УДК 621.313.3-7.017

В.Е. Кажан, В.В. Степкин, А.А. Захаров

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация. В статье разработана статистическая полумарковская модель оценки показателей надежности электромеханической системы с использованием датчика случайных чисел, равномерно распределённых в единичном интервале. Такая модель позволяет получить совокупность дискретных значений показателей надежности и технического состояния электромеханической системы, аппроксимируемых аналитическими зависимостями. В результате решения данной задачи получают: функции вероятностей состояний и готовности, среднее время пребывания в каждом из состояний ГСП, коэффициент технического использования и другие показатели ЭМС.
Ключевые слова: показатели надежности, полумарковский процесс, датчик случайных чисел, граф состояний и переходов, аппроксимации, модель, датчик,система.

Постановка проблемы. Качество любой электромеханической системы (ЭМС), в частности автоматизированных электроприводов технологических комплексов, определяется совокупностью свойств этой системы, в том числе надёжностью. Процесс эксплуатации ЭМС позволяет накапливать информацию в двух направлениях: уточнение данных о надёжности её элементов и уточнение оценок надёжности системы, полученных на предыдущих этапах «жизненного» цикла или в ходе ускоренных испытаний. Процедура получения такой информации в процессе эксплуатации и испытаний ЭМС требует больших временных и материальных затрат и во многом определяет структуру их систем технического обслуживания [1,2].

Анализ основных исследований. Оценку показателей надёжности можно осуществить путём моделирования процесса функционирова-

 ISSN 1562-9945

ния ЭМС, заключающегося в получении с помощью алгоритма выборки определённого объёма из генеральной совокупности. Наиболее адекватная математическая модель анализа технического состояния ЭМС может быть получена с помощью аппарата теории полумарковских процессов [3,4]. Основу такой модели составляет ориентированный граф S основных состояний Sk $\in$ S $(k=\overline{1,N})$ и возможных переходов (ГСП) ЭМС в ходе эксплуатации.

Цель статьи (постановка задачи). Целью данного исследования является разработка статистической полумарковской модели оценки показателей надежности и технического состояния ЭМС в процессе эксплуатации.

Основная часть исследования (построение модели). Исчерпывающими характеристиками полумарковского процесса (ПМП) на множестве состояний при известном начальном состоянии S_0 процесса являются матрицы условных функций $\underline{F}(t)=\|F_{kl}(t)\|$ распределения времени пребывания ЭМС в состоянии S_k до перехода в состояние $S_l\ (k,l=\overline{1,N})$ и условных вероятностей переходов $\underline{P}=\|P_{kl}\|$, вложенной в данный ПМП однородной марковской цепи. Вершина S_k ГСП – одно из состояний аппаратуры, когда она либо полностью работоспособна, либо один или несколько из её определяющих параметров $П_j$ $(j=\overline{1,П_к})$ находятся за пределами поля допуска, либо ЭМС находится на техническом обслуживании, либо на ней проводится текущий ремонт и другие состояния. В качестве основных законов распределения $F_{kl}(t)$ могут быть использованы такие законы, как равномерный, экспоненциальный, нормальный, Вейбулла-Гнеденко, Релея и другие [3].

Считая известными вид и параметры функции $F_{kl}(t)$ и значения вероятностей p_{kl}, методика определений показателей надёжности ЭМС с использованием статического моделирования основывается на получении достаточного количества реализации ПМП на заданном интервале времени, представляя процесс эксплуатации ЭМС в виде последовательной смены состояний, и последующем расчёте выбранных показателей надёжности.

На основании ГСП ЭМС, характеризуемого матрицей условных вероятностей переходов $\underline{P}$ и номером исходного (начального) состояния ЭМС $S^{o}_{к}$, осуществляется выбор направления перехода моделируемого процесса из состояния S_k в S_l. Для этого используется датчик случайных чисел, равномерно распределённых в интервале (0, 1), формирующий случайное число ξ_i с заданным законом распределения $F_{kl}(t)$, и проверяется условие

$$\sum_{\nu=1}^{1-1} p_{k\nu} \prec \zeta_i \leq \sum_{v=1}^{1} p_{kv}, \; k,l=\overline{1,N}. \tag{1}$$

Для выбранного перехода j берётся реализация случайной величины времени τ_{kl}, имеющей соответствующую функцию $F_{kl}(t)$. Для каждой r-й реализации ($r = \overline{1, N_p}$) фиксируются значения времени $\tau_{кi,\ кi+1}$ по каждому j –му переходу ГСП, текущее время моделирования и номера состояния S_k, в котором полумарковский процесс находится в течение времени $\tau_{кl}$. По этим данным формируются массивы (матрицы) моментов начала (окончания) каждого перехода

$$T_c(j)=\sum_{j=1}^{jk} \tau_{kl}(j) \tag{2}$$

и среднего суммарного времени пребывания процесса в каждом S_k состоянии графов переходов и состояний

$$T_s(k)=\sum_{r=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{j_{kr}} \tau_{kl}(j), \tag{3}$$

где j_{kr} – число переходов в r-й реализации процесса.

По данным массивов $T_c(j)$ и $T_s(k)$ строится гистограмма числа посещений процессом каждого из S_k состояний (k = 1,N) при r-й реализации в виде массива $\underline{S^*}=||S^*_{кx}||$. Для чего время реализации t_p предоставляется совокупностью временных интервалов x ($x = \overline{1, x_r}$) шагом квантования Δt_x, число которых определяется как

$$x_k = \frac{t_p}{\Delta t_x}. \tag{4}$$

При формировании гистограммы сравниваются значения $\tau_{кl}(j)$ с величиной $x\Delta t_x$ и находится наименьшее x, при котором $\tau_{кl}(j) \geqslant x\Delta t_x$. Каж-

 ISSN 1562-9945

дому состоянию S_k для любого $x = \overline{1, x_z}$ отводится определённая ячейка массива S*. При попадании величины $\tau_{kl}(j)$ в интервал x содержимое ячейки увеличивается на единицу, а количество ячеек n_j для данного j перехода определяется как

$$n_j = \frac{t_c(j)-t_c(j-1)}{\Delta t_x}. \qquad (5)$$

Если на интервале $\tau_{kl}(j)$ не укладывается целое число Δt_x, то в этом случае оставшийся временной участок для перехода j и момент его окончания либо отбрасывается, либо увеличивается на величину

$$A_1 = \Delta t_x - A_x = \frac{t_c(j)}{\Delta t_x} - \mathrm{integer} \cdot \left| \frac{t_c(j)}{\Delta t_x} \right|. \qquad (6)$$

Время пребывания $\tau_{kl}(j)$ так же изменяться и будет

$$\tau_{kl}(j) = \tau_{kl}(j) + \begin{pmatrix} -A_x \\ A_1 \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Для нахождения объективных устойчивых характеристик процесса требуется его многократное повторение с последующей обработкой полученных результатов. Статическая устойчивость оценок параметров случайного процесса обеспечивается вычислением их как средних значений по большому количеству реализаций, выбор которых определяется требованиями точности результатов.

На практике необходимое число реализаций определяется исходя из заданных точности ε и достоверности α согласно соотношению [4]

$$N_p = \frac{\left[\hat{O}^{-1} \cdot \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right]^2 \cdot p \cdot (1-p)}{\varepsilon^2}, \qquad (8)$$

где $\hat{O}^{-1} \cdot \left(\frac{\alpha}{2} \right)$ – функция, обратная функция Лапласа; p – аппаратное значение рассчитываемой вероятностной характеристики.

Верхняя оценка потребного количества реализаций N^*_p для α = 0,95 и $\left[\text{Ô}^{-1}\cdot\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]^2=4{,}2$ определяется из условия максимума числителя выражения (8)

$$N^*_{\text{ð}}=\frac{1}{\varepsilon^2}. \qquad (9)$$

По результатам N^*_p - кратного моделирования процесса переходов ЭМС производится количественная оценка ее показателей надёжности. В частности , вероятностей пребывания ЭМС в каждом из состояний (ГСП)

$$\text{Ï}_{\text{ê}}(\text{õ}\,\Delta t_x)=\frac{S^x_{kx}}{N^x\cdot p}, \qquad (10)$$

представляющих собой вероятности того, что ЭМС в рассматриваемый момент времени находится в $S_k \in S$ состоянии, и среднего времени пребывания ЭМС в этом состоянии

$$M_{\text{ê}}=\frac{\sum_{r=1}^{N^*_p}\sum_{j=1}^{j_{kr}}\tau^{(r)}_{kl}(j)\cdot\frac{1}{q_r}}{N^*}, \qquad (11)$$

где r ($r = \overline{1, N^*_p}$) – номер реализации, а q_r – число посещений процессом S_k состояния за r-ю реализацию.

Зная функции $\Pi_к(x\Delta t_x)$, можно определить функцию готовности ЭМС к использованию по назначению как

$$K(\text{õ}\cdot\Delta t_x)=\sum_{k=1}^{R}\Pi_{\text{ê}}(x\cdot\Delta t_x), \qquad (12)$$

где R – число работоспособных состояний ЭМС в ГСП.

Полученные таким методом совокупности дискретных значений показателей в фиксированные моменты аппроксимируются аналитическими зависимостями [5] в виде

$$\text{Ô}_{\text{ê}}(t)=\text{à}_{kv}+\sum_{v=1}^{v_k}\text{à}_{kv}\cdot t^v, \qquad (13)$$

где a_{kv}, N, v – соответственно значения коэффициентов аппроксимации,

ISSN 1562-9945

число аппроксимируемых функций и степень аппроксимирующего полинома.

Выводы. Использование полумарковской статистической модели эксплуатации ЭМС и датчика случайных чисел, равномерно распределённых в единичном интервале, обеспечивает получение дискретных значений показателей надежности и технического состояния системи, аппроксимируемых аналитическими зависимостями. В результате решения данной задачи получают: функции вероятностей состояний и готовности, среднее время пребывания в каждом из состояний ГСП, коэффициент технического использования и другие показатели ЭМС на заданном интервале времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барлоу Р. Статистическая теория надежности и испытаний на безотказность / Р. Барлоу, Ф. Прошан., 1984. – 27 с. – (М.: Наука).

2. Кажан В. Е. Модель оценки качества системы технического обслуживания электромеханических комплексов / В. Е. Кажан, И. В. Котлярова. // Днiпропетровськ, ДДТУЗТ. – 2001. – №7. – С. 48–53.

3. Королюк В. С. Полумарковские процессы и их приложения / В. С. Королюк, А. Ф. Турбин. – Киев: Наукова думка, 1976. – 184 с.

4. Бусленко И. П. Моделирование сложных систем / И. П. Бусленко. – М.: Наука, 1978. – 400 с.

5. Фадеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фадеев, В. Н. Фадеева. – М.: Физматгиз, 1963. – 734 с.

6. Ястребенецкий М. А. Надежность автоматизированных систем управления технологическими процессами / М. А. Ястребенецкий, Г. М. Иванова. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 264 с.

REFERENCES

1. Barlou R. Statisticheskaya teoriya nadezhnosti i ispyitaniy na bezotkaznost / R. Barlou, F. Proshan., 1984. – 27 s. – (M.: Nauka).

2. Kazhan V. E. Model otsenki kachestva sistemyi tehnicheskogo obsluzhivaniya elektromehanicheskih kompleksov / V. E. Kazhan, I. V. Kotlyarova. // DnIpropetrovsk, DDTUZT. – 2001. – №7. – S. 48–53.

3. Korolyuk V. S. Polumarkovskie protsessyi i ih prilozheniya / V. S. Korolyuk, A. F. Turbin. – Kiev: Naukova dumka, 1976. – 184 s.

4. Buslenko I. P. Modelirovanie slozhnyih sistem / I. P. Buslenko. – M.: Nauka, 1978. – 400 s.

5. Fadeev D. K. Vyichislitelnyie metodyi lineynoy algebryi / D. K. Fadeev, V. N. Fadeeva. – M.: Fizmatgiz, 1963. – 734 s.

6. Yastrebenetskiy M. A. Nadezhnost avtomatizirovannyih sistem upravleniya tehnologicheskimi protsessami / M. A. Yastrebenetskiy, G. M. Ivanova. – M.: Energoatomizdat, 1989. – 264 s.

 ISSN 1562-9945