

## КОНЕЧНЫЕ АВТОМАТЫ С НЕБИНАРНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ МНОЖЕСТВ

*Аннотация.* Уточнено определение классического конечного автомата в части свойств элементов его множеств. Предложены модели, описаны свойства конечных автоматов с небинарными элементами множеств состояний, входов, выходов, управлений и функций, которые образуют автомат. Описаны механизмы параметрической и структурной адаптации предложенных автоматов. Активность выходов автомата определена в окрестности активного состояния и на различных временных интервалах.

*Ключевые слова:* конечные автоматы, элементы множеств конечных автоматов, функции конечных автоматов.

### Введение

Конечные автоматы это формализм, который на протяжении многих лет широко применяется для описания и моделирования как программной, так и аппаратной логики поведения технических систем [1, 2]. Конечные автоматы выполняют функции преобразователей и классификаторов информации, распознавателей входных цепочек данных и другие [3, 4]. Многообразие применений приводит к появлению новых видов [5, 6] автоматов. Перспективно использование конечных автоматов для построения когнитивных систем управления [7, 8], что заставляет еще раз пересмотреть возможности этой замечательной конструкции в целях расширения функций реализуемого автоматом поведения и уменьшения размерности множества его состояний.

В области приложений конечных автоматов для управления чаще всего применяются автоматы типа преобразователь (transducer). Такие автоматные преобразователи определяются как кортеж [4]

$$A = \langle S, X, Y, s_0, \delta, \lambda \rangle, \quad (1)$$

где  $S$  – конечное непустое множество (состояний);  $X$  - конечное непустое множество входов (входной алфавит);  $Y$  - конечное непустое множество выходов (выходной алфавит);  $s_0 \in S$  - начальное состояние;  $\delta: S \times X \rightarrow S$  - функция переходов;  $\lambda: S \times X \rightarrow Y$ ,  $\lambda: S \rightarrow Y$  - функции выходов автоматов Мили и Мура, соответственно.

Итак, конечноавтоматный преобразователь описывается тремя множествами  $S$ ,  $X$ ,  $Y$  и двумя функциями  $\delta$ ,  $\lambda$ . Вместе с тем, в этом и других известных определениях конечного автомата не описываются свойства элементов его множеств. Например, что характеризует элемент множества входов? Какие значения может принимать вход? Какова взаимосвязь во времени и причинно-следственные отношения между изменениями значений элементов множеств автомата?

Цель настоящей работы состоит в расширении области поведений, которые описываются с помощью конечного автомата путем модификации свойств элементов его автоматных множеств и функций.

### **Конечные автоматы с множествами бинарных элементов**

Анализ поведения известных автоматов указывает на бинарный тип элементов образующих автомат множеств. Так элемент множества состояний кроме уникального имени (наименования, обозначения) в каждый момент времени характеризуется значением-статусом (активен, пассивен).

Если состояние активно, то выполняются выходы, с которыми связано это состояние (автоматы Мура). Если состояние пассивно, то выходы не выполняются. То есть статус выходов тоже бинарный (выполняются, не выполняются). Для элементов множества входов существенной характеристикой является осуществляемость (воплощение описанного входом события, актуализация входа). Используемые значения входа (актуален или не актуален) также свидетельствуют о его бинарности.

Пример графа автомата и типовая взаимосвязь между изменениями в элементах множеств автомата приведена на рис.1. Автомат имеет три состояния  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  в которых исполняются выходы  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  и два входа  $X_1$ ,  $X_2$ . Из рис. 1 следует, что осуществление входа  $X_1$  в момент времени  $t1$  есть причина перехода автомата из состояния  $S_1$  в состояние  $S_2$ ,

прекращения выхода  $Y_1$  и исполнении выхода  $Y_2$ . Активность состояния  $S_2$  завершается в момент времени  $t_2$  осуществления входа  $X_2$ . В этот же момент начинается активность состояния  $S_3$ . То есть выход исполняется только на интервале активности соответствующего состояния. Такая «черно-белая» картина встречается в практике проектирования достаточно редко. Более реалистичное поведение системы управления предполагает, что интервалы исполнения выходов не совпадают по времени с интервалами активности состояний. Во-первых, алгоритмы опережающего управления учитывают «первые ласточки» - предшественники грядущего события, его вероятностные характеристики которые вызывают опережающее исполнение выходов.

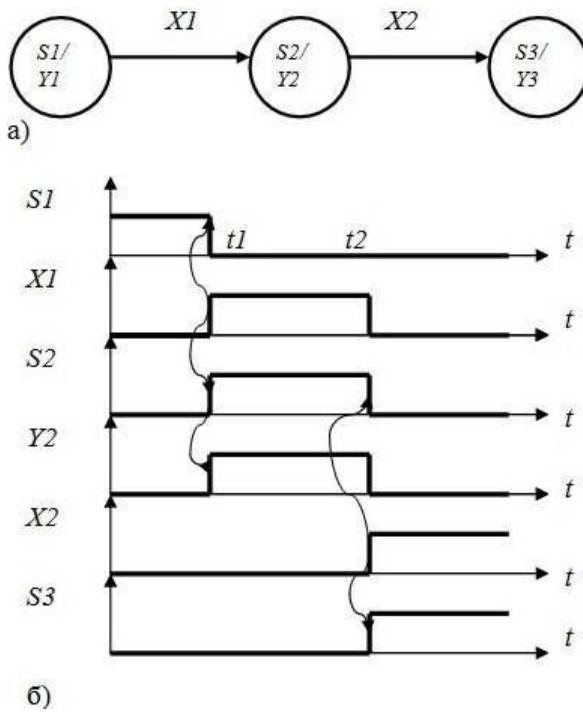


Рисунок 1 - Фрагмент графа автомата (а) и типовая взаимосвязь между изменениями в элементах множеств автоматов (б)

Во-вторых, исполнение выходов может продолжаться, пусть в уменьшенном объеме, и после завершения активности состояния. В третьих, активность некоторого состояния может активизировать исполнение нескольких выходов с различными моментами начала и продолжительности интервала исполнения. Примером может служить автомат управления светофором на пешеходном перекрестке, который имеет два

состояния  $S_0$  – «ожидание» и  $S_1$  – «переход». В состоянии «переход» активизируются три выхода, которые приведены в табл.1. применительно к светофору для транспорта. В табл.1 обозначено:  $t_0$ ,  $t_3$  – момент начала и окончания активности состояния «переход». Причем  $t_3 > t_2 > t_1 > t_0$ .

Таким образом, свойства элементов множеств, которые образуют конечный автомат, существенно влияют на реализуемое автоматом поведение и их необходимо указывать при его описании.

Таблица 1

**Интервалы активности выходов в состоянии «переход»**

Наименование интервала	Интервал исполнения выхода	
	Начало	Завершение
«Желтый 1»	$t_0$	$t_1$
«Красный»	$t_1$	$t_2$
«Желтый 2»	$t_2$	$t_3$

Стандартное поведение, в котором выходы осуществляются только в активном состоянии, характерно для автоматов с бинарными элементами множеств.

**Автоматы с небинарными элементами множеств**

Рассмотрим конечные автоматы, которые образуются из множеств небинарных элементов. При арности равной трем такие элементы называют тернарными. Тернарный элемент множества входов может иметь множества значений {осуществился, вероятен, не осуществился} или {нет, ожидается, есть}. А тернарный элемент множества состояний может принимать значения из множества {пассивен, подготовка/последействие, активен}. Значения бинарных выходов {осуществляются, не осуществляются} дополняются в множествах с тернарными новым значением «особое осуществление». Содержание такого выхода зависит от контекста решаемой задачи. Осуществление выхода может быть реализовано в неполном объеме или в измененном временном интервале относительно интервала активности состояния. Следует отметить, что арность элементов различных множеств одного автомата может быть различной. Например, элементы множеств  $X$ ,  $S$  – тернарные, а множества  $Y$  - бинарные. Различные варианты арности элементов множеств автомата позволяют разнообразить варианты его поведения.

Тернарность и более высокая арность элементов множеств автомата может быть использована для построения адаптивных автоматов, поведение которых зависит от значений входов. С этой целью пересмотрим определение состояния автомата. Известные [4] определения состояния автомата («класс эквивалентности его входных историй», «концентрированное прошлое») ориентированы на предисторию входов.

Предлагается рассматривать состояние одновременно с позиций предистории входов, текущего состояния выходов и постистории состояний, которые описываются соответственно, функциями активации  $\mu$ , выходов  $\lambda$  и структуры  $\sigma$ .

Функция активации  $\mu$  устанавливает логику определения значения состояний в активном переходе и его окрестностях в зависимости от значений некоторого подмножества состояний и текущих значений входов  $X$ . Если значения состояний упорядочены в направлении от «пассивное» к «активное», то в результате перехода значение прошлого и текущего состояния уменьшается (приближается к «пассивному»), а будущего – увеличивается (приближается к «активному»).

Функция выходов  $\lambda$  определяет значение выходов в  $i$ -м состоянии как номер подмножества  $Y_i$  выходов  $i$ -го состояния, которые исполняются во время нахождения автомата в этом состоянии с учетом значения состояния, полноты реализации, типа и параметров интервала активности выходов относительно интервала постоянства значения состояния.

Функция структуры  $\sigma$  задает логику переходов от одного активного состояния к другому. Эта логика задается подмножествами входов  $X_i$ , которые разрешены в процессе выполнения перехода из  $i$ -го состояния при текущем значении активного состояния. Разрешение формируется с помощью входов управления из множества  $C$ . Функцию  $\sigma$  можно рассматривать как фильтр будущих событий, которые являются причиной переходов. Фильтр выделяет из множества входов  $X$  некоторое подмножество входов  $X_{ic}$ , на которые будет реагировать автомат, находящийся в этом ( $i$ -ом) состоянии, игнорируя изменения значений других входов. Изменение фильтра в результате изменения значений входов управле-

ния приводит к изменению структуры автомата и является механизмом его структурной адаптации.

Таким образом, конечный автомат можно определить как

$$A = \langle X, Y, S, s_0, C, c_0, F \rangle, \quad (2)$$

где  $C$  - множество управлений;  $c_0$  – начальное управление;  $F$  – множество функций автомата в его состояниях. Состояния являются той частью автомата, где производится обработка поступающей информации. Недаром англоязычный термин «FSM – Finite State Machine» дословно переводится как «конечная машина состояний».

Элемент  $f_i$  множества  $F$  для  $i$ -го состояния определим через функции этого состояния

$$f_i = \langle \mu_i, \lambda_i, \sigma_i \rangle. \quad (3)$$

Рассмотрим основные положения использования функций автомата:

1. Аргументами функций FSM являются значения состояний, входов и управлений автомата.
2. При инициализации FSM состоянию  $s_0$  присваивается значение «активен», а остальным состояниям – «пассивен». Кроме того автомат настраивается на начальное управление  $c_0$ .
3. В любой момент времени в FSM имеется только одно активное состояние.
4. Функции активации и структуры выполняются только в активном состоянии, а функция выходов – во всех состояниях, значение которых отличается от пассивного.
5. Функция активации вычисляет значения состояний в активном состоянии и его окрестностях, то есть на некотором расстоянии от активного состояния. Под расстоянием  $R_{ij}$  между состояниями  $S_i$  и  $S_j$  будем понимать количество переходов на кратчайшем пути между ними. Так расстояние между состояниями  $S_1$  и  $S_3$  автомата, граф которого приведен на рис.1а равно двум, а между состояниями  $S_1$  и  $S_2$  – одному. В состояниях находящихся на превышающем предельно разрешенное расстояние от активного состояния устанавливается значение «пассивен».

Рассмотрим характеристики этих функций FSM. Значение  $i$ -го состояния после активации определим с помощью функции  $\mu_i$

$$v_{si} = \mu_i(n_i, a_t, V_{xi}, V_{sj}, R_{ij}), \quad (4)$$

где  $n_i$  – количество значений  $i$ -го состояния;  $a_t$  – тип активации (по максимальному, приоритетному значению или взвешенной сумме значений активирующих входов с учетом или без учета значений прошлых состояний);  $V_{xi}$  – множество значений входов, которые активируют данное состояние;  $V_{sj}$  – множество значений состояний, которые связаны с активирующими входами.

Функция выходов  $\lambda_i$ , определяет значения выходов  $i$ -го состояния в зависимости от значения данного состояния  $v_{yi} = \lambda_i(v_{si})$ . Значение  $v_{yi}$  определяет вариант номенклатуры  $Y_{iv}(v_{yi})$  исполняемых выходов, полноту  $B_i(v_{yi})$  и временной интервал  $t_{bi}(v_{yi}), t_{ei}(v_{yi})$  их реализации.

Номенклатура исполняемых выходов есть подмножество  $Y_{iv}(v_{yi}) \in Y_i$ . Полнота реализации  $B_i$  характеризует некоторый параметр выхода (например, амплитуду, мощность) относительно его предельного значения. Интервал времени  $[t_{bi}, t_{ei}]$  реализации выходов задается временами начала  $t_{bi}$ , и окончания  $t_{ei}$  окончания или смещениями относительно интервала постоянства значения текущего состояния. Примеры типов интервала активности выходов приведены на рис. 2.

Функция структуры устанавливает подмножество входов автомата  $X_{ic} = \sigma(v_i, c_i)$ , которые разрешены для перехода из  $i$ -го состояния при его значении  $v_i$  и управлении  $c_i$ . При визуализации автомата графом, исходящие дуги вершины графа, относящиеся к каждому фильтру, могут быть выделены визуально, например цветом или типом линий. Это повысит читабельность графа.

В классическом описании конечного автомата нет указаний о том, как используются выходы автомата. Предполагается, что выходы воздействуют на объект управления. При построении интегрированных систем управления появляются дополнительные варианты использования выходов: управление автоматами, которые расположены на более низких уровнях иерархии управления; трансформация выхода во входы  $X$  и  $C$  своего или других автоматов на текущем уровне; выдача осведомитель-

ной информации о своем состоянии на более высокий уровень в иерархии управления.

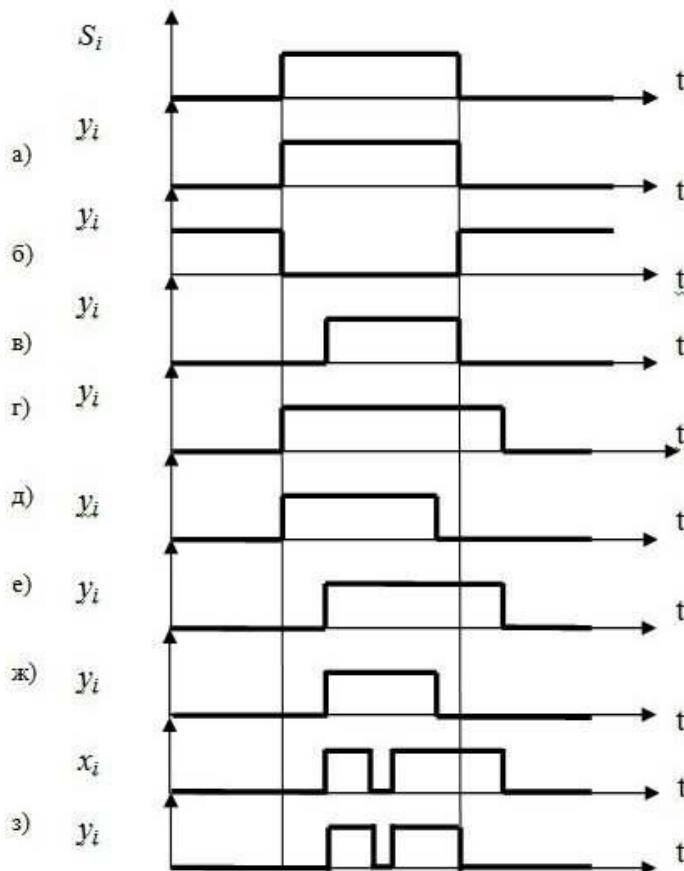


Рисунок 2 - Типы интервалов активности выходов:

- а – совпадение; б – инверсия; в – задержка начала; г - задержка окончания;
- д – досрочное завершение; е – комбинация типов «в» и «г»,
- ж - комбинация типов «в» и «д»; з - логическое «И» с активностью входа

### Выводы

В описание конечного автомата введено значение элементов множеств образующих автомат. Показано, что в известных автоматах элементы множеств входов, выходов и состояний принимают одно из двух значений, то есть являются бинарными.

Предложено увеличить арность значений элементов множеств автомата. Это позволило описать поведение автомата, в котором выходы автомата исполняются не только в активном состоянии, но и в некоторой окрестности состояний. Такое поведение задает последействие состоя-

ний после завершения их активности и подготовительные операции выходов перед вероятным или возможным переходом в это состояние.

В описание выходов автомата введены параметры, которые характеризуют временной интервал активности выхода относительно интервала активности и значения состояния. Управление значениями этих параметров позволяет выполнить параметрическую адаптацию автомата.

В описание автомата введены множества функций состояний и управлений, выделено начальное управление. Элемент множества функции состояний описывает для данного состояния функции активации, выходов и структуры. Функции структуры задают структуру переходов из активных состояний в процессе структурной адаптации автомата.

В последующих работах предполагается описать программные шаблоны для реализации предложенных конечных автоматах в интегрированных системах управления.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wright, David R. (2005). "Finite State Machines" CSC215 Class Notes. David R. Wright website, N. Carolina State Univ. Электронный ресурс. Режим доступа <http://www4.ncsu.edu/~drwright3/docs/courses/csc216/fsm-notes.pdf>.
2. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. — М.: ГИФМЛ, 1962. — 476 с.
3. Keller, Robert M. (2001). "Classifiers, Acceptors, Transducers, and ncers". Computer Science: Abstraction to Implementation. Harvey Mudd College. p. 480. [Электронный ресурс]. Режим доступа <https://www.cs.hmc.edu/~keller/cs60book/All.pdf>.
4. Карпов, Ю. Г. Теория автоматов. [Текст]. – СПб., Питер, 2002. –224 с.
5. Branicky M. S. Handbook of Networked and Embedded Control Systems, chapter “Introduction to hybrid systems”, pages 91–116. Birkhauser, 2005.
6. Поляков М.А., Андриас И.А. Теоретико-множественные модели функциональных структур гибридных автоматов систем управления // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 3 (116). - Дніпро, 2018. - С. 146 - 152.

7. Поляков М.А. Теоретико-множественные модели функциональных структур систем когнитивного управления. // Дніпро, «Системні технології». - 2017, №3(110), с. 16–23.
8. Поляков М. А. Когнитивное управление на основе динамического комплекса целей: структуры и модели / М. А. Поляков // Електротехнічні та комп’ютерні системи. - 2018. - № 28. - С. 127-133.

#### REFERENCES

1. Wright, David R. (2005). "Finite State Machines" CSC215 Class Notes. David R. Wright website, N. Carolina State Univ. [Electronic resource]. Access mode <http://www4.ncsu.edu/~drwright/docs/courses/csc216/fsm-notes.pdf>.
2. Glushkov V.M. Sintez tsifrovych avtomatov. — M.: GIFML, 1962. — 476 s.
3. Keller, Robert M. (2001). "Classifiers, Acceptors, Transducers, and ncers". Computer Science: Abstraction to Implementation. Harvey Mudd College. p. 480. [Electronic resource]. Access mode <https://www.cs.hmc.edu/~keller/cs60book/All.pdf>.
4. Karpov, YU. G. Teoriya avtomatov. [Tekst]. – SPb., Piter, 2002. – 224 p.
5. Branicky M. S. Handbook of Networked and Embedded Control Systems, chapter “Introduction to hybrid systems”, pages 91–116. Birkhauser, 2005.
6. Polyakov M.A., Andrias I.A. Teoretiko-mnozhestvennye modeli funktsional'nykh struktur gibrnidnykh avtomatov sistem upravleniya .// Systemni tekhnolohiyi. Rehional' nyy mizhvuzivs' kyy zbirnyk naukovykh prats' . - Vypusk 3 (116). - Dnipro, 2018. P. 146 - 152.
7. Polyakov M.A. Teoretiko-mnozhestvennye modeli funktsional'nykh struktur sistem kognitivnogo upravleniya. //«Sistemní tehnologíí». Rehional' nyy mizhvuzivs' kyy zbirnyk naukovykh prats' . - №3(110), Dnipro, 2017. P. 16–23.
8. Polyakov M. A. Kognitivnoye upravleniye na osnove dinamicheskogo kompleksa tseley: struktury i modeli // Yelektrotehnichní ta komp'yuterní sistemi. - 2018. - № 28. - P. 127-133.