

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ГРУППЫ ТЕЛ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

*Аннотация. В работе представлены результаты исследования влияния взаимного расположения двух цилиндров и сфер на их аэродинамические характеристики и картину течения при обтекании группы потоком вязкой несжимаемой жидкости.*

*Целью данной работы является исследование взаимного влияния двух тел в потоке вязкой несжимаемой жидкости и преобразование структуры течения при изменении положения тел в группе относительно набегающего потока, а также влияние взаимного расположения тел в группе на нестационарные и осредненные по времени аэродинамические характеристики.*

*В качестве модельных рассматривались группы, состоящие из двух круговых цилиндров и двух сфер одинакового диаметра.*

*Математическое моделирование проводилось с помощью численного решения уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости. Для верификации выбранной методики осуществлялось моделирование обтекания единичного цилиндра и сферы при различных числах Рейнольдса. Проанализированы особенности, проведена классификация и сравнение картин течения при обтекании группы цилиндров и сфер.*

*Ключевые слова: Математическое моделирование, уравнения Навье-Стокса, обтекание двух цилиндров, обтекание двух сфер.*

**Введение. Анализ исследований и публикаций.** Известно, что наличие возле тела в потоке другого тела либо твердой стенки может в значительной степени изменить как общую картину течения, так и аэродинамические характеристики отдельно взятых тел. Подобные явления взаимного влияния тел достаточно широко распространены в современной технике: в архитектуре – это взаимное влияние близкорасположенных высотных зданий, взаимное влияние элементов конструкции вантовых мостов, в авиации – это взаимное влияние самолетов при выполнении совместных сложных фигур пилотажа и при дозаправке в полете, уменьшение лобового сопротивления при движении группой часто используется в спорте, например при движении команды велогонщиков, а также уменьшение лобового сопротивления при движении группой используется при грузоперевозках (platooning). Это позволяет значительно сократить количество необходимого топлива при перевозках с помощью авто-

мобильных поездов. По оценкам, приведенным в [37] экономия составляет для первого автопоезда порядка 4.5%, а для следующего порядка 10% топлива. Это стало возможным благодаря развитию методов исследования обтекания тел, а также развитию средств контроля и управления транспортными средствами.

Взаимное влияние тел в потоке может быть как положительным (уменьшение лобового сопротивления), так и отрицательным: изменяется частота отрыва вихрей, что может привести к разрушению конструкции из-за возникновения неучитенных при проектировании резонансных явлений [21].

Первые работы, посвященные взаимодействию вихрей в потоке за несколькими телами, появились в начале 20-го века. Эти исследования в основном касались сил, действующих на элементы конструкций, находящихся в непосредственной близости, как, например, в [9]. В этой работе авторы использовали исследования в аэродинамической трубе для измерения сопротивления обтекаемых и круглых стоек в различных конфигурациях, включая тандемные расположения. Авторы обнаружили, что сопротивление этих тел при обтекании как группа будет всегда меньше, чем сумма сопротивлений тех же тел, которые тестировались отдельно. Кроме того, в представленных результатах была определена одна из важнейших особенностей обтекания круговых цилиндров: при тандемном расположении происходит резкое изменение величины аэродинамических сил при постепенном изменении расстояния между цилиндрами по потоку от 3 до 4 диаметров цилиндра.

В работе [32] приведены результаты исследования изменения общей картины течения и формы взаимодействия вихрей за тандемно расположенными круговыми цилиндрами.

В дальнейшем, экспериментальные исследования обтекания группы, состоящей из двух цилиндров, были направлены на классификацию картин течений в зависимости от положения группы в потоке, расстояния между цилиндрами и числа Рейнольдса [22, 23, 35, 36]. Достаточно полная идентификация и классификация картин течений выполнена в работе [31]. Авторы выделили девять различных картин течения, которые в дальнейшем были детально проанализированы. Наблюдались следующие явления: повторное присоединение пограничного слоя, вынужденный отрыв потока, парный отрыв вихрей, их синхронизация и взаимодействие. В дальнейшем работа [31] была расширена и дополнена в работе [32]. Классификация и идентификация картин течений является важной задачей современной аэрогидродинамики и ведется до сих пор, например [22].

Значительно меньше работ посвящено исследованию обтекания групп сфер. При обтекании одиночной сферы выделяют несколько характерных картин течения [3,5,7,8,18,19,27]: стационарное осесимметричное обтекание (для чисел Рейнольдса  $Re < 210$ ), нестационарное обтекание с симметрией относительно плоскости (для  $Re$  от 210 до 450), нестационарный асимметричный режим (для чисел  $Re > 450$ ). При значениях чисел Рейнольдса не превышающих 210 за сферой формируется одиночная стационарная спутная струя. Дальнейшее увеличение числа Рейнольдса приводит к тому, что формируется двойная спутная струя. При превышении значения числа Рейнольдса 270 эта струя становится неустойчивой [5,27] и след состоит из последовательных взаимосвязанных вихревых петель (шпилькообразные вихри), симметричных относительно плоскости. При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса течение становится более сложным, асимметричным и происходит переход к турбулентному течению при числе Рейнольдса, превышающем 1000 [5,27].

Исследования, посвященные классификации картин течений вокруг групп сфер на данный момент выполняются в основном с помощью математического моделирования. В работах [27, 28, 29] проведено моделирование обтекания сфер при положении сторона к стороне. В работе [34] выполнена классификация типичных картин обтекания двух сфер при числе  $Re=300$  и различных положениях сфер относительно потока. Авторы [34] описывают девять типичных картин течения по аналогии с картинками обтекания двух цилиндров.

**Цель исследования и постановка задачи.** Целью данной работы является исследование взаимного влияния двух тел в потоке вязкой несжимаемой жидкости и преобразование структуры течения при изменении положения тел в группе относительно набегающего потока, а также влияние взаимного расположения тел в группе на нестационарные и осредненные по времени аэродинамические характеристики.

В качестве модельных рассматривались группы, состоящие из двух круговых цилиндров и двух сфер одинакового диаметра. На рис. 1 показана схема модельного эксперимента.

При моделировании обтекания группы цилиндров параметры набегающего потока соответствовали течению вокруг одиночного цилиндра при числах Рейнольдса 80 и  $1.66 \cdot 10^5$ . При моделировании обтекания группы сфер параметры набегающего потока соответствовали течению вокруг одиночной сферы при числе Рейнольдса 750.

Математическое моделирование проводилось с помощью численного решения уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости. В консервативной форме уравнения Навье-Стокса можно записать в виде [6,12,17]:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V} \cdot \vec{V}) = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \cdot \nabla^2 \vec{V} - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau^R, \tag{2}$$

где  $\vec{V}$  - вектор скорости,  $p$  - давление,  $\nu$  - динамическая вязкость,  $\rho$  - плотность жидкости,  $\tau^R$  - тензор напряжений Рейнольдса.

Для моделирования обтекания группы цилиндров при числе Рейнольдса  $1.66 \cdot 10^5$  использовалась модель турбулентности  $k-\omega$  SST [25].

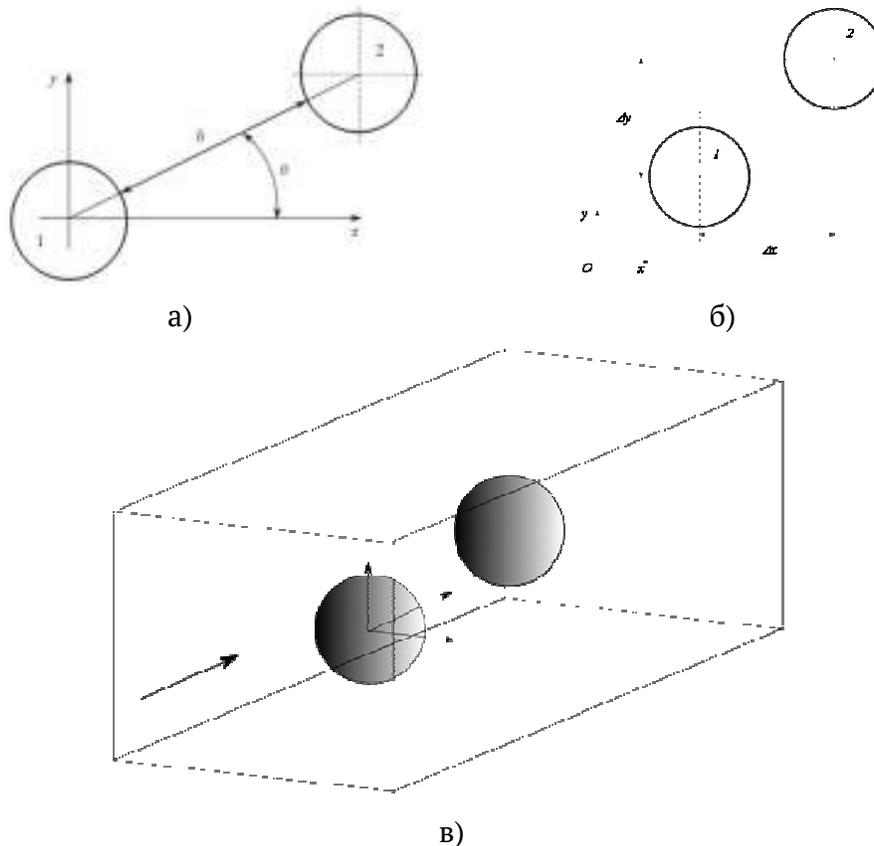


Рисунок 1 – Схематическое изображение модельного эксперимента для обтекания двух цилиндров (а) и двух сфер (б,в)

К системе уравнений (1-2) добавляется уравнение для турбулентной кинетической энергии и уравнение для скорости диссипации. Турбулентная кинематическая вязкость вычисляется как:

$$v_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3)$$

Турбулентная кинетическая энергия описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_k v_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

Уравнение для скорости диссипации:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_\omega v_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_\omega \omega^2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (5)$$

Соответствующие зависимости определяются как:

$$F_2 = \tanh \left[ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad (6)$$

$$P_k = \min \left( \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k \omega \right) \quad (7)$$

$$F_1 = \tanh \left\{ \left[ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_\omega \omega^2 k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right]^4 \right\} \quad (8)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_\omega \omega^2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right) \quad (9)$$

$$\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1) \quad (10)$$

Для получения дискретных аналогов уравнений Навье-Стокса (1)-(2) использовался метод контрольных объемов. Особенностью уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости является отсутствие давления в уравнении неразрывности (1), что приводит к необходимости введения дополнительных численных процедур, связывающих поля скорости и давления. На данный момент для взаимной коррекции полей давления и скорости разработано несколько методов [12, 13, 17, 27, 33]. Для моделирования нестационарных процессов и согласования полей давления и скорости использовался метод PIMPLE. Моделирование проводилось с помощью вычислительной платформы OpenFOAM [15,16,24,26].

**Моделирование обтекания группы цилиндров.** Для верификации выбранной методики проводилось моделирование обтекания кругового цилиндра при  $Re = 80$  и  $1.66 \cdot 10^5$ . Полученные результаты хорошо согласуются с известными данными [8, 11, 31].

Математическое моделирование обтекания группы проводилось при значениях угла поворота группы  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  и значениях зазора между цилиндрами  $h=0.2D, 0.4D, 0.6D, 0.8D, 1.0D, 2.0D, 3.0D, 4.0D, 5.0D$ . В качестве характерного размера выбирался диаметр одиночного цилиндра. На основании полученных распределений по времени коэффициентов лобового сопротивления и подъемной силы определялись основные числа Струхала (частоты), амплитуды колебаний коэффициентов  $C_x, C_y$  как отдельных цилиндров, так и цилиндров как единой системы тел. По изменению амплитуд колебаний  $C_x$  и  $C_y$  определялось, происходит ли отрыв вихрей в фазе или в противофазе [11,20]. Было обнаружено восемь характерных картин обтекания (режимов) группы из двух цилиндров при  $Re = 80$  (рис. 2). Режимы 1 и 2 – стационарные. При режиме 1, коэффициент лобового сопротивления  $C_{x2} < 0$ , а для режима 2  $C_{x2} > 0$ . Режимы 3-8 – нестационарные. Режим 8 – аperiodические изменения  $C_x, C_y$ . Режимы 3 – 7 являются периодическими, характеризуются разными величинами коэффициентов  $C_x, C_y$ , а также тем, происходят колебания  $C_x, C_y$  в фазе или противофазе.

Наиболее значительные изменения картины течения и аэродинамических характеристик происходят при тандемном расположении (рис. 3, 4) и при увеличении расстояния между центрами цилиндров от трех до четырех диаметров и при расположении сторона к стороне при увеличении расстояния между центрами цилиндров больше трех диаметров. Моделирование обтекания группы цилиндров турбулентным потоком проходило при тандемном расположении и расположении сторона к стороне при  $1.435D$  и  $3.7D$ .

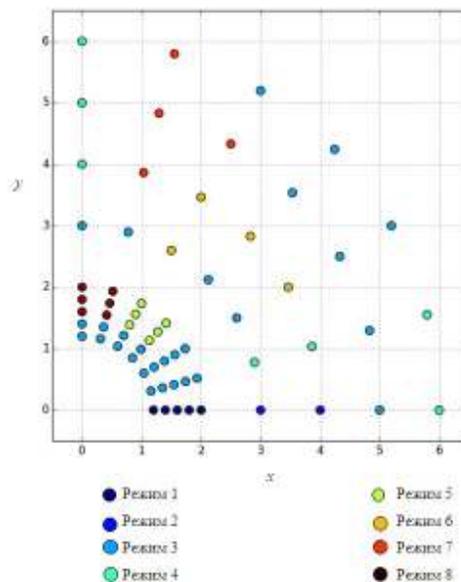


Рисунок 2 - Режимы обтекания системы двух цилиндров

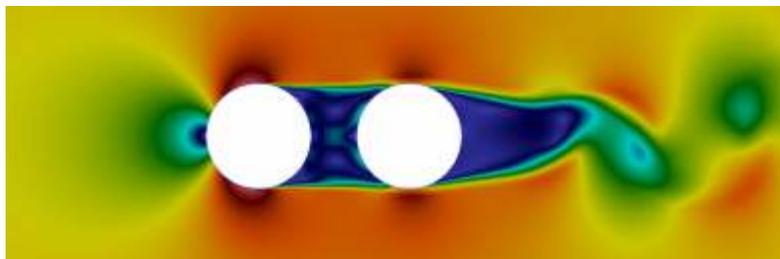


Рисунок 3 - Мгновенное распределение скорости. Расстояние между центрами  $1.435D$ ,  $Re = 1.66 \cdot 10^5$

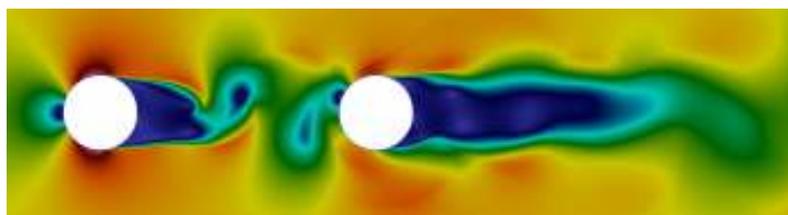


Рисунок 4 - Мгновенное распределение скорости. Расстояние между центрами  $3.7D$ ,  $Re = 1.66 \cdot 10^5$

**Моделирование обтекания группы сфер.** Обтекание сферы является одной из фундаментальных задач современной вычислительной механики жидкости и газа [1, 2, 4, 8, 10, 14]. Для верификации методики моделирования проводилось математическое моделирование обтекания одиночной сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости при числах Рейнольдса  $100, 150, 300, 450, 600, 750, 900$ . Результаты моделирования хорошо совпадают с известными данными.

Математическое моделирование обтекания группы, состоящей из двух сфер, выполнено для чисел Рейнольдса  $750$  при  $\Delta x=0.0, 1.0, 2.0, 3.0$  и  $\Delta y=0.0, 1.0, 2.0, 3.0$ , где  $\Delta x$  и  $\Delta y$  – расстояния между центрами сфер в плоскости  $xOy$  (рис. 5). В табл. 1 и 2 приведены полученные коэффициенты лобового сопротивления для первой и второй сфер в группе. Для единичной сферы коэффициент лобового сопротивления равен  $C_x=0.527$ .

При тандемном расположении сфер и расстоянии между центрами  $\Delta x=2.0$  коэффициент лобового сопротивления для первой сферы превышает аналогичный коэффициент для одиночной. Коэффициент лобового сопротивления второй сферы отрицателен, что указывает на возникновение циркуляционного течения между ними.

Таблица 1

Коэффициент лобового сопротивления первой сферы

$\Delta y$	$\Delta x$			
	0.0	1.0	2.0	3.0
0.0	-	-	0.605	0.508
1.0	-	0.773	0.568	0.592
2.0	0.602	0.584	0.578	0.589
3.0	0.551	0.624	0.552	0.576

Таблица 2

Коэффициент лобового сопротивления второй сферы

$\Delta y$	$\Delta x$			
	0.0	1.0	2.0	3.0
0.0	-	-	-0.154	0.337
1.0	-	0.482	0.496	0.538
2.0	0.598	0.577	0.554	0.585
3.0	0.551	0.552	0.542	0.525

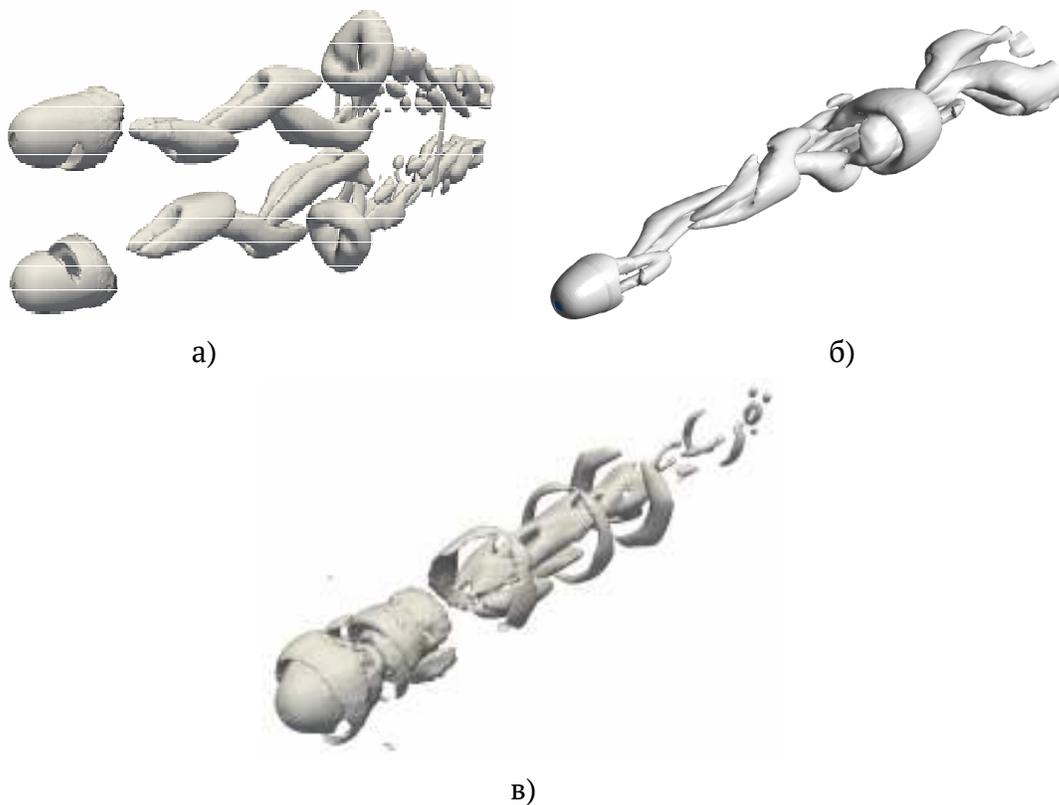


Рисунок 5 – Изоповерхности второго инварианта  $Q=0.001$  тензора градиента скорости,  $Re=750$ , одиночная сфера (а), две сферы при  $\Delta x=0.0$ ,  $\Delta y=3.0$  (б) и две сферы при  $\Delta x=2.0$ ,  $\Delta y=0.0$  (в)

При увеличении расстояния между сферами происходит перестройка течения и коэффициент лобового сопротивления первой сферы уменьшается (табл. 1), а второй становится положительным (табл. 2).

При обтекании одиночной сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости при числе Рейнольдса 750 симметрии в вихревом следе не наблюдается. Для всех расчетных случаев обтекания двух сфер происходит восстановление симметрии вихревых структур относительно плоскости  $xOy$  (рис. 5) кроме случая тандемного расположения сфер. В случае тандемного расположения сфер (рис. 5.в), реализуется отрыв петлевидных вихревых структур как при обтекании одиночной сферы.

**Выводы.** В работе приведены результаты математического моделирования обтекания группы из двух цилиндров и группы из двух сфер потоком вязкой несжимаемой жидкости в случае их различного положения в потоке. Для каждого рассмотренного случая положения группы относительно потока получены нестационарные и осредненные аэродинамические характеристики цилиндров и сфер в группе, а также проанализированы соответствующие картины течения.

В зависимости от положения группы тел относительно потока средний коэффициент лобового сопротивления цилиндров и сфер в группе может быть как меньше, так и больше чем коэффициент лобового сопротивления одиночного тела при тех же параметрах набегающего потока.

При тандемном расположении второй цилиндр оказывает стабилизирующее действие и при уменьшении зазора менее трех диаметров течение становится стационарным.

Для всех расчетных случаев обтекания двух сфер наблюдается восстановление симметрии вихревых структур относительно плоскости  $xOy$ . В случае тандемного расположения сфер, реализуется отрыв петлевидных вихревых структур как при обтекании одиночной сферы.

Исследования проводились при поддержке Гранта на выполнение научно-исследовательской работы молодых ученых Национальной академии наук Украины «Дослідження взаємного впливу двох тіл в потоці нестисливої в'язкої рідини» (№ гос. регистрации 016U003698).

#### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURE

1. Андерсон, Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен [Текст]/ Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. – М.: Мир, 1990. – Т. 1. – 392 с. – Т. 2. – 336 с.

2. Богачев, К.Ю. Основы параллельного программирования [Текст] / К.Ю.Богачев // М: Бином. – 2003. – 342с.
3. Вовк, І.В. Обтікання сфери в'язкою нестисливою рідиною [Текст]/ І.В.Вовк В.С.Малюга // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка – К., 2013.- №3. -С. 102-105. – (Серія: «фізико-математичні науки»).
4. Волков, К.Н. Вычислительная технологии в задачах механики жидкости и газа [Текст]/ К.Н. Волков, В.Н. Емельянов – М.: Физматлит, 2012. – 468 с.
5. Гушин, В.А. Численное моделирование пространственных отрывных течений около сферы [Текст]/ В.А. Гушин, П.В. Матюшин // Журнал вычислительной математики и математической физики, - 1997 – том 37, №9 – С.1122-1137.
6. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа [Текст]/ Л.Г. Лойцянский. –М: Дрофа, 2003. – 846с.
7. Чжен, П. Отрывные течения [Текст] / П. Чжен. – М:Мир, 1972. – 300с.
- 8 Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст]/ Г. Шлихтинг - М.:Наука, 1974 – 713с.
9. Biermann D. The interference between struts in various combinations [Text]/ D. Biermann, W. H. Herrnslein Jr. // NACA Technical Reports. – 1933. – 468p.
10. Blocken, B. CFD simulations of the aerodynamic drag of two drafting cyclists [Text]/ B. Blocken, T. Defraeye, E. Koninckx, J. Carmeliet, P. Hespel // Computers & Fluids – 2013. – №71. – P. 435–445.
11. Carmo. B. S., On Wake Interference in the Flow around Two Circular Cylinders: Direct Stability Analysis and Flow-Induced Vibrations/ PhD thesis// Department of Aeronautics, Imperial College, London – 2009 – 262p.
12. Chung, T.J. Computational Fluid Dynamics (Second edition) [Text]/T.J. Chung.— New York City, USA: Cambridge University Press, 2009 – 1058p.
13. Chorin, A.J. A numerical Method for Solving incompressible Viscous Flow Problems [Text]/ A.J. Chorin// Journal of Computational Physics. – 1997. - №135. – P. 118-125.
14. Ferziger, J.H. Computational Methods for Fluid Dynamics [Text]/ J.H. Ferziger, M. Peric. – Springer, 2002. – 431p.
15. Greenshields C.J. OpenFOAM the open source CFD toolbox programmers guide [Text]/ C.J. Greenshields. - OpenFOAM Foundation Ltd. – 2015. –101p.
16. Greenshields C.J. OpenFOAM the open source CFD toolbox user guide [Text]/ C.J. Greenshields. - OpenFOAM Foundation Ltd. – 2015. –232p.
17. Hoffmann, K.A. Computational Fluid Dynamics [Text]/ K.A. Hoffmann, S.T. Chiang.-Wichita, Kansas, USA: Engineering Education System, 2000.- 500p.

18. Johnson, T.A. Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300 [Text]/ T.A. Johnson, V.C. Patel // J. Fluid Mech., – 1999. – Vol. 378.– P.19-70.
19. Jones, D. A. Simulation of Flow Past a Sphere using the Fluent Code [Text]/ D.A. Jones, D.B. Clarke// DSTO Technical Report DSTO-TR-2232.– 2008. - 35p.
20. Kim H. J. Investigation of the flow between a pair of circular cylinders in the flopping regime// H. J. Kim, P. A. Durbin - J. Fluid Mech. – 1988. - vol. 196. - P.431-448.
21. Kaneko, S. Flow-Induced Vibrations: Classifications and Lessons from Practical Experiences[Text]/ S. Kaneko. – Elsevier, 2014. – 411p.
22. Khorrami M. Simulations of Bluff Body Flow Interaction for Noise Source Modeling [Text]/ M. Khorrami, D. Lockard, M. Choudhari, L. Jenkins, C. McGinley, D. Neuhart // AIAA. – 2006. – 3203.
23. Lam K. Phenomena of vortex shedding and flow interference of three cylinders in different equilateral arrangements [Text]/ K. Lam, W.C . Cheung // J . Fluid Mech. – 1988.– vol. 196. – P. 1–26.
24. Maric, T. The OpenFOAM technology primer[Text]/ T. Maric, J. Hopken, K. Mooney // sourceflux UG. – 2014. – 458p.
25. Menter F.R. Two–equation eddy–viscosity turbulence models for e lications [Text] / F.R. Menter // AIAA Journal. – 1994. – 32, N 8. – P. 1598–1605.
26. Moukalled F. The finite volume method in computational fluid dynamics, an advanced introduction with OpenFOAM and Matlab [Text]/ F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish // Springer. – 2015. – 798p.
27. Sakamoto, H. A Study of Vortex Shedding From Spheres in a Uniform Flow [Text]/ H. Sakamoto, H. Hanui// Journal of Fluids Engineering . – 1990. – Vol. 112. – P. 386-392.
28. Schouveiler, L. Interactions of the wakes of two spheres placed side by side [Text]/ L. Schouveiler, A. Brydon, T. Leweke, M.C. Thompson// European Journal of Mechanics B/Fluids. – 2014. №23 – P. 137–145.
29. Stein, H.N. Hydrodynamic interactions between two identical spheres held at fixed side by side against a uniform stream directed perpendicular to the line connecting the spheres' centres [Text]/ H.N. Stein, F.N. van de Vosse, R. Folkersma// International Journal of Multiphase Flow. – 2000, № 26 – P.877-887.
30. Strouhal V. Ueber eine besondere Art der Tonerregung [Text]/ V. Strouhal // Ann. Phys. – 1878. – 5. – N. 10. – P. 216–251.
31. Sumer B. M. Hydrodynamics around cylindrical structures [Text]/ B. M. Sumer, J.Fredsoe // Denmark: Technical University of Denmark. – 2006. – 550p.

32. Thomas D.G. 1964 Interaction of vortex streets [Text]/ D. G. Thomas, K.A. Kraus //Journal of Applied Physics. – 1964. – vol. 35 (12). – P. 3458–3459.
33. Versteeg, H.K. An Introduction to Computational Fluid Dynamics [Text]/ H.K. Versteeg, W. Malalasekera. - England, Harlow: Pearson Education Limited, 2007. – 517p.
34. Yoon, D.-H. Characterization of flow pattern past two spheres in proximity [Text]/H.-D. Yoon, K.-S. Yang//Physics of Fluids. – 2009, № 21 – P 1-8.
35. Zdravkovich M. M. Smoke observation of the wake of a group of three cylinders at low Reynolds number [Text]/ M.M. Zdravkovich //J . Fluid Mech. – 1968. – vol. 32. – P. 339–351.
36. Zdravkovich, M. M. Smoke observations of wakes of tandem cylinders at low Reynolds numbers [Text]/ M.M. Zdravkovich //Aeronautical Journal. – 1972. – vol. 76. – P. 108–114.
37. Platooning Lets Trucks Get By With a Little Help from Their Friends [электронный ресурс] - MH&L Staff, Feb 24, 2017. – режим доступа: <https://www.mhlnews.com/transportation-distribution/platooning-lets-trucks-get-little-help-their-friends> - Заголовок с экрана.

#### REFERENCES

1. Anderson, D. Vyichislitel'naya gidromekhanika i teploobmen [Tekst]/ D. Anderson, Dzh. Tannehil, R. Pletcher. M.: Mir, 1990. - Т.1. – 392 s. – Т.2.–336 s.
2. Bogachev, K.Yu. Osnovyi parallelnogo programmirovaniya [Tekst]/ K.Yu. Bogachev // M: Binom. – 2003. – 342s.
3. Vovk, I.V. Obtikannia sfery viazkoiu nestyslyvoiu ridynoiu [Tekst]/ I.V.Vovk V.S.Maliuha // Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka – K., 2013.- №3. -С. 102-105. – (Seriiia: «fizyko-matematychni nauky»).
4. Volkov, K.N. Vyichislitel'naya tehnologii v zadachah mehaniki zhidkosti i gaza [Tekst]/ K.N. Volkov, V.N. Emelyanov – M.: Fizmatlit, 2012. – 468 s.
5. Guschin, V.A. Chislennoe modelirovanie prostranstvennyih otryivnyih techeniy okolo sfery [Tekst]/ V.A. Guschin, P.V. Matyushin // Zhurnal vyichislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki, - 1997 – tom 37, #9 – С.1122-1137.
6. Loytsyanskiy, L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza [Tekst]/ L.G. Loytsyanskiy. –M: Drofa, 2003. – 846s.
7. Chzhen, P. Otryivnyie techeniya [Tekst] / P. Chzhen. – M:Mir, 1972. – 300s.
- 8 Shlihting, G. Teoriya pogranichnogo sloya [Tekst]/ G. Shlihting - M.:Nauka, 1974 – 713s.

9. Biermann D. The interference between struts in various combinations [Text]/ D. Biermann, W. H. Herrnstein Jr. // NACA Technical Reports. – 1933. – 468p.
10. Blocken, B. CFD simulations of the aerodynamic drag of two drafting cyclists [Text]/ B. Blocken, T. Defraeye, E. Koninckx, J. Carmeliet, P. Hespel // Computers & Fluids – 2013. – №71. – P. 435–445.
11. Carmo. B. S., On Wake Interference in the Flow around Two Circular Cylinders: Direct Stability Analysis and Flow-Induced Vibrations/ PhD thesis// Department of Aeronautics, Imperial College, London – 2009 – 262p.
12. Chung, T.J. Computational Fluid Dynamics (Second edition) [Text]/T.J. Chung.— New York City, USA: Cambridge University Press, 2009 – 1058p.
13. Chorin, A.J. A numerical Method for Solving incompressible Viscous Flow Problems [Text]/ A.J. Chorin// Journal of Computational Physics. – 1997. - №135. – P. 118-125.
14. Ferziger, J.H. Computational Methods for Fluid Dynamics [Text]/ J.H. Ferziger, M. Peric. – Springer, 2002. – 431p.
15. Greenshields C.J. OpenFOAM the open source CFD toolbox programmers guide [Text]/ C.J. Greenshields. - OpenFOAM Foundation Ltd. – 2015. –101p.
16. Greenshields C.J. OpenFOAM the open source CFD toolbox user guide [Text]/ C.J. Greenshields. - OpenFOAM Foundation Ltd. – 2015. –232p.
17. Hoffmann, K.A. Computational Fluid Dynamics [Text]/ K.A. Hoffmann, S.T. Chiang.-Wichita, Kansas, USA: Engineering Education System, 2000.- 500p.
18. Johnson, T.A. Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300 [Text]// T.A. Johnson, V.C. Patel // J. Fluid Mech., –1999. –Vol. 378. –P.19-70.
19. Jones, D. A. Simulation of Flow Past a Sphere using the Fluent Code [Text]/ D.A. Jones, D.B. Clarke// DSTO Technical Report DSTO-TR-2232. – 2008. - 35p.
20. Kim H. J. Investigation of the flow between a pair of circular cylinders in the flopping regime// H. J. Kim, P. A. Durbin - J. Fluid Mech. – 1988. - vol. 196. - P.431-448
21. Kaneko, S. Flow-Induced Vibrations: Classifications and Lessons from Practical Experiences[Text]/ S. Kaneko. – Elsevier, 2014. – 411p.
22. Khorrami M. Simulations of Bluff Body Flow Interaction for Noise Source Modeling [Text]/ M. Khorrami, D. Lockard, M. Choudhari, L. Jenkins, C. McGinley, D. Neuhart // AIAA. – 2006. – 3203.
23. Lam K. Phenomena of vortex shedding and flow interference of three cylinders in different equilateral arrangements [Text]/ K. Lam, W.C . Cheung // J . Fluid Mech. – 1988.– vol. 196. – P. 1–26

24. Maric, T. The OpenFOAM technology primer [Text] / T. Maric, J. Hopken, K. Mooney // sourceflux UG. – 2014. – 458p.
25. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for e lications [Text] / F.R. Menter // AIAA Journal. – 1994. – 32, N 8. – P. 1598–1605.
26. Moukalled F. The finite volume method in computational fluid dynamics, an advanced introduction with OpenFOAM and Matlab [Text] / F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish // Springer. – 2015. – 798p.
27. Sakamoto, H. A Study of Vortex Shedding From Spheres in a Uniform Flow [Text] / H. Sakamoto, H. Hanui // Journal of Fluids Engeneering . – 1990. – Vol. 112. – P. 386-392.
28. Schouveiler, L. Interactions of the wakes of two spheres placed side by side [Text] / L. Schouveiler, A. Brydon, T. Leweke, M.C. Thompson // European Journal of Mechanics B/Fluids. – 2014. №23 – P. 137–145.
29. Stein, H.N. Hydrodynamic interactions between two identical spheres held at fixed side by side against a uniform stream directed perpendicular to the line connecting the spheres' centres [Text] / H.N. Stein, F.N. van de Vosse, R. Folkersma // International Journal of Multiphase Flow. – 2000, № 26 – P.877-887.
30. Strouhal V. Ueber eine besondere Art der Tonerregung [Text] / V. Strouhal // Ann. Phys. – 1878. – 5. – N. 10. – P. 216–251.
31. Sumer B. M. Hydrodynamics around cylindrical structures [Text] / B. M. Sumer, J.Fredsoe // Denmark: Technical University of Denmark. – 2006. – 550p
32. Thomas D.G. 1964 Interaction of vortex streets [Text] / D. G. Thomas, K.A. Kraus //Journal of Applied Physics. – 1964. – vol. 35 (12). – P. 3458–3459.
33. Versteeg, H.K. An Introduction to Computational Fluid Dynamics [Text] / H.K. Versteeg, W. Malalasekera. - England, Harlow: Pearson Education Limited, 2007. – 517p.
34. Yoon, D.-H. Characterization of flow pattern past two spheres in proximity [Text] / H.-D. Yoon, K.-S. Yang // Physics of Fluids. – 2009, № 21 – P 1-8.
35. Zdravkovich M. M. Smoke observation of the wake of a group of three cylinders at low Reynolds number [Text] / M.M. Zdravkovich // J . Fluid Mech. – 1968. – vol. 32. – P. 339–351.
36. Zdravkovich, M. M. Smoke observations of wakes of tandem cylinders at low Reynolds numbers [Text] / M.M. Zdravkovich //Aeronautical Journal. – 1972. – vol. 76. – P. 108–114.
- 37 Platooning Lets Trucks Get By With a Little Help from Their Friends [elektronnyiy resurs] - MH&L Staff, Feb 24, 2017. – rezhim dostupa:

<https://www.mhlnews.com/transportation-distribution/platooning-lets-trucks-get-little-help-their-friends> - Zagolovok s ekrana.

Received 06.03.2019.

Accepted 12.03.2019.

**Математичне моделювання течії навколо групи тіл потоком в'язкої нестисливої рідини**

*Розглядаються результати дослідження взаємного впливу тіл в потоці в залежності від їх розташування у групі. Виконана серія обчислювальних експериментів з моделювання обтікання груп з двох циліндрів і двох сфер при їх різному положенні відносно потоку. Отримано нестационарні та осереднені за часом аеродинамічні характеристики циліндрів і сфер у групі. За отриманими картинами течії проведена класифікація картин течії в залежності від положення тіл у групі.*

**Redchyt's Numerical simulation of the viscous incompressible flow around of the group of two bodies**

*Analysis of recent research and publications. It is known that the presence near the body of another body or a solid wall in a flow can significantly change both the overall flow pattern and the aerodynamic characteristics of bodies in a group. Studies of the interaction of bodies in the flow are conducted for a long time. In [6], the results of a study of changes in the overall flow pattern and the form of interaction of vortices behind tandem-arranged circular cylinders are presented. Further, experimental studies of the flow around a group consisting of two cylinders were aimed at classifying flow patterns depending on the position of the group in the flow, the distance between the cylinders and the Reynolds number [1, 2, 9]. A rather complete identification and classification of the pattern of flow was performed in [6, 7]. Studies on the classification and analysis of flow patterns are still being conducted [1].*

*Studies on the classification of patterns of the flow around group of spheres are currently performed mainly with the help of numerical simulation. In [3, 4, 5], simulation of the flow around spheres on the side-by-side position was performed. In [8], the classification of typical patterns of the flow around two spheres ( $Re = 300$ ) with considering of different positions of the spheres relative to the flow direction was made. The authors of [8] describe nine typical patterns of the flow around two spheres in analogy with the patterns of the flow of the two cylinders.*

*The purpose of the study. The main goal of this work is study the mutual influence of two bodies in a flow of a viscous incompressible fluid and a change in the flow structure with a change in the position of the bodies in the group relative to the incoming flow. Also, the aim of the work was to study the influence of the mutual arrangement of bodies in a group on the non-stationary and time-averaged aerodynamic characteristics of bodies in a group.*

*Modeling of the flow around groups of cylinders and spheres. Numerical simulation of the flow around the group of cylinders was carried out with the values of the angle  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  and the gap between the cylinders  $h = 0.2D, 0.4D, 0.6D, 0.8D, 1.0D, 2.0D, 3.0D, 4.0D, 5.0D$ . The flow parameters was corresponded to the flow around a circular cylinder at  $Re = 80$  and  $1.66 \cdot 10^5$ . Eight patterns (regimes) of flow around a group of two cylinders at  $Re = 80$  were found. Regimes 1 and 2 are steady state flows. In regime 1, the drag coefficient is  $C_{x2} < 0$ ,*

and for regime 2,  $C_{x2} > 0$ . Regimes 3-8 are unsteady flows. Regime 8 is an aperiodic change in  $C_x$ ,  $C_y$ . Regimes 3 - 7 are periodic, characterized by different values of the coefficients  $C_x$ ,  $C_y$ , as well as those oscillations of  $C_x$  and  $C_y$  that occur in phase or antiphase. Simulation of the turbulent flow around a group of two cylinders took place at the tandem and the side-by-side positions at distances between cylinders centers  $1.435D$  and  $3.7D$ .

Similarly, in this work, was performed the parametric study of the flow around two spheres for Reynolds number 750 with the distances between the centers of the spheres along axis  $\Delta x = 0.0, 1.0, 2.0, 3.0$  and  $\Delta y = 0.0, 1.0, 2.0, 3.0$ . The drag and lift coefficients were obtained, as well as the patterns of flow around two spheres were analyzed.

*Conclusions.* Depending on the position of the group relative to the flow, the average drag coefficient of the cylinders and spheres in the group can be both smaller and larger than the drag coefficient of a single body with the same parameters of the free flow. With a tandem arrangement, the second cylinder has a stabilizing effect and with a decrease in the gap of less than three diameters, the flow becomes steady state. For all cases with staggered arrangement of spheres the symmetry restoration of vortex structures is observed. In the case of the tandem arrangement of spheres, the separation of loop-shaped vortex structures is realized as in the case of a flow around a single sphere.

**Мирный С.С.** - младший научный сотрудник, Институт транспортных систем и технологий НАН Украины.

**Редчиць Д.А.** - ведущий научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт транспортных систем и технологий НАН Украины.

**Мирний С.С.** - молодший науковий співробітник, Інститут транспортних систем і технологій НАН України.

**Редчиць Д.О.** - провідний науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, Інститут транспортних систем і технологій НАН України.

**Mirnyi S.** - Junior Researcher, Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine.

**Redchyts D.** - Leading Researcher, Ph.D., Senior Researcher, Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine.