьох обчислювальних задач (наприклад, при організації конвеєрних обчислень) [8]. Структурна схема режиму роботи реконфігуреної мережі за топологією типу “лінійка” подана на рис. 2.

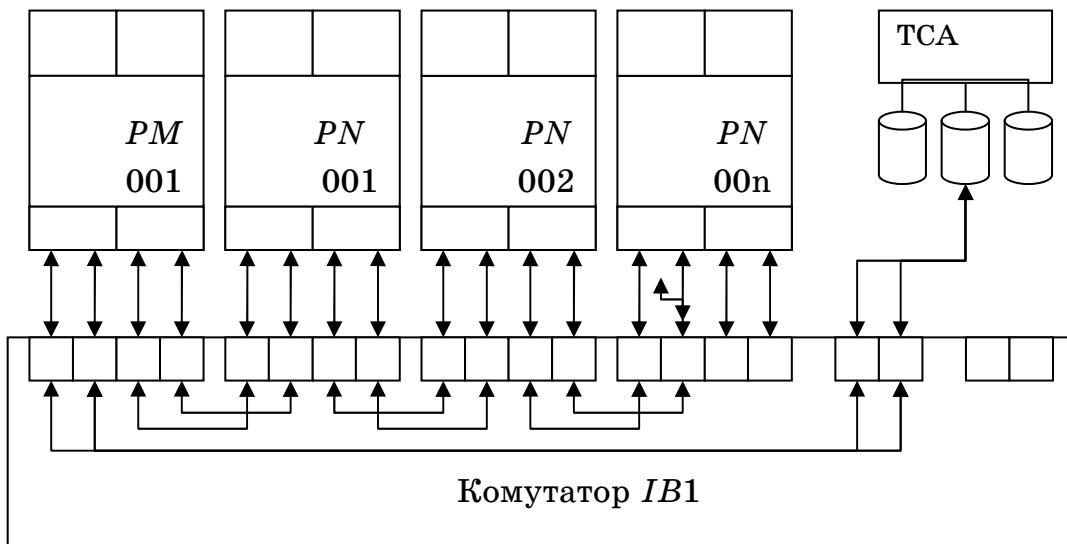


Рисунок 2 – Структурна схема режиму роботи мережевого інтерфейсу за топологією типу “лінійка”

Для формування цього режиму роботи між портами керованого комутатора IB1 формуються “розподілені VLAN ” мережі: VS01a між портами 03 і 05, VS01b між портами 04 і 06, VS12a між портами 07 і 09, VS12b між портами 08 і 10, VS23a між портами 11 і 13, VS23 між портами 12 і 14, мережі VS03ab між портами 01, 02, 17 і 18.

Налаштування комутатора IB1 та його конфігурування виконується майстер-вузлом за допомогою двох портів такого комутатора стандарту Gigabit Ethernet (IB1GI.i1-керування, IB1GI.i2-масштабування).

Систему локального збереження результатів та проміжних обчислень TCA Controller Storage System під’єднано до портів 17, 18 керованого комутатора IB1.

*Другий режим.* Частина прикладних задач передбачає, що гранічний обмін даними відбувається тільки між сусідніми обчислювальними вузлами. У такому разі зв’язок між обчислювальними slave-вузлами організовується за топологією типу “кільце”.

Структурна схема режиму роботи реконфігуреної мережі зображенна на рис. 3.

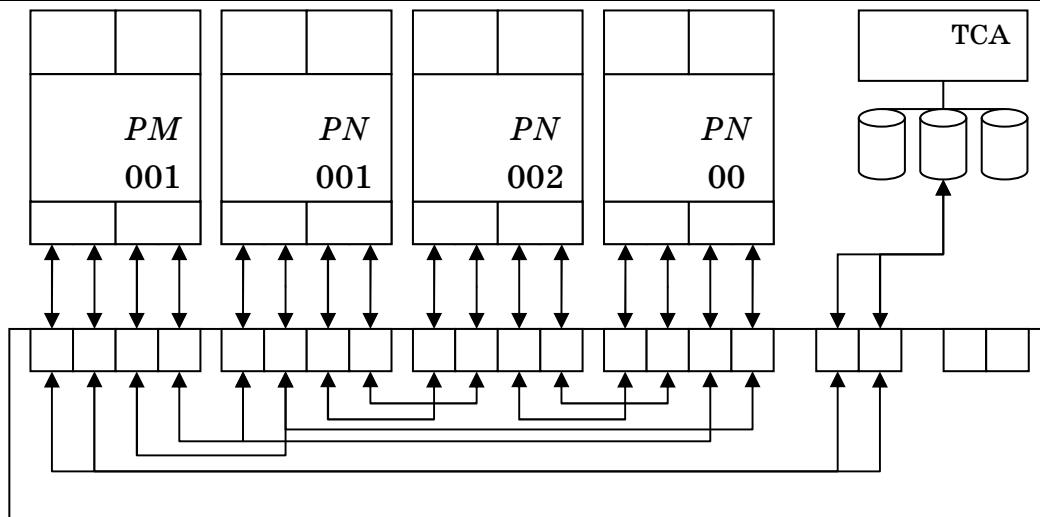


Рисунок 3 – Структурна схема режиму роботи мережевого інтерфейсу за топологією типу “кільце”

Для формування цього режиму роботи між портами керованого комутатора IB1 формуються типу “розподілені VLAN” мережі: VS01a між портами 03 і 06, VS01b між портами 04 і 05, мережі VS12a між портами 07 і 09, VS12b між портами 08 і 10, мережі VS23a між портами 11 і 13, VS23b між портами 12 і 14, мережі VS13a між портами 05 і 15, VS13b між портами 06 і 16, мережі VS00ab між портами 01, 02 і 18, 17. Налаштування комутатора IB1 та його конфігурування виконується майстер-вузлом за допомогою двох портів такого комутатора стандарту Gigabit Ethernet (IB1GI.i1-керування, IB1GI.i2- масштабування). Систему локального збереження результатів та проміжних обчислень TCA Controller Storage System під'єднано до портів 17, 18 керованого комутатора IB1.

*Третій режим.* Частина прикладних задач передбачає, що гранічний обмін даними відбувається між усіма обчислювальними вузлами. Така схема зв'язку між обчислювальними slave-вузлами носить назву типу “зірка”. Дано топологія є найбільш продуктивною, наприклад, при організації централізованих схем паралельних обчислень [8]. Особливість цієї топології полягає в тому, що всі slave-вузли системи мають зв'язок з керуючим master-вузлом. Структурна схема такого режиму роботи реконфігуреної мережі подана на рис. 4.

Для формування цього режиму роботи між портами керованого комутатора IB1 формуються “розподілені VLAN” мережі: VS123a між портами 01, 03, 05, 07, 09, 11, 13, 15, 17 та VS123b між портами 02, 04, 06, 08, 10, 12, 14, 16, 18.

Налаштування комутатора IB1 та його конфігурування виконується майстер-вузлом за допомогою двох портів такого комутатора стандарту Gigabit Ethernet (IB1GI.i1-керування, IB1GI.i2- масштабування). Систему локального збереження результатів та проміжних обчислень TCA Controller Storage System під'єднано до портів 17, 18 керованого комутатора IB1.

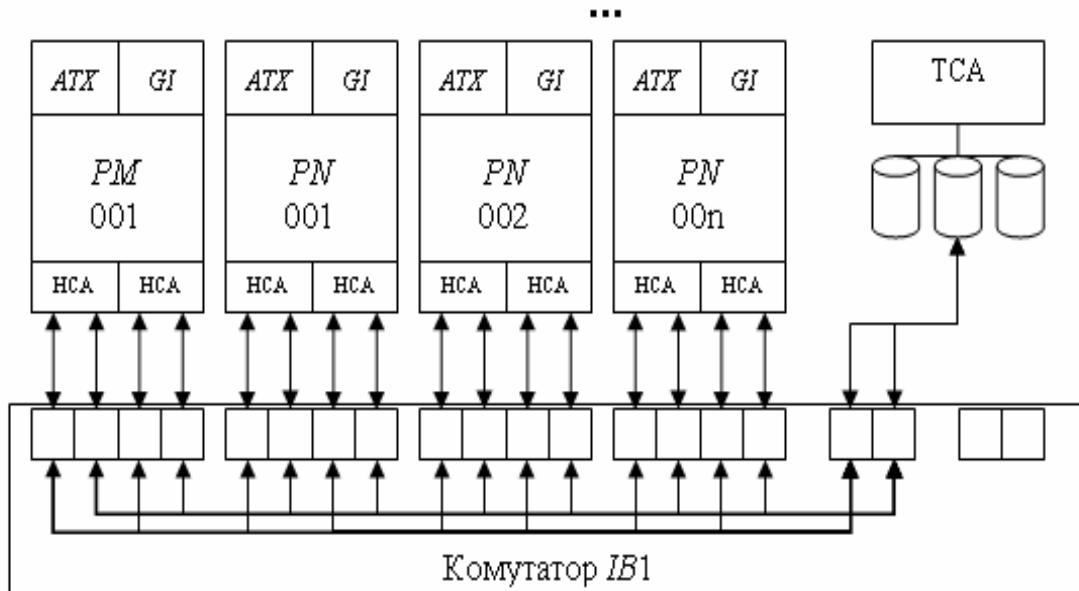


Рисунок 4 – Структурна схема режиму роботи мережевого інтерфейсу за топологією типу "зірка"

**Четвертий режим.** Частина прикладних задач передбачає, що граничний обмін даними відбувається за прямокутною сіткою між сусідніми обчислювальними вузлами за топологією типа "решітка" (Grid network, mesh, 3D-mesh). Вона може бути досить просто реалізована та, крім того, використана більш продуктивна при паралельному виконанні багатьох числових алгоритмів (наприклад, при реалізації методів аналізу математичних моделей, що описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних) [8].

Це така топологія, де вузли утворюють регулярну багатовимірну решітку. Крім того, кожне ребро решітки паралельно її осі з'єднує два суміжних вузла. Структурна схема режиму роботи такої реконфігуреної мережі зображена на рис. 5.

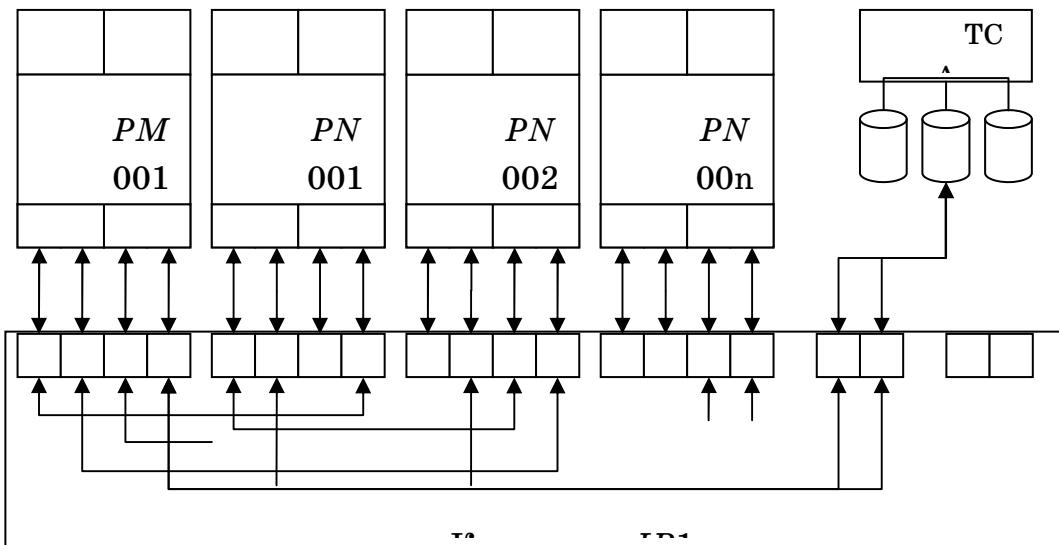


Рисунок 5 – Структурна схема режиму роботи мережевого інтерфейсу за топологією типу “решітка”

Для формування цього режиму роботи між портами керованого комутатора IB1 формуються “розподілені VLAN” мережі: VS01 між портами 01 і 08, мережі VS02 між портами 02 і 12, VS03 між портами 03 і n-3, мережі VS12 між портами 05 і 11, мережі VS23 між портами 09 і n-2, мережі VS3n між портами 16 і n-1.

Налаштування комутатора IB1 та його конфігурування виконується майстер-вузлом за допомогою двох портів такого комутатора стандарту Gigabit Ethernet (IB1GI.i1-керування, IB1GI.i2-масштабування). Систему локального збереження результатів та проміжних обчислень TCA Controller Storage System під’єднано до портів 17, 18 керованого комутатора IB1.

#### **Висновки і перспективи подальших досліджень**

Запропоновано нову структуру багатопроцесорної обчислювальної системи з розподіленою областю обчислень, яка порівняно з відомими системами враховує специфіку досліджуваного класу задач. При цьому система спрямована для розв’язування широкого кола прикладних задач. Досліджено теоретичні й практичні аспекти перспектив застосування новітніх комунікаційних технологій у багатопроцесорних кластерних системах з розподільеною областю обчислень. При цьому:

1. Запропоновано чотири типа топології комунікаційної мережі багатопроцесорної системи: “лінійку”, “кільце”, “зірку”, “решітку”.

2. Висвітлено особливості налаштування мережевого інтерфейсу багатопроцесорної системи для реалізації вказаних режимів роботи комунікаційної мережі системи.

3. Для розв'язування багатьох сильнозв'язаних задач із застосуванням модульної багатопроцесорної системи в режимі її найбільшої продуктивності може бути недостатньо запропонованих лез. З огляду на це автори рекомендують розвивати новий якісний напрям конструювання багатопроцесорних систем – спряження декількох модулів в єдиний обчислювальний комплекс. У своїх підальших дослідженнях автори мають намір розкрити особливості спряження модулів багатопроцесорних систем з метою розширення їх обчислювальних можливостей. При цьому планується розробити варіант, за яким спряжено два модулі багатопроцесорної системи – головний модуль та модуль-розширення.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Башков Е.О. Високопродуктивна багатопроцесорна система на базі персонального обчислювального кластера / Е.О. Башков, В.П. Іващенко, Г.Г. Швачич // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Проблеми моделювання та автоматизації проектування/ – Вип. 9 (179). – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – С.312 – 324.
2. Some aspects of design of multiprocessor systems when solving problems with the expandable area calculations / Ivaschenko V.P., Alishov N.I., Shvschych G.G., Tkach M.A. / Mathematics and Computer Science: Journal of Qafqaz University. Baku, Azerbaijan. – Vol. 3. – Numb. 1, 2015 – P. 129 – 136.
3. Перспективы применения современных коммуникационных технологий и исследование их влияния на эффективность многопроцессорных кластерных систем / Е.А. Башков, В.П. Иващенко, Г.Г. Швачич, М.А. Ткач // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка.– Вип. 14 (188). – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – С. 100 – 111.
4. Иващенко В.П. Про проблему узгодження компонентів модульної багатопроцесорної обчислювальної системи в задачі створення нових технологічних процесів / В.П. Иващенко, М.А. Ткач // Информационные технологии в металлургии и машиностроении:

материалы науч.-техн. конф., Днепропетровск, 2013 г. –  
Дніпропетровськ, 2013. – С. 18 – 19.

5. Іващенко В.П. Дослідження впливу мережевого інтерфейсу на ефективність багатопроцесорної кластерної системи / В.П. Іващенко, Г.Г. Швачич, М.О. Ткач // Strategy of Quality in Industry and Education : VII International Conference, June, 3 – 10, 2011, Varna; Bulgaria. – Varna, 2008. – V. 2. Proceedings. – P. 289 – 294.
6. Иващенко В.П. Некоторые аспекты применения сетевой технологии InfiniBand в многопроцессорных моделирующих средах / В.П. Иващенко, Г.Г. Швачич, М.А Ткач // Информационные технологии в металлургии и машиностроении: междунар. конф.: Днепропетровск, 2014 г.: тез. Докладов.– Днепропетровск: 2014. – С. 95 – 96.
7. Исследование влияния сетевого интерфейса на эффективность модульной многопроцессорной системы / Е.А. Башков, В.П. Иващенко, Г.Г. Швачич, М.А. Ткач // Наукові праці Донецького національного технічного університету. – Вип. 14 (188). – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – С. 89 – 99. – (Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка).
8. Гергель В.П. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем: учеб. пособие / В.П. Гергель, Р.Г. Стронгин. – Нижний Новгород: ННГУ, 2003. – 184 с.

Г.И. Ларионов, Н.Г. Ларионов

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЖЕЛОБА ЛЕНТЫ КОНВЕЙЕРА С ТРЕХРОЛИКОВЫМИ ОПОРАМИ

*Аннотация.* Получены оптимальные проекты желоба ленты при минимизации коэффициента сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам конвейера и максимизации грузопотока с ограничениями на конструктивные параметры. Математическая модель сопротивления движению ленты с грузом по трехроликовым опорам конвейера с лентой глубокой желобчатости основана на теории качения твердых цилиндров по вязкоупругим цилиндрическим пластинам с учетом изгибной жесткости ленты и деформации груза. Оптимальные проекты желоба получены с применением метода Розенброка и зондирования области параметров. Приведены области распределения глобальных экстремумов критериев.

*Ключевые слова:* математическая модель, оптимальные проекты, критерии, коэффициент сопротивления, производительность конвейера, желоб ленты, роликоопора.

**Актуальность.** Из теории расчета ленточных конвейеров известно [1, 2], что при увеличении желобчатости ленты увеличивается производительность конвейера, однакопри этом увеличивается и сопротивление движению ленты по роликоопорам. В связи с этим возникает задача определения таких параметров желоба ленты конвейера, при которых погонная нагрузка была бы максимальной, а сопротивление движению ленты по роликоопорам конвейера было бы минимальным.

Сформулированная задача является двухкритериальной. Учитывая сложность решения многокритериальных задач, отсутствие устоявшихся методов их решения, наиболее часто применяют подходы, позволяющие свести их к однокритериальным [3].

**Постановка задачи.** Наиболее удачным подходом к сведению многокритериальной задачи к однокритериальной, по мнению авторов, является подход, состоящий в выборе одного главного критерия

и в учете остальных частных критериев в виде ограничений задачи [3–6]:

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq A_1;$$

$$F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq A_2;$$

.....

$$F_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq A_{n-1};$$

$$a_i \leq x_i \leq b_i, \quad (2)$$

где  $A_1, A_2, A_n$  – граничные значения частных критериев.

Следует заметить, что формулировка задачи оптимального проектирования в виде (1)–(2) кроме удобства в реализации имеет неоспоримое преимущество перед другими подходами в выборе методов решения многокритериальных задач – она имеет прямое отношение к методологии технического проектирования машин, включая и проектирование ленточных конвейеров [1–3].

Для решения поставленной задачи оптимизации необходимо знать зависимости критериев оптимизации, а именно: коэффициента сопротивления движению ленты по роликоопорам ленточного конвейера и величину максимальной погонной нагрузки от параметров желоба.

Выражение для коэффициента сопротивления движению ленты с грузом по трехроликовым опорам (рис.1) имеет вид [3, 4]:

$$k_c = \frac{(q_{\delta n} - q_{\delta a})}{u q_m r} \cdot \frac{\frac{ua}{2} \operatorname{sh}(ua) - \operatorname{ch}(ua) + 1}{u a \operatorname{ch}(ua) - \operatorname{sh}(ua)}, \quad (3)$$

где  $u = \sqrt{\frac{S_\lambda}{D_1}}$ ;  $a = l_p / 2$  – зона действия активной погонной нагрузки на борта ленты, м;  $l_p$  – расстояние между роликоопорами, м;  $D_1$  – изгибная жесткость бортов лотка ленты конвейера с трехроликовыми опорами, Н·м<sup>2</sup>;  $S_\lambda$  – натяжение ленты конвейером, Н.

Для ленточного конвейера с трехроликовыми опорами  $q_{\delta a}$ ,  $q_{\delta n}$  определяются по формулам [3, 4]:

$$q_{\delta a} = \frac{\gamma h_c l_m}{2} (\cos^2 \beta + m \sin^2 \beta); \quad q_{\delta n} = \frac{\gamma h_c l_m}{2} \left( \cos^2 \beta + \frac{\sin^2 \beta}{m} \right), \quad (4)$$

где  $m$  – коэффициент подвижности транспортируемого насыпного груза, определяемый по формуле  $m = 1 + 2f^2 - 2f\sqrt{1+f^2}$ ;  $f$  – коэффициент внутреннего трения транспортируемого груза.

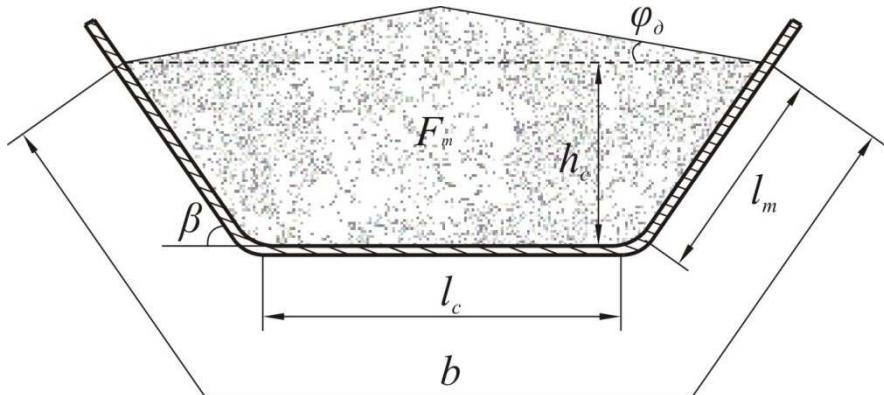


Рисунок 1 - Поперечное сечение желоба ленты конвейера с трехроликовой опорой

Максимальная погонная нагрузка на ленте конвейера  $q_m$  (Н/м) для ленточного конвейера с трехроликовыми опорами определяется по формуле (см. рис. 1)

$$q_m = \gamma \left[ l_m(l_c + l_m \cos \beta) \sin \beta + \frac{(l_c + 2l_m \cos \beta)^2}{4} \operatorname{tg} \phi_d \right], \quad (5)$$

где  $\phi_d$  – угол внутреннего трения транспортируемого груза при его движении по роликоопорам ленточного конвейера, град.

Учитывая выбранный подход к сведению многокритериальной задачи к однокритериальным, сформулируем две однокритериальные задачи.

**Задача 1.** При определении оптимальных параметров желоба ленты конвейера (при наклоне боковых роликов  $\beta \leq 30^\circ$ ) за критерий эффективности принимается коэффициент сопротивления  $k_c$ , а ограничением является максимальная погонная нагрузка  $q_m$ . Другими словами, найти параметры желоба ленты, при которых

$$k_c(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min, \quad (6)$$

$$q_m \leq q_m^*, \quad (7)$$

где  $q_m^*$  – заданное предельное значение  $q_m$ .

**Задача 2.** При определении оптимальных параметров желоба ленты для конвейера с лентой глубокой желобчатости ( $\beta > 30^\circ$ ) критерием эффективности является максимальная погонная нагрузка  $q_m$ , а

ограничением является коэффициент сопротивления  $k_c$ . Другими словами, найти оптимальные значения параметров желоба, при которых

$$q_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max, \quad (8)$$

$$k_c \leq k_c^*, \quad (9)$$

где  $k_c^*$  – заданное предельное значение  $k_c$ .

Сформулированные выше задачи (6)–(7) и (8)–(9) являются задачами условной оптимизации[7] и могут быть решены методами нелинейного программирования, например, методом Розенброка[8].

За варьируемые приняты следующие параметры: толщина ленты  $h$ , угол наклона боковых роликов  $\beta$  (см. рис. 1), коэффициент трения груза о ленту  $f$ , коэффициент вязкости материала ленты  $\mu$ , длина среднего ролика  $l_c$ , сила натяжения ленты  $S_{\lambda}$  и ее ширина  $B$ .

Задача 1 для оптимального выбора параметров лотка ленты формулируется следующим образом:

определить параметры лотка ленты  $x_1=h, x_2=\beta, x_3=f, x_4=\mu, x_5=l_c, x_6=S_{\lambda}, x_7=B$ , при которых коэффициент сопротивления движению ленты  $k_c$  по роликоопорам конвейера принимает минимальное значение и при этом погонная нагрузка конвейера  $q_m$  будет не меньше заданной. Другими словами

$$k_c(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \rightarrow \min; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} q_m &\leq q_m^*; \\ 0,9B - 0,05 &= l_c + 2l_1; \\ a_i &\leq x_i \leq b_i, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $a_i, b_i$  – минимальные и максимальные значения оптимизируемых параметров. Границные значения параметров принимали значения (табл.1).

Таблица 1

$a_i$	0,01	$20^\circ$	0,3	$2,7 \cdot 10^5$	0,3	$1,0 \cdot 10^4$	0,9
$b_i$	0,02	$50^\circ$	0,8	$3,3 \cdot 10^5$	0,5	$3,0 \cdot 10^4$	1,1

Результаты решения задачи 1, поиска параметров, обеспечивающих минимум коэффициента сопротивления для трехроликовой опоры, представлены в таблице 2.

Таблица 2

$x_i$	$h$	$\beta$	$f$	$\mu$	$l_c$	$S_{\lambda}$	$B$
$x_{\text{opt}}$	0,01	$27,2^\circ$	0,3	270000	0,33	30000	1,1

При этом  $k_c \text{ opt}=0,0478$ ,  $q_m \text{ opt}=1500$ . Следует заметить, что поиск минимума коэффициента сопротивления осуществлялся из разных стартовых точек и приводил в одну и ту же точку пространства переменных. Это обстоятельство дает уверенность утверждать, что найден глобальный минимум. Учитывая выход некоторых параметров на ограничения, исключим их из вектора оптимизации и оставим в качестве варьируемых параметров толщину ленты  $x_1= h$ , угол наклона боковых роликов  $x_2= \beta$  (см. рис. 1), длину среднего ролика  $x_3= l_c$  и ширину ленты  $x_4= B$ . При этом параметры, исключенные из вектора оптимизации, принимали следующие значения:  $f=0,7; \mu=3,0 \cdot 10^5; S_\lambda=20000$ .

Анализ результатов оптимизации для разных значений погонной нагрузки показал, что параметры  $h$  и  $B$  выходят на свои ограничения  $h = 0,01$  м,  $B = 1,2$  м. В связи с этим представим оставшиеся результаты в виде таблицы 3:

Таблица 3

$k_c$	0,0477	0,05	0,054	0,0765	0,0667	0,0857
$\beta$	17,19	19,4	21,3	32,6	34,76	43,69
$l_c$	0,467	0,39	0,257	0,51	0,419	0,369
$q_m$	1500	1600	1700	1800	1900	2000

Графическое представление результатов представлено на рис. 2.

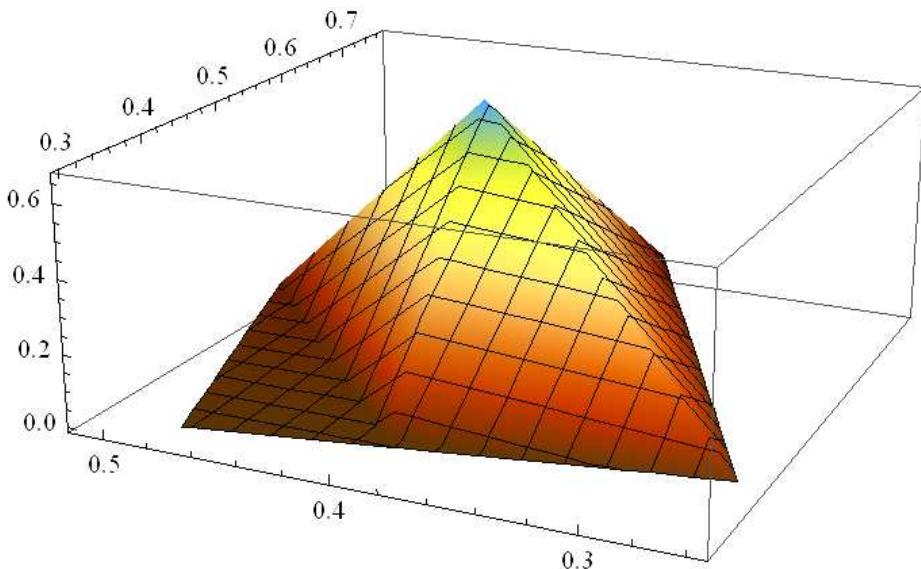


Рисунок 2 - Область глобальных минимумов коэффициентов сопротивления для  $l_c$  и  $\beta$

**Задача 2** для оптимального выбора параметров лотка ленты формулируется следующим образом:

определить параметры лотка ленты  $x_1=h$ ,  $x_2=\beta$ ,  $x_3=f$ ,  $x_4=\mu$ ,  $x_5=l_c$ ,  $x_6=S_{\lambda}$ ,  $x_7=B$ , при которых погонная нагрузка конвейера  $q_m$  будет максимальной, а коэффициент сопротивления движению ленты  $k_c$  по ролику опорам конвейера принимает значения, не меньше заданного. Другими словами

$$q_m(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \rightarrow \max; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} k_c &\leq k_c^*; \\ 0,9B - 0,05 &= l_c + 2l_1; \\ a_i \leq x_i \leq b_i, \end{aligned} \quad (13)$$

Результаты решения задачи 2, поиска параметров, обеспечивающих максимум погонной нагрузке конвейера при ограничении на коэффициент сопротивления для трехроликовой опоры, представлены в таблице 4.

При этом  $k_c \text{ opt} = 0,076$ ,  $q_m \text{ opt} = 1672,66$ . Следует заметить, что поиск минимума коэффициента сопротивления осуществлялся из разных стартовых точек и приводил в одну и ту же точку пространства.

Таблица 4

$x_i$	$h$	$\beta$	$f$	$\mu$	$l_c$	$S_{\lambda}$	$B$
$x_{\text{opt}}$	0,01	45,8°	0,33	311514	0,3	26646,5	1,1

Учитывая выход некоторых параметров на ограничения, исключим их из вектора оптимизации и оставим в качестве варьируемых параметров толщину ленты  $h$ , угол наклона боковых роликов  $\beta$  (см. рис. 1), длину среднего ролика  $l_c$  и ширину ленты  $B$ . При этом параметры, исключенные из вектора оптимизации, принимали следующие значения:  $f = 0,7$ ;  $\mu = 3,0 \cdot 10^5$ ;  $S_{\lambda} = 20000$ . Задача оптимального выбора параметров лотка ленты в этом случае формулируется аналогичным образом.

Результаты оптимизации представлены в таблице 5 для ряда значений коэффициента сопротивления.

Таблица 5

$k_c$	0,0477	0,05	0,054	0,0765	0,0667	0,0857
$\beta$	17,19	19,4	21,3	32,6	34,76	43,69
$l_c$	0,467	0,39	0,257	0,51	0,419	0,369
$q_m$	1500	1600	1700	1800	1900	2000

Графическое представление функции цели представлено на рис. 3.

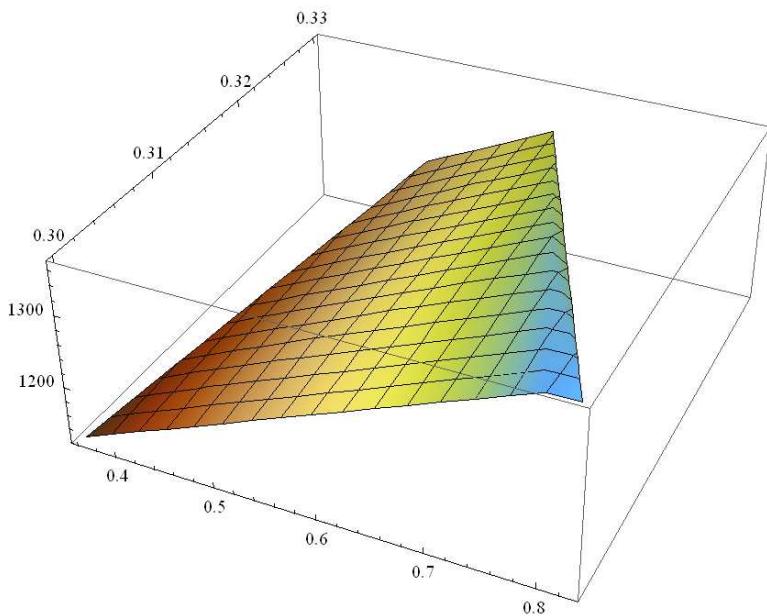


Рисунок 3 - Область глобальных максимумов погонной нагрузки для параметров  $l_c$  и  $\beta$

Пользование рисунками 2 и 3 позволяют практически легко, задавшись значением критерия, определять оптимальные значения параметров лотка ленты.

Для конвейера с лентой глубокой желобчатости задача определения оптимального размера лотка решалась методом зондирования [10] как в постановке (10-11), так и (12-13). В качестве оптимизируемых параметров лотка выбирались  $l_c$  и  $\beta$ . Оптимальные проекты, полученные методом зондирования, отличались от проектов, полученных методом прямой оптимизации. Решающее значение имел выбор сетки зондирования.

Учитывая ограничения, накладываемые на значения выбранных критериев практикой использования ленточных конвейеров на шахтах Украины, из множества полученных проектов осуществлен выбор оптимальных проектов по двум критериям.

На рис. 4,а представлены результаты поиска оптимальных параметров, когда коэффициент сопротивления принимал минимальное значение при ограничении на погонную нагрузку, и на рис. 4,б, когда погонная нагрузка  $q_m$  принимала максимальное значение при ограничении на коэффициент сопротивление движению ленты  $k_c$ .

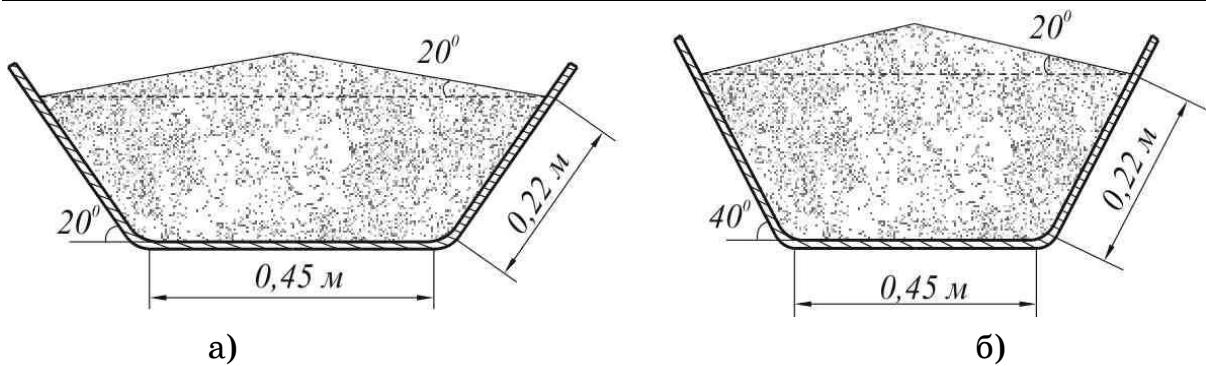


Рисунок 4 - Оптимальные сечения желоба ленты конвейера с трехроликовой опорой

### Выводы

1. Оптимальные углы наклона боковых роликов, при которых сила сопротивления движению ленты по роликоопорам принимает минимальное значение (задача 1), для трехроликовой опоры равны  $\beta = 20^\circ$ .

2. Оптимальные углы наклона боковых роликов ленточных конвейеров с лентой глубокой желобчатости, обеспечивающие максимальную производительность конвейера (задача 2), для трехроликовой опоры принимают значения  $\beta = 40^\circ$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Зенков Р. П. Машины непрерывного транспорта / Р. П. Зенков, И. Н. Ивашков, П. И. Колобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 432 с.
2. Расчет и проектирование транспортных средств непрерывного действия: научное пособие для вузов / А. И. Барышев, В. А. Будищевский [и др.] / Под редакцией В. А. Будищевского. – Донецк, 2005. – 689 с.
3. Обоснование критериев выбора параметров кругонаклонных конвейеров / В. Ф. Монастырский, Р. В. Кирия, Д. А. Номеровский, Д. Д. Брагинец, А. Ю. Силин // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2013. – Вып. 114. – С. 170–178.
4. Уайлд Д. Оптимальное проектирование: Пер. с англ. / Д. Уайлд. – М.: Мир, 1981. – 272 с.
5. Кирия Р.В. Определение коэффициента сопротивления движению ленты по роликоопорам конвейера, обусловленного изгибом ленты / Р. В. Кирия, В. Ю. Максютенко, Т. Ф. Мищенко // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2012. – Вып. 106. – С. 140–146.
6. Хог Э. Прикладное оптимальное проектирование: Механические системы и конструкции / Э. Хог, Я. Апора. – М.: Мир, 1983. – 478 с.
7. Кирия Р. В. Математическая модель взаимодействия ленты и груза с роликоопорами конвейера с лентой глубокой желобчатости / Р. В. Кирия, Н. Г. Ларионов // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2012 – Вып. 103. – С. 119–126.
8. Химмельблау Д. М. Прикладное нелинейное программирование. Пер. с англ. / Д. М. Химмельблау. – М.: Мир, 1975. – 527 с.
9. Rosenbrock H. H. An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function / H. H. Rosenbrock // Computer J., 3. – 1960. – P. 175–184.
10. Соболь И. М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И. М. Соболь, Р. Б. Статников. – М.: Наука, 1981. – 110 с.

**ЛІНГВІСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ  
РІЗНОЇ ПРИРОДИ З ФРАКТАЛЬНИМИ  
ВЛАСТИВОСТЯМИ**

*Анотація. Стаття присвячена особливостям побудови лінгвістичних моделей часових рядів різної природи, які мають фрактальні властивості. Приведені визначення ймовірнісних граматик, які є частиною лінгвістичних моделей часових рядів, етапи побудови лінгвістичної моделі. Наведені результати чисельних експериментів лінгвістичного моделювання різноманітних фрактальних послідовностей, таких як броунівський рух та класичні фрактали.*

*Ключові слова:* лінгвістичне моделювання, лінгвістична модель, ймовірнісна граматика, часовий ряд, фрактал.

**Постановка проблеми**

Широка поширеність фрактальних властивостей часових рядів дозволяє сподіватися на наявність єдиного універсального механізму, який приводить до аналізу фрактальності динамічних процесів, що виникають в цілком різноманітних природних та технічних системах. Пошук такого механізму є одним з найактуальніших завдань сучасної науки.

В статті пропонується у якості такого універсального інструменту побудова лінгвістичних моделей динамічних процесів з фрактальними властивостями.

**Аналіз публікацій по темі дослідження**

Напрям лінгвістичного моделювання як спеціалізованого виду математичного моделювання базується з одного боку на роботах з розпізнавання образів Фу К.С.[1], з другого боку теорії формальних граматик Хомського Н.[2] Серед сучасних науковців можна згадати роботи Потапова А.В.[3], Сенкевича Ю.І. [4], Соколова О.Ю. [5], Старченко М.В. [6]. Однак усі наведені роботи не дають універсального механізму для моделювання динамічних процесів з урахуванням фрактальності отримуваних часових рядів. Початок уза-

гальненого підходу був викладений у роботах автора цієї статті [7,8,9].

### **Мета дослідження**

Метою дослідження є пропозиція лінгвістичного моделювання у якості універсального механізму моделювання часових рядів динамічних процесів з наявністю фрактальних властивостей для подальшого аналізу та прогнозу.

### **Основна частина**

Лінгвістична модель — побудована на основі лінгвістичного моделювання сукупність символічних (лінгвістичних) послідовностей за обраними параметрами лінгвістизації та відновлена на її основі формальна граматика.

Лінгвістична модель динамічного процесу складається з наступних елементів

$\langle D, I, L, G \rangle$

де D — сукупність часових рядів динамічного процесу та рядів, похідних від вхідних даних, I — спосіб та правила інтервалізації, L — морфізм відображення інтервального представлення ряду на певний алфавіт, G — відновлена граматика динамічного процесу.

Лінгвістичне моделювання — комплекс методів, методик та алгоритмів, які використовують процес перетворення числових масивів інформації до лінгвістичних послідовностей на основі яких відновлюється формальна граматика.

Лінгвістичне моделювання повинно забезпечувати:

- обґрунтований вибір інтервалів для виконання задач лінгвістизації (інтервалізація);
- ефективне перетворення числових масивів даних до лінгвістичних ланцюжків;
- підходів вивчення впливу обраних параметрів лінгвістизації на кінцеві результати застосування лінгвістичного моделювання;
- відновлення за лінгвістичними ланцюжками формальних граматик, в тому числі на ймовірнісних граматик та використання апарату прихованих марковських моделей для побудови гіbridних моделей на основі лінгвістичного моделювання;
- інтеграцію лінгвістичних моделей з іншими обчислювальними парадигмами та створенні на їх основі гіbridних процедур для вирішення різноманітних практичних завдань.

Лінгвістизація - процес перетворення часових рядів до сукупності лінгвістичних послідовностей, на основі яких будується формальна граматика.

Необмежені граматики (або граматики типу 0) – мають у своїй основі правила вигляду  $\alpha \rightarrow \beta$ , де на ланцюжки  $\alpha \in V^+, \beta \in V^*$  не накладається ніяких обмежень, де  $V^*$  - усі можливі ланцюжки символів алфавіту  $V$ , а  $V^+ = V^* \setminus \{\lambda\}$  [3].

Лінгвістичне моделювання припускає різноманітні способи побудови лінгвістичних ланцюжків, але певні можуть використовуватися істотно частіше, ніж інші. У зв'язку з цим кожному правилу можна придати деяку ймовірність, з якою це правило застосовується. Тим самим ми приходимо до поняття ймовірнісних (або стохастичних) граматик) [1].

Ймовірнісною граматикою називається формальна трійка  $G = \langle A, P, S \rangle$ , де  $A$  – алфавіт (в загальному випадку він може бути поданий, як об'єднання термінального та не термінального алфавітів),  $S$  – початковий символ, а  $P$  – множина правил, які мають наступний вигляд  $\overset{P(\beta|\alpha)}{\alpha \longrightarrow \beta}$ , де  $P(\beta|\alpha)$  – ймовірність заміщення ланцюжка  $\alpha$  на ланцюжок  $\beta$ .

У випадку побудови лінгвістичної моделі правила вигляду  $\overset{P(\beta|\alpha)}{\alpha \longrightarrow \beta}$  фактично будуть правилами передування ланцюжка (символа)  $\alpha$  перед ланцюжком (символом)  $\beta$ .

Звичайно, повинна виконуватися аксіоматика теорії ймовірності, яка у випадку лінгвістичного моделювання має наступні особливості. Тобто, сума ймовірностей правил передування певного ланцюжка (символа) перед іншими можливими  $\beta$  повинна дорівнювати одиниці:

$$\sum_{\beta} P(\beta|\alpha) = 1.$$

Сукупність правил передування може бути задана матрицею передування наступного вигляду:

	z	...	a	A	...	Z
z						
...						
a						
A						
...						
Z						

де на перетині відповідних символів (ланцюжків) повинні стояти ймовірності передування.

Розглянута вище аксіоматика стосується кожного рядка матриці.

Окремою, важливою областью вивчення фрактальних властивостей є аналіз часових рядів: послідовностей вимірювання різноманітних величин, упорядкованих за часом. Як правило, інформація про поведінку складних систем виходить у вигляді саме таких експериментальних даних. На сьогоднішній день добре відомо, що фрактальні властивості мають графіки реалізацій надзвичайно різних процесів, як стохастичних (наприклад, броунівський рух), так і детермінованих (наприклад, реалізація рішень логістичного рівняння при певних значеннях параметра). Фрактальні часові ряди виникають, зокрема, при вимірах різних природних процесів: сонячної активності, рівня розливів річок, шумів електронних пристрій, геофізичної та геомагнітної активності, фізіологічних характеристик організму людини, наприклад, у вигляді кардіограм й таке ін.

Розглянемо приклади застосування лінгвістичного моделювання для побудови моделі динамічних процесів, які можуть мати фрактальні властивості [8].

Сам процес побудови лінгвістичної моделі на основі часового ряду динамічного процесу повинен мати в собі наступні кроки:

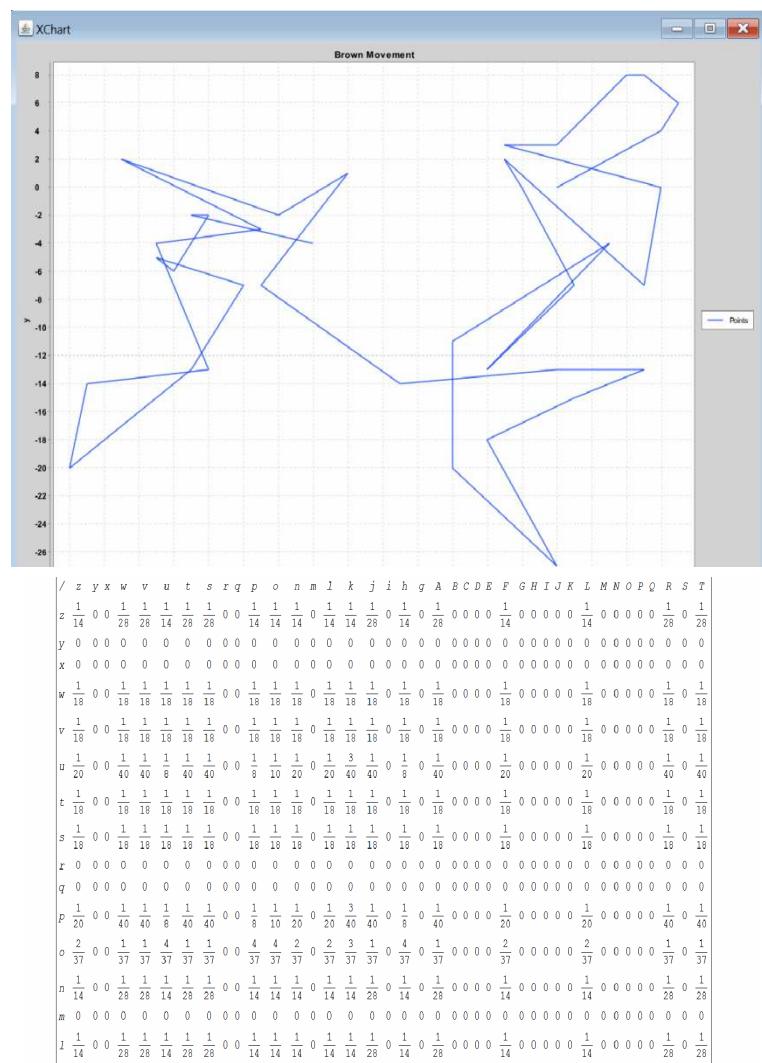
- 1) Підготовчий крок, який має на увазі на основі вхідного ряду отримання різницевих рядів.
- 2) Сортування різницевого ряду для оцінювання області зачень.
- 3) Інтервалізація – розбиття області значень на інтервали за певною схемою [9].
- 4) Формування лінгвістичного ланцюжка на основі різницевого чисельного ряду для обраного алфавіту.

- 5) Визначення матриці передування.
  - 6) Отримання системи правил передування символів (ланцюжків).

Тим самим ми отримуємо усі компоненти лінгвістичної моделі динамічного процесу.

## Чисельні експерименти по лінгвістичному моделюванню

Надалі наведемо отримані результати при лінгвістичному моделюванні броунівського руху в середовищі системи MAXIMA .



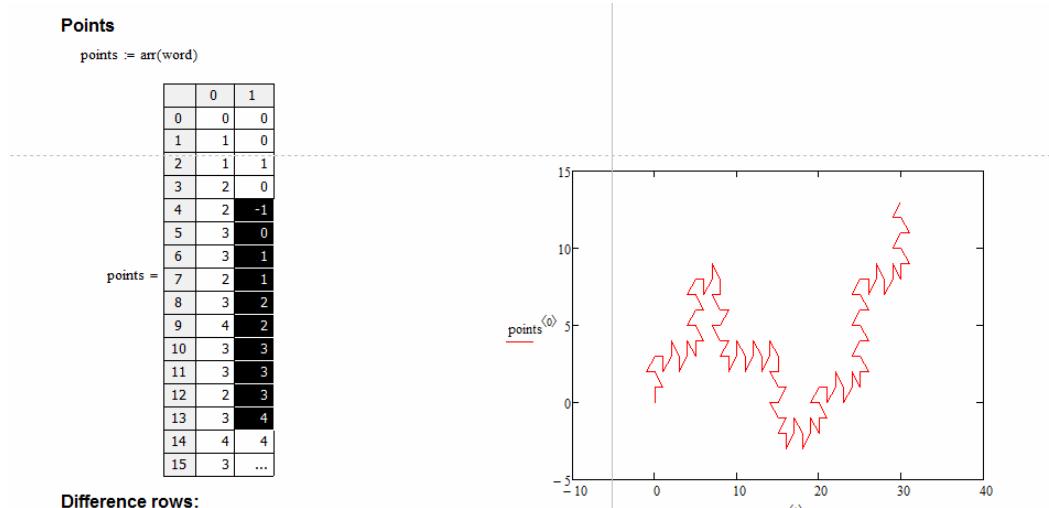
За матрицею передування були отримані правила для відновленої ймовірнісної граматики (ниже приведені деяки з них):

```

Rule=[ z -> w,  $\frac{1}{28}$  ]
Rule=[ z -> v,  $\frac{1}{28}$  ]
Rule=[ z -> u,  $\frac{1}{14}$  ]
Rule=[ z -> t,  $\frac{1}{28}$  ]
Rule=[ z -> s,  $\frac{1}{28}$  ]
Rule=[ z -> p,  $\frac{1}{14}$  ]
Rule=[ z -> o,  $\frac{1}{14}$  ]
Rule=[ z -> n,  $\frac{1}{14}$  ]
Rule=[ z -> l,  $\frac{1}{14}$  ]
Rule=[ z -> k,  $\frac{1}{14}$  ]
Rule=[ z -> j,  $\frac{1}{28}$  ]

```

Другий приклад стосується лінгвістичної моделі процесу побудови класичного фракталу «Бур`ян», яка фактично подана у вигляді двох моделей - координат руху  $x$  та  $y$ . Вхідні дані є «виродженим» випадком для побудови лінгвістичного ряду, оскільки різницеві ряди мають невелику кількість значень, які постійно повторюються (кількість таких значень залежить від зсуву при обчисленні різницевого ряду та дорівнює  $2n+1$ , де  $n$  – розмір зсуву різницевого ряду). Розрахунки були виконані в системі MathCAD.



Обраний в цьому випадку алфавіт –  $A=\{i, h, g, f, e, d, c, b, a, A, B, C, D, E, F, G, H, I\}$ . При цьому маленькі латинські літери використовуються для відображення від'ємних значень, а великі – для позитивних.

Правила передування ймовірнісної граматики цьому випадку будуть мати наступний вигляд:

Правила руху координати $x$	Правила руху координати $y$
a - (0.5) -> a	e - (0.5) -> e
a - (0.25) -> A	e - (0.25) -> a
a - (0.25) -> E	e - (0.17) -> A
A - (0.5) -> a	a - (1.0) -> e
A - (0.25) -> A	A - (0.6) -> e
A - (0.25) -> E	A - (0.4) -> E
E - (0.11) -> A	E - (0.27) -> A
E - (0.83) -> E	E - (0.64) -> E
	E - (0.09) -> I
	I - (1.0) -> E

На тому самому алфавіті А для послідовності дій при побудові фракталів «Острова та озера» та «Острів Коха» отримаємо для координати  $x$  наступну сукупність правил передування для ймовірнісної граматики лінгвістичної моделі процесу:

Фрактальна послідовність «Острова та озера»	Фрактальна послідовність «Острів Коха»
i - (0.53) -> g	i - (0.38) -> i
i - (0.47) -> c	i - (0.25) -> f
g - (0.08) -> i	i - (0.13) -> A
g - (0.42) -> g	i - (0.13) -> F
g - (0.14) -> e	g - (0.74) -> c
g - (0.08) -> c	g - (0.26) -> A
g - (0.09) -> A	f - (0.29) -> i
g - (0.18) -> C	f - (0.71) -> c
e - (0.81) -> g	c - (0.03) -> i
e - (0.19) -> e	c - (0.32) -> g
c - (0.28) -> g	c - (0.08) -> f
c - (0.17) -> e	c - (0.45) -> c
c - (0.22) -> c	c - (0.03) -> a
c - (0.33) -> a	c - (0.08) -> A
a - (1.0) -> c	a - (1.0) -> c
A - (0.48) -> g	A - (0.13) -> g
A - (0.52) -> C	A - (0.13) -> c
C - (0.07) -> i	A - (0.46) -> A
C - (0.19) -> g	A - (0.17) -> D
C - (0.1) -> A	A - (0.1) -> G
C - (0.42) -> C	C - (1.0) -> F
C - (0.14) -> E	D - (0.27) -> A
C - (0.08) -> G	D - (0.73) -> G
E - (0.81) -> C	F - (0.33) -> i
E - (0.19) -> E	F - (0.33) -> D
G - (0.28) -> C	F - (0.33) -> G
G - (0.17) -> E	G - (0.11) -> A
G - (0.24) -> G	G - (0.02) -> C
G - (0.32) -> I	G - (0.41) -> D
I - (1.0) -> G	G - (0.02) -> F
	G - (0.45) -> G

Легко бачити, що отримані сукупності для двох фрактальних послідовностей на одному й тому ж алфавіті та способі інтервалізації відрізняються складом правил.

Взагалі були проведені чисельні експерименти по лінгвістичному моделюванню побудови цілої низки фрактальних послідовностей

3 (104) 2016 «Системные технологии»

(крім тих, що були наведені вище), серед них: «Кущ», «Ланцюжок», «Сніжинка Коха», «Крива Серпинського», «Крива Пеано» та інші.

Окремим експериментом була побудова лінгвістичної моделі атрактора Лоренца в тривимірному просторі. Нижче приведені матриці передування для кожного з трьох вимірів.

Висновки

В статті були розглянуті можливості подання часових рядів з фрактальними властивостями у вигляді лінгвістичних моделей для подальшого аналізу модельованого динамічного процесу. Планується застосування запропонованого підходу для аналізу та прогнозування часових рядів різної природи.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Фу К.С. - Структурные методы в распознавании образов. – М.:Мир, 1977.
2. Хомский Н., Миллер Дж. Введение в формальный анализ естественных языков // Кибернетический сборник / Под ред. А.А.Ляпунова и О.Б.Лупанова. — М.: Мир, 1965.
3. Потапов А.С. Распознавание образов и машинное восприятие: Общий поход на основе принципа минимальной длины описания. – СПб.: Политехника, 2007. – 548 с.
4. Сенкевич Ю.И. Алгоритмы лингвистического анализа динамических систем // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Электронно-вычислительная техника. – 2007. – Вып.4. – С.88-96.
5. Соколов А.Ю. Синтез оптимального управления лингвистическими динамическими системами // Праці п'ятої української конференції з автоматичного управління (АВТОМАТИКА 98). – Ч. 1. - Київ: КПІ. – 1998. – С. 356-363.
6. Старченко Н.В. Локальный фрактальный анализ в физических приложениях. // Препринт № 006-2005 М.: МИФИ, 2005.
7. Баклан I. В. Лінгвістичне моделювання: основи, методи, деякі прикладні аспекти / I. В. Баклан // Систем. технології. — 2011. — № 3. — С. 10-19.
8. Баклан I.В. Фрактальні властивості при лінгвістичному моделюванні динамічних процесів // Вестник Херсонського національного техн. ун-та. - Херсон: ХНТУ, 2015. - Вып. 3 (54).– С.210-213.
9. Баклан I.В. Інтервальний підхід до побудови лінгвістичної моделі // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 3(86). – Дніпропетровськ, 2013. – С.3-8.

І.В. Жуковицький, В.В. Скалозуб

**ПИТАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ ТА ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ ЗАСОБАМИ  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ**

*Анотація. В статті викладений огляд ряду методів інтелектуальних систем, що можуть бути використані в системах управління на залізничному транспорті, в розробці і впровадженні яких автори брали безпосередню участь.*

*Ключові слова: автоматизовані системи управління на залізничному транспорті, інтелектуальні транспортні системи, аналітичні сервери.*

Вступ. Глибоке реформування залізничного транспорту України що відбувається у теперішній час, спрямоване на його всебічне оновлення, підвищення ефективності, привабливості для споживачів транспортних послуг і забезпечення загальної конкурентоспроможності. На основі розвитку транспортних технологій, технічних засобів та автоматизованих систем залізниць вирішується широке коло важливих завдань щодо підвищення ефективності перевезень та процесів експлуатації, зниження впливу транспорту на навколишнє середовище, посилення взаємодії різних видів транспорту при вирішенні широкого спектру логістичних та інших завдань забезпечення перевезень. Сучасні автоматизовані системи (АСУ) залізничного транспорту, зокрема у багатьох випадках застосовують методи і технології інтелектуальних транспортних систем (ІТС) або їх окремих складових, засобів супутникової навігації, всебічно використовуються технології баз даних і знань, складні протоколи взаємодії рухомих об'єктів, а також підсистем інфраструктури ін.

В роботі наводяться деякі результати розвитку або удосконалення інформаційних технологій, які базуються на формуванні узагальнених математичних моделей транспортних процесів, вирішенні завдань застосування інтелектуальних моделей, методів та засобів для

АСУ сучасного залізничного транспорту. А саме: проблематика застосування сучасних інформаційних і телекомунікаційних технологій на основі глобальних навігаційних систем стеження (GPS, ГЛОНАС [1]) для інтелектуального моніторингу та управління локомотивами на великих металургійних підприємствах; підвищення ефективності процесів експлуатації локомотивного парку (ПЕЛП) залізниць на основі удосконалення системи автоматизації моніторингу стану локомотивів, метод інтерактивної динамічної оптимізації розподілу локомотивів для роботи в поїздах. Для реалізації цих, а також інших методів ІТС запропоновано використовувати спеціалізовані сервери застосувань – інтелектуальні сервери, що мають входити до складу автоматизованої системи керування вантажними перевезеннями УЗ – АСК ВП УЗ-Є [2].

Розробка програмно-технічних засобів системи інтелектуального моніторингу та управління локомотивами має відмінність у формуванні на основі глобальних навігаційних систем стеження спеціалізованих засобів автоматизації, призначених для різних типів термінальних пристрій – стаціонарних та мобільних [3]. При реалізації проекту використані методи GPS моніторингу, інтелектуальних систем, комп’ютерна графіка, технології баз даних, сучасні методи та засоби розробки програмного забезпечення систем. В автоматизованій системі моніторингу тягового рухомого складу (АСМТРС) за рахунок інтеграції стаціонарних і мобільних пристрій передбачено забезпечення інтелектуальної підтримки процесів управління рухомими об’єктами, що дозволяє використовувати оперативні дані. Створювана клієнт – серверна система реалізує технологію організації баз даних на стаціонарних та мобільних пристроях, що використовують операційну систему iOS, а також фреймворк CoreData, як додатковий механізм з оптимізації роботи з SQL базою даних із специфічним синтаксисом та операторами управління даними. При розробках серверної складової проекту було досліджено формати обміну даних між сервером та клієнтом, з метою вибору оптимального. Як показав порівняльний аналіз, перевагу має формат JSON [3].

Підсистема моніторингу і управління для мобільних пристрій розроблена засобами компільованої об’єктно-орієнтованої мова програмування Objective-C, що побудована на основі мови С та парадигм

Smalltalk. Для розробки серверного програмного забезпечення застосовані мова PHP і середовище Sublime Text 2.

Оцінки ефективності інтелектуальної системи моніторингу і керування АСМТРС локомотивами для ВАТ «Запоріжсталь» визначаються підвищеннем економічних показників роботи транспортного комплексу підприємства: економія паливо-мастильних матеріалів 18 – 30 %, скорочення терміну простою 10 – 15 %, скорочення невиробничих простоїв до 30 %. Також відзначається автоматизація процесів маршрутизації транспорту і планування робіт та підвищення безпеки та точності руху транспортних засобів.

Завдання з удосконалення системи автоматизації моніторингу стану локомотивів на основі методів інтелектуального управління являються актуальними для ефективної роботи залізниць України. Значна увага приділяється використанню результатів моніторингу для контролю технічного стану та технологічних процесів. Зараз на залізницях моніторинг параметрів локомотивів може здійснюватися діагностичною системою «Магістраль-ВЛ11», яка вимірює до 26 аналогових та 54 дискретних параметрів, а також фіксує вихід параметрів за межі встановлених значень. В момент виходу одного з контролюваних параметрів за встановлені межі допустимих значень автоматично записуються також величини всіх інших параметрів локомотива. Зазначена система має ряд недоліків, основним з яких являється нерегулярна фіксація і зберігання значень параметрів (тільки при виході /поверненні значень параметрів за встановлені межі), відсутність засобів аналізу та інтерпретації даних.

У роботі досліджено наступні підходи до підвищення ефективності моніторингу процесів експлуатації локомотивного парку (ПЕЛП): технічний та програмний. Вдосконалення системи «Магістраль-ВЛ11» виконано за рахунок розробки нового математичного і програмного забезпечення, яке в значній мірі усуває наведені недоліки. Розроблювана система представляє компоненту залізничної інтелектуальної транспортної системи, і дозволяє використовувати дані з існуючої системи діагностики. Вона базується на логічній моделі комплексу, яка представляє кожен з параметрів у вигляді агрегованого часового ряду, утвореного з рівнів цього параметра на певний момент часу, їх максимального та мінімального допустимих рівнів. Припускається можливість вимірювання деякого параметру

на кількох рівнях, а тож через встановлений часовий період. Виконується аналіз щодо виявлення можливих залежностей між параметрами, визначення впливу рівнів на стани локомотиву. В ній реалізовано процедури структурного моделювання, що дозволяє обґрунтовано обрати математичне представлення залежностей досліджуваних параметрів об'єкту. При цьому вирішується завдання щодо формування багаторівневих структурних моделей процесів експлуатації локомотивів на основі застосування методу і критерію ідентифікації направленості стохастичних залежностей між параметрами технічних систем, отриманими на основі аналізу [4].

Застосування розроблених засобів дозволяє отримувати більш повну і структуровану інформацію про стан локомотива, попереджувати вихід з ладу вузлів локомотива та планувати ПЕЛП. Також сформовано завдання щодо визначення раціональної послідовності проведення технічного огляду і ремонту локомотивів на основі параметрів поточного стану. Як підсумок – сформовано структуру та функції компонентів математичного та програмного забезпечення із підвищеннем функціональної ефективності системи автоматизації моніторингу процесів експлуатації локомотивів засобами системи «Магістраль-ВЛ11».

Розробка методів інтерактивної динамічної оптимізації розподілу локомотивів для роботи в поїздах [5] має за мету раціональне призначення локомотивів для транспортування составів поїздів, що зароджуються на полігоні керування. Це дозволяє забезпечити своєчасності й економічності перевезень при виконанні технологічних обмежень.

Кожний з варіантів призначення  $j$ -го локомотива для транспортування  $i$ -го состава поїзда може бути охарактеризований набором відповідних витрат  $s_{ij}$  і набором технологічних обмежень  $g_{ij}$ .

Стосовно оцінки очікуваних витрат на основі прогнозування в умовах неповної інформації доречно використовувати підхід теорії статистичних розв'язків, де широко застосовується критерій ризику. Під ризиком тут розуміється імовірнісна оцінка очікуваних втрат, які пов'язані з невизначеністю в керуванні. У рамках даного завдання поточне планування передбачає аналіз різних комбінацій призначення локомотивів під склади поїздів. Для оптимізації плану тут доречно застосувати модель “завдання про призначення” [6], у якій

перебуває розподіл та ресурсів для виконання п робіт, що мінімізує сумарні витрати. При цьому оптимізація виконується на базі матриці витрат  $S$ . Оптимальному плану відповідає вектор  $J \{j_1, \dots, j_n\}$ , що включає номера ресурсів, призначених для виконання всіх робіт.

Відзначимо, що у відомій постановці завдання планування розподілу локомотивів у рамках моделі “завдання про призначення” передбачається, що значення витрат  $s_{ij}$  фіксовані. Звідси випливає важливий недолік такої постановки. Зокрема, вибір локомотивів для поїздів, що мають високий ступінь готовності, мабуть, повинен мати пріоритет (що враховується на практиці), але це ніяк не відбивається в згаданій постановці завдання.

Облік ризиків у складі очікуваних витрат дозволяє зняти за-значене протиріччя. Ключовим моментом для ефективного викори-стання пропонованого підходу є достовірна оцінка точності прогнозу-вання подій, від яких залежить ризик. При цьому розробка й дослідження методів такого прогнозування являє собою окреме зав-дання.

Призначення й сутність аналітичних серверів АСК ВП УЗ-Є полягає в тому, що, вочевидь, інтелектуальні системи на залізничному транспорті мають ряд спільних завдань і функцій, які в рамках АСК ВП УЗ-Є повинні опиратися на загальну інформаційну базу й загальні методи реалізації. Тому доцільно уніфікувати процедури створення таких систем й підготувати методики їх ефективної реалізації. Для подібних підсистем керування запропоновано викори-стовувати термін “Аналітичні сервери” – АС [6]. Системи АС призначені для уніфікації розробки процедур підтримки підсистем прийняття рішень (ППР), щоб на основі інформаційного фундаменту АСК ВП УЗ-Є забезпечити інформаційно-аналітичну підтримку управлінських рішень для керівного, інженерно-технічного й диспет-черського персоналу УЗ.

Системи АС повинні орієнтуватися на ряд загальних принципів:

Принципи створення та використання інформаційної бази по-лягають в тому, що АС мають спиратися на повну інформаційну базу АСК ВП УЗ, із автоматизованим створенням “бази знань”.

Принципи взаємодії АС з користувачем виходять з того, що в рамках АС мають бути реалізовані як суто інформаційний, так і інформаційно-радний режим підтримки управлінських рішень.

Принцип стандартизації послуг АС виходить з того, що при наявності широкого кола різноманітних інформаційних послуг вони пропонуються користувачеві у чітко специфікованому вигляді, який дозволить легко орієнтуватись в їх призначенні та якісних характеристиках.

Принципи системної організації АС засновані на відкритості архітектури як фундаментального принципу сучасних інформаційних систем.

**Висновки.** В результаті вирішення наведених вище завдань були сформовані компоненти інтелектуальних систем залізничного транспорту, які базуються в значній мірі на даних інформаційних моделей залізничних автоматизованих систем та призначенні для застосування у них, в першу чергу – системи керування вантажними перевезеннями Укрзалізниці АСК ВП УЗЄ.

Для практичного використання оглянутих методів доцільно використовувати спеціально розроблені аналітичні сервери, які повинні входити до автоматизованої системи високого рівня (наприклад, АСК ВП УЗЄ).

## **ЛІТЕРАТУРА**

1. Петров А. В. Автоматизация транспортной логистики ГЛОНАСС/GPS мониторинг [Электронный ресурс] / Петров А.В. // Автоматизация транспортной логистики. – 2008. – Режим доступа: <http://www.itob.ru>.
2. Цейтлин С.Ю. Типовые проектные решения для создания АСУ ВП УЗ-Е // С.Ю. Цейтлин, В.К. Башлаев / Тезисы Международной научно-практической конференции "Современные информационные технологии на транспорте, в промышленности и образовании", Днепропетровск. - 2008. - С. 31-32
3. Скалозуб В. В. Інтелектуальні системи GPS моніторингу та керування на залізничному промисловому транспорті [Текст] / Скалозуб В. В., Заєць О. П., Кузнецов М. В., Пирогов С. О., Чередник В. В.//Зб. наук. пр. «Питання прикладної математики і математичного моделювання», - Дніпропетровськ: Вид-во «Ліра», 2014. – С. 218 – 228.
4. Скалозуб В.В. Многоуровневое структурное моделирование по результатам наблюдений на основе критериев идентификации направленности зависимостей переменных [Текст] / Скалозуб В. В. // Зб. наук. пр. «Математичне моделювання». - Дніпродзержинськ: ДДТУ, 1(4), 2000, – С. 51 – 54.
5. Жуковицкий И.В. Метод интерактивной динамической оптимизации распределения локомотивов для работы в поездах на основе оценки рисков / И.В. Жуковицкий, А.Б. Устенко, О.Л. Зиненко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2006. – № 4. – С.86-91.
6. Жуковицкий И.В. Проблемы унификации аналитических процедур в единой автоматизированной системе управления грузовыми железнодорожными перевозками Украины / И.В. Жуковицкий, В.В. Скалозуб // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2011. – № 4. – С. 86–90.

**И.Н. Иванисенко, Л.О. Кириченко, Т.А. Радивилова**  
**ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ**  
**С УЧЕТОМ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ТРАФИКА**

*Аннотация.* Предложено математическое описание распределенной системы балансировки нагрузки и динамический метод распределения нагрузки, учитывающий мультифрактальные свойства сетевого трафика, на основании которых пересчитывается распределение потоков.

*Ключевые слова:* самоподобный и мультифрактальный трафик, балансировка нагрузки, распределенные системы

**Постановка задачи**

Современные сети связи характеризуются значительными слабо предсказуемыми колебаниями нагрузки. Трафик современной глобальной сети обнаруживает экспоненциальный рост, происходят значительные структурные изменения, все более ощутимыми становятся плохо предсказуемые колебания нагрузок. Процессы конвергенции сетей связи привели к доминированию протокола IP в качестве универсального для всех видов передаваемых данных. Однако отсутствие встроенных механизмов инжиниринга трафика ставит вопрос о необходимости разработки методов, позволяющих более эффективно использовать возможности существующей сетевой инфраструктуры, но не требующих изменения основ функционирования глобальной сети. Одним из наиболее перспективных вариантов решения указанных проблем на сегодняшний день являются динамические механизмы балансировки трафика, вызывающие пристальный интерес научного сообщества. Применение данных методов, реагирующих на изменения сетевых нагрузок в режиме, близком к реальному времени, для локального смягчения временных перегрузок в глобальной сети позволит избавиться от недостатков присущих существующим сетям [1-4].

Экспериментальные и численные исследования, проведенные в последние десятилетия, свидетельствуют, что трафик во многих му-

льтисервисных сетях имеет самоподобные свойства. Самоподобный трафик вызывает значительные задержки и потери пакетов, даже если суммарная интенсивность всех потоков далека от максимально допустимых значений. Самоподобные свойства информационных потоков обнаружены во многих локальных и глобальных телекоммуникационных сетях [5,6]. В связи с вышеизложенным начали активно исследоваться механизмы повышения качества обслуживания и методов управления трафиком в мультисервисных сетях, функционирующих в условиях самоподобного и мультифрактального трафика [7].

Целью данной работы является математическое описание распределенной системы балансировки нагрузки и разработка динамического метода распределения нагрузки в компьютерных системах на основе мониторинга загруженности серверов, с учетом самоподобной структуры трафика.

### **Самоподобный и мультифрактальный трафик**

Самоподобие случайных процессов заключается в сохранении статистических характеристик при изменении масштаба времени и характеризуется показателем Херста  $H$ , который является степенью самоподобия. Стохастический процесс  $X(t)$  является статистически самоподобным если процесс  $a^{-H}X(at)$  обладает теми же статистическими характеристиками второго порядка, что и  $X(t)$ . Параметр  $H$ , называемый параметром Херста, представляет собой меру самоподобия стохастического процесса. Начальные моменты самоподобного случайного процесса можно выразить как  $M[|X(t)|^q] = C(q) \cdot t^{qH}$ , где величина  $C(q) = M[|X(1)|^q]$ . Для мультифрактальных процессов выполняется отношение  $M[|X(t)|^q] = c(q) \cdot t^{qh(q)}$ , где  $c(q)$  – некоторая детерминированная функция;  $h(q)$  – обобщенный показатель Херста, являющийся в общем случае нелинейной функцией. Значение  $h(q)$  при  $q = 2$  совпадает со значением степени самоподобия  $H$  [6,8].

Самоподобный трафик имеет особую структуру, которая сохраняется на многих масштабах – в реализации всегда присутствует некоторое количество очень больших выбросов при относительно небольшом среднем уровне трафика. Мультифрактальный трафик определяется как расширение самоподобного трафика за счет учета масшта-

бираемых свойств статистических характеристик второго и выше порядков.

Как характеристику неоднородности мультифрактального потока данных в работе предложено считать диапазон обобщенного показателя Херста  $\Delta h = h(q_{\min}) - h(q_{\max})$ . Для монофрактальных процессов обобщенный показатель Херста не зависит от параметра  $q$  и является прямой линией:  $h(q) = H$ ,  $\Delta h = 0$ . Чем больше неоднородность процесса, т.е. большее число выбросов присутствует в трафике, тем больше диапазон  $\Delta h$ .

### Система балансировки нагрузки

Рассматриваемая информационная система состоит из группы серверов и балансировщика нагрузки. Система балансировки нагрузки, представленная на рис. 1, построена на основе подсистемы балансировки нагрузки и подсистемы управления и мониторинга, которые тесно взаимодействуют друг с другом.

- Подсистема балансировки нагрузки: алгоритм балансировки нагрузки, информация о текущем состоянии системы, гибкие настройки QoS, динамическое распределение трафика по различным каналам связи и узлам в зависимости от их текущего состояния, степени загрузки, административных политик балансировки нагрузки.

- Подсистема управления и мониторинга: сбор и анализ статистики о текущем состоянии системы, нахождение мультифрактальных свойств входящего потока данных, расчет распределения потоков по узлам сети с учетом классификации трафика и загруженности серверов и каналов связи.

В каждый момент  $t \in T$  на балансировщик  $LB$  поступает трафик интенсивностью  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ , относящийся к  $q$ -му классу обслуживания, который необходимо доставить на сервер  $Serv_k$  для обработки, не превышая заданных максимально допустимых значений задержки  $\tau_q$  и максимально допустимого процента потерь  $l_q$  в зависимости от их текущей загрузки и реальной пропускной способности в конкретный момент времени.

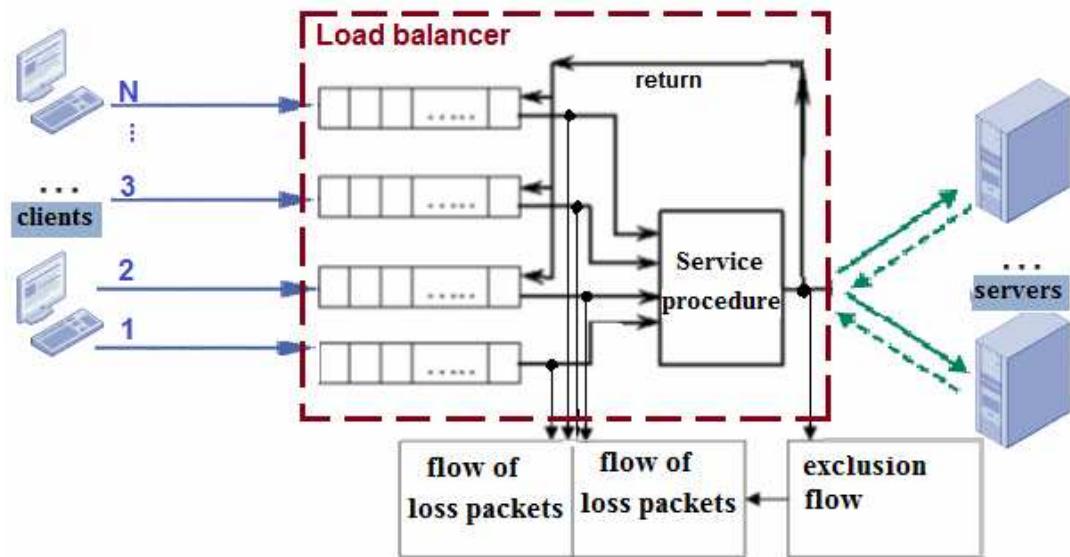


Рисунок 1 – Система балансировки нагрузки

Трафик обладает множеством характеристик  $V = \{\lambda, h, \mu\}$ , где  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$  – потоки заявок (пакетов) различной интенсивности;  $h = \{H, h(q), \Delta h\}$ , где  $h(q)$  – выборочное значение функции обобщенного показателя Херста,  $H = h(2)$  – значение параметра Херста,  $\Delta h = h(q_{\max}) - h(q_{\min})$  – диапазон значений обобщенного показателя Херста для участка трафика,  $\mu$  – трудоемкость запроса. Трудоемкость запроса определяется как вектор требуемых ресурсов  $\mu = \{CPU, Net_i, RAM\}$  для выполнения запроса. Каждому  $q$ -му классу обслуживания соответствует набор векторов требуемых ресурсов  $\mu_r = \{CPU, Net_i, RAM\}$ ,  $r = 1, 2, \dots$ .

Балансирующий нагрузки и сервера соединены между собой двусторонними сетевыми связями с максимальной пропускной способностью  $Link_i = \{L_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , которые имеют доступную пропускную способность  $Net_i(t) = \{Net_i\}$  в момент времени  $t$ . Каждый сервер  $Serv_k$  характеризуется следующими параметрами:  $CPU_i(t)$  – объем свободного ЦПУ  $i$ -го сервера в момент времени  $t$ , который вычисляется как  $CPU_i(t) = 1 - \sum_j^j LoadM_j / j$ , где  $LoadM_j$  – загрузка каждого ядра  $j = 1, 2, \dots$  – в каждом процессоре  $M = 1, 2, \dots$  в сервере в момент времени  $t$ ,  $RAM_k(t)$  – объем свободной оперативной памяти  $i$ -го сервера в момент времени  $t$  [1,2].

То, как ядра распределены по процессорам будем считать несущественным. Два четырехядерных соответствуют четырем двуядерным и соответствуют восьми одноядерных процессоров. Имеет значение лишь общее число ядер. Если среднее значение загрузки постоянно превышает 0.70, следует выяснить причину такого поведения системы во избежание проблем в будущем; Если средняя загрузка системы превышает 1.00, необходимо срочно найти причину и устранить ее.

На вход балансировщика нагрузки  $LB$  поступают несколько независимых мультифрактальных потоков пакетов с различной интенсивностью  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ , каждый из которых отправляется в очередь  $Q_i$  ограниченной емкости. Время обслуживания заявок зависит от класса обслуживания  $q$ , то есть учитывается приоритетность заявок (наивысший приоритет – первым). Пока все приоритетные запросы на обслуживание не будут обработаны, пакеты других типов остаются в очереди до истечения их времени жизни. Вновь поступившие приоритетные запросы прерывают обработку неприоритетных и с вероятностью равной единице вытесняют их в накопитель (если есть свободные места ожидания), либо за пределы системы (если свободных мест нет). Вытесненные с обслуживания пакеты присоединяются к очереди неприоритетных требований и могут быть дообслужены после всех приоритетных. Накопители являются раздельными для каждого входного потока, свободные места ожидания полнодоступны для любого вновь поступившего запроса.

В отличие от типовых приоритетных СМО рассматриваемая система снабжена вероятностным выталкивающим механизмом. Приоритетный пакет, заставший все места ожидания занятыми в момент обработки другого приоритетного пакета, с заданной вероятностью вытесняет из накопителя один из менее приоритетных пакетов и занимает его место. Вытесненный пакет теряется либо отправляется обратно в очередь. Подсистема балансировки нагрузки  $LB$ , в соответствии с заложенным в нее алгоритмом осуществляет извлечение задач из очередей  $Q_i$  и назначение их на свободные вычислительные ядра подходящих серверов.

Для описания механизма высвобождения занятых трафиком сетевых ресурсов при окончании передачи трафика  $q$ -го класса обслуживания, (это происходит на основе данных, поступающих от

протокола маршрутизации, поддерживающего сообщения о доступной полосе пропускания и доступных ресурсах на сервере, например, SPF, SNMP), введем переменную  $\varepsilon_{C_{Li}}^{q,t_0}(t) = \{0,1\}$ , указывающую, что в момент  $t$  на сервер перестал поступать трафик класса  $q(\varepsilon=1)$ , который был принят на обслуживание в момент  $t_0$  и должен был передаваться по пути  $Net_i(t)$  на сервер  $Serv_k$ . Данная переменная содержит все необходимые данные для определения сетевых ресурсов, подлежащих высвобождению.

Балансировщик  $LB$  в  $t$ -й момент характеризуется коэффициентом потерь  $X_{LB}^q(t)$  и средним временем ожидания пакета в очереди  $T_{LB}^q(t)$ . Переменная  $X_{LB}^q(t)$  равна проценту потерь на балансировщике трафика с классом обслуживания  $q$ , передаваемого по пути  $Net_i(t)$  на сервер  $Serv_k$  в момент  $t$ . Предполагается, что вероятностью искажения пакета в тракте можно пренебречь и потери происходят исключительно в балансировщике из-за переполнения буфера.

Мониторинг состояния серверов и свободной пропускной способности можно осуществить тремя способами: после каждого поступившего запроса; в фиксированные промежутки времени, определяемые статическим алгоритмом; в нефиксированные промежутки времени, определяемые динамическим алгоритмом [3].

Информация, полученная первым способом, является наибольшей по объему, т.к. измерения проводятся после каждого поступившего запроса. При втором способе количество информации постоянно, но необходимо определить интервал съема информации, чтобы объем информации не был избыточным и недостаточным. При третьем способе количество информации зависит от частоты интервалов контроля, который должен приспособливаться к структуре поступающего трафика, учитывая его самоподобную структуру.

### **Балансировка нагрузки с учетом мультифрактальных свойств трафика**

Очереди и потери, порождаемые трафиком с мультифрактальными свойствами, зависят от мультифрактальной характеристики: функции обобщенного показателя Херста. Диапазон значений обобщенного показателя Херста соответствует степени неоднородности трафика, т.е. характеризует разброс данных. Значение обычного па-

раметра Херста, полученное из обобщенного показателя, соответствует степени долгосрочной зависимости реализации и характеризует корреляционные свойства трафика.

Использование динамически изменяющегося алгоритма является наиболее приемлемым с точки зрения уменьшения избыточности данных. При таком способе частота мониторинга будет зависеть от значений обобщенного показателя Херста  $h(q)$  входящего потока [8]. Интервал мониторинга должен учащаться, если во входящем потоке диапазон значений обобщенного показателя Херста принимает значения, большие заданной величины  $\Delta h = h(q_{\min}) - h(q_{\max}) > \Delta_{MAX}$ , и при значении показателя Херста  $H = h(q = 2) > H_{MAX} > 0.8$ .

Система балансировки нагрузки состоит из компонентов, представленных на рис. 2. Балансировщик нагрузки имеет веб-интерфейс для отслеживания, настройки и администрирования распределения нагрузки [9,10].

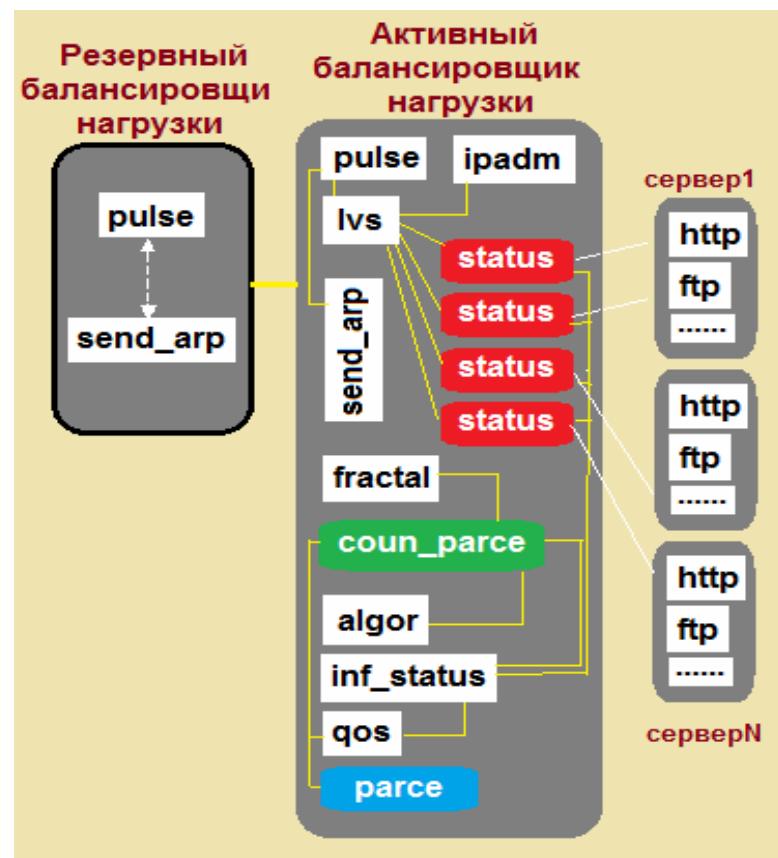


Рисунок 2 – Компоненты распределения нагрузки

Процесс *pulse* – это управляющий процесс, который на активном балансировщике запускает процесс *lvs*, а на резервном баланси-

ровщике будет отслеживать состояние активного, периодически опрашивая его. Если активный балансировщик не отвечает в течение заданного периода времени, будет инициирован процесс передачи его функций резервному балансировщику. При этом *pulse* на резервном балансировщике отправляет процессу *pulse* на активном балансировщике команду остановки всех служб *lvs*, запускает *send\_arp* для присвоения виртуальных IP-адресов MAC-адресу резервного балансировщика и запускает процесс *lvs*. Процесс *send\_arp* рассыпает широковещательные пакеты ARP при переходе виртуального IP-адреса от одного узла другому.

Процесс *lvs* запускается на активном балансировщике по вызову *pulse*. Он вызывает службу *ipadm* для создания, добавления, изменения и удаления записей в таблице маршрутизации IP. Процесс *lvs* запускает процесс *status* для каждой настроенной службы распределения нагрузки. Если *status* сообщает о том, что реальный сервер отключен, *lvs* заставит утилиту *ipadm* удалить этот сервер из таблицы IP. Основным назначением процесса *status*, работающего на активном балансировщике, является наблюдение за нагрузкой серверов, сбор и анализ статистики о текущем состоянии системы и интенсивности трафика. Процесс *status* передает обработанную и проанализированную информацию в подсистему балансировки нагрузки процессу *inf\_status*. Процесс *inf\_status* в свою очередь передает информацию о текущем состоянии системы процессу *coun\_parse*.

Процесс *fractal* проводит расчет мультифрактальных свойств каждого входящего потока данных и передает эту информацию процессу *coun\_parse*. Процесс *algor* выбирает алгоритм балансировки нагрузки и также передает эту информацию процессу *coun\_parse*. Процесс *coun\_parse* проводит расчет распределения потоков по узлам сети с учетом классификации трафика и загруженности серверов и каналов связи. Результаты расчета передаются процессу *parse*, который осуществляет динамическое распределение трафика по различным каналам связи и узлам в зависимости от их текущего состояния. Также результаты расчета процесса *coun\_parse* передаются процессу *qos* для гибкой настройки обеспечения качества обслуживания в соответствии с методами управления трафиком (управление кеш-памятью, пропускной способностью памяти и каналов, производительностью процессоров), если это необходимо. В случае применения методов

управления трафиком процессом *qos*, информация об изменениях передается процессу *inf\_status*.

На основании оценивания мультифрактальных свойств входящего трафика предлагается динамический алгоритм балансировки трафика. Приведем пошаговое описание динамического алгоритма балансировки нагрузки с модифицированной обратной связью.

1. В трафике, поступающем на вход коммутатора, выделяем окно  $X$ , фиксированной длины  $T$ .

2. Находим выборочное значение функции обобщенного показателя Херста  $h(q)$ , значение параметра Херста  $H = h(2)$  и диапазон значений обобщенного показателя Херста  $\Delta h = h(q_{\min}) - h(q_{\max})$  для участка трафика в выделенном окне.

3. Проводим сбор и анализ статистической информации: интенсивности входящих потоков  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ , доступной пропускной способности  $Net_i(t)$ , состояния серверов  $CPU_i(t)$ ,  $RAM_k(t)$  – объем свободного ЦПУ и объем свободной оперативной памяти  $i$ -го сервера в момент времени  $t$  соответственно.

3. На основе мультифрактальных свойств трафика (значения из п.2), интенсивности трафика вычисляем необходимое количество ресурсов для каждого  $q$ -го класса трафика.

4. Проводим расчет распределения потоков по узлам сети с учетом классификации трафика и загруженности серверов и каналов связи. На основе полученных данных рассчитывается загруженность серверов на следующем шаге.

5. Распределяем трафик по серверам, согласно алгоритму балансировки в пределах каждого класса потока.

6. Проводим распределение недооценки прогнозируемого количества ресурсов  $Net_i(t)$ ,  $CPU_i(t)$ ,  $RAM_k(t)$ . Переоценка не учитывается алгоритмом, т.к. не вносит существенных изменений.

7. Проводим сбор данных о загруженности серверов  $Net_i(t)$ ,  $CPU_i(t)$ ,  $RAM_k(t)$  и передачу их в систему балансировки нагрузки для расчета нового распределения потоков.

8. Передвигаем окно  $X$  длины  $T$  вперед на заданную величину сдвига  $\Delta T$ ; осуществляем анализ трафика и расчет следующего значения загруженности серверов.

Предложенный метод должен обеспечивать статистически равномерное распределение нагрузки на серверах, высокие показатели производительности, пропускной способности, отказоустойчивости (автоматически обнаруживая сбои узлов и перераспределяя поток данных среди оставшихся) и низкое время отклика, количество служебной информации, количество потерянных данных.

### **Выводы**

В работе предложена математическая модель системы балансировки нагрузки, в которой балансировщик нагрузки описывается с помощью системы массового обслуживания. Состояния серверов описываются объемом свободного ЦПУ и объемом свободной оперативной памяти. Все значения параметров модели имеют зависимость от времени. Такая модель позволяет описывать поведение распределенной сети во времени для различных классов обслуживания входящего трафика. Также в работе предложен динамический метод распределения нагрузки, который учитывает мультифрактальные свойства трафика. Предлагаемый метод балансировки нагрузки благодаря анализу и учету мультифрактальных свойств входного потока обеспечивает статистически равномерное распределение нагрузки на серверах, высокие показатели производительности и пропускной способности, а также снижение времени отклика и количества потерянных данных.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Тарасов В.Н. Математические модели облачного вычислительного центра обработки данных с использованием Openflow / Тарасов В.Н., Полежаев П.Н., Шухман А.Е., Ушаков Ю.А., Коннов А.Л. // ВЕСТНИК ОГУ №9 (145)/сентябрь`2012. С.150-155.
2. Andre Understanding Linux CPU load - when should you be worried? 2009. URL:  
<http://blog.scoutapp.com/articles/2009/07/31/understanding-load-averages>
3. Е.И.Игнатенко. Адаптивный алгоритм мониторинга загруженности сети кластера в системе балансировки нагрузки. / Е.И.Игнатенко, В.И.Бессараб, И.В.Дегтяренко // Наукові праці ДонНТУ. Вип.21(183). 2011. С.95-102.
4. Дорт-Гольц А. А. Разработка и исследование метода балансировки трафика в пакетных сетях связи / Диссертация на к.т.н. // Федеральное агентство связи. Федеральное государственное образова-

- тельное бюджетное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича». 2014. С.168
5. Sheluchin O. I. Self-Similar Processes in Telecommunications / O. I. Sheluchin, S. M. Smolskiy, A. V. Osin // New York : John Wiley & Sons. – 2007. – 320 р.
  6. Шелухин О. И. Мультифракталы. Инфокоммуникационные приложения / О. И. Шелухин. – М. : Горячая линия – Телеком, 2011. – 576 с.
  7. Кириченко, Л.О. Анализ методов повышения QoS в сетях MPLS с учетом самоподобия трафика / Л.О. Кириченко, Э. Кайали, Т.А. Радивилова // Системні технології. – 2011. – Вип. 3. – С. 52–59.
  8. Kirichenko, L. Modeling telecommunications traffic using the stochastic multifractal cascade process // L. Kirichenko, T. Radivilova, E. Kayali // Problems of Computer Intellectualization / ed. K. Markov, V. Velychko, O. Voloshin. – Kiev–Sofia: ITHEA. – 2012. – P. 55–63.
  9. Red Hat Enterprise Linux. V.6. Администрирование виртуального сервера.  
[https://access.redhat.com/documentation/ru-RU/Red\\_Hat\\_Enterprise\\_Linux/6/html/Virtual\\_Server\\_Administration/ch-lvs-overview-VSA.html](https://access.redhat.com/documentation/ru-RU/Red_Hat_Enterprise_Linux/6/html/Virtual_Server_Administration/ch-lvs-overview-VSA.html)
  10. Wenhong Tian. Optimized Cloud Resource Management and Scheduling: Theories and Practices. /Wenhong Tian, Yong Zhao // Morgan kaufmann. 2014. P.284.

А.Ю. Зимогляд, А.І. Гуда

## ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ НХ771 ДЛЯ ОТРИМАННЯ ДАНИХ З ТЕНЗОДАТЧИКА

**Анотація.** Експериментально досліджено отримання даних тензометричного датчика за допомогою спеціалізованою мікросхеми НХ771. Отримано результати щодо точності та лінійності системи вимірювання. Розглянуто реакцію системи з тензодатчиком на динаміку падіння з різних фізичних об'єктів, які мали різні механічні властивості.

**Ключові слова:** тензометричний датчик, автоматизація виробництва, цифро-аналоговий перетворювач.

### Вступ та постановка задачі

У системах автоматизації на виробництві, які мають вимірювати вагу або іншу силу використовують тензометричні датчики. Ці датчики при зміні лінійних розмірів, змінюють опір, і ця зміна дуже незначна. Як правило, повна зміна опору при максимальній допустимій вазі на тензометричному датчику становить не більш, ніж 2 %, що викликає певні складності в вимірі ваги. Під цим мається на увазі те, що слабкий аналоговий сигнал з датчика потрібно значно підсилити. На сьогоднішній день, саме для таких вимірів існує цілий ряд схемотехнічних рішень, що поєднують у собі, як операційний підсилювач з диференційним входом так і аналогово-цифровий перетворювач для поєднання з контролером або комп’ютером. У той же час, використання таких систем вимірювання потребує обґрунтування, яке неможливо без експериментального дослідження їх характеристик.

### Мета роботи

Метою даної роботи є дослідження властивостей системи з тензометричним датчиком, динаміка реакції системи на падіння об'єктів з різними механічними властивостями, дослідження лінійності виміру ваги тензометричного датчика, розгляд актуальних на наш час схемо-

технічних рішень для поєднання тензометричного датчика з комп'ютером, контролером.

### Основна частина

Для дослідження було використано тензометричний датчик фірми «Zemic» на 10 кг, моделі L6D-C3-10, та мікросхема аналогово-цифрового перетворювача з вбудованим підсилювачем сигналу, на фіксоване підсилення в 32, в 64 або в 128 разів з цифровим інтерфейсом HX771. Було створено стенд для випробувань, та було проведено ряд вимірювань.

Усі виміри робилися на частоті дискретизації 80 Гц, підсилення аналогового сигналу було в 32 рази. Треба відзначити, що у мікросхеми HX711, яка використовувалася для дослідження досить нестандартний інтерфейс для поєднання з іншими цифровими приладами. Цій інтерфейс характеризується використання 2 сигналів, аналогічно симплексному режиму SPI. Але існують суттєві відмінності, починаючи зі змінної довжини пакету даних, до методу управління підсилюванням.

На рисунку 1 представлено графічне відображення роботи протоколу отримання даних від мікросхеми HX711.

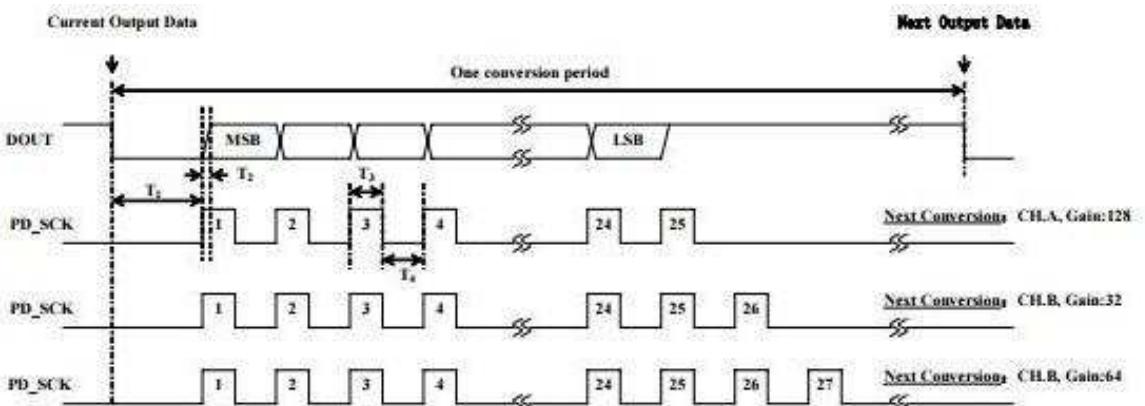


Рисунок 1 – Отримання даних від мікросхеми HX711

На цьому рисунку також можна побачити, що коефіцієнт підсилення вбудованого операційного підсилювача, визначається кількістю тактів, яка приходить на тактовий вивід мікросхеми у попередньому вимірюванні.

Тобто якщо подати 25 тактів, то підсилення буде в 128 разів, якщо 26 тактів в 32 рази, а якщо 27 тактів – в 64 рази. В нашому випадку подавалося 26 тактів, для отримання підсилення в 32 рази.

Для подачі тактових сигналів і обробки даних з мікросхеми HX711 було використано контролер Atmega8, який був тактован від кварцу на 8 МГц. Контролер забезпечував потрібну кількість тактів, отримував данні, і пересилав їх у UART, далі дані за допомогою мікросхеми FT232 переправлялися в комп’ютер. На комп’ютері дані оброблялися за допомогою термінальної програми.

Окрім різних, але фіксованих коефіцієнтів підсилювання, ця мікросхема має 2 режиму швидкості передачі даних. Один передає дані з частотою дискретизації 10 Гц, інший 80 Гц. В експериментах, що було проведено, використовувався режим на 80 Гц. Якого для статичних вимірювань, більш ніж достатньо, проте для динамічних замірювань, які робились, цього було мало.Хоча навіть на 80 Гц можна було побачити різницю у механічних властивостях, фізичних об’єктів, що взаємодіяли з тензодатчиком.

Спочатку було проведено ряд вимірювань для дослідження властивостей системи та калібрування. У наступному експерименті досліджувалася динаміка реакції системи на падіння об’єктів з різними механічними властивостями.

Для дослідження властивостей тензометричного датчика було зроблено заміри з різною вагою, від 100 грамів до 2 кг, з шагом в 100 грам, також було зроблено замір без навантаження. Дляожної ваги робилося по 100 замірювань, і потім з цих 100 замірювань робилося середньоарифметичне значення, та було отримано інші статистичні характеристики.

Для кожного фіксованого навантаження відносне середньоквадратичне відхилення не перевищувало 0.06 %. Максимальна похибка також була обмежена 0.1 %. З цього можна зробити висновок про достатню точність системи вимірювання. При досліджені динаміки не треба використовувати допоміжні засоби фільтрації сигналу.

На основі цих даних було побудовано графік (рис. 2).

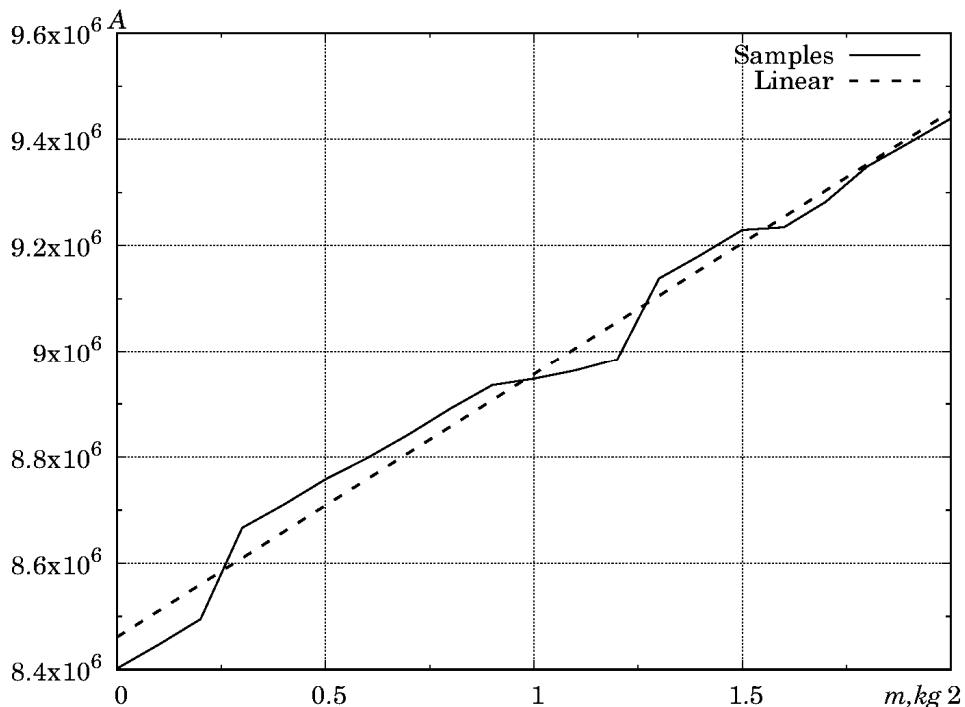


Рисунок 2 – Заміри з різною вагою від 0 – 2 кг

На цьому графіку (рис. 2), можна побачити, що змінна значення аналогово-цифрового перетворювача досить лінійна відносно зміни значення ваги, приложеного до тензометричного датчика. Величина  $R^2 \approx 0.977$  відображає досить високу лінійність моделі, але як ця величина, так і максимальна похибка дещо суперечить значно меншої похибки при вимірюванні фіксованої ваги.

Для дослідження динамічної реакції системи була закріплена металева платформа на тензометричний датчик. На цю платформу з висоти 5 см було скинуто 3 різних фізичних об'єкта, з однаковою масою в 100 грамів.

На графіці (рис. 3) можна побачити реакцію тензометричного датчiku на падіння ваги. На графіці заміри було зроблено зі зміщенням по часу, для більшої наочності.

Ці всі фізичні об'єкти мають різні механічні властивості, які дають різницю у формі залежності.

Різниця у формі залежностей, що була отримана опитним шляхом, та відображена на графіці (рис. 3), дає можливість відрізняти тип матеріалу, який взаємодіє з платформою та тензометричним датчиком. Цю інформацію також можна використати для аналізу стану обладнання.

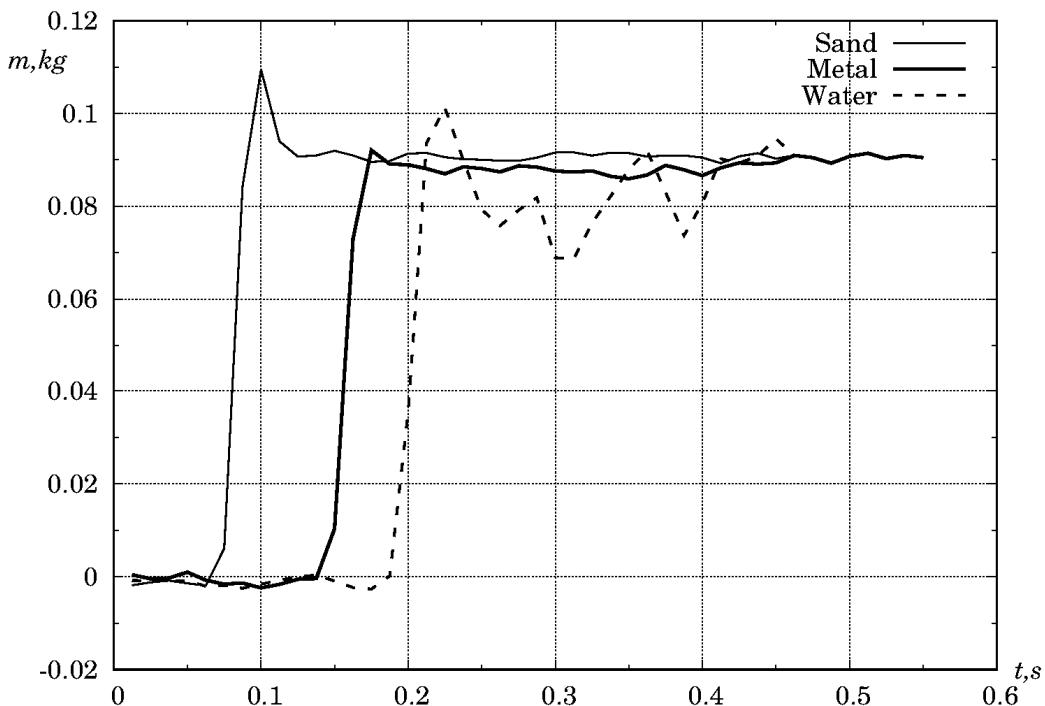


Рисунок 3 – Динаміка реакції при падінні 3 різних фізичних об’єктів

Звичайно, для дослідження динаміки падіння 3 різних фізичних об’єктів, потрібно більш висока частота дискретизації, 100–200 Гц. Ця інформація, дозволить більш певно відрізнити тип матеріалу, його механічні властивості.

Проте навіть на частоті в 80 Гц, даних було достатньо, щоб можна було побачити різницю.

### Висновки

Результати експерименту дозволяють зробити висновок про те, що використання системи вимірювання, яка складається з тензодатчику, спеціалізованої мікросхеми HX77 та інтерфейсу UART–USB дозволяє з достатньою точністю та допустимою частотою дискретизації отримувати для обробки значення ваги, у тому числі для дослідження динаміки взаємодії при падінні об’єктів з різними механічними властивостями.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Белов А.В. Atmel микроконтролеры / М: Мир, 2005 – 180 с.
2. Хорвиц П., Хилл У. Искусство схемотехники / М: Мир, 1998 – 320 с.

Д.О. Левченко, А.І. Гуда

## ВИЯВЛЕНЯ ЗАЛЕЖНОСТІ КУТА ПОВОРОТУ СЕРВОПРИВОДУ ВІД ВХІДНОГО ІМПУЛЬСУ

*Анотація. Розглянуто моделювання функціонування сервоприводів маніпулятора. Для забезпечення руху модулів роботів на практиці використовуються різні двигуни, для даної роботи були використані цифрові сервоприводи. Наведено принципи роботи сервоприводів і управління ними. Проведено аналіз залежності кута повороту вихідного валу сервоприводу від тривалості вхідного імпульсу.*

*Ключові слова:* сервопривод, кореляційний аналіз, регресійний аналіз.

### Вступ та постановка задачі

Точне управління рухом маніпулятора і виробничих механізмів - важливе завдання. Від точності позиціювання маніпулятора або його виконавчого механізму залежить якість виконуваної роботи або виробленої продукції. Незважаючи на різне технічне виконання, будь-який маніпуляційний робот складається з декількох ступенів рухливості (ланок) і виконавчих механізмів (двигунів), що призводять ланки в рух. Існує безліч методів, завдяки яким забезпечується точність переміщення виконавчого механізму роботів, але оскільки більшість механізмів приводяться в рух сервоприводами, в першу чергу слід звертати увагу на точність роботи приводу. Для більш точного переміщення ланок або виконуючих механізмів використовуються сервоприводи зі зворотним зв'язком по положенню.

### Мета роботи

Метою даної роботи є дослідження точності повороту вихідного вала сервоприводу і проведення порівняльного аналізу залежностей тривалості імпульсу, кута повороту і напруги на потенціометрі зворотного зв'язку з використанням реального об'єкта дослідження.

## Основна частина

### Управління сервоприводом

Для даної роботи був обраний сервопривід TowerPro MG996r.

Щоб вказати сервоприводу бажане положення, по призначенному для цього проводу необхідно надсилати керуючий сигнал. Керуючий сигнал - імпульси постійної частоти і змінної ширини. Тривалість імпульсу становить 700 мкс - 2600 мкс. Період між імпульсами дорівнює 10 мс. Кут повороту - 180°. При імпульсах тривалістю 700 мкс сервопривод встановлюється в положення 0°. При імпульсах тривалістю 2600 мкс сервопривод встановлюється в положення 180° (Рисунок 1). Єдиним чинником, що обмежує поворот сервоприводів, є наявність кута обмеження обертання вихідного валу. Дане обмеження викликається тим, що в якості датчика зворотного зв'язку застосовується потенціометр, який має обмеження по куту обертання.



Рисунок 1 – Керуючі сигнали від контролера до сервоприводу

### Проведення досліджень

Для початку були задані значення тривалості вхідного імпульсу, необхідні для визначення кута повороту вихідного валу сервоприводу. Так само було проведено вимірювання напруги на потенціометрі зворотного зв'язку.

Для зручності моделювання були задані початкові умови для імпульсів тривалістю 0,73 мс, вал встановиться в початкове положення. Під час подальшого керування сервоприводом було виявлено, що при подачі імпульсів тривалістю в 1,5 мс вихідний вал повернеться на 90 градусів проти годинникової стрілки щодо початкового положення, а якщо тривалість імпульсів складе 2,55 мс, вал повернеться на 199 градусів проти годинникової стрілки щодо початкового положення. В ході управління приводом було також відзначено, що даний сервопривід може обернутися ще на кілька градусів від крайніх

положень, тобто діапазон кута повороту більше заявлених 180 градусів.

Був побудований графік залежності кута повороту від вхідного імпульсу. Віходячи з цього графіку можна зробити припущення, що присутня лінійна залежність (рисунок 2).

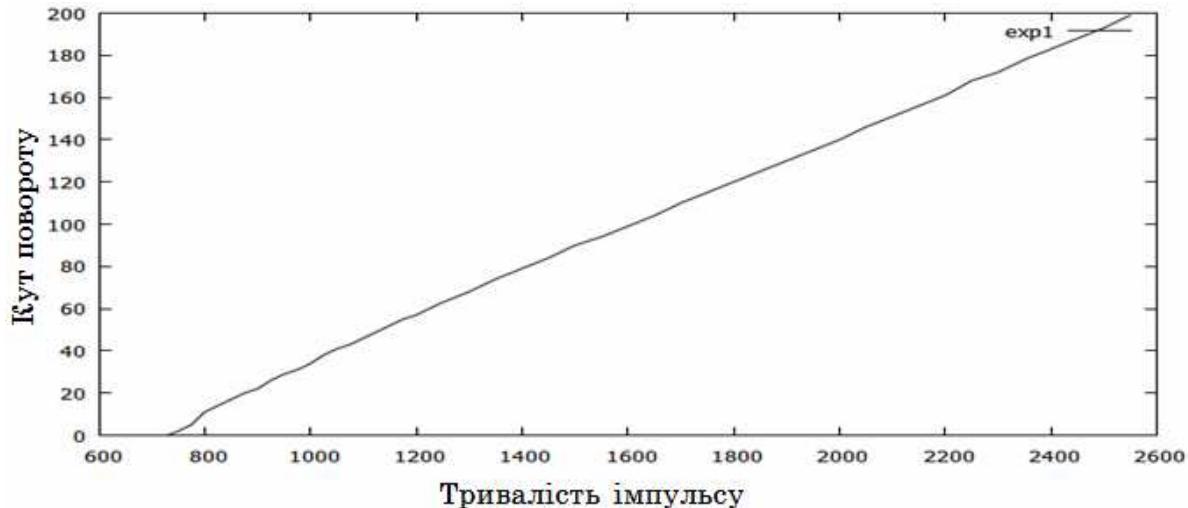


Рисунок 2 – Графік залежності кута повороту від вхідного імпульсу

### Кореляційний аналіз

Проведено кореляційний аналіз, для того щоб визначити чи буде лінійна залежність між змінними. Таким чином, це найпростіша регресійна модель, що описує залежність однієї змінної від одного фактора.

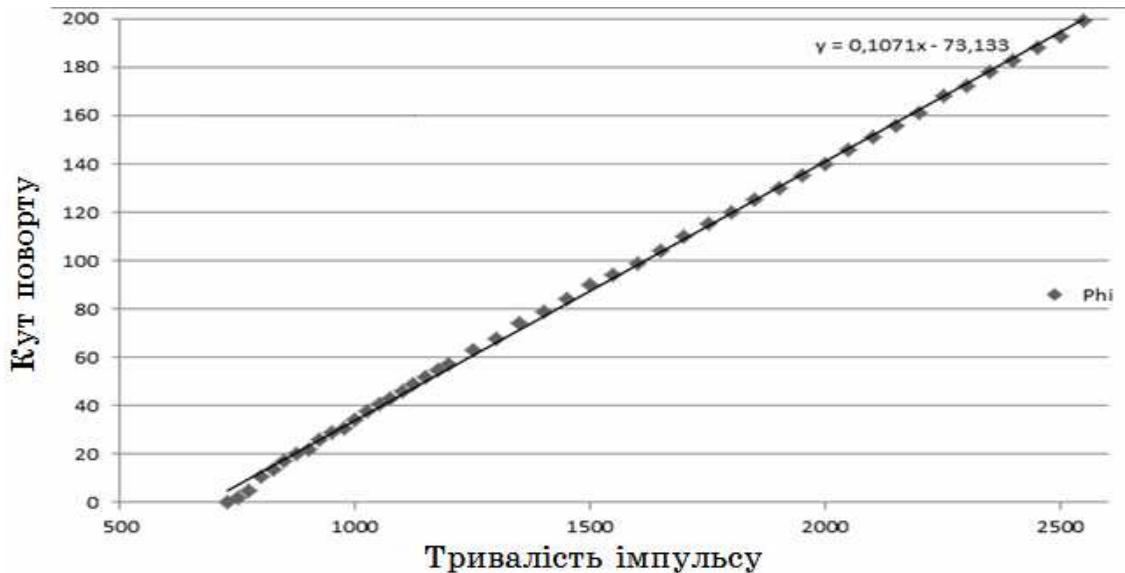


Рисунок 3- Графік кореляційного аналізу

На рисунку 3 представлена графік кореляційного аналізу, який показав, майже лінійну залежність між ширину імпульсу і кутом повороту.

### Регресійний аналіз

Було проведено регресійний аналіз для дослідження впливу тривалості імпульсу (незалежна змінна) на кут повороту (залежна змінна). Було виявлено, що коефіцієнт детермінації дорівнює 0,999 або 99,9%. Можна сказати, що розрахункові параметри моделі на 99,9% пояснюють залежність між досліджуваними параметрами, а чим вище коефіцієнт детермінації, тим якісніше модель. Так само було встановлено, що вільний член регресії дорівнює -73,133, це значення буде отримано, якщо всі змінні в даній моделі будуть рівні 0. Коефіцієнт регресії дорівнює 0,107, а це означає, що зв'язок залежною змінною з незалежною буде позитивною.

Зберемо розраховані коефіцієнти в модель:

$$\Theta = -73.13 + 0.107 \cdot T \quad (1)$$

Для оцінки адекватності моделі необхідно дослідити залишки, для цього були обчислені відхилення розрахункових значень від фактичних (рисунок 4). Модель повинна бути адекватна на всіх відрізках інтервалу зміни залежної змінної. Для оцінки адекватності були використані візуальні методи.



Рисунок 4 –Графік залишків

Для виявлення нестабільності дисперсії помилки рівняння можна побудувати графік залежності регресійних залишків від передбаченого значення залежної змінної. (рисунок 5).

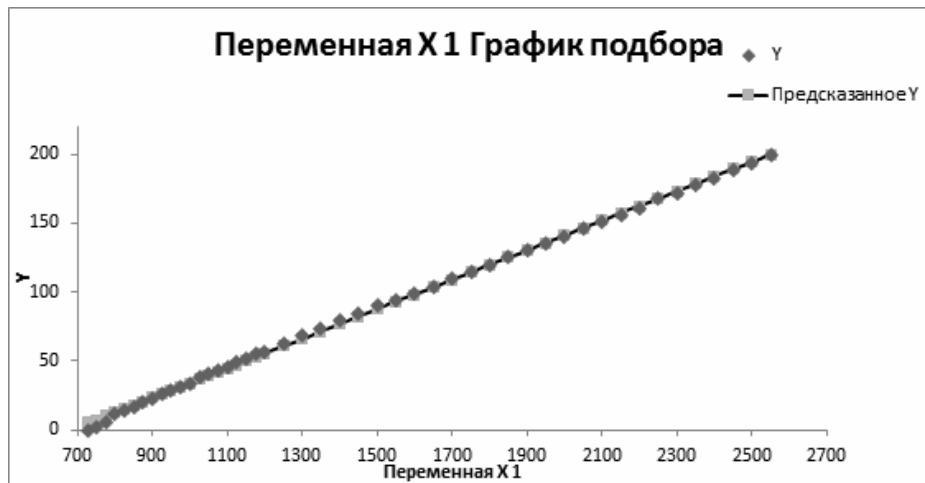


Рисунок 5 –Графік залежностей

З цього графіка видно, що залишки розкидані відносно прямої, в їх поведінці немає закономірностей. Також не можна сказати, що залишки пов'язані між собою, немає також залишків, що різко виділяються. Звідси можна зробити висновок, що модель досить адекватно описує дані.

Також було проведено дослідження щодо впливу напруги, на кут повороту сервоприводу, в ході якого були отримані наступні дані:

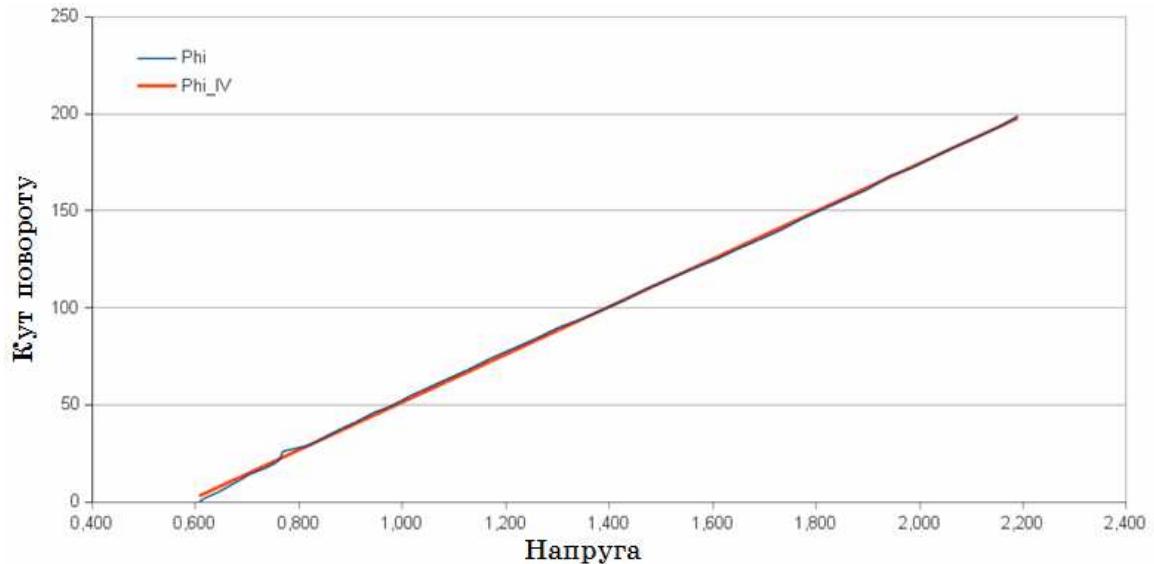


Рисунок 6 - Графік залежності кута повороту від напруги та лінійна апроксимація

На підставі отриманих даних було виявлено лінійну залежність кута повороту від напруги, що подається на вихідний вал.

### **Висновки**

Було зроблено моделювання роботи сервопривода. Досліджено залежність кута повороту вихідного валу сервоприводу від тривалості імпульсу та напруги. Проведено кореляційний та регресійний аналіз, та дана оцінка адекватності побудованій моделі. Представлені графики.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Зенкевич С.Л. Основи управління маніпуляційними роботами: підручник для вузів / С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко.-2-е изд., Испр. і доп.М. : Изд-во МГТУ ім. Н.Е. Баумана, 2004. 480 с.
2. Чемоданов Б.К. Приводы, что стежатъ. Т.2. Електричні следящие приводы / Е.С.Блейз, В.Н.Бродовскій, В.А.Введенскій і ін. / під ред. Б.К.Чемоданова. 2-е изд., Перераб. і доп. М .: МГТУ ім. Н.Е. Баумана, 2003. 878 с.

---

СОДЕРЖАНИЕ

<b>Кузнецов В.И., Евтушенко Г.Л., Вьюненко В.С., Ткаченко А.А.</b>	
Многокритериальный анализ и оптимизация технологических систем на базе методов количественного анализа решений .....	3
<b>Сарычев А.П.</b>	
Алгоритм поиска оптимального множества регрессоров в задаче векторной регрессии.....	14
<b>Шинкаренко В.И., Васецкая Т.Н.</b>	
Статистическая оценка устойчивости решения задачи ранжирования методом анализа иерархий.....	25
<b>Timoshenko S.N.</b>	
Computer modelling bath geometry to improve energy efficiency of electric ARC furnace .....	33
<b>Бабенко Ю.В.</b>	
Дослідження параметрів імітаційної моделі системи підземного конвеєрного транспорту з бункерами .....	40
<b>Бразалук Ю.В., Губин А.И., Евдокимов Д.В., Коваленко О.А.</b>	
Об одной задаче теории теплоизоляции.....	45
<b>Дорош И.А., Снегирев М.Г., Тарасов С.В.</b>	
Исследование методов расчета сил взаимодействия в магнитных системах подвеса на постоянных магнитах.....	57
<b>Миронов А.Н., Потап О.Е., Тригуб И.Г., Рыбальченко М.А.</b>	
Современные проблемы производства проката на непрерывных мелкосортных станах .....	68
<b>Астионенко И.А., Литвиненко Е.И., Хомченко А.Н.</b>	
Когнитивно-графический анализ кривых Эрмита-Кунса 5-го порядка .....	73
<b>Дмитрієва І.С., Сухойван Е.О.</b>	
Розрахунок параметрів зубчастого зачеплення та їх проектування ..	79
<b>Іващенко В.П., Тимошкин А.И.</b>	
Устройство контроля правильности функционирования асинхронных парафазных комбинационных логических блоков .....	85
<b>Іващенко В.П., Швачич Г.Г., Ткач М.О.</b>	
Особливості побудови режимів роботи комунікаційної мережі багатопроцесорної системи з розподіленою обlastю обчислень .....	90
<b>Ларионов Г.И., Ларионов Н.Г.</b>	
Оптимизация параметров желоба ленты конвейера с трехроликовыми опорами .....	102

**Баклан І.В.**

Лінвістичне моделювання часових рядів різної природи з фрактальними властивостями..... 110

**Жуковицький І.В., Скалозуб В.В.**

Питання підвищення ефективності технологічних та експлуатаційних процесів залізничного транспорту засобами інтелектуальних систем ..... 119

**Іванисенко И.Н., Кириченко Л.О., Радивилова Т.А.**

Об одном методе распределения нагрузки с учетом фрактальных свойств трафика ..... 125

**Зимогляд А.Ю., Гуда А.І.**

Особливості використання HX771 для отримання даних з тензодатчика..... 136

**Левченко Д.О., Гуда А.І.**

Виявлення залежності кута повороту сервоприводу від вхідного імпульсу ..... 141

РЕФЕРАТЫ

УДК 004.942:519.816

Кузнецов В.И., Євтушенко Г.Л., В'юненко В.С., Ткаченко А.А. **Багатокритеріальний аналіз і оптимізація технологічних систем на базі методів кількісного аналізу рішень** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.3 - 13.

Пропонується підхід до багатокритеріальної оптимізації, заснований на спільному використанні пошукових методів і методів кількісного аналізу рішень. Розглядається застосування цього підходу в двох задачах: розподіл внутрішніх енергетичних ресурсів металургійного комбінату, порівняльний аналіз технологій металургії заліза.

Бібл. 12, іл. 1, табл. 3

УДК 519.25:681.5

Саричев О.П. **Алгоритм пошуку оптимальної множини регресоров у задачі векторної регресії** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.14 - 24.

Відповідно до принципів методу групового урахування аргументів побудовано багатоетапний ітераційний алгоритм структурної ідентифікації, що дозволяє знаходити модель оптимальної складності в задачі векторної регресії в умовах структурної невизначеності.

Бібл. 14.

УДК 519.816+19.223.6

Шинкаренко В. И., Васецкая Т. Н. **Статистична оцінка стійкості рішення задачі ранжування методом аналізу ієархій** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.25 - 32.

На статистичному матеріалі матриць парних порівнянь 23 чемпіонатів України з футболу виконані експериментальні дослідження стійкості і точності ранжування методом аналізу ієархій. Виконано перетворення традиційних таблиць футбольних чемпіонатів в матриці парних порівнянь за шкалою Saatі. Видалася частина результатів, відсутні дані інтерполювані на основі усереднених оцінок з урахуванням властивості транзитивності. Встановлено, що навіть невелика кількість змінених оцінок, що поліпшують при цьому узгодженість матриць, призводить до змін ранжування третини альтернатив; до п'ятої частини відсутніх парних порівнянь можна довизначати не перевищуючи при цьому природну точність відтворюваності.

Бібл. 12, іл. 1, табл. 2.

УДК 669.187

Тімошенко С.М. **Комп'ютерне моделювання геометрії ванни з метою підвищення енергоефективності дугової сталеплавильної печі** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.33 - 39.

Представлено математичну модель процесів теплообміну випромінювання в дугової сталеплавильної печі (ДСП). Наведено результати комп'ютерного моделювання задачі мінімізації втрат тепла з водою в панелях робочого простору ДСП шляхом зміни геометричних параметрів ванни з урахуванням технологічних обмежень. Показана можливість зменшення відношення діаметра ванни до її глибини з традиційного 5 - 6 до

### **3 (104) 2016 «Системные технологии»**

---

менших величин в залежності від способу завантаження шихти (баддевий або конвеєрний) і від кількості електродів (трьох або одноелектродна піч), що дозволить знизити енергоспоживання ДСП на 2,5 – 4 %.

Бібл. 8, іл. 5.

УДК 622.647.8

**Бабенко Ю.В. Дослідження параметрів імітаційної моделі системи підземного конвеєрного транспорту з бункерами / Ю.В. Бабенко // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.40 - 44.**

В роботі проводиться дослідження впливу параметру вхідного вантажопотоку імітаційної моделі системи підземного конвеєрного транспорту з акумулюючими бункерами на деякі параметри даної системи. Завдяки цьому досліджено, що варіативність вхідного вантажопотоку впливає як на середній вихідний вантажопотік, час простою системи, а також на роботу акумулюючих бункерів.

Бібл. 4, іл. 1.

УДК 519.7

**Бразалук Ю.В., Губін О.І., Євдокимов Д.В., Коваленко О.А. Про одну задачу теорії теплоізоляції // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.45 - 56.**

Запропоновано асимптотичний алгоритм розрахунку розподілу температур та теплових потоків в неасимптотично тонких теплозахисних покриттях. Запропонований алгоритм дозволяє розраховувати температурні поля покріттів разом з аналогічними полями тіла, яке захищається, модифікуючи крайові умови для останнього, а також врахувати теплові потоки вздовж теплозахисного шару. Для розрахунку полів температур у масивному тілі, яке захищається, був використаний метод граничних елементів. Ефективність та точність запропонованого підходу були підтвердженні шляхом порівняння результатів з аналітичними розв'язками тестових задач. Запропонований підхід може бути використаний при розв'язанні проблем енергозбереження.

Бібл. 10.

УДК 004.021

**Дорош І.О., Снегірьов М.Г., Тарасов С.В. Дослідження методів розрахунку сил взаємодії в магнітних системах підвіса на постійних магнітах // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.57 - 67.**

Розглянуто деякі питання моделювання процесів магнітної взаємодії в системах магнітного підвішування на постійних магнітах. Для цього використовувалися розроблені розрахункові методики на основі методів магнітних зарядів, магнітних струмів і диполів, а також проведено порівняння з конечноелементним розрахунком в одному з пакетів аналізу магнітних систем і з отриманими експериментальними даними.

Бібл. 4.

УДК 658.52.011.56;621.771.06

**Миронов А.Н., Потап О.Е., Тригуб И.Г., Рыбальченко М.А. Современные проблемы производства проката на непрерывных мелкосортных станах // Системные технологии**

### **3 (104) 2016 «Системные технологии»**

---

гии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.68 - 72.

Основной задачей автоматизации непрерывных мелкосортных станов является настройка и поддержание рационального скоростного режима прокатки, а также минимизация потерь металла. В статье проанализированы проблемы управления скоростным режимом прокатки на непрерывных мелкосортных станах и рассмотрены существующие методы оценки уровня напряжения проката. Для разработки нового способа оценки уровня напряжения необходимо создать динамическую модель двухниточной черновой группы клетей непрерывного стана. Результаты исследования на модели позволяют решить сложную задачу регулирования скоростного режима прокатки.

Бібл. 8.

УДК 515.2 : 518.5

Астіоненко І.О., Литвиненко О.І., Хомченко А.Н. **Когнітивно-графічний аналіз кривих Ерміта-Кунса 5-го порядку** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.73 - 78.

Розглядаються криві Кунса 5-го порядку, які забезпечують неперервність функції, а також її першої та другої похідної ( $C^2$  - гладкість). Традиційно для побудови полінома Кунса складають і розв'язують систему лінійних алгебраїчних рівнянь з матрицею  $6 \times 6$ . у статті запропоновано нематричний метод конструювання кривих Кунса, який зводиться до інтегрування звичайного диференціального рівняння 2-го порядку. Отимані поліноми Кунса на двох канонічних інтервалах:  $[0,1]$  та  $[-1,1]$ . Когнітивно-графічний аналіз виявляє тісні зв'язки поліномів Кунса 5-го порядку з поліномами 2-го порядку Бернуллі та Лежандра, які визначають координати вузлів інтегрування квадратури Гаусса підвищеної точності (модифікована формула трапеції).

Бібл. 2, іл. 3.

УДК 004.94

Дмитриева И.С., Сухойван Е.А. **Расчет параметров зубчатого зацепления и их проектирование** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.79 - 84.

Работа посвящена исследованию параметров зубчатого зацепления и их проектирования. Рассмотрены эвольвентные и косозубые цилиндрические передачи и выполнено сравнение параметров зубчатых зацеплений.

Бібл. 3, іл. 3, табл. 1.

УДК 681.326.7

Іващенко В.П., Тімошкін А.І. **Пристрій для контролю за правильністю функціонування асинхронних парафазних комбінаційних логічних блоків** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.85 - 89.

Розглядаються асинхронні парафазні (двоканальні) комбінаційні логічні схеми. Ставиться проблема контролю за правильністю функціонування цих схем. Пропонується простий пристрій для контролю за правильністю функціонування даних схем.

Бібл. 2, рис. 1.

УДК 004.272.43.003.13

**Іващенко В.П. Особливості побудови режимів роботи комунікаційної мережі багатопроцесорної системи з розподіленою обчислень /В.П. Іващенко, Г.Г. Швачич, М.О. Ткач // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.90 - 101.**

Статтю присвячено висвітленню питань дослідження особливостей побудови мережевого інтерфейсу в багатопроцесорних системах з розподіленою обчислень. Система орієнтована для розв'язування широкого кола прикладних задач. Для цього запропоновано чотири типа топології комунікаційної мережі багатопроцесорної системи: "лінійку", "кільце", "зірку", "решітку". Висвітлюються особливості налаштування мережевого інтерфейсу багатопроцесорної системи для реалізації вказаних режимів роботи комунікаційної мережі.

Бібл. 8, іл. 5.

УДК 004.926.8: 622.647.2

**Ларіонов Г. І. Оптимізація параметрів жолоба стрічки конвеєра з трьохроликовими опорами / Г. І. Ларіонов, М. Г. Ларіонов // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.102 - 109.**

Отримані оптимальні проекти жолобу стрічки за мінімізації коефіцієнта її опору руху з вантажем по роликоопорам конвеєра та максимізації вантажопотоку з обмеженнями на конструктивні параметри жолоба. Математична модель опору руху стрічки з вантажем по трьохроликових опорах конвеєра зі стрічкою глибокої жолобчастості базується на теорії кочення твердих циліндрів по в'язкопружних циліндрових пластинах з урахуванням жорсткості згину стрічки і деформації вантажу. Оптимальні проекти жолоба отримані з використанням методу Розенброка. Наведено області розподілу глобальних екстремумів критеріїв.

Бібл. 10, іл. 4, табл. 5.

УДК 506+510

**Баклан И.В. Лингвистическое моделирование временных рядов разной природы с фрактальными свойствами // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.110 - 118.**

Статья посвящена особенностям строения лингвистических моделей временных рядов различной природы, которые имеют фрактальные свойства. Приведены определения вероятностных грамматик, которые являются частью лингвистических моделей временных рядов, этапы построения лингвистической модели. Приводятся результаты численных экспериментов лингвистического моделирования различных фрактальных последовательностей, таких как броуновское движение и классические фракталы.

Бібл.9, іл.8, табл.2.

УДК 656.212.5:681.3

**Жуковицький І.В., Скалоуб В.В. Питання підвищення ефективності технологічних та експлуатаційних процесів залізничного транспорту засобами інтелектуальних систем // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.119 - 124.**

### **3 (104) 2016 «Системные технологии»**

---

В статті викладений огляд ряду методів інтелектуальних систем, що можуть бути використані в системах управління на залізничному транспорті, в розробці і впровадженні яких автори брали безпосередню участь.

Бібл. 6.

УДК 519.2:004.7

Іванісенко І.М., Кіріченко Л.О., Радівілова Т.А. **Про один метод розподілу навантаження з урахуванням фрактальних властивостей трафіку** // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.125 - 135.

В роботі запропонована математична модель системи балансування навантаження і динамічний метод розподілу навантаження, який враховує мультифрактальні властивості трафіку. Запропонований метод завдяки аналізу та обліку мультифрактальних властивостей вхідного потоку забезпечує статистично рівномірний розподіл навантаження на серверах, зниження часу відгуку і кількості втрачених даних.

Бібл.9 , рис.2.

УДК 004.681.2.08

Зимоляд А.Ю. **Особенности использования HX771 для получения данных с тензодатчика** / Зимоляд А.Ю., Гуда А.И. // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.136 - 140.

Экспериментально исследованы получения данных тензометрического датчика с помощью специализированной микросхемы HX771. Получены результаты по точности и линейности системы измерения. Рассмотрены реакцию системы с тензодатчиком на динамику падения 3 различных физических объектов, которые имели различные механические свойства.

Бібл.2.

УДК 004:681.587

Левченко Д.А. **Выявление зависимости угла поворота сервопривода от входного импульса** / Левченко Д.А., Гуда А.И. // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 3 (104). - Днепропетровск, 2016. - с.141 - 146.

Рассматривается работа сервопривода манипулятора. Для визуализации полученных данных были построены графики. Проведен анализ этих данных, на основании которого были обнаруженные линейные зависимости. Это позволяет более точно задавать угол поворота. Показана возможность использования выход обратной связи для определения угла поворота выходного вала сервопривода.

Бібл.2, ил.6.

UDC 004.942:519.816

Kuznetsov V.I., Yevtushenko G.L., Vytenko V.S., Tkachenko A.A. **Multiple-criteria decision analysis and optimization of technological systems based on quantitative decision analysis methods** // System technologies. N 3(104) - Dniproproetrovsk, 2016.- P.3 - 13.

The approach to the multiple-criteria optimization based on the combined use of searching optimal solutions and quantitative decision analysis methods is proposed. There are considered application of the approach to the following issues: recyclable energy resources allocation at metallurgical plant, comparative analysis of iron metallurgy technologies.

Ref. 12, fig. 1, Tab. 3.

UDC 519.25:681.5

Sarychev A.P. **Algorithm of search of optimal regressors set in a task of vector regression** // System technologies. N 3(104) - Dniproproetrovsk, 2016.- P.14 - 24.

According to principles of the Group Method of Data Handling, it is constructed multistep iterative algorithm of the structural identification, allowing to find model of optimal complexity in a task of vector regression in conditions of structural uncertainty.

Bibl. 14.

UDC 519.816+19.223.6

Shynkarenko V. I., Vasetska T. M. **Statistical evaluation of the stability of the solution of problem ranking using analytic hierarchy process** // System technologies. N 3(104) - Dniproproetrovsk, 2016.- P.25 - 32.

Experimental studies of the stability and accuracy of the ranking using analytic hierarchy process researches on the statistical data of 23 football championships of the Ukraine. Traditional table of football championships was converted to the matrix of pairwise comparisons on a scale of Saaty. Part of the results have been removed, the missing data is interpolated based on average estimates based on the transitive property. It was found that even a small amount of revised estimates, which improve the matrix consistency, results in changes in the ranking the third of alternatives; up to the fifth of the missing pair comparisons can be redefined without exceeding the natural precision of reproducibility.

Refs. 12, figs. 1, tabl. 2.

UDC 669.187

Timoshenko S.N. **Computer modeling bath geometry to improve energy efficiency of electric arc furnace** // System technologies. N 3(104) - Dniproproetrovsk, 2016.- P.33 - 39.

The paper presents a mathematical model of heat transfer by radiation in electric arc furnace (EAF). The results of computer simulation to minimize radiation heat losses in the EAF water-cooled panels by varying the geometric parameters of the liquid bath with account of technological restrictions are presented. Shown a possibility of reducing the ratio of bath diameter to its depth from traditional 5 – 6 to smaller compromise values depending on the method of scrap charging (buckets or conveyor) and on the number of electrodes (three electrode AC or single electrode DC EAF), which will reduce the energy consumption in the EAF by 2.5 – 4 %.

Ref. 8, ill. 5.

UDK 622.647.8

Babenko Yu. **Investigation of parameters of the simulation model of underground conveyer transport system with hoppers**/ Yu.Babenko // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.40 - 44.

This paper studies the influence of parameters incoming cargotrafficin simulation model of anunderground conveyert ransport system with accumulative hoppers on some parameter softhe system. This allows to investigate that incomin gcgatotrafficvariabilityaffectsbothon the avera geout coming cargo volume, system down time, and on work of accumulative hoppers.

Refs.4, ill. 1.

UDK 519.7

Brzaluk Iu.V., Gubin O.I., Yevdokymov D.V., Kovalenko O.A. **On one problem of thermal insulation theory** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.45 - 56.

An asymptotic algorithm for calculations of temperature distributions and thermal fluxes in non-asymptotically thin thermal protective covering is proposed. The proposed algorithm gives an opportunity to calculate of temperature fields of coverings together with similar fields of the protected body, modifying boundary conditions for last one, and also it gives an opportunity to take into account the thermal fluxes along thermal insulation layer. Boundary element method is used for calculation of temperature fields in the massive protected body. An effectiveness and accuracy of the proposed approach is confirmed by comparison of the obtained results with analytical solutions of the test problem. The proposed approach can be applied for solution of problem of energy saving.

Ref. 10.

UDK 004.021

Dorosh I.O., Snegirev M.G., Tarasov S.V. **Research of methods of calculation off or cesofintera ctionin magnetic systems of a suspension on permanent magnets** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.57 - 67.

Some questions of modeling of processes of magnetic interaction in systems of magnetic suspension on permanent magnets are considered. The developed settlement techniques on the basis of methods of magnetic charges, magnetic currents and dipoles were for this purpose used, and also comparison with finite element method in one of packages of the analysis of magnetic systems and with the obtained experimental data is made.

Ref. 4.

UDC 658.52.011.56; 621.771.06

Mironov A.N., Potap O.E., Trigub I.G., Rybal'chenko M.A. **Current problems in the production of steel by continuous light-section mill** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.68 - 72.

The main task of the automation of continuous small-section mill is to set up and maintaining a rational high-speed mode of rolling, as well as the minimization of metal losses. The article analyzes the problems of management of high-speed rolling mode on continuous small-section mills and reviewed the existing methods of valuation rolling tension level. To develop a new method of assessing the level of tension is necessary to create a dynamic model of the two-strand roughing mill continuous mill. The results of the modelling allow to meet the challenge of speeding control rolling.

Ref. 8.

UDC 515.2:518.5

Astionenko I.O., Litvinenko O.I., Khomchenko A.N. **Cognitive-Graphical Analysis of Hermite-Coons Curves of the 5th Order** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.73 - 78.

The Coons curves of the 5th order, which assure the continuity of the function as well as the continuity of the first and the second derivative ( $C_2$  - smoothness) are considered. Usually one composes and solves the system of linear algebraic equations with matrix  $6 \times 6$  to build Coons polynomial. The none-matrix method of building Coons curves which comes down to integration of a simple differential equation of the 2nd order is offered. Coons polynomials on two canonical intervals:  $[0,1]$  and  $[-1,1]$  are received. Cognitive-graphical analysis reveals close links between Coons polynomials of the 5th order and the Bernoulli and Legendre polynomials of the 2nd order, which estimate the coordinates of computed nodes of Gauss quadrature of improved accuracy (modified formula of trapeziums).

Ref. 2.

УДК 004.94

Dmitrieva I.S., Suhoyivan E.A. **Calculation of the parameters and tooth design** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.79 - 84.

Paper is devoted to the study of gearing parameters and their design. Considered involute and helical transmission, and a comparison of parameters of gearing.

Бібл. 3, іл. 3, табл. 1.

UDK 681.326.7

Ivashchenko V.P., Timoshkin A.I. **A device of the automatic check of the correctness functioning of the asynchronous dual-link combinational logical units** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.85 - 89.

Asynchronous dual-link combinational logical circuits are considered. The problem of the automatic check of the correctness functioning of these circuits is raised. A simple device of the automatic check of the correctness functioning of these circuits is proposed.

Bibl. 2, ill. 1.

UDC 004.272.43.003.13

Ivaschenko V.P. **Specifics of the work model construction for the communication net of multiprocessor system with shared calculating zone** / V.P. Ivaschenko, G.G. Shvachych, M.A. Tkch // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.90 - 101.

The article is devoted to the questions of researching the construction specifics of net interface in the multiprocessor system with shared calculating zone. The system is directed for using in solving the wide range of application problems. The four types of multiprocessor system topology are offered by authors for that: the "ruler", the "ring", the "star" and the "grid". The specifics of tuning the net interface of the multiprocessor system for the pointed work modes of the communication system net are reported.

Bibl. 8, ill. 5.

UDK 004.926.8: 622.647.2

Larionov G. I. **Optimization of conveyor belt chutes parameters with three roller supports** / G. Larionov, N. Larionov // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.102 - 109.

The optimal projects ribbon trough while minimizing drag coefficient movement of ribbon with the load on the conveyor roller carriages and maximize traffic with restrictions on the design parameters. A mathematical model of resistance to movement of ribbon with a load on the three pillars of the roller conveyor with deep grooved ribbon is based on the theory of rolling cylinders for viscoelastic solid cylindrical plates considering bending stiffness ribbon and deformation load. Optimal chute projects prepared using the method of Rosenbrock and sensing range of parameters. Presents the distribution of global extrema criteria

Bibl. 10, ill.4, tabl. 5.

UDK 506+510

**Baklan I.V. Linguistic modeling of time series of different nature with fractal properties** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.110 - 118.

The article is devoted to the peculiarities of building linguistic models of time series of different nature that have fractal properties. We give a definition of probabilistic grammars, which are part of the linguistic models of time series, stages of building a linguistic model. Results of numerical experiments simulating various linguistic fractal sequences, such as Brownian motion and classical fractals.

Bibl.9, ill.8, tabl.2.

UDC 656.212.5:681.3

**Zhukovys'kyy I., Skalozub V. Questions of increase of efficiency of technological and operational processes of rail transport by means of intelligent systems** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.119 - 124.

The article describes an overview of a number of intelligent systems techniques that can be used in control systems in railway transport, the development and implementation of which the authors were directly involved.

Bibl.6.

UDC 519.2:004.7

**Ivanisenko I.M., Kirichenko L.O., Radivilova T.A. A method of load balancing traffic based on fractal properties** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.125 - 135.

The work presents a mathematical model of load balancing system. The dynamic load balancing method, which takes into account the multifractal properties of traffic is proposed. The proposed method provides a statistically uniform distribution of the load on the servers, reducing of response time and lost data.

Ref.9, fig.2.

UDC 004.681.2.08

**Zimoglyad A.Yu. Features of HX77 usage to retrieve data from strain gauges / Zimoglyad A.Yu., Guda A.I.** // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.136 - 140.

Experimentally investigated data acquisition gage sensor using a specialized chip HX771. The results regarding accuracy and linearity of the measurement system was received. The system reaction with load cells for dynamic drop 3 different physical objects that have different mechanical properties was investigated.

Ref.2.

UDC 004:681.587

**Levchenko D.O. Identification the angle of rotation of the servo depending on the input pulse / Levchenko D.O., Guda A.I. // System technologies. N 3(104) - Dnipropetrovsk, 2016.- P.141 - 146.**

We consider the work of the servo arm. Charts were constructed for the visualization of the data. The analysis of these data on the basis of which were detected linear dependence. This allows you to more accurately define the angle of rotation. The possibility of using the feedback output to determine the angle of rotation of the output shaft of the actuator.

Bibl.2, il.6.

## АВТОРЫ ВЫПУСКА

**Кузнецов Владимир Иванович** - к.т.н., с.н.с., доцент кафедры информационных технологий и систем НМетАУ.

**Евтушенко Галина Львовна** - к.т.н., ассистент кафедры информационных технологий и систем НМетАУ.

**Выюненко Владимир Сергеевич** - студент кафедры информационных технологий и систем НМетАУ.

**Ткаченко Андрей Анатолиевич** - студент кафедры информационных технологий и систем НМетАУ.

**Сарычев Александр Павлович** – д.т.н., старший научный сотрудник, Институт технической механики НАН Украины и ГКА Украины.

**Шинкаренко Виктор Иванович** – д.т.н., профессор, зав.кафедрой «Компьютерные информационные технологии» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта им. академика В. Лазаряна.

**Васецкая Татьяна Николаевна** - ассистент кафедры «Компьютерные информационные технологии» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта им. академика В. Лазаряна.

**Тімошенко Сергій Миколайович** - докторант Донецького національного технічного університету, м. Красноармійськ, Україна.

**Бабенко Юлия Васильевна** – асистент кафедры информационных технологий и систем, Национальная metallurgicalская академия Украины.

**Бразалук Юлія Володимирівна** – к.фіз.-мат.н., ст.науковий співробітник НДЛ моделювання процесів механіки рідини і газу та тепломасообміну, Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Губін Олександр Ігорович** – к.т.н., доцент, доцент кафедри аерогідромеханіки та енергомасопереносу, Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Євдокимов Дмитро Васильович** - завідувач НДЛ моделювання процесів механіки рідини і газу та тепломасообміну, Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара.

**Коваленко Олег Анатолійович** - інженер, аспірант, Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля».

**Тарасов Сергей Васильевич** - к.т.н., ст. научный сотрудник, зав. отдела №3 Института транспортных систем и технологий НАН Украины «Трансмаг».

**Снегирев Максим Георгиевич** - к. физ.-мат. н., ст. научный сотрудник отдела № 3 Института транспортных систем и технологий НАН Украины «Трансмаг».

**Дорош Игорь Александрович** - мл. научный сотрудник отдела № 3 Института транспортных систем и технологий НАН Украины «Трансмаг».

**Миронов А.Н.** - аспирант НМетАУ.

**Потап О. Е.** - к.т.н., проф. НМетАУ.

**Тригуб И. Г.** - к.т.н., доц. каф. НМетАУ.

**Рыбальченко М.А.** - ассистент каф. АПП НМетАУ.

**Хомченко Анатолий Никифорович** – д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и высшей математики Черноморского государственного университета им. П. Могилы (г. Николаев).

**Литвиненко Елена Ивановна** – к.т.н., доцент кафедры высшей математики и математического моделирования Херсонского национального технического университета.

**Астионенко Игорь Александрович** – к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики и математического моделирования Херсонского национального технического университета.

**Дмитрієва І.С.** - к.т.н., доц., Національна металургійна академія України.

**Сухойван Е.О.** – магістр, Національна металургійна академія України.

**Іващенко Валерий Петрович** – д.т.н., професор, перший проректор, Національна металургійна академія України.

**Тимошкін Андрей Іванович** – к.ф.-м.н., доцент, кафедра прикладной математики и вычислительной техники, Национальная металлургическая академия Украины.

**Швачич Г.Г.** - д.т.н., професор, НМетАУ.

**Ткач М.О.** - Национальная металлургическая академия Украины.

**Ларіонов Григорій Іванович** - д.т.н., ст. научн. сотрудник, Інститутгеотехніческоїмеханікиим. Н.С. Полякова НАН України.

**Ларіонов Николай Григорьевич** - к.т.н., мл.научн. сотрудник, Інститут геотехническої механіки им. Н.С. Полякова НАН України.

**Баклан Ігор Всеволодович** - к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизованих систем обробки інформації і управління Національного технічного університета України «Київський політехнічний інститут».

**Жуковицький Ігор Володимирович** - д.т.н., професор, завідувач кафедри ЕОМ. Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна.

**Скалозуб Владислав Васильович** - д.т.н., професор, декан факультету технічної кібернетики. Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна.

**Іванисенко Ігорь Николаевич** – аспирант кафедры прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники.

**Кириченко Людмила Олеговна** – д.т.н., профессор кафедры прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники.

**Радивилова Тамара Анатольевна** – к.т.н, доцент кафедры телекоммуникационных систем Харьковского национального университета радиоэлектроники.

**Гуда Антон Игоревич** - к.т.н., доцент кафедры информационных технологий и систем НМетАУ.

**Зимогляд Андрій Юрійович** – аспірант, каф ITC НМетАУ.

**Левченко Дмитро Олександрович** – аспірант, каф ITC НМетАУ.