

Н.М. Єршова, Н.О. Вельмагіна

МОДЕЛЮВАННЯ І ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ТРЬОХ ПІДПРИЄМСТВ В ЄДИНІЙ ВИРОБНИЧІЙ СИСТЕМІ

Анотація. В статті наведено методика проектування процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі. Матричним методом динамічного програмування встановлені розрахункові формули для параметрів проектування: частки потоку валової продукції, яка направляється підприємствами на розвиток власного виробництва. В якості критерію оптимальності прийнятий квадратичний функціонал, фізичний сенс якого - витрати грошових коштів на підтримку стабільного функціонування процесу. При цьому кінцева продукція виробничої системи, що направляється на зовнішнє споживання повинна бути максимальна. Створено програмний продукт і отримано оптимальне рішення. Виконано моделювання в системі моделювання МВТП 3.7 процесу взаємодії трьох підприємств для трьох варіантів. Варіант з оптимальними параметрами проектування забезпечує збільшення виробничої потужності підприємств і відповідає області раціональних значень часток проміжної продукції підприємств, що встановлена шляхом моделювання.
Ключові слова: оптимізація, моделювання, матричний метод динамічного програмування, процес взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі.

Постановка проблеми. В даний час багато підприємств, не витримавши конкуренції ринку, припиняють функціонування. Вирішальне значення при використанні обмежених виробничих ресурсів має тісну і безперервну взаємодію підприємств в єдиній виробничій системі на користь отримання взаємної вигоди при рішенні сумісних задач по задоволенню потреб суспільства [3]. З погляду системного підходу об'єктом дослідження є види і форми взаємодії, тобто об'єктом дослідження є не суб'єкти, а процес взаємодії між ними. Актуальним завданням сьогодення є створення стабільно функціонуючих і ефективних виробничих систем. Для цього необхідно знати значення оптимальних параметрів, які характеризують процес взаємодії підприємств єдиної виробничої системи. На основі моделювання процесу взаємодії підприємств в єдиній виробничій системі [1] встановлено, що кінцева продукція виробничої системи, яку поставляють на зовнішнє споживання, залежить від проміжної продукції, що залишається підприємствами на розвиток власного виробництва. Ставиться завдання – створити методику проектування процесу взаємодії

підприємств в єдиній виробничій системі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Автор роботи [6] розглядає завдання, що розкривають внутрішні резерви окремого підприємства в різних умовах його функціонування, в тому числі в умовах кризи. Вперше створено математичну модель життєвого циклу підприємства на основі теорії безперервних динамічних процесів. Модель дозволяє: прогнозувати поведінку підприємства в майбутньому, планувати його розвиток, аналізувати стійкість функціонування, моделювати кризові ситуації всередині підприємства і поведінку в ринкових умовах. Вихідним параметром підприємства є виробнича потужність. Робота [7] присвячена аналізу процесу взаємодії в єдиній виробничій системі двох підприємств, що випускають різну продукцію. В роботі [8] аналізувався процес взаємодії трьох підприємств, що випускають різну продукцію. В роботі [1] виконано аналітичне дослідження і моделювання процесу взаємодії трьох підприємств, що випускають різну кінцеву продукцію. Перше підприємство є фондотворчим. Друге і третє підприємства випускають взаємозамінну, в сенсі споживання, продукцію. Проміжна продукція всіх підприємств йде на розвиток власного виробництва, кінцева продукція фондотворчого підприємства розподіляється порівну між двома іншими підприємствами. Кінцева продукція другого і третього підприємства спрямовується на зовнішнє споживання. Створена схема моделювання для системи моделювання МВТП 3.7 і шляхом моделювання встановлено, що для стійкого функціонування досліджуваної виробничої системи і нарощування її потужності необхідно, щоб фондотворче підприємство залишало на розвиток власного виробництва 0,7-0,8 частки продукції, що випускається, і починала функціонування з максимально можливим капіталом. Крім того, кінцева продукція фондотворчого підприємства повинна порівну розподілятися між другим і третім підприємствами для забезпечення однакової інтенсивності нарощування їх виробничих потужностей. Друге і третє підприємства повинні залишати на розвиток власного виробництва 0,65-0,75 частки продукції, що випускається і починати функціонування без зовнішніх боргів.

Мета дослідження. Створити методику проектування процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі.

Викладення основного матеріалу дослідження. Виробнича система має три підприємства, що випускають різну продукцію. Перше підприємство є фондотворчим. Друге і третє підприємства випускають взаємозамінну, в сенсі споживання, продукцію. Проміжна продукція всіх підприємств йде на розвиток

власного виробництва, кінцева продукція фондотворчого підприємства розподіляється порівну між двома іншими підприємствами. Кінцева продукція другого і третього підприємства спрямовується на зовнішнє споживання.

Структурна схема представлена на рисунку 1 [4].

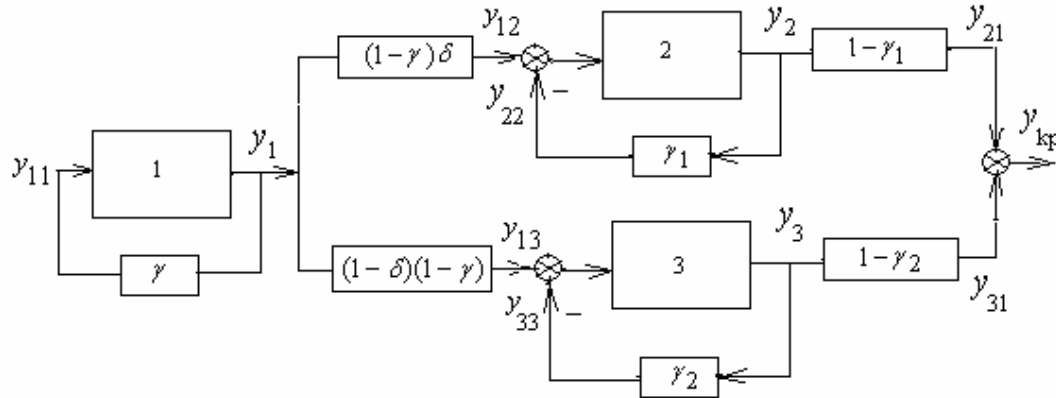


Рисунок 1 - Структурна схема

На рис. 1 позначено: y_i – виробнича потужність i – го підприємства; $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ – частка потоку, що випускається, залишена підприємствами на розвиток власного виробництва; δ – частка потоку кінцевої продукції фондотворчого підприємства, що розподіляється між другим і третім підприємствами; y_{kp} – кінцева продукція виробничої системи. Отже,

$$\begin{aligned} y_1 &= y_{11} + y_{12} + y_{13}; y_{kp} = y_{21} + y_{31}; y_2 = y_{21} + y_{22}; y_3 = y_{33} + y_{31}; \\ y_{13} &= (1-\gamma)(1-\delta)y_1; y_{11} = \gamma y_1; y_{12} = (1-\gamma)\delta y_1; y_{22} = \gamma_1 y_2; \\ y_{21} &= (1-\gamma_1)y_2; y_{33} = \gamma_2 y_3; y_{31} = (1-\gamma_2)y_3, \end{aligned}$$

У цьому випадку математична модель процесу взаємодії трьох підприємств запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 + a_{11}y_1 &= 0, \quad y_1(0) = y_{10}; \\ \dot{y}_2 + a_{22}y_2 &= a_{12}y_1, \quad y_2(0) = y_{20}; \\ \dot{y}_3 + a_{33}y_3 &= a_{13}y_1, \quad y_3(0) = y_{30}. \end{aligned} \quad (1)$$

де $a_{11} = \frac{\beta_1 - \gamma}{m_1}; a_{22} = \frac{\beta_2 - \gamma_1}{m_2}; a_{33} = \frac{\beta_3 - \gamma_2}{m_3}; a_{12} = \frac{(1-\gamma)\delta}{m_2}; a_{13} = \frac{(1-\delta)(1-\gamma)}{m_3}, m_i, \beta_i$

– відповідно фондомісткість і коефіцієнт вибуття ОВФ i – го підприємства.

В роботі [2] доведено, що оптимальні параметри можна визначати на математичних моделях без зовнішнього впливу, так як при будь-якому впливі в синтезуючій функції буде складова, що гасить його. Тому запишемо математичну модель (1) у вигляді

$$M\dot{Y} + FY - CY = 0, \quad (2)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}; \quad \dot{Y} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix}.$$

Математичну модель (2) приймемо в якості моделі-аналога проектного процесу. Вирішимо задачу матричним методом динамічного програмування. Математична модель керованого процесу має вигляд:

$$\dot{Y} = -M^{-1}(FY + BU), \quad (3)$$

де $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$ – вектор стану процесу; $U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$ – вектор управління;

$$F = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M^{-1} = \begin{bmatrix} 1/m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m_3 \end{bmatrix}.$$

В якості критерію оптимальності приймемо квадратичний функціонал

$$J = \int_0^{\infty} (Y'PY + U'GU)dt, \quad (4)$$

де $P = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix}$; $G = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{bmatrix}$ – матриці вагових коефіцієнтів.

Ставиться завдання - встановити розрахункові формули для параметрів проектування: частки потоку валової продукції $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$, що направляється підприємствами на розвиток власного виробництва. Фізичний зміст функціоналу - витрати грошових коштів на підтримку стабільного функціонування процесу. При цьому кінцева продукція виробничої системи, яку направляють на зовнішнє споживання повинна бути максимальна. Необхідною умовою оптимальності є рішення нелінійного алгебраїчного рівняння Ріккати

$$P + SF + F'S - SBG^{-1}B'S = 0, \quad (5)$$

де S симетрична позитивно визначена матриця. В загальному вигляді рівняння (5) вирішити неможливо. У матриці C моделі аналога процесу проєктовані параметри $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ розташовані на головній діагоналі, інші елементи матриці дорівнюють нулю. Тоді елементи матриці S з урахуванням її позитивної визначеності обчислюються по формулах

$$S_{ii} = \mu_i(\beta_i + \sqrt{\beta_i^2 + \alpha_i / \mu_i}), \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

Вектор управління визначається матричним вираженням

$$U = -G^{-1}B'SY = - \begin{bmatrix} S_{11}/\mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_{22}/\mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}/\mu_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = -DY. \quad (7)$$

Підставимо вектор управління (7) в (3) і врахуємо, що $BU = U$, отримаємо

$$\dot{Y} = -M^{-1}(FY - DY), \quad \text{або} \quad M\dot{Y} + FY - DY = 0, \quad (8)$$

Порівнюючи (8) з моделлю-аналогом (2), відзначаємо рівність матриць $C = D$ і отримаємо аналітичні залежності для визначення параметрів проектування $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$:

$$\gamma_i = \beta_i + \sqrt{\beta_i^2 + \alpha_i / \mu_i}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Елементи матриць P і G звичайно вибирають методом проб і помилок, що суттєво ускладнює синтез систем по даному критерію. При рішенні цієї проблеми необхідно виходити з основного призначення проектного процесу. В даному випадку параметрами проектування є частки потоку валової продукції $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$, що залишаються підприємствами на розвиток власного виробництва. Для отримання фізично реалізуемого процесу досліджується залежність основних динамічних показників підприємств від вагових коефіцієнтів (9) і визначаються розрахункові формули

$$\alpha_i = \mu_i(\gamma_i^2 - 2\gamma_i\beta_i); \quad 0 \leq \gamma_i \leq 1; \quad 0,08 \leq \beta_i \leq 0,3. \quad (10)$$

У таблиці 1 наведено результати моделювання в системі моделювання МВТП 3.7 [5] процесу взаємодії трьох підприємств в єдиній виробничій системі.

Таблиця 1

Результати моделювання

Вар.	γ	γ_1	γ_2	y_1	y_2	y_3	$y_{кр}$
1	0,7	0,7	0,75	36327	31178	24257	7218
2	0,7	0,75	0,75	36327	37378	24257	8079
опт.	0,74	0,736	0,8	48451	35924	28917	8023

Висновки.

1. Варіант з оптимальними параметрами проектування забезпечує збільшення виробничої потужності підприємств і відповідає області раціональних значень часток проміжної продукції підприємств, що встановлена шляхом варіантного моделювання в роботі [1].

2. Методика проектування процесу взаємодії підприємств в єдиній виробничій системі полягає в тому, що на першому етапі виконується оптимізація параметрів процесу, на другому - шляхом моделювання відбувається порівняння варіантів з заданими і оптимальними параметрами, на основі чого приймається рішення про впровадження параметрів проектування в практику.

ЛІТЕРАТУРА / LITERATURE

1. Вельмагіна Н. О., Ершова Н. М., Шибко О. М. Розробка теоретичних основ проектування підприємств і формування виробничих систем: монографія. Дніпро: ПДАБА, 2020. 272 с.
2. Ершова Н. М. Современные методы теории проектирования и управления сложными динамическими системами: монография. Днепропетровск: ПГАСА, 2016. 272 с.
3. Микрюков В. Ю. Теория взаимодействия экономических субъектов. Москва: Вузовская книга, 1999. 96 с.
4. Сиразетдинов Т. К. Динамическое моделирование экономических объектов. Казань: «Фан», 1996. 223 с.
5. Системы автоматического регулирования: практикум по математическому моделированию / Под ред. Б. А. Карташова. Изд. 2-е, перераб. и доп. Ростов на Дону: Феникс, 2015. 458 с.
6. Шибко О. Н. Выбор основного показателя характеристики жизненного цикла строительной фирмы. Дні науки – '2006. Матеріали ІІ Міжнар. наук. – практ. конф. м. Дніпропетровськ, 17-28 квітня 2006 р. Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. Том 7: Економічні науки. 2006. С.95-97.
7. Yershova Nina, Velmahina Natalia, Shibko Oksana. Simulation of the interaction of two enterprises in the single production system. Innovative lifecycle technologies of housing, industrial and transportation objects: Monograph. Dnipro – Bratislava, 2018. P. 98 – 106.
8. Yershova Nina, Velmahina Natalia, Kovtun-Horbachova Tetiana. Simulation of the interaction process of three enterprises in the single production system. Sustainable housing and human settlement: Monograph. Dnipro – Bratislava, 2018. P. 222 – 228.

REFERENCES

1. VelmagIna N. O., Ershova N. M., Shibko O. M. Rozrobka teoretichnih osnov proektuvannya pIdpriEmstv I formuvannya virobnichih sistem: monograflya. Dnipro: PDABA, 2020. 272 s.
2. Ershova N.M. Sovremennyye metodyi teorii proektirovaniya i upravleniya slozhny-

- imi dinamiceskimi sistemami: monografiya. Dnepropetrovsk: PGASA, 2016. 272 s.
3. Mikryukov V.Yu. Teoriya vzaimodeystviya ekonomicheskikh sub'ektov. Moskva: Vuzovskaya kniga, 1999. 96 s.
 4. Sirazetdinov T.K. Dinamicheskoe modelirovanie ekonomicheskikh ob'ektov. Kazan: «Fan», 1996. 223 s.
 5. Sistemyi avtomaticheskogo regulirovaniya: praktikum po matematicheskomu modelirovaniyu / Pod red. B. A. Kartashova. Izd. 2-e, pererab. i dop. Rostov na Donu: Feniks, 2015. 458 s.
 6. Shibko O.N. Vyibor osnovnogo pokazatelya harakteristiki zhiznennogo tsikla stroitel'noy firmy. *Dni nauki – '2006*. Materiali II Mizhnar. nauk. – prakt. konf. m. Dnipropetrovsk, 17-28 kvItnya 2006 r. Dnipropetrovsk: Nauka i osvita, 2006. Tom 7: Ekonomichni nauki. 2006. S.95-97.
 7. Yershova Nina, Velmahina Natalia, Shibko Oksana. Simulation of the interaction of two enterprises in the single production system. Innovative lifecycle technologies of housing, industrial and transportation objects: Monograph. Dnipro – Bratislava, 2018. P. 98 – 106.
 8. Yershova Nina, Velmahina Natalia, Kovtun-Horbachova Tetiana. Simulation of the interaction process of three enterprises in the single production system. Sustainable housing and human settlement: Monograph. Dnipro – Bratislava, 2018. P. 222 – 228.

Received 04.03.2021.

Accepted 05.03.2021.

Моделирование и оптимизация параметров процесса взаимодействия предприятий в единой производственной системе

В статье приводится методика проектирования процесса взаимодействия трех предприятий в единой производственной системе. Матричным методом динамического программирования установлены расчетные формулы для параметров проектирования:

частей потока валовой продукции, направляемой предприятиями на развитие собственного производства. В качестве критерия оптимальности принимается квадратичный функционал, физический смысл которого – затраты денежных средств на поддержание стабильного функционирования процесса. При этом конечная продукция производственной системы, направляемой на внешнее потребление должна быть максимальной. Создан программный продукт и получено оптимальное решение. Выполнено моделирование в системе моделирования МВТУ 3.7 процесса взаимодействия трех предприятий для трех вариантов. Вариант с оптимальными параметрами проектирования обеспечивает увеличение производственной мощности предприятий и входит в область рациональных значений частей промежуточной продукции предприятий, установленную в результате вариантного моделирования.

Simulation and optimization of interaction process parameters three enterprises in a single production system

The article presents a method of designing the process of interaction of three enterprises in a single production system. The matrix method of dynamic programming establishes calculation formulas for design parameters: the share of the flow of gross output, which is sent by enterprises for the development of their own production. The quadratic functional is accepted as a criterion of optimality, the physical meaning of which is the expenditure of funds to support the stable functioning of the process. In this case, the final product of the production system, sent to external consumption should be maximum. The software product is created and the optimum decision is received. Modeling in the modeling system of MVTP 3.7 of the process of interaction of three enterprises for three variants is performed. The option with optimal design parameters provides an increase in the production capacity of enterprises and corresponds to the area of rational values of the shares of intermediate products of enterprises, which is established by modeling.

Єршова Ніна Михайлівна - д.т.н., професор кафедри комп'ютерних наук, інформаційних технологій та прикладної математики Придніпровської державної академії будівництва та архітектури.

Вельмагіна Наталя Олександрівна - к.физ-мат. наук, доцент кафедри комп'ютерних наук, інформаційних технологій та прикладної математики Придніпровської державної академії будівництва та архітектури.

Єршова Ніна Михайловна - д.т.н., профессор кафедры компьютерных наук, информационных технологий и прикладной математики Приднепровье-ской государственной академии строительства и архитектуры.

Вельмагина Наталья Александровна - к.физ-мат. наук, доцент кафедры компьютерных наук, информационных технологий и прикладной математики Приднепровской государственной академии строительства и архитектур-ры.

Ershova Nina Mikhailovna - Doctor of Technical Sciences, Professor Department of Computer Science, Information Technology and Applied Mathematics Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture.

Velmagina Natalia Alexandrovna - Ph.D. n, associate professor Department of Computer Science, Information Technology and Applied Mathematics Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture.