

О.І. Панфілов, М.М. Нестеренко

ДИНАМІКА СИСТЕМИ «ВІБРАЦІЙНА УСТАНОВКА – ШАР БЕТОНУ – ІМПУЛЬСНИЙ ПРИВАНТАЖУВАЧ» З УРАХУВАННЯМ ДІЇ ОСНОВНОГО ВІБРОЗБУДЖУВАЧА ТА ВИЩИХ ГАРМОНІК

Анотація. У статті розглянуто динаміку системи «вібраційна установка – шар бетону – імпульсний привантажувач» з урахуванням дії основного віброзбуджувача та вищих гармонік коливального процесу. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю підвищення ефективності вібраційного ущільнення бетонних сумішей, особливо за умов нерівномірного передавання енергії коливань у товщу матеріалу та впливу хвилових процесів на формування зон підсилення й ослаблення динамічної дії. Метою роботи є розроблення узагальненої математичної моделі системи, яка враховує взаємодію рухомої рами з формою, бетонної суміші та імпульсного привантажувача, а також обґрунтування умов ефективного режиму доущільнення. У дослідженні використано методи аналітичного моделювання динамічних процесів, засновані на складанні рівнянь руху підсистем, урахуванні нелінійної пружно-дисипативної реакції бетонної суміші, контактної взаємодії з привантажувачем і багатогармонічного подання збудження. Отримано розрахункові співвідношення для опису контактної та безконтактної фаз руху привантажувача, оцінювання тривалості контакту, коефіцієнта відновлення швидкості та умов існування усталеного періодичного режиму. Практичне значення одержаних результатів полягає у можливості використання запропонованої моделі для вибору параметрів імпульсного привантажувача, оцінювання стійкості режимів роботи та вдосконалення вібраційних установок для формування бетонних виробів.

Ключові слова: бетонна суміш, вібраційне ущільнення, імпульсний привантажувач, вищі гармоніки, віброзбуджувач, контактна взаємодія, динамічна система, стійкість коливань.

Постановка проблеми. Вібраційне ущільнення бетонних сумішей є одним із ключових процесів технології виробництва бетонних і залізобетонних виробів, оскільки саме характер динамічної взаємодії між робочими органами обладнання та оброблюваним середовищем визначає щільність, однорідність структури та фізико-механічні властивості готової продукції. У сучасних умовах зростання вимог до якості виробів, енергоефективності технологій та інтенсифікації виробничих процесів особливої актуальності набуває вдосконалення режимів вібраційного впливу на бетонні суміші.

Традиційні гармонічні режими віброущільнення, що реалізуються у більшості існуючих вібраційних машин, мають обмежену ефективність, особливо при ущільненні жорстких, малорухомих та легких бетонних сумішей, а також при формуванні виробів значної товщини. Це пов'язано з тим, що енергія коливань передається у товщу матеріалу нерівномірно, а хвильові процеси, що виникають у бетонному середовищі, можуть призводити до формування як зон підсилення, так і зон ослаблення динамічного впливу. Зокрема, при певних співвідношеннях між частотою коливань і геометричними параметрами шару можливе виникнення антирезонансних режимів, що супроводжуються різким зменшенням амплітуди та ефективності ущільнення.

Водночас дослідження показують, що бетонну суміш доцільно розглядати як середовище з розподіленими параметрами, у якому поширюються пружні та дисипативні хвилі, а її реакція на динамічне навантаження визначається не лише миттєвими значеннями сил, але й історією попередніх впливів. За таких умов ефективність ущільнення суттєво залежить від узгодження параметрів коливального процесу з хвильовими характеристиками середовища, зокрема швидкістю поширення хвиль, коефіцієнтом демпфування та висотою шару бетонної суміші.

Аналіз останніх досліджень. Проблема підвищення ефективності вібраційного ущільнення бетонних сумішей широко висвітлена в наукових працях, де основну увагу приділено взаємодії робочих органів машин із бетонним середовищем, визначенню раціональних параметрів коливань і вдосконаленню конструкцій обладнання.

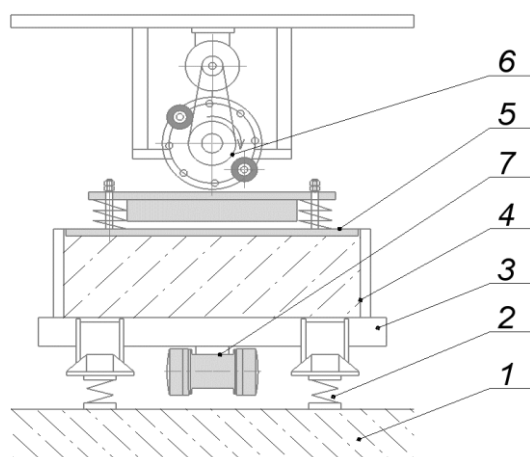
У роботах [1, 2] розглянуто теоретичні основи ущільнення бетонних сумішей і показано, що його ефективність визначається динамічним тиском, сформованим коливальним впливом. Встановлено, що вертикальні режими сприяють руйнуванню структурних зв'язків і підвищенню щільності суміші, однак потребують узгодження параметрів збудження з її властивостями. У працях [2, 3] бетонну суміш подано як складну багатозв'язну систему, у якій одночасно проявляються інерційні та пружно-дисипативні процеси. Показано, що інтенсивність ущільнення залежить не лише від амплітуди, а й від частоти, прискорень і характеру силової взаємодії. Авторами [4] наведено огляд сучасних конструктивних схем віброплощадок. Зазначено, що традиційне регулювання частоти й амплітуди не завжди забезпечує формування складних динамічних режимів, необхідних для інтенсифікації ущільнення. У дослідженні [5] підтверджено ефективність імпульсних і комбінованих режимів, які дають змогу скоротити тривалість процесу та підвищити ступінь ущільнення завдяки короткочасним піковим напруженням. Водночас підкреслено потребу в теоретичному обґрунтуванні параметрів імпульсного впливу. У роботі [6] показано, що важливу роль у формуванні динамічного впливу відіграє спектральний склад коливань, зокрема вищі гармоніки, які необхідно враховувати під час аналізу процесу ущільнення. У працях [7, 8] бетонну суміш розглянуто як пружно-в'язке середовище з розподіленими параметрами, в якому поширюються хвильові процеси. Встановлено, що реакція середовища визначається не лише локальними властивостями, а й умовами поширення хвиль та їх взаємодією з межами. Експериментальні результати [9] підтверджують доцільність поєднання гармонічного та імпульсного збу-

дження, особливо для інтенсифікації ущільнення у верхніх шарах суміші, однак вибір раціональних параметрів імпульсного впливу залишається відкритим.

Аналіз наведених досліджень свідчить, що, незважаючи на значний обсяг наукових робіт у галузі вібраційного ущільнення, більшість із них орієнтована на гармонічні або квазігармонічні режими та не враховує повною мірою хвильову природу процесів у бетонній суміші. Недостатньо дослідженим залишається питання узгодження параметрів імпульсного навантаження з хвильовими характеристиками середовища, а також впливу локалізованих імпульсів на формування напружено-деформованого стану у товщі матеріалу.

Мета досліджень. Метою дослідження є розроблення та динамічне обґрунтування параметрів імпульсного вібраційного привантажувача в умовах хвильової взаємодії з бетонною сумішшю на основі узагальненої математичної моделі системи «вібраційна установка – бетонна суміш – привантажувач», що враховує розподілений характер середовища, нелінійні пружно-дисипативні властивості матеріалу та імпульсно-гармонічний характер збудження, з метою підвищення ефективності доущільнення та енергоефективності технологічного процесу.

Викладення основного матеріалу дослідження. Динамічну систему вібраційної установки розглянуто як сукупність трьох взаємопов'язаних підсистем: рухомої рами з формою та бетонною сумішшю, основного віброзбуджувача та імпульсного привантажувача, який взаємодіє з верхнім шаром суміші (рисунки 1-2). На відміну від спрощених одноударних моделей, привантажувач перебуває під дією не лише імпульсного механізму, а й гармонічних коливань поверхні бетонної суміші.



1 – фундамент, 2 – опори, 3 – рухома рама,

4 – форма з бетоном, 5 – привантажувач,

6 – імпульсний механізм, 7 – віброзбуджувач

Рисунок 1 – Схема вібраційної установки з імпульсним привантажувачем для ущільнення бетону

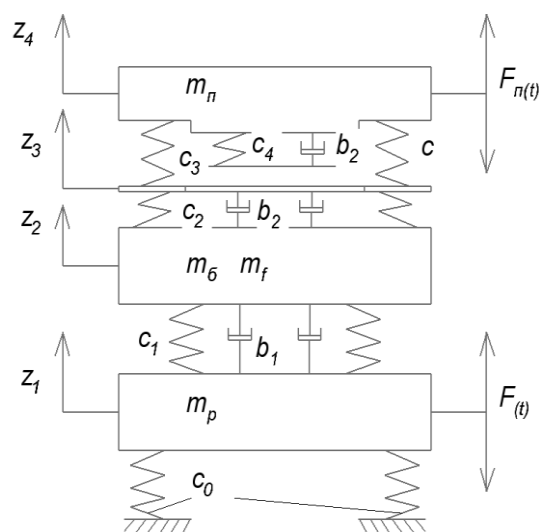


Рисунок 2 – Розрахункова схема «вібраційна установка – бетонна суміш – імпульсний привантажувач»

Узагальненими координатами системи прийнято вертикальне переміщення рухомої рами та абсолютне переміщення привантажувача, а їх відносне зближення визначається виразом (1).

$$\xi(t) = y(t) - z(t) - x_{cm}, \quad (1)$$

де x_{cm} – статичне зміщення еквівалентної контактної зони «привантажувач – бетонна суміш».

Рухома частина установки описується рівнянням (2), у якому враховано масу системи, демпфування і жорсткість опор, реакцію бетонної суміші та контактну взаємодію з привантажувачем.

$$m\ddot{z}(t) + b\dot{z}(t) + cz(t) + R_B(z, \dot{z}) + Q_K(\xi, \dot{\xi}) = \sum_{n=1}^s F_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \quad (2)$$

де m – приведена маса рухомої системи; b – коефіцієнт демпфування опор; c – еквівалентна жорсткість опор; $R_B(z, \dot{z})$ – нелінійна реакція бетонної суміші; $Q_K(\xi, \dot{\xi})$ – контактна сила взаємодії з привантажувачем; F – амплітуди гармонік збудження; s – кількість гармонік, що враховуються; ω – кругова частота основного збудження; φ_n – початкові фази.

Основне збудження подано багатогармонічним розкладом (3), що дає змогу врахувати вплив вищих гармонік на формування пікових прискорень.

$$F_B(t) = \sum_{n=1}^s F_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \quad (3)$$

Рух імпульсного привантажувача описується рівнянням (4).

$$m_{\Pi} \ddot{y}(t) = -Q_K(\xi, \dot{\xi}) + \sum_{j=1}^{N_i} P_j(t), \quad N_i = 1, \dots, 8, \quad (4)$$

де m_{Π} – приведена маса імпульсного привантажувача; $P_j(t)$ – сила j -го імпульсу, прикладеного в межах одного циклу роботи.

Імпульсне навантаження доцільно подати як суму короткочасних силових впливів:

$$\sum_{j=1}^{N_i} P_j(t) = \sum_{j=1}^{N_i} S_j \delta(t - t_j), \quad (5)$$

де S_j – імпульс сили j -го удару; t_j – момент його прикладання.

Нелінійну реакцію бетонної суміші задано залежністю (6), а контактну взаємодію між привантажувачем і сумішшю – формулою (7).

$$R_6(z, \dot{z}) = k_1 z + k_3 z^3 + \beta_1 \dot{z} + \beta_3 \dot{z} |z|, \quad (6)$$

де k_1 – лінійна жорсткість бетонної суміші; k_3 – коефіцієнт нелінійної жорсткості; β_1, β_3 – коефіцієнти дисипативного опору.

Після переходу до відносної координати отримано рівняння контактної фази (7), яке показує, що на рух привантажувача істотно впливає прискорення рухомої рами, тобто дія основного віброзбуджувача передається через коливання бетонної суміші.

$$m_{II}\ddot{\xi}(t) + 2H_K\dot{\xi}(t) + c_K\xi(t) = -m_{II}\ddot{z}(t) + \sum_{j=1}^{N_i} P_j(t), \quad \xi \geq 0. \quad (7)$$

У піддемпфованому режимі розв'язок рівняння контактної взаємодії подається виразом (8), який враховує сумісну дію імпульсного та багатогармонічного збудження.

$$\xi(t) = e^{-ht} \left[C_{li} \cos(\sqrt{\lambda^2 - h^2} t) + \frac{W_i + hC_{li}}{\sqrt{\lambda^2 - h^2}} \sin(\sqrt{\lambda^2 - h^2} t) \right] + \Xi_r(t) + \Xi_i(t), \quad (8)$$

Тривалість контакту в першому наближенні визначається за формулою (9), а ефективний коефіцієнт відновлення швидкості – за формулою (10).

$$\Delta t_i \approx \frac{\pi}{\sqrt{\lambda^2 - h^2}}. \quad (9)$$

$$R_{\text{эф},i} \approx \exp\left(-\frac{\pi h}{\sqrt{\lambda^2 - h^2}}\right). \quad (10)$$

Це дає змогу оцінити втрати енергії в контактній зоні та вплив параметрів системи на інтенсивність доущільнення.

У безконтактній фазі рух привантажувача описується рівнянням (11).

Між двома сусідніми імпульсами привантажувач рухається у безконтактній фазі. Для цієї ділянки руху, з урахуванням дії основного віброзбуджувача, маємо $m_{II}\ddot{y}(t) = 0$, або у відносній координаті

$$\ddot{\xi}(t) = -\ddot{z}(t), \quad \xi < 0. \quad (11)$$

Для усталеного періодичного режиму мають виконуватися умови повторюваності параметрів руху (12).

$$t_{i+1} - t_i = T_i, \quad W_{i+1} = W_i = W, \quad \xi_{0,i+1} = \xi_{0,i}, \quad (12)$$

де T_i – період між сусідніми імпульсами.

Після лінеаризації системи одержано характеристичне рівняння (13).

$$\rho^2 A + \rho B + C = 0, \quad (13)$$

де коефіцієнти A, B, C є функціями параметрів

$$\alpha, \gamma, \gamma_1, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s, N_i. \quad (14)$$

Умовою стійкості періодичного режиму є

$$\rho < 1. \quad (15)$$

Це означає, що стійкі режими імпульсно-вібраційного доущільнення досягаються лише за певного поєднання жорсткості контактної зони, демпфування, частоти основного віброзбуджувача, кількості імпульсів та спектрального складу коливань. При цьому збільшення кількості імпульсів від одного до восьми може як підвищувати ефективність ущільнення за рахунок накопичення енергії та впливу вищих гармонік, так і призводити до втрати стійкості режиму, якщо моменти прикладання імпульсів збігаються з несприятливими фазами основного коливального процесу.

Висновки: Розроблено узагальнену математичну модель системи «вібраційна установка – шар бетону – імпульсний привантажувач», яка враховує взаємодію рухомої рами, бетонної суміші та привантажувача, нелінійні пружно-дисипативні властивості середовища, а також імпульсно-гармонічний характер збудження. Показано, що врахування вищих гармонік є необхідним для адекватного опису динаміки системи, оскільки вони можуть істотно змінювати амплітудно-фазові характеристики руху привантажувача та впливати на інтенсивність ущільнення бетонної суміші. Отримані співвідношення для контактної та безконтактної фаз руху, а також умови стійкості періодичного режиму можуть бути використані для вибору раціональних параметрів імпульсного привантажувача і режимів роботи віброзбуджувачів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Нестеренко, М., & Ведмідь, В. (2025). Теоретичні положення та аналіз робочого процесу ущільнення бетонних сумішей. *Техніка будівництва*, (42), 4–13. <https://doi.org/10.32347/tb.2025-42.0501>
<http://tehbud.knuba.edu.ua/article/view/331978/320980>.
2. Maslov A.G., Salenko J.S., Maslova N.A. Study of interaction of vibrating plate with concrete mixture // *Вісник КНУ імені Михайла Остроградського*. – 2011. – Вип. 2 (67). – С. 93–98.
3. Nesterenko M.P. Investigation of vibration machine interaction with compacted concrete mixture / M.P. Nesterenko, A.G. Maslov, Ju.S. Salenko // *International Journal of Engineering & Technology*. – 2018. – Vol. 7, № 3.2. – P. 260-264.
4. Дьяченко О., Пригоцький В., Малицький І. Огляд схем вібромайданчиків з вертикальними коливаннями та аналіз можливостей керування параметрами ущільнення // *Енергоощадні машини і технології : матеріали III Міжнар. наук.-практ. конф. (Київ, 17–19 трав. 2022 р.)*. – Київ : КНУБА, 2022. – С. 28–31.
5. Маслов О.Г. Дослідження вібраційного органу для ущільнення бетонних сумішей з віброімпульсними коливаннями / О. Г. Маслов, Ю. С. Саленко, І. І. Жовтяк, Р. А. Вакуленко, В. Л. Дятловська // *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. - 2020. - Вип. 5-6. - С. 139-146. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkdpu_2020_5-6_21.
6. Назаренко І. Огляд і аналіз вібраційного обладнання для формування плоских залізобетонних виробів / І. Назаренко, О. Дєдов, О. Дьяченко, А. Свідерський // *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. – 2017. – Вип. 90. – С. 49–58.
7. Сердюк Л.І., Давиденко Ю.О., Костенко П.М. Деякі підходи до моделювання середовища, що обробляється вібраційним пристроєм // *Ресурсоекономні матер., констр., будівлі та споруди*. – Рівне : НУВГП, 2005. – Вип. 12. – С. 69–72.
8. Nesterenko M. M., Vedmid V. V. Дослідження впливу вертикальних вібраційних режимів на взаємодію робочого органу віброплощинки з бетонною сумішшю. *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*. 2025. No. 2. P. 182-188. URL: <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2025.2.23>.
9. Ведмідь В.В. Експериментальні дослідження комбінованої імпульсно-вібраційної установки / В.В. Ведмідь, Т.М. Нестеренко, М.М. Нестеренко, М.О. Пирлик // *Системні*

REFERENCES

1. Nesterenko, M., & Vedmid, V. (2025). Teoretychni polozhennia ta analiz robochoho protsesu ushchilnennia betonnykh sumishei [Theoretical principles and analysis of the working process of concrete mix compaction]. *Tekhnika budivnytstva – Construction Engineering*, (42), 4–13. <https://doi.org/10.32347/tb.2025-42.0501>.
2. Maslov, A. G., Salenko, J. S., & Maslova, N. A. (2011). Study of interaction of vibrating plate with concrete mixture. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhaila Ostrohradskoho – Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, 2(67), 93–98.
3. Nesterenko, M. P., Maslov, A. G., & Salenko, Ju. S. (2018). Investigation of vibration machine interaction with compacted concrete mixture. *International Journal of Engineering & Technology*, 7(3.2), 260–264.
4. Diachenko, O., Pryhotskyi, V., & Malitskyi, I. (2022). Ohliad skhem vibromaidanchykyv z vertykalnymy kolyvanniamy ta analiz mozhlyvostei keruvannia parametry ushchilnennia [Review of vibration platform schemes with vertical oscillations and analysis of possibilities for controlling compaction parameters]. In *Enerhooshchadni mashyny i tekhnolohii: Materialy III Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii [Energy-saving machines and technologies: Proceedings of the 3rd International Scientific and Practical Conference]* (pp. 28–31). Kyiv, Ukraine: KNUCA.
5. Maslov, O. H., Salenko, Yu. S., Zhovtiak, I. I., Vakulenko, R. A., & Diatlovska, V. L. (2020). Doslidzhennia vibratsiinoho orhanu dlia ushchilnennia betonnykh sumishei z vibroimpulsnymy kolyvanniamy [Study of a vibration unit for concrete mix compaction with vibro-impact oscillations]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhaila Ostrohradskoho – Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, (5–6), 139–146. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkdpu_2020_5-6_21.
6. Nazarenko, I., Diedov, O., Diachenko, O., & Sviderskyi, A. (2017). Ohliad i analiz vibratsiinoho obladnannia dlia formuvannia ploskykh zalizobetonnykh vyrobiv [Review and analysis of vibration equipment for forming flat reinforced concrete products]. *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvni mashyny – Mining, Construction, Road and Melioration Machines*, 90, 49–58.
7. Serdiuk, L. I., Davydenko, Yu. O., & Kostenko, P. M. (2005). Deiaki pidkhody do modelivannia seredovyshcha, shcho obrobliaietsia vibratsiinym prystroiem [Some approaches to modeling a medium processed by a vibration device]. *Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy – Resource-efficient Materials, Structures, Buildings and Constructions*, 12, 69–72.
8. Nesterenko, M. M., & Vedmid, V. V. (2025). Doslidzhennia vplyvu vertykalnykh vibratsiinnykh rezhymiv na vzaiemodiiu robochoho orhanu vibroploshchadky z betonnoiu sumishshiu [Study of the influence of vertical vibration modes on the interaction of the working body of a vibration platform with concrete mixture]. *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, (2), 182–188. <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2025.2.23>.

9. Vedmid, V. V., Nesterenko, T. M., Nesterenko, M. M., & Pyrlyk, M. O. (2025). Eksperymentalni doslidzhennia kombinovanoi impulsno-vibratsiinoi ustanovky [Experimental studies of a combined impulse-vibration installation]. *Systemni tekhnolohii – System Technologies*, 5(160), 178–188. <https://doi.org/10.34185/1562-9945-5-160-2025-19>.

Received 17.04.2026.

Accepted 20.04.2026.

Published 30.04.2026

Dynamics of the system «vibration installation – concrete layer – impulse surcharge device» with account of the effect of the main vibration exciter and higher harmonics

The article examines the dynamics of the system “vibration installation – concrete layer – impulse surcharge device,” taking into account the effect of the main vibration exciter and higher harmonics of the oscillatory process. The relevance of the study is обусловлена? Need translate fully, avoid russian accidental. Continue properly. The relevance of the study is determined by the need to improve the efficiency of vibration compaction of concrete mixtures, especially under conditions of nonuniform transfer of vibration energy into the material thickness and the influence of wave processes on the formation of zones of intensified and weakened dynamic action. The aim of the work is to develop a generalized mathematical model of the system that takes into account the interaction of the moving frame with the mould, the concrete mixture, and the impulse surcharge device, as well as to substantiate the conditions for an effective recompaction mode. The study employs methods of analytical modeling of dynamic processes based on the formulation of the equations of motion of the subsystems, taking into account the nonlinear elastic-dissipative response of the concrete mixture, the contact interaction with the surcharge device, and the polyharmonic representation of excitation. Analytical relationships were obtained for describing the contact and non-contact phases of the surcharge device motion, estimating the contact duration, the velocity restitution coefficient, and the conditions for the existence of a steady periodic regime. The practical significance of the obtained results lies in the possibility of using the proposed model to select the parameters of the impulse surcharge device, assess the stability of operating modes, and improve vibration installations for forming concrete products.

Keywords: concrete mixture, vibration compaction, impulse surcharge device, higher harmonics, vibration exciter, contact interaction, dynamic system, oscillation stability.

Панфілов Олександр Іванович - аспірант кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки, Національний університет «Полтавська політехніка ім. Юрія Кондратюка»

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-2917-0328>

Нестеренко Микола Миколайович - кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4073-1233>

Panfilov Olexand – Postgraduate student of the Department of industrial mechanical engineering and mechatronics National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic».

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-2917-0328>

Nesterenko Mykola Mykolayovych - PhD (Tech), Associate Professor, Associate Professor of the Department of industrial mechanical engineering and mechatronics National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic».

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4073-1233>