

А.П. Алпатов, Ю.М. Гольдштейн

## МЕТОДИКА КЛАСТЕРИЗАЦИИ ОРБИТ ОБСЛУЖИВАЕМЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

*Аннотация.* При планировании орбитальных сервисных операций возникает задача рационального разбиения множества орбит обслуживаемых космическим аппаратом на подмножества (кластеры) орбит. В данной статье предложена методика кластеризации орбит обслуживаемых космических аппаратов для проведения их сервисного обслуживания многоразовым сервисным космическим аппаратом с электрореактивным двигателем малой тяги. Методика базируется на методе  $k$  - средних. В качестве расстояния между любой парой орбит обслуживаемых космических аппаратов (метрики) метода  $k$  - средних предложено использовать характеристическую скорость межорбитального перехода между этими орбитами.

В данной работе разработана методика кластеризации орбит обслуживаемых космических аппаратов. Методика базируется на методе  $k$  - средних. В качестве расстояния между любой парой орбит ОКА (метрики) метода  $k$  - средних предложено использовать энергетическую метрику - характеристическую скорость межорбитального перехода между этими орбитами.

С использованием предложенной методики разработана компьютерная программа для кластеризации орбит обслуживаемых космических аппаратов. Результаты проведенных тестовых расчетов показали эффективность предложенной методики кластеризации. Методика может найти применение при планировании орбитальных сервисных операций.

*Ключевые слова:* орбитальное сервисное обслуживание, космические аппараты, кластеризация, алгоритм  $k$  - средних.

**Введение.** Перспективным путём удовлетворения возрастающих требований к увеличению длительности сроков активного существования космических аппаратов, надежности их функционирования и снижению эксплуатационных расходов является внедрение технологии орбитального сервисного обслуживания (ОСО). ОСО является важным направлением повышения эффективности космической деятельности [1].

ОСО бывают плановыми и экстренными. Плановые ОСО проводятся в соответствии с заранее предусмотренным регламентом, а экстренные ОСО проводятся в случае непредвиденных и нештатных ситуаций.

ОСО могут проводиться либо путём непосредственной работы сервисного космического аппарата (СКА) с обслуживаемым космическим аппаратом (ОКА), либо путём его использования для транспортирования ОКА с его орбиты на орбитальную базу обслуживания, а после проведения обслуживания ОКА средствами платформы, доставки обратно на орбиту.

В настоящее время наиболее перспективными для выполнения операций ОСО считаются многоразовые СКА космического базирования с электрореактивными двигателями. Они могут обслуживать ОКА по челночной схеме или по схеме последовательного обхода. При челночной схеме, после каждой операции обслуживания осуществляется возврат СКА на базовую траекторию или орбитальную станцию базирования.

При схеме последовательного обхода нескольких ОКА возврат на базовую траекторию или орбитальную станцию базирования осуществляется после полного завершения обхода.

Постановка задачи. При планировании операций ОСО необходимо учитывать ограниченность энергетических возможностей СКА. В связи с этим возникает задача рационального разбиения множества орбит ОКА на подмножества (кластеры) орбит, обслуживаемых одним СКА. Каждая орбита ОКА должна принадлежать только одному кластеру. Принадлежащие кластеру орбиты должны быть близки по энергетическим затратам на орбитальный переход между ними.

Кластеризация орбит ОКА состоит из последовательного решения следующих задач: определение выборки орбит ОКА для последующей кластеризации; отбор набора переменных, с помощью которых будут оцениваться орбиты выборки; определение метрики; применение алгоритма кластерного анализа для разбиения выборки на кластеры, содержащие орбиты со сходными признаками.

К настоящему времени разработано достаточно большое число алгоритмов кластерного анализа: иерархические алгоритмы, неиерархические итеративные алгоритмы, графовые алгоритмы, алгоритмы нечеткой кластеризации, алгоритмы с использованием нейронных сетей, генетические алгоритмы [2] – [4].

Наибольшее применение в прикладных задачах получили две группы алгоритмов кластерного анализа: иерархические и неиерархические (итерационные). Иерархические алгоритмы используются при небольших объёмах кластеризуемых данных. Их преимуществом является наглядность и возможность

получить детальное представление о структуре данных. Иерархические алгоритмы, в отличие от итерационных, не определяют число кластеров и строят полное дерево вложенных кластеров. Поэтому их использование для кластеризации орбит ОКА не рационально.

Для решения задачи кластеризации орбит ОКА рациональнее использовать алгоритм  $k$  - средних, который относится к группе неиерархических эталонных методов кластерного анализа [4].

Достоинствами алгоритма  $k$  - средних являются простота и быстрота его использования, понятность и прозрачность алгоритма. К недостаткам алгоритма следует отнести медленную работу с большими объемами исходных данных и необходимость задания количества кластеров до проведения кластеризации.

**Алгоритм  $k$ - средних в задаче кластеризации орбит.** Представим элементы множества орбит ОКА  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  в виде их характеристических векторов. В дальнейшем изложении будем полностью отождествлять орбиту с её характеристическим вектором, который представляет собой набор орбитальных параметров. Требуется разделить это множество орбит на  $k$  кластеров  $S_1, S_2, \dots, S_k$ . Причём каждая орбита должна принадлежать только одному кластеру, расположенному на наименьшем расстоянии от этой орбиты. Распределение орбит по кластерам должно удовлетворять критерию оптимальности, выраженному через расстояния  $\rho(x_i, x_j)$  между любой парой орбит рассматриваемого множества.

В качестве расстояния (метрики) между орбитами может использоваться любая неотрицательная действительная функция  $\rho(x_i, x_j)$ , определенная на множестве  $X$  и удовлетворяющая следующим условиям:

$$\rho(x_i, x_j) = 0 \text{ только при } x_i = x_j, \quad (1)$$

$$\rho(x_i, x_j) = \rho(x_j, x_i), \quad (2)$$

$$\rho(x_i, x_j) \leq \rho(x_i, x_k) + \rho(x_k, x_j). \quad (3)$$

При разбиении исходного множества орбит  $X$  на  $k$  кластеров  $S_1, S_2, \dots, S_k$  применяется итерационный алгоритм  $k$  - средних. Он минимизирует сумму квадратов расстояний от каждой точки кластера до его центра (центра масс кластера).

Действие алгоритма  $k$  - средних сводится к поиску:

$$\arg \min_S \sum_{i=1}^k \sum_{x \in S_i} \rho(x, \mu_i), \quad (4)$$

где

$$S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\},$$

$\mu_i$  - центры кластеров,  $i = 1, \dots, k$ ,

$\rho(x, \mu_i)$  - функция расстояния между орбитой  $x$  и центром  $i$  кластера  $\mu_i$ .

В дальнейшем изложении для обозначения номера шага итерации используется переменная  $t$ .

На первом шаге выполнения алгоритма  $k$  - средних осуществляется поиск приближенного значения центров кластеров. Для этого выбирается произвольное множество точек пространства характеристик орбит  $\mu_i$   $i = 1, \dots, k$ , рассматриваемых как начальные центры кластеров  $\mu_i^0 = \mu_i$   $i = 1, \dots, k$ .

На следующем шаге орбиты распределяются по кластерам.

Все орбиты группируются в кластеры, расстояние до центров которых минимально

$$\forall x_i \in X, i = 1, \dots, n : x_i \in S_j \Leftrightarrow j = \arg \min_k \rho(x_i, \mu_k^{(t-1)}). \quad (5)$$

На следующем шаге проводится перерасчет центров измененных кластеров

$$\forall i = 1, 2, \dots, k : \mu_i^{(t)} = \frac{1}{|S_i|} \sum_{x \in S_i} x. \quad (6)$$

Процесс вычисления центров и перераспределения объектов продолжается до тех пор, пока не выполнено одно из условий: кластерные центры стабилизировались, т.е. все наблюдения принадлежат кластеру, которому принадлежали до текущей итерации или число итераций равно максимальному числу итераций.

**Энергетическая метрика задачи кластеризации орбит.** Рассмотрим множество орбит - ОКА  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . В общем случае координаты характеристических векторов этих орбит представляют собой кеплеровские элементы орбиты:  $a, e, i, \Omega, \omega$ . Размеры и форма орбиты характеризуются двумя элементами: большой полуосью  $a$  и эксцентриситетом  $e$ . Положение плоскости орбиты определяют три элемента: наклонение орбиты  $i$ , долгота восходящего узла  $\Omega$  и аргумент перигея  $\omega$  [5].

Используя упрощающие предположения относительно вида орбит ОКА и баллистической схемы перелёта между ними, уменьшим размерность про-

пространства характеристических векторов с пяти до двух: радиуса и наклона орбиты. Уменьшение размерности пространства характеристик орбит ОКА позволяет ускорить процесс кластеризации.

Рассмотрим детально упрощающие предположения. В работе [6] показано, что подавляющее большинство орбит ОКА являются почти круговыми. Для такого типа орбит эксцентриситет  $e$  можно приближенно считать равным нулю, а параметр перигея  $\omega$  теряет смысл. Поэтому эксцентриситет  $e$  и параметр перигея  $\omega$  можно исключить из координат характеристических векторов орбит ОКА.

По рассматриваемой схеме баллистические перелёты между орбитами ОКА осуществляются в момент примерного совпадения долгот орбит, между которыми осуществляется перелет. Поэтому отпадает необходимость поворота плоскости орбиты на угол, равный разности долгот орбит перелёта. Продолжительность ожидания времени начала межорбитальных перелётов определяется разностью скоростей прецессии орбит перелёта. В силу выбранной схемы баллистических перелетов долготу восходящего узла орбиты  $\Omega$  можно исключить из координат характеристических векторов орбит ОКА.

Важным этапом кластеризации орбит ОКА является выбор метрики, по которой определяется близость орбит. Это объясняется тем, что результаты кластеризации могут существенно отличаться при использовании разных мер.

Выбор расстояния между орбитами неоднозначен и в этом заключается основная сложность. Наиболее часто используется евклидова метрика. Широко применяются также другие метрики: квадрат евклидова расстояния, расстояние городских кварталов, расстояние Чебышева и степенное расстояние. Наряду с перечисленными метриками используется и целый ряд других, менее употребительных метрик [3], [4].

Попытка кластеризации орбит ОКА с использованием перечисленных метрик не привела к положительным результатам. В связи с этим введена специальная нестандартная метрика.

В качестве расстояния между любой парой орбит ОКА предложено использовать энергетическую метрику - характеристическую скорость межорбитального перехода между этими орбитами.

Рассмотрен случай пространственного межорбитального перехода с круговой орбиты радиуса  $r^1$  на круговую орбиту радиуса  $r^2$  и изменение угла наклона плоскости орбиты на  $\Delta i$ . При орбитальном переходе используется нере-

гулируемый двигатель малой тяги с релейной программой ориентации тяги  $|a| = const$  и переключением тяги на симметричное направление относительно плоскости орбиты в точках, где аргумент широты  $u = \pm\pi / 2$  [5], [7]. В рассматриваемом случае значение характеристической скорости  $\Delta V$  имеет следующий вид [8], [9]:

$$\Delta V = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \sqrt{1 - \frac{2 \cos(\pi \Delta i / 2)}{\sqrt{r_2 / r_1}} + \frac{r_1}{r_2}}, \quad (7)$$

где  $\mu$  гравитационный параметр Земли.

Характеристическая скорость (7) удовлетворяет условиям (1) – (3) и может использоваться в качестве метрики в задаче кластеризации орбит ОКА.

**Заключение.** В данной работе разработана методика кластеризации орбит обслуживаемых космических аппаратов. Методика базируется на методе  $k$  - средних. В качестве расстояния между любой парой орбит ОКА (метрики) метода  $k$  - средних предложено использовать энергетическую метрику - характеристическую скорость межорбитального перехода между этими орбитами.

С использованием предложенной методики разработана компьютерная программа для кластеризации орбит обслуживаемых космических аппаратов. Результаты проведенных тестовых расчетов показали эффективность предложенной методики кластеризации. Методика может найти применение при планировании орбитальных сервисных операций.

#### ЛИТЕРАТУРА / ЛІТЕРАТУРА

1. Stephen J. Design for on-orbit spacecraft servicing /J. Stephen //Specialist Conference, Paper AAS 14-374, 2014. – с 1-12.
2. Мандель И. Д. Кластерный анализ / И. Д. Мандель - М.: Финансы и статистика, 1988. – 176 с.
3. Дюран Б. Кластерный анализ / Б. Дюран, П. Одели - М.: Статистика, 1977. - 128 с.
4. Гитис Л. Х., Статистическая классификация и кластерный анализ / Гитис Л. Х. - М.: Издательство МГТУ, 2003.- 157 с.
5. Гродзовский Г. Л. Механика космического полета (проблемы оптимизации) / Г. Л. Гродзовский, Ю. Н. Иванов, В. В. Токарев. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
6. Алпатов А. П. Баллистический анализ распределения орбит космических аппаратов различного функционального назначения. / А. П. Алпатов, Ю. М. Гольдштейн // Техническая механика № 2, 2017.-с. 33–40.
7. Гришин С. Д. Проектирование космических аппаратов с двигателями малой тяги / С. Д. Гришин, Ю. А. Захаров, В. К. Одолевский. – М.: Машиностроение, 1990. – 223 с.

8. Лебедев В. Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой / В. Н. Лебедев. – М. : ВЦ АН СССР, 1968. – 105 с.
9. Сердюк В. К. Проектирование средств выведения космических аппаратов / В. К. Сердюк – М.: Машиностроение, 2009. – 503 с.

#### REFERENCES

1. Stephen J. Design for on-orbit spacecraft servicing /J. Stephen //Specialist Conference, Paper AAS 14-374, 2014. – p 1-12.
2. Mandel I.D. Klasterniy analiz / I. D. Mandel M.: Finansyi i statistika, 1988. – 176 s.
3. Dyuran B. Klasterniy analiz / B. Dyuran, P. Odeli M.: Statistika, 1977.-128 s.
4. Gitis L.H., Statisticheskaya klassifikatsiya i klasterniy analiz/ Gitis L. H. M.: Izdatelstvo MGGU, 2003.-157 s.
5. Grodzovskiy G.L. Mehanika kosmicheskogo poleta (problemy optimizatsii) / G.L. Grodzovskiy, Yu.N. Ivanov, V.V. Tokarev. – М.: Nauka, 1975. –704 s.
6. Alpatov A.P. Ballisticheskii analiz raspredeleniya orbit kosmicheskikh apparatov razlichnogo funktsionalnogo naznacheniya. / A.P. Alpatov, Yu.M. Goldshteyn // Tehnicheskaya mehanika N 2, 2017. s. 33–40.
7. Grishin S.D. Proektirovanie kosmicheskikh apparatov s dvigatelyami maloy tyagi / S.D. Grishin, Yu.A. Zaharov, V. K. Odolevskiy. – М.: Mashinostro-enie, 1990. – 223 s.
8. Lebedev V.N. Raschet dvizheniya kosmicheskogo apparata s maloy tyagoy / V.N. Lebedev. – М.: VTs AN SSSR, 1968. – 105 s.
9. Serdyuk V.K. Proektirovanie sredstv vyivedeniya kosmicheskikh apparatov / V.K. Serdyuk – М.: Mashinostroenie, 2009. – 503 s.

Received 06.03.2019.

Accepted 11.03.2019.

#### **Методика кластеризації орбіт космічних апаратів, що обслуговуються**

При плануванні орбітальних сервісних операцій важливе значення має задача раціонального розбиття множини орбіт, що обслуговуються космічним апаратом, на підмножини (кластери) орбіт. В цій статті запропонована методика кластеризації орбіт космічних апаратів, що обслуговуються, в разі проведення їх сервісного обслуговування багаторазовим сервісним космічним апаратом з електрореактивним двигуном малої тяги. Методика базується на методі  $k$  - середніх. В якості відстані між будь-якою парою орбіт космічних апаратів, що обслуговуються, (метрики) методу  $k$  - середніх запропоновано використовувати характеристичну швидкість орбітального переходу між цими орбітами.

#### **Methods of Orbit Clustering of Serviced Spacecraft**

When planning orbital service operations, it is important to rationally divide a set of orbits serviced by a spacecraft into subsets (clusters) of orbits. This article proposes a technique for clustering the orbits of serviced spacecraft in the event of their servicing by a reusable service spacecraft with an electric rocket low thrust engine. The technique is based on the method of  $k$  - means. As the distance between any pair of orbits of the serviced spacecraft (metrics) of the method  $k$  — means, it was proposed to use the delta- $V$  of the orbital transition between these orbits.

In this paper, a technique has been developed for clustering orbits of serviced spacecrafts. The method is based on the method  $k$  - means. As a distance between any pair of orbits of the serviced spacecraft orbits (metrics) of the method  $k$  - means it is proposed to use the energy metric delta- $V$  of the interorbital transition between these orbits.

*Using the proposed methodology, a computer program has been developed for clustering the orbits of serviced spacecraft. The results of the test calculations showed the effectiveness of the proposed clustering technique. The technique can be applied when planning orbital service operations.*

**Алпатов А.П.** – заведуючий відділом Інститута технічної механіки НАН України і ДКА України, доктор технічних наук, член-кореспондент НАН України.

**Гольдштейн Ю.М.** - старший науковий співробітник Інститута технічної механіки НАН України і ДКА України, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник.

**Алпатов А.П.** - завідувач відділень-лом Інституту технічної механіки НАН України і ДКА України, доктор технічних наук, член-кореспондент НАН України.

**Гольдштейн Ю.М.** - старший науковий співробітник Інституту технічної механіки НАН України і ДКА України, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник.

**Alpatov A.P.** - Head of the Department Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Academy of Ukraine, Doctor of Technical Sciences, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Ukraine.

**Holdshstein Y.M.** - Senior Researcher of the Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Academy of Ukraine, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher.