

Р.В. Кирия, Г.И. Ларионов, Н.Г. Ларионов

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-  
ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛЕНТЫ С ГРУЗОМ  
ТРУБЧАТОГО ЛЕНТОЧНОГО КОНВЕЙЕРА**

*Аннотация. В статье разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния ленты трубчатого конвейера, заполненной сыпучим грузом. При этом лента рассматривается как тонкая упругая нерастяжимая цилиндрическая оболочка, а сыпучий груз в ленте находится в предельном состоянии. Получена система дифференциальных уравнений равновесия трубчатой ленты с сыпучим грузом относительно усилий и изгибающих моментов в ленте, которая при упрощении свелась к дифференциальному уравнению четвертого порядка относительно прогибов ленты. На основе этой математической модели получены и проанализированы аналитические зависимости прогибов ленты трубчатого конвейера от параметров конвейера, радиуса и свойств ленты, а также свойств сыпучего груза. В результате определено максимальное допустимое расстояние между роlikоопорами трубчатого конвейера. При этом установлено, что допустимое расстояние между роlikоопорами прямо пропорционально натяжению ленты и обратно пропорционально квадрату радиуса ленты и объемному весу груза. Результаты исследований могут быть использованы при проектировании трубчатых ленточных конвейеров, транспортирующих сыпучие грузы.*

*Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, сыпучий груз, трубчатый ленточный конвейер, трубчатая лента, роlikоопоры, изгибающие моменты.*

**Введение.** Трубчатые ленточные конвейеры в настоящее время получили широкое применение в различных отраслях промышленности: горной, металлургической, строительной и химической. Основными преимуществами трубчатых конвейеров, в отличие от обыкновенных ленточных конвейеров с желобчатой лентой, являются экологичность и возможность транспортирования сыпучих грузов по криволинейным трассам без перегрузочных узлов. Однако их эффективное использование в промышленности сдерживается отсутствием научно обоснованных методов расчета основных параметров трубчатого конвейера. В частности, не существует расчета максимально допустимого расстояния между роlikоопорами трубчатого конвейера в зависимости от параметров конвейера, упругих свойств ленты, а также физико-механических свойств сыпучего груза.

Для решения этой задачи необходимо, прежде всего, разработать математическую модель напряженно-деформированного состояния заполненной сыпучим грузом ленты при ее движении по роликоопорам трубчатого конвейера.

Вопросами создания математической модели напряженно-деформированного состояния ленты, заполненной сыпучим грузом, занимались В. Г. Дмитриев, Е. Е. Шешко, В. М. Гушин, А. В. Дьяченко, Д. С. Кулагин [1–3], а также В. Д. Черненко [4]. В этих работах исследованы нормальные распределенные силы распора сыпучего груза, действующие на ленту со стороны сыпучего груза при ее движении по роликоопорам конвейера. При этом сыпучий груз на ленте конвейера находился в предельном равновесии.

В результате получены аналитические зависимости распределения этих сил от угловой координаты нормального сечения ленты. При этом деформация ленты не учитывалась.

В работе В. Д. Черненко разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния трубчатой ленты, заполненной сыпучим грузом, основанная на общей теории упругих оболочек и предельного состояния сыпучей среды. В результате получены сложные системы уравнений в частных производных, определяющие напряжения деформации в оболочке и сыпучей среде, которые для частных случаев решались численным методом.

В данной работе разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния ленты трубчатого конвейера, заполненной сыпучим грузом, основанная на теории тонких упругих цилиндрических оболочек С. П. Тимошенко. При этом предполагалось, что оболочка нерастяжима, а деформации ее малы. В результате получены аналитические зависимости прогиба ленты от параметров конвейера, упругих свойств ленты, а также физико-математических свойств сыпучего груза. Эта зависимость дала возможность определить максимально допустимые расстояния между роликоопорами ленточного трубчатого конвейера.

Представим участок ленты трубчатого конвейера, расположенный между роликоопорами, как тонкую упругую цилиндрическую оболочку, защемленную между роликоопорами (рис. 1).

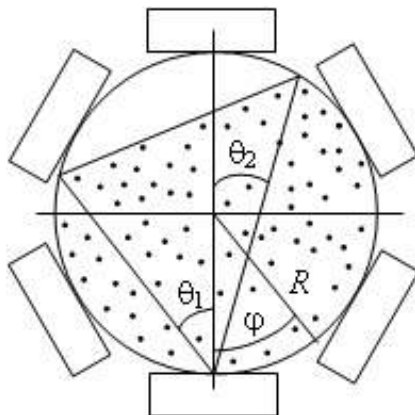


Рисунок 1 – Нормальное сечение ленты трубчатого конвейера

На рис. 1 обозначено:  $\varphi$  – текущая угловая координата, рад;  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – угловые координаты пересечения поверхности трубчатого сечения ленты сыпучим грузом, рад.

Согласно теории тонких упругих цилиндрических оболочек [5, 6] на элемент срединной поверхности оболочки при ее деформировании действуют силы и моменты, причем деформации оболочки считают существенно малыми в сравнении с ее радиусом  $R$  (м).

В этом случае с учетом упрощений системы уравнений равновесия [5] после исключения соответствующих составляющих уравнений система будет иметь вид:

$$\begin{cases} R \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} = 0; \\ \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + RN_x \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + R \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial x} - Q_\varphi + \tau R = 0; \\ R \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} + RN_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_\varphi + qR = 0; \\ R \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} - \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} + RQ_\varphi = 0; \\ \frac{\partial M_{\varphi x}}{\partial \varphi} + R \frac{\partial M_x}{\partial x} - RQ_x = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Как и в [5], принято: ось  $z$  направлена по нормали к деформированной срединной поверхности ленты конвейера, ось  $x$  направлена по касательной к срединной поверхности, ось  $y$  направлена перпендикулярно к плоскости  $xz$ ;  $N_x$  – интенсивность мембранных растягивающих усилий вдоль координатной оси  $x$ , Н/м;  $N_\varphi$  – интенсивность мембранных усилий в сечении по координате  $\varphi$ , Н/м;  $N_{x\varphi}$  – интенсивность касательных мембранных усилий, Н/м;  $Q_x$  – интенсивность перерезывающих сил в направлении оси  $x$ , Н/м;  $Q_\varphi$  – интенсивность перерезывающих

сил в направлении координаты  $\varphi$ , Н/м;  $M_\varphi, M_x, M_{x\varphi}, M_{\varphi x}$  – интенсивности изгибающих и крутящих моментов нормальных сечений элемента цилиндрической оболочки, Н;  $q$  – нормальное распределенное усилие, действующее на ленту со стороны сыпучего груза, Н/м<sup>2</sup>;  $\tau$  – касательное напряжение, действующее на ленту конвейера со стороны сыпучего груза, Н/м<sup>2</sup>.

Считаем также малыми перемещения точек оболочки  $u$  (м),  $v$  (м) и  $w$  (м) соответственно вдоль оси симметрии  $x$  оболочки ленты, в окружном направлении  $\varphi$ , а также по нормали к поверхности  $z$  оболочки ленты.

Так как перемещения  $u, v, w$  малы, тогда согласно закону Гука силы изгиба и моменты определяются по формулам [5, 6]:

$$N_x = \frac{Eh}{1-\nu_1^2}(\varepsilon_x + \nu_1\varepsilon_\varphi); \quad N_\varphi = \frac{Eh}{1-\nu_1^2}(\varepsilon_\varphi + \nu_1\varepsilon_x); \quad N_{x\varphi} = \frac{\gamma_{x\varphi}Eh}{2(1-\nu_1)};$$

$$M_x = -D(\chi_x + \nu_1\chi_\varphi); \quad M_\varphi = -D(\chi_\varphi + \nu_1\chi_x); \quad M_{x\varphi} = -M_{\varphi x} = D(1-\nu_1)\chi_{x\varphi}, \quad (2)$$

где

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{\partial v}{R\partial\varphi} - \frac{w}{R}; \quad \gamma_{x\varphi} = \frac{\partial u}{R\partial\varphi} + \frac{\partial v}{\partial x};$$

$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \chi_\varphi = \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial v}{\partial\varphi} + \frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} \right); \quad \chi_{x\varphi} = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\varphi} \right).$$

Здесь  $\varepsilon_x$  – деформация в направлении оси  $x$ ;  $\varepsilon_\varphi$  – деформация в направлении  $\varphi$ ;  $\gamma_{x\varphi}$  – угловая деформация;  $\chi_x$  – изменение кривизны в направлении оси  $x$ , м<sup>-1</sup>;  $\chi_\varphi$  – изменение кривизны в направлении сечения  $\varphi$ , м<sup>-1</sup>;  $\chi_{x\varphi}$  – изменение кривизны в направлении сечения  $x\varphi$ , м<sup>-1</sup>;  $D$  – цилиндрическая жесткость ленты, Н·м;  $h$  – толщина ленты конвейера, м;  $E$  – модуль упругости материала ленты, Н/м<sup>2</sup>;  $\nu_1$  – коэффициент Пуассона ленты.

Цилиндрическая жесткость трубчатой ленты согласно [5] по формуле  $D=Eh^3/12(1-\nu_1^2)$ .

Учитывая тот факт, что продольные силы, т.е. силы натяжения ленты  $N_x$  многократно превышают поперечные силы  $N_\varphi$ , ими можно пренебречь, т.е.  $N_\varphi = 0$ . Так как силы скручивания ленты также отсутствуют, то моменты от этих сил соответственно равны нулю, т.е.  $M_{x\varphi} = M_{\varphi x} = 0$ . Кроме того, в нашем случае кроме сил натяжения  $N_x$ , действующих на ленту, необходимо учесть мембранные касательные силы, действующие в нормальном и продольном сечениях трубчатой ленты конвейера, т.е.  $N_x \neq 0$ ;  $N_{x\varphi} = N_{\varphi x} \neq 0$ .

Так как  $M_{x\varphi} = M_{\varphi x} = 0$ , тогда из последних двух уравнений системы (1) имеют место равенства:

$$Q_\varphi = \frac{1}{R} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi}; \quad Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x}. \quad (3)$$

Подставив эти равенства во второе и третье уравнения (1), тогда система уравнений (1) примет вид:

$$\begin{cases} R \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} = 0; \\ RN_x \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + R \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} + \tau R = 0; \\ R \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 M_\varphi}{\partial \varphi^2} + RN_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + qR = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Продифференцировав второе уравнение системы (4) по  $\varphi$  и подставив полученное равенство в третье уравнение этой системы с учетом первого уравнения и равенств (3), после преобразования получим:

$$R \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + RN_x \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \varphi} - R^2 \frac{\partial^2 N_x}{\partial x^2} + RN_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + R \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} + qR = 0. \quad (5)$$

Полагая, что лента вдоль оси  $x$  нерастяжима, поэтому растягивающая сила  $N_x$  не зависит от  $x$  и  $\varphi$ , т.е.  $N_x = s = \text{const}$ , тогда уравнение (5) после преобразования примет вид

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + s \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \varphi} + s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} + q = 0, \quad (6)$$

где  $s$  – интенсивность растягивающих натяжений ( $s = S_l/B$ ), Н/м;  $S_l$  – натяжение ленты, Н;  $B$  – ширина ленты конвейера ( $B \approx 2\pi R$ ), м.

Согласно (2) имеем:

$$M_x = -D \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{v_1}{R} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right]; \quad M_\varphi = -D \left[ \frac{1}{R} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) + v_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right].$$

Из последних соотношений получим

$$M_x = -D(1 - v_1^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v_1 M_\varphi. \quad (7)$$

Продифференцируем равенство (7) дважды по  $x$  и подставим его в (6) с учетом того, что  $M_\varphi = \text{const}$ , т.е. предполагая, что продольные изгибающие моменты в ленте не зависят от координаты  $x$ , получим

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - s \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \varphi} - s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} - q(\varphi) = 0. \quad (8)$$

где  $D_1 = D(1 - v_1^2)$ .

Предположим, что растягивающая деформация поперечного сечения ленты равна нулю, то есть  $\varepsilon_\varphi=0$ . Тогда согласно (2) имеем

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\partial v}{R \partial \varphi} - \frac{w}{R} = 0.$$

Из последнего равенства имеем

$$\frac{\partial v}{\partial \varphi} = w. \quad (9)$$

Продифференцировав равенство (9) два раза по  $x$  и подставив его в (8), получим дифференциальное уравнение относительно прогиба ленты конвейера

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} - q(\varphi) = 0. \quad (10)$$

Так как лента по предположению на роlikоопорах не деформируется в радиальном и окружном направлениях, т.е. зашкреплена, то граничные условия принимают вид:

$$w|_{x=0} = w|_{x=l_p} = 0; \quad \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=l_p} = 0, \quad (11)$$

где  $l_p$  – расстояние между роlikоопорами, м.

Предполагая, что касательные напряжения, действующие на ленту со стороны сыпучего груза, подчиняются закону Амонта-Кулона, имеем

$$\tau = f_1 q. \quad (12)$$

где  $f_1$  – коэффициент трения сыпучего груза о ленту конвейера.

Уравнение (10) с учетом (12) запишем в виде

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} - q_1(\varphi) = 0, \quad (13)$$

где  $q_1(\varphi) = f_1 \frac{dq}{d\varphi} + q(\varphi)$ .

Согласно [2] при движении ленты по роlikоопорам трубчатого конвейера на ленту со стороны сыпучего груза действуют активная и пассивная нормальные распределенные нагрузки, равные:

$$\begin{aligned} q_a &= R\gamma(\cos^2 \varphi + m \sin^2 \varphi)(\cos 2\theta + \cos \varphi); \\ q_n &= R\gamma\left(\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{m}\right)(\cos 2\theta + \cos \varphi), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $q_a$  – активная распределенная нагрузка на ленту конвейера, связанная с ее сжатием, Н/м<sup>2</sup>;  $q_n$  – пассивная распределенная нагрузка на ленту конвейера, связанная с ее развалом, Н/м<sup>2</sup>;  $\varphi$  – текущая угловая координата в поперечном се-

чении трубчатой ленты конвейера, рад;  $\theta$  – угол, определяющий степень заполнения сыпучим грузом поперечного сечения контура ленты, рад (см. рис. 1);  $m$  – коэффициент подвижности сыпучего груза,  $m = 1 + 2f^2 - 2f \cdot \sqrt{1 + f^2}$  [7];  $f$  – коэффициент внутреннего трения сыпучего груза;  $\gamma$  – объемный вес сыпучего груза, Н/м<sup>3</sup>;

Средняя величина нормальной распределенной нагрузки на ленту со стороны сыпучего груза определяется по формуле

$$q = \frac{q_a + q_n}{2}. \quad (15)$$

В случае несимметричного расположения сыпучего груза в сечении ленты определим  $q$  по известным  $q_a$  и  $q_n$  отдельно для двух участков кругового сечения ленты – левого  $0 \leq \varphi \leq \pi - 2\theta_1$  и правого  $-(\pi - 2\theta_2) \leq \varphi \leq 0$ , где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – степени заполнения левой и правой сторон сечения ленты, рад (см. рис. 1).

Подставляя (14) в (15) для левой и правой половин сечения ленты, получим средние значения распределенной нормальной нагрузки  $q$  на ленту конвейера со стороны сыпучего груза в виде:

$$q(\varphi) = \begin{cases} 0,5R\gamma(\cos 2\theta_1 + \cos \varphi) \left( 2 \cos^2 \varphi + \frac{m^2 + 1}{m} \sin^2 \varphi \right) & \text{при } 0 \leq \varphi \leq \varphi_1; \\ 0,5R\gamma(\cos 2\theta_2 + \cos \varphi) \left( 2 \cos^2 \varphi + \frac{m^2 + 1}{m} \sin^2 \varphi \right) & \text{при } \varphi_2 \leq \varphi \leq 0, \end{cases} \quad (16)$$

где  $\varphi_1 = \pi - 2\theta_1$ ;  $\varphi_2 = -(\pi - 2\theta_2)$ .

В случае отсутствия сил трения ( $\tau = 0$ ) касательные мембранные усилия в ленте равны нулю, то есть  $N_{\varphi\varphi} = N_{\varphi x} = 0$ . В этом случае, проведя те же выкладки, что и выше, получим уравнение прогибов ленты в виде:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - q(\varphi) = 0. \quad (17)$$

Решая уравнение (17) с учетом граничных условий (11), получим уравнение прогибов ленты трубчатого конвейера без учета сил трения сыпучего груза о ленту конвейера [5]:

$$w = \frac{q l_p^2}{4usthu} \cdot \left\{ \frac{\text{ch} \left[ u \left( 1 - \frac{2x}{l_p} \right) \right]}{\text{chu}} - 1 \right\} + \frac{q(l_p - x)x}{2s}, \quad (18)$$

где  $u = \frac{l_p}{2} \sqrt{\frac{s}{D_1}}$ ;  $s = \frac{S_n}{B}$ ;  $D_1 = \frac{Eh^3}{12}$ .

Аналогично решая уравнение (10) с учетом граничных условий (11), получим уравнение прогиба трубчатого конвейера с учетом сил трения сыпучего груза о ленту конвейера ( $\tau \neq 0$ ):

$$w = \frac{q_1 l_p^2}{8u' \operatorname{sth}(u')} \left[ \frac{\operatorname{ch} \left[ u' \left( 1 - \frac{2x}{l_p} \right) \right]}{\operatorname{ch}(u')} - 1 \right] + \frac{q_1 (l_p - x)x}{4s}, \quad (19)$$

где  $u' = \frac{l_p}{2} \sqrt{\frac{2s}{D_1}}$ .

Анализ формул (18) и (19) показал, что так как  $S_n \gg D_1$  ( $u \gg 1$ ,  $u' \gg 1$ ), то первые слагаемые в этих формулах на порядок меньше вторых и ими можно пренебречь. В результате уравнения прогибов ленты примут вид:

– в случае отсутствия сил трения, т.е.  $\tau = 0$ :

$$w = \frac{q(l_p - x)x B}{2S_n}; \quad (20)$$

– в случае наличия сил трения, т.е.  $\tau \neq 0$ :

$$w = \frac{q_1 (l_p - x)x B}{4S_n}. \quad (21)$$

Кроме того, если представить ленту с грузом трубчатого конвейера в виде гибкой нити, нагруженной распределенной нагрузкой, то ее прогиб определится по формуле [7]

$$w = \frac{q_0 (l_p - x)x}{2S_n}, \quad (22)$$

где  $q_0$  – максимальная погонная нагрузка на ленту конвейера ( $q_0 = \pi R^2 \gamma$ ), Н/м.

Предположим, что трубчатая лента конвейера полностью загружена сыпучим грузом. Тогда  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ , а прогиб в самой нижней точке трубчатой ленты при  $\varphi = 0$  определяется по формуле (19), где  $q = q_1 = 2R\gamma$ .

**Результаты и их обсуждение.** Из анализа формул (20), (21) и (22) следует, что прогибы ленты трубчатого конвейера без учета сил трения в два раза больше прогибов ленты с учетом сил трения того же трубчатого конвейера, а прогибы ленты трубчатого конвейера с учетом сил трения в два раза больше прогибов гибкой нити, нагруженной такой же распределенной нагрузкой, как и трубчатая лента.

На рисунке 2 показаны графики зависимости прогиба ленты трубчатой ленты, максимально загруженной сыпучим грузом в случае отсутствия сил тре-



ния, т.е.  $\tau = 0$  (кривая 1), и с учетом сил трения, т.е.  $\tau \neq 0$  (кривая 2), и прогиб нити, нагруженной такой же распределенной нагрузкой, что и трубчатая лента (кривая 3), от координаты  $x$  ( $0 \leq x \leq l_p$ ). При этом параметры ленты и свойства груза принимали следующие значения:  $S_l = 20000$  Н;  $R = 0,25$  м;  $h = 0,01$  м;  $l_p = 1$  м;  $E = 2 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>;  $\gamma \approx 10000$  Н/м<sup>3</sup>.

Из графиков видно (см. рис. 2), что максимальный прогиб трубчатой ленты и гибкой нити, нагруженной той же максимальной распределенной нагрузкой, находится посередине роlikоопоры, т.е. при  $x = l_p/2$ .

На основании полученных результатов аналитических исследований определим теперь допустимое расстояние между роlikоопорами трубчатого конвейера.

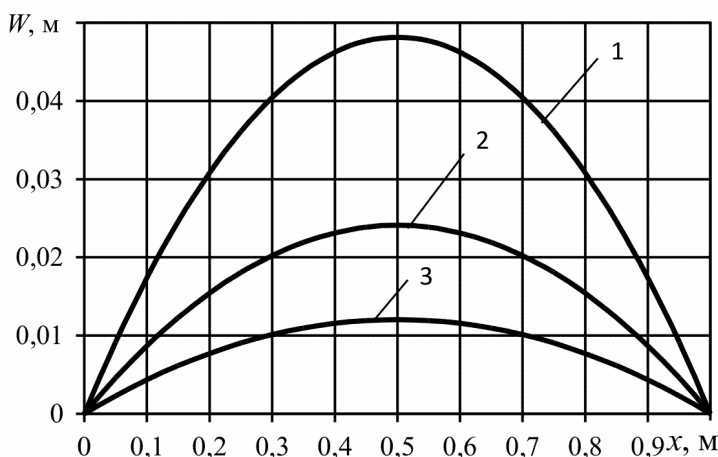


Рисунок 2 – График зависимости прогибов ленты от координаты  $x$ :

1 – трубчатая лента без учета сил трения; 2 – трубчатая лента с учетом сил трения; 3 – гибкая нить

Подставляя в (20)–(22)  $x = l_p/2$ , получим максимальные прогибы трубчатой ленты и гибкой нити, нагруженной той же самой распределенной нагрузкой, что и трубчатая лента:

– трубчатая лента без учета сил трения

$$w_{1\max} = \frac{\pi R^2 \gamma l_p^2}{2S_l}; \tag{23}$$

– трубчатая лента с учетом сил трения

$$w_{2\max} = \frac{\pi R^2 \gamma l_p^2}{4S_l}; \tag{24}$$

– гибкая нить

$$w_{3\max} = \frac{\pi R^2 \gamma l_p^2}{8S_l}. \quad (25)$$

Из формул (23)–(25) следует, что максимальный прогиб трубчатой ленты, полностью заполненной сыпучим грузом, в случае отсутствия сил трения сыпучего груза о ленту в два раза больше максимального прогиба трубчатой ленты с учетом сил трения и в четыре раза больше максимального прогиба гибкой нити, нагруженной той же распределенной максимальной погонной нагрузкой, что и лента трубчатого конвейера.

Согласно [8] допустимый максимальный прогиб ленты  $f_d$  находится в пределах  $f_d = (0,0125 \div 0,025)l_p$  или

$$f_d = k_p l_p, \quad (26)$$

где  $k_p = 0,0125 \div 0,025$ .

Подставляя в формулы (23)–(25) вместо  $w_{1\max}$ ,  $w_{2\max}$ ,  $w_{3\max}$   $f_d$  из выражения (26) и определяя из полученных равенств  $l_p$ , получим максимальные допустимые расстояния между роlikоопорами для:

– трубчатой ленты без учета сил трения

$$l_{1\max} = \frac{2S_l k_p}{\pi R^2 \gamma}; \quad (27)$$

– трубчатой ленты с учетом сил трения

$$l_{2\max} = \frac{4S_l k_p}{\pi R^2 \gamma}; \quad (28)$$

– гибкой нити

$$l_{3\max} = \frac{8S_l k_p}{\pi R^2 \gamma}. \quad (29)$$

Полагая  $S_l = 20000$  Н;  $R = 0,25$  м;  $\gamma \approx 10000$  Н/м<sup>3</sup>;  $k_p = 0,025$ , согласно формул (27)–(29) имеем

$$l_{1\max} \approx 0,5 \text{ м}; \quad l_{2\max} \approx 1,0 \text{ м}; \quad l_{3\max} \approx 2,1 \text{ м}.$$

### Выводы:

1. Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния заполненной сыпучим грузом ленты при ее движении по роlikоопорам трубчатого конвейера. При этом лента представляет собой тонкую упругую цилиндрическую нерастяжимую оболочку, а сыпучий груз находится в предельном состоянии.

2. Получены аналитические зависимости прогибов ленты трубчатого конвейера от натяжения и радиуса ленты, ее упругих свойств, расстояния между

роликоопорами, а также физико-механических свойств сыпучего груза. При этом установлено, что максимальный прогиб трубчатой ленты, полностью заполненной сыпучим грузом, в случае отсутствия сил трения сыпучего груза о ленту в два раза больше максимального прогиба трубчатой ленты с учетом сил трения и в четыре раза больше максимального прогиба гибкой нити, нагруженной той же распределенной максимальной погонной нагрузкой, что и лента трубчатого конвейера.

3. На основании полученной зависимости определено максимально допустимое расстояние между роликоопорами трубчатого конвейера. При этом установлено, что максимально допустимое расстояние между роликоопорами пропорционально натяжению ленты, обратно пропорционально квадрату радиуса ленты и объемного веса транспортируемого груза.

#### ЛИТЕРАТУРА / ЛІТЕРАТУРА

1. Дмитриев В. Г. Моделирование напряженного состояния конвейерной ленты трубчатого конвейера / В. Г. Дмитриев, Д. С. Кулагин // ГИАБ. – М.: МГТУ, 2004. – №7. – С. 283–286.
2. Шешко Е. Е. Крутонаклонный конвейер с лентой, имеющей форму глубокого желоба / Е. Е. Шешко, В. М. Гущин // Развитие и совершенствование шахтного и карьерного транспорта. – М.: Недра, 1973. – С. 120–125
3. Дмитриев В.Г. Методы анализа объемного напряженного состояния сыпучего груза в закрытом желобе трубчатого ленточного конвейера / В.Г. Дмитриев, А.В. Дьяченко // ГИАБ. – М.:МГТУ, 2004. –№12.– С.241–243.
4. Черненко В. Д. Теория и расчет крутонаклонных конвейеров / В. Д. Черненко. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. – 292 с.
5. Тимошенко, С. П. Пластины и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Физ.-мат. литература, 1963. – 635 с.
6. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В. З. Власов. – М.: Из-во Академии наук СССР, 1962. – Т.1. – 564 с.
7. Биргер И.А. Соппротивление материалов. Учебное пособие / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов. – М.:Наука. Гл.ред.физ.-мат. лит., 1986.–560с.
8. Шахмейстер, Л. Г. Теория и расчет ленточных конвейеров / Л.Г. Шахмейстер, В. Г. Дмитриев. М.: Машиностроение, 1987. – 336 с.

#### REFERENCES

1. Dmytryev V.H. Modelyrovanye napriazhennoho sostoianiya kon-veiernoi lenty trubchatoho konveiera / V.H. Dmytryev, D.S Kulahyn // NYAB. – М.: МННУ, 2004. – №7. – S. 283–286.
2. Sheshko E.E. Krutonaklonnyi konveier s lentoi, ymeiushchei formu hlubokoho zheloba / E.E. Sheshko, V.M. Hushchyn // Razvytye y sover-shenstvovanye shakhtnoho y karernoho transporta. – М.: Nedra, 1973. – S. 120–125.

3. Dmytryev V.H. Metody analiza ob'ємnoho napriazhennoho so-stoianiya syruchehego hruza v zakrytom zhelobe trubchatoho lentochnoho kon-veiera / V.H. Dmytryev, A.V. Diachenko // НУАВ. – М.: МННУ, 2004. – №12. – С. 241–243.
4. Chernenko V.D. Teoryia y raschet krutonaklonnykh konveierov / V.D. Chernenko. – L.: Yzd-vo LNU, 1985. – 292 s.
5. Tymoshenko, S.P. Plastyny y obolochky / S.P. Tymoshenko, S.Voinovskyi-Kryher. – М.: Fyz.-mat. lyteratura, 1963. – 635 s.
6. Vlasov V.Z. Obshchaia teoryia obolochek y ee prylozheniya v tekhnike / V.Z. Vlasov. – М.: Yz-vo Akademyy nauk SSSR, 1962. – Т.1. – 564 s.
7. Byrher Y.A. Soprotyvlyeniye materialov. Uchebnoye posobyе / Y.A. Byrher, R.R. Mavliutov. – М.: Nauka. Hl. red. fyz.-mat. lyt., 1986. – 560 s.
8. Shakhmeister, L.H. Teoryia y raschet lentochnykh konveierov / L.H. Shakhmeister, V.H. Dmytryev. – М.: Mashynostroeniye, 1987. – 336 s.

Received 19.02.2019.

Accepted 25.02.2019.

### **Математична модель напружено-деформованого стану стрічки з вантажем трубчастого стрічкового конвеєра**

*В статті розроблено математичну модель напружено-деформованого стану стрічки трубчастого конвеєра, заповненої сипким вантажем. При цьому стрічка розглядається як тонка пружна нерозтяжна циліндрова оболонка, а сипкий вантаж в стрічці знаходиться в граничному стані. Отримано систему диференціальних рівнянь рівноваги трубчастої стрічки з сипким вантажем щодо зусиль і згинаючих моментів в стрічці, яка при спрощенні звелася до диференціального рівняння четвертого порядку щодо прогинань стрічки. На основі цієї математичної моделі отримана і проаналізована аналітична залежність прогинань стрічки трубчастого конвеєра від параметрів конвеєра, радіусу і властивостей стрічки, а також властивостей сипкого вантажу. В результаті визначено максимально допустиму відстань між роликкооперами трубчастого конвеєра. При цьому встановлено, що допустима відстань між роликкооперами прямо пропорційна натягненню стрічки і обернено пропорційна до квадрата радіусу стрічки та об'ємної ваги вантажу. Результати досліджень може бути використано при проектуванні трубчастих стрічкових конвеєрів, що транспортують сипкі вантажі.*

### **Mathematical model of the stress-strain state of belt with the load of tubular belt conveyer**

*The article developed a mathematical model of the stress-strain state of a tubular conveyor belt filled with bulk load. In this case, the belt is considered as a thin elastic inextensible cylindrical shell, and the bulk load in the belt is in the limit state. A system of differential equilibrium equations for a tubular belt with a bulk load with respect to forces and bending moments in a belt was obtained, which, when simplified, was reduced to a fourth-order differential equation for belt deflections. Based on this mathematical model, analytical dependencies of the deflections of the tubular conveyor belt on the parameters of the conveyor, the radius and properties of the belt, as well as the properties of the bulk load are obtained and analyzed. As a result, the maximum allowable distance between the roller supports of the tubular conveyor is determined. It was found that the allowable distance between the roller bearings is directly proportional to the tension of the belt and inversely proportional to the square of the radius of the belt and the bulk weight of the load. The research results can be used in the design of tubular belt conveyors transporting bulk load.*

**Кирия Р.В.** - д.т.н., ст. научн. сотрудник, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

**Ларионов Г.И.** - д.т.н., ст. научн. Сотрудник, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

**Ларионов Н.Г.** - к.т.н., мл. научн. Сотрудник, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

**Кирия Р.В.** - д.т.н., ст. научн. сотрудник, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

**Ларионов Г.И.** - д.т.н., ст. научн. Сотрудник, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

**Ларионов М.Г.** - к.т.н., мл. научн. Сотрудник, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины.

**Kiriya R.V.** - Dr. of Art., Art. scientific employee, Institute of Geotechnical Mechanics. N.S. Polyakova NAS of Ukraine.

**Larionov G.I.** - Dr. of Art., Art. scientific Employee, Institute of Geotechnical Mechanics. N.S. Polyakova NAS of Ukraine.

**Larionov N.G.** - Ph.D., ml. scientific Employee, Institute of Geotechnical Mechanics. N.S. Polyakova NAS of Ukraine.