

М. Барановська, А. Пугач, О. Степаненко,  
В. Мартинцев, Р.Тугуши, І. Тесленко

## СТВОРЕННЯ ІНСТРУМЕНТАРІЮ ДЛЯ АНАЛІЗУ ТА ВИМІРЮВАННЯ ПОТУЖНОСТІ В МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЯХ

*Анотація. Метою роботи є вибір методу розрахунку активної та реактивної складових повної потужності, розробка та програмна реалізація інструментальних засобів (вимірювальних блоків) для їх визначення у математичних моделях, а також перевірка адекватності їх функціонування в умовах несинусоїдальних режимів.*

*У роботі використано методи математичного моделювання електромеханічних систем, аналіз існуючих підходів до визначення складових повної потужності, а також інтегральні методи обчислення активної та реактивної потужності. Реалізація здійснена у середовищі Simulink із застосуванням користувацьких S-функцій мовою програмування С. Проведено обчислювальні експерименти на моделях лінійних і нелінійних електричних кіл.*

*Розроблено алгоритм і програмний блок для вимірювання активної та реактивної потужності і енергії в математичних моделях. Проведено тестування в різних режимах (постійний струм, синусоїдальні та несинусоїдальні кола, пуск асинхронного двигуна), яке підтвердило працездатність і достатню точність запропонованого підходу. Показано, що стандартні засоби можуть давати завищені результати, тоді як розроблений блок забезпечує більш коректні оцінки.*

*Полягає у вдосконаленні підходу до визначення складових повної потужності в несинусоїдальних електричних колах на основі інтегральних залежностей без необхідності розкладання сигналів у ряд Фур'є, а також у створенні універсального вимірювального блоку, придатного для використання в математичних моделях електромеханічних систем.*

*Розроблений інструментарій може бути використаний для аналізу процесів енергоспоживання, підвищення енергоефективності електроприводів, а також для дослідження режимів роботи електроенергетичних систем у середовищах моделювання. Отримані результати можуть застосовуватися у наукових дослідженнях та інженерній практиці при проєктуванні систем керування енергоспоживанням.*

*Ключові слова: математичне моделювання, активна потужність, реактивна потужність, повна потужність, несинусоїдальні режими, електропривод, Simulink, енергоефективність.*

**Вступ.** У існуючій структурі енергоспоживання електропривод є основним споживачем електричної енергії. На його частку припадає близько 60% усієї вироблюваної електроенергії. В умовах обмеженості енергетичних ресурсів це зумовлює особливу актуальність проблеми енергозбереження як в електроприводі, так і засобами електропривода.

Основним науковим методом дослідження процесів енергоспоживання в складних електромеханічних системах є математичне моделювання. Проте вивчення режимів енергоспоживання та процесів керування ними ускладнюється низкою факторів. Зокрема, у наявних програмних засобах моделювання електромеханічних систем відсутні адекватні інструменти для вимірювання складових повної потужності в несинусоїдальних електричних колах.

Аналіз блоків вимірювання активної та реактивної потужності, що входять до бібліотеки SimPowerSystems, показує, що вони орієнтовані переважно на лінійні електричні кола та базуються на обчисленні складових потужності за першою гармонікою струму і напруги. Це обмежує можливості аналізу в умовах нелінійних і спотворених режимів роботи.

Відомо, що покращити можна лише те, що можна виміряти. У зв'язку з цим розробка методів і засобів вимірювання складових повної потужності в несинусоїдальних колах змінного струму є важливою та актуальною науково-технічною задачею.

Слід зазначити, що теоретичні уявлення про структуру повної потужності до цього часу залишаються предметом наукових дискусій. Особливо це стосується природи та механізмів формування неактивних складових повної потужності. Відсутність єдиного підходу до трактування реактивної потужності призводить до появи різних її визначень, зокрема у вигляді білінійних функціоналів від струму та напруги.

Водночас на промислових підприємствах широко використовуються прилади обліку активної та реактивної енергії, які фактично реалізують певні алгоритми обчислення відповідних складових повної потужності.

Оскільки економічні розрахунки та тарифна політика враховують переважно активну і реактивну складові потужності, а, наприклад, потужність спотворення у розрахунках не враховується, доцільно зосередити увагу саме на цих компонентах, які безпосередньо впливають на фінансові показники підприємства або електромеханічної системи.

**Метою даної роботи є:**

- вибір адекватного методу розрахунку активної та реактивної складових повної потужності;
- розробка та практична реалізація вимірювальних блоків;
- перевірка адекватності та коректності функціонування розроблених засобів вимірювання.

**Матеріали та результати досліджень.** У теоретичній електротехніці цілком однозначно визначено лише поняття активної потужності електричного кола, яка визначається як середнє значення повної потужності за період вимірювання:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt \quad (1)$$

де  $T$  – період вимірювань.

Поняття «реактивна потужність» та її визначення є предметом наукових дискусій. На сьогоднішній день строге визначення реактивної потужності існує лише для випадку синусоїдального режиму в однофазному колі. Однією з актуальних проблем енергосистем є визначення реактивної потужності в умовах несинусоїдальних режимів. У даній роботі розглядається зіставлення результатів визначення реактивної потужності різними методами.

Поняття активної потужності, незалежно від форми кривих струму та напруги, визначається однозначно та має чітке фізичне трактування. Активна потужність характеризує швидкість перетворення електричної енергії в інші види енергії, такі як механічна, теплова або світлова, і визначається як середнє значення миттєвої потужності за певний період часу. Вона є тією складовою енергетичного процесу, яка безпосередньо виконує корисну роботу в електротехнічних та електромеханічних системах, і тому має ключове значення як для технічного аналізу, так і для економічної оцінки ефективності роботи обладнання.

Поняття повної потужності за своїм змістом є похідним від активної потужності та відображає загальний рівень навантаження електричної системи. У класичному випадку синусоїдальних режимів повна потужність визначається як добуток діючих значень струму та напруги і пов'язана з можливістю передачі максимальної активної потужності за заданих умов. Вона враховує не лише корисну складову енергії, але й ті процеси, які пов'язані з обміном енергією між джерелом і реактивними елементами кола, такими як індуктивності та ємності. Таким чином, повна потужність виступає інтегральною характеристикою енергетичного режиму електричного кола.

У загальному випадку, особливо при наявності несинусоїдальних режимів, поняття повної потужності ускладнюється, оскільки струм і напруга можуть містити вищі гармоніки, що призводить до появи додаткових складових потужності. Це ускладнює інтерпретацію енергетичних процесів та потребує застосування більш складних математичних моделей для адекватного опису взаємодії між джерелом та навантаженням.

Реактивна потужність у традиційній теорії визначається формально – через співвідношення між повною та активною потужностями. У синусоїдальних режимах вона пов'язана з фазовим зсувом між струмом і напругою та характеризує процеси періодичного накопичення та повернення енергії в реактивних елементах кола. Проте, на відміну від активної потужності, реактивна потужність не виконує корисної роботи, але суттєво впливає на режими роботи електричних мереж, зокрема на втрати енергії, рівень напруги та пропускну здатність системи.

У випадку несинусоїдальних режимів визначення реактивної потужності стає значно складнішим і не має однозначного трактування. Різні підходи до її визначення можуть давати різні результати, що ускладнює аналіз і порівняння режимів роботи електричних систем. Це обумовлює необхідність подальших досліджень та розробки узгоджених методів оцінювання реактивної потужності, які б адекватно відображали фізичні процеси в електричних колах з урахуванням гармонічних спотворень.

Таким чином, активна, повна та реактивна потужності утворюють взаємопов'язану систему характеристик, що дозволяє комплексно оцінювати енергетичні процеси в електричних колах. При цьому саме коректне визначення кожної зі складових має принципове значення для аналізу ефективності роботи електроенергетичних систем, оптимізації режимів їх функціонування та підвищення рівня енергозбереження.

Водночас при аналізі роботи електричних мереж та оцінці функціонування електроенергетичного обладнання велике значення має величина реактивної потужності та енергії, яка характеризує ступінь використання можливостей елементів мережі. Поняття реактивної потужності набуває ще більшого значення при розрахунках розподілу потоків енергії в електричних мережах.

Відсутність строгої методичної основи для визначення реактивної потужності призвела до розробки численних підходів до визначення цієї величини [1–14].

Формування сучасного інструментарію для аналізу та вимірювання електричної потужності базується на поєднанні класичних підходів теорії електричних кіл і сучасних методів цифрової обробки сигналів. Початкові уявлення про потужність були сформовані в класичних роботах, зокрема в праці Ч.П. Штейнмеца [1], де вперше системно використано комплексне подання електричних величин і введено поняття активної та реактивної складових потужності. Цей підхід забезпечив ефективний інструмент для аналізу синусоїдальних режимів, однак виявився обмеженим при розгляді несинусоїдальних і нестационарних процесів.

Подальший розвиток теорії потужності пов'язаний із усвідомленням неоднозначності визначення реактивної потужності. Класичні підходи, що базуються на гармонічному розкладі, не забезпечують єдиного фізично обґрунтованого результату, що підтверджується як ранніми дослідженнями, так і сучасними роботами. Це зумовило появу інтегральних і миттєвих методів, у яких потужність визначається безпосередньо через часові функції струму та напруги.

Подальший розвиток інтегральних підходів до визначення складових потужності пов'язаний із роботами С. Фризе [2], у яких було запропоновано принципово нову концепцію аналізу електричних режимів у несинусоїдальних системах. На відміну від гармонічних методів, Фризе відмовляється від розкладання сигналів на спектральні складові та вводить визначення активної потужності як середнього значення миттєвої потужності за період, а струм представляє у вигляді суми двох ортогональних компонент – активної та неактивної.

Згідно з підходом Фризе, активна складова струму визначається як така, що пропорційна миттєвій напрузі і забезпечує передачу енергії від джерела до

навантаження, тоді як неактивна складова (реактивна в узагальненому сенсі) не бере участі у перенесенні середньої потужності, але впливає на енергетичні процеси в системі. Таким чином, реактивна потужність у класичному розумінні замінюється більш загальним поняттям неактивної потужності, що визначається через ортогональність відповідних складових струму.

Ключовою перевагою методу Фризе є його універсальність, оскільки він не залежить від форми сигналів і може бути застосований до будь-яких періодичних, а також квазіперіодичних режимів. Це робить його особливо придатним для використання в математичних моделях електроенергетичних систем, де сигнали часто мають складну форму внаслідок наявності гармонік, імпульсних процесів або нелінійних навантажень.

Водночас підхід Фризе має і певні обмеження. Зокрема, він не дозволяє безпосередньо виділити окремі фізичні механізми виникнення неактивної складової потужності (індуктивні, ємнісні, гармонічні тощо), що ускладнює його застосування для задач компенсації та оптимізації режимів роботи системи. Саме це зумовило подальший розвиток теорій, спрямованих на більш детальне розкладання струму та потужності, зокрема теорій миттєвої потужності та теорії фізичних компонент струму.

Таким чином, підхід Фризе можна розглядати як важливий етап у переході від класичних гармонічних моделей до сучасних інтегрально-миттєвих методів аналізу потужності. Він заклав основу для побудови інструментарію, що базується на часових функціях струму і напруги та їх ортогональних перетвореннях, і значною мірою вплинув на подальший розвиток сучасних методів аналізу та вимірювання потужності в електроенергетичних системах.

У [3] пропонується використовувати інтегральні вирази від добутку струму на функцію, ортогональну до напруги, або навпаки.

У [4] запропоновано пов'язати реактивну потужність з обмінними процесами.

У [6] динамічні та енергетичні показники при несинусоїдальних і несиметричних режимах пропонується визначати за миттєвими значеннями струмів і напруг.

У [7] пропонується метод розрахунку потужності та енергії спотворення на основі миттєвих значень напруги і струму гармонік як потужності та енергії, що спотворюють синусоїдальний характер змінної складової потужності основної гармоніки.

У [8] пропонується вимірювання реактивної потужності за діючими значеннями реактивної потужності гармонік.

Подальший розвиток підходів до аналізу та вимірювання потужності в нестаціонарних, несинусоїдальних і несиметричних режимах пов'язаний із переходом від суто гармонічних інтерпретацій до методів, що базуються на миттєвих значеннях струму і напруги, їх ортогональних перетвореннях, інтегральному усередненні та цифровій обробці сигналів. У сучасних дослідженнях особлива увага приділяється не тільки фізичному змісту окремих складових потужності, а й придатності відповідних визначень до алгоритмічної реалізації в математичних моделях, системах моніторингу та цифрових вимірювальних засобах.

У роботі [9] виконано узагальнення практичних методів визначення середніх значень повної, активної та реактивної потужності в усталених і перехідних режимах. Автори порівнюють підходи  $p-q$ ,  $i_p-i_q$  та  $i_d-i_q$  і наголошують, що при аналізі перехідних процесів та дискретній реалізації особливого значення набуває можливість поетапного обчислення усереднених значень потужності в кожному кроці розрахунку. Ця робота є важливою тим, що фактично формує методологічну рамку для побудови інструментарію аналізу потужності: критерії вибору методу мають включати фізичну інтерпретованість, коректність у нестационарних умовах та можливість цифрової реалізації.

У статті [10] запропоновано новий варіант методу  $i_p-i_q$  для визначення середніх значень складових потужності в перехідних режимах. Автори показують, що навіть за гармонічного джерела живлення і лінійного RL-навантаження в перехідному процесі виникає складова потужності спотворення, яку доцільно виділяти окремо. Практична цінність роботи полягає в тому, що вона поєднує теоретичну базу, моделювання та імітаційні результати для однофазних і трифазних систем, тобто фактично пропонує готовий алгоритмічний інструмент для математичних моделей електроенергетичних систем і силової електроніки. Отже, на відміну від класичних частотних підходів, тут акцент зроблено на розрахунок компонентів потужності безпосередньо з часових реалізацій сигналів.

Суттєвий внесок у метрологічний аспект проблеми зроблено в роботі [11], де досліджено вплив частоти дискретизації на результати вимірювання потужності за Conservative Power Theory (CPT). Автори реалізували визначення активної та реактивної потужності CPT у MATLAB і порівняли результати з показами цифрового ватметра для лінійних і нелінійних навантажень. Отримані результати підтверджують, що точність оцінювання потужності залежить не лише від вибраної теорії, а й від параметрів цифрової реалізації, насамперед від частоти вибірки. Це має принципове значення для побудови математичних моделей і вимірювальних алгоритмів, оскільки показує необхідність врахування похибок дискретизації при реалізації інтегральних і миттєвих визначень потужності.

У роботі [12] проведено експериментальне порівняння методів розрахунку потужності для однофазних систем у синусоїдальних і несинусоїдальних режимах, зокрема для лінійних і нелінійних навантажень. Для аналізу використано методи, що спираються на різні системи координат: природну,  $\alpha\beta$  та  $dq$ . Цінність цієї статті полягає в тому, що вона демонструє відсутність універсального методу: точність, швидкодія та обчислювальна складність залежать від умов застосування, а тому вибір конкретного інструментарію має визначатися типом сигналів, структурою моделі та вимогами до швидкодії обчислень. Для літературного огляду це важливо як аргумент на користь порівняльного підходу при виборі алгоритму вимірювання потужності.

Інший напрям розвитку представлено в статті [13], де запропоновано підхід *global harmonic parameters (GHPs)* для оцінювання показників якості електроенергії в системах PMU. Автор розширює референтну модель PMU за IEEE C37.118.1 таким чином, щоб поряд із синхрофазорами отримувати також гармонічну інформацію та

величини, пов'язані з електричною потужністю. Запровадження GHPs як узагальнених характеристик загального гармонічного вмісту напруги та струму дозволяє зменшити обчислювальну складність і обсяг даних порівняно з повним гармонічним аналізом. Для задач створення інструментарію це означає можливість переходу від деталізованих спектральних моделей до компактніших, але достатньо інформативних параметрів, придатних для моніторингу та оцінки енергетичних режимів у реальному часі.

У статті [14] розглянуто питання вимірювання ефективності компенсації в трифазних системах, зокрема в контексті активної фільтрації. Автори виконують короткий огляд теорій, пов'язаних із компонентами потужності та показниками якості електроенергії, після чого описують розроблену ними систему активної фільтрації з паралельним фільтром і наводять експериментальні результати для різних режимів роботи. Ця робота важлива тим, що переносить проблему визначення складових потужності з рівня теоретичних дефініцій на рівень оцінювання ефективності компенсації, тобто показує, що коректне вимірювання потужності має бути пов'язане не лише з формальним розкладом сигналів, а й з аналізом того, наскільки обраний критерій адекватно відображає покращення режиму після застосування компенсуювальних пристроїв.

Таким чином, аналіз робіт [9–14] свідчить про формування кількох взаємодоповнювальних напрямів у дослідженні потужності в складних електроенергетичних режимах. Перший напрям пов'язаний із узагальненням і порівнянням теорій потужності для усталених і перехідних процесів; другий – із розробкою алгоритмів на основі миттєвих значень та ортогональних складових струму і напруги; третій – із врахуванням цифрових факторів, насамперед дискретизації; четвертий – із створенням компактних узагальнених показників для систем моніторингу; п'ятий – із використанням визначень потужності як критерію оцінювання ефективності компенсації. У сукупності ці підходи створюють наукову основу для побудови математичного інструментарію аналізу та вимірювання потужності, орієнтованого на реальні несинусоїдальні, несиметричні та динамічні режими.

З урахуванням наведених результатів можна зробити висновок, що перспективним є поєднання інтегрально-миттєвих методів визначення складових потужності з цифровою обробкою сигналів і порівняльною оцінкою їхньої придатності для практичної реалізації. Саме такий підхід дає змогу створити універсальніший інструментарій, який одночасно забезпечує фізичну змістовність розрахунків, коректність у перехідних режимах, чутливість до спотворень і можливість застосування в системах активної компенсації та моніторингу якості електроенергії.

Поняття «реактивна потужність» у класичній електротехніці визначено лише для синусоїдального режиму в лінійному електричному колі, де струм і напруга змінюються за гармонічним законом і можуть бути описані за допомогою фазових співвідношень. У таких умовах реактивна потужність має чітке математичне та фізичне трактування, пов'язане з фазовим зсувом між струмом і напругою та процесами

періодичного накопичення й повернення енергії в індуктивних і ємнісних елементах кола.

Однак у реальних умовах експлуатації сучасних енергосистем значна частина навантажень має нелінійний характер. Це призводить до спотворення форми кривих струму та напруги, появи вищих гармонік, а також до несиметрії режимів роботи. У таких випадках класичне визначення реактивної потужності втрачає свою однозначність і не може бути безпосередньо застосоване для аналізу енергетичних процесів.

Це не дозволяє без суттєвих припущень або спрощень виконувати адекватний аналіз режимів роботи енергосистеми з навантаженнями, що спотворюють форму струму та напруги. Використання традиційних підходів у таких умовах може призводити до помилок у визначенні енергетичних показників, некоректної оцінки ефективності роботи обладнання та ускладнення процесів оптимізації режимів електроспоживання.

Таким чином, виникає необхідність розробки нових підходів і методів визначення реактивної потужності, які б враховували вплив гармонічних спотворень, нелінійності елементів та складний характер взаємодії між джерелом і навантаженням. Це є важливим напрямом сучасних досліджень у галузі електроенергетики та електромеханічних систем.

Широкого розвитку набула група методів визначення складових повної потужності, що базується на розкладанні струмів і напруг у ряд Фур'є. При цьому реактивна потужність визначається за виразом:

$$Q = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 + \dots + U_j \cdot I_j \cdot \sin \varphi_j + \dots, \quad (2)$$

де  $Q_n$  – реактивна потужність n-ї гармоніки;

$U_j$  – діюче значення напруги j-ї гармоніки;

$I_j$  – діюче значення струму j-ї гармоніки;

$\varphi_j$  – кут зсуву фаз між напругою і струмом j-ї гармоніки;

$\sin \varphi_j$  – синус кута зсуву фаз, який визначає реактивну складову потужності.

Квадрат повної потужності не дорівнює сумі квадратів активної та реактивної потужностей. У зв'язку з цією нерівністю вводять ще один вид потужності, який характеризує відмінність у формах кривих струму та напруги; цю потужність називають потужністю спотворення.

Для нелінійного електричного кола поняття реактивної потужності не є визначеним. Тому при розв'язанні деяких практичних задач були здійснені спроби використання інтегральних виразів для оцінювання консервативних процесів [3, 4]. Ці вирази являють собою інтеграли або від добутку струму на функцію, ортогональну до напруги, або навпаки.

Такий, по суті формальний, підхід призвів до появи двох цілком рівноправних інтегральних виразів.

$$Q = -\frac{1}{\omega T} \int_0^T i \cdot \frac{du}{dt} dt = \frac{1}{\omega T} \int_0^T u \cdot \frac{di}{dt} dt, \quad (3)$$

де  $\omega$  – кутова (циклічна) частота;

$i(t)$  – миттєве значення струму;

$u(t)$  – миттєве значення напруги;

$du/dt$  – похідна напруги за часом (швидкість зміни напруги);

$dt$  – нескінченно малий інтервал часу.

Інтегральні формули дозволяють визначати реактивну потужність без необхідності розкладання несинусоїдальних функцій струму та напруги в ряд Фур'є, що є їх суттєвою перевагою при аналізі складних електроенергетичних режимів. Такий підхід дає змогу безпосередньо працювати з миттєвими значеннями електричних величин, що особливо важливо в умовах наявності гармонічних спотворень, імпульсних навантажень і швидкозмінних процесів. Використання інтегральних залежностей дозволяє уникнути втрат інформації, які можуть виникати при апроксимації сигналів гармонічними складовими, а також спрощує реалізацію алгоритмів обчислення в цифрових системах вимірювання та керування.

Крім того, інтегральні методи забезпечують більш універсальний підхід до оцінки енергетичних процесів, оскільки не накладають обмежень на форму сигналів і можуть застосовуватися як у лінійних, так і в нелінійних електричних колах. Це робить їх перспективними для аналізу сучасних електроенергетичних систем, у яких широко використовуються перетворювальні пристрої, силова електроніка та інші джерела несинусоїдальних режимів.

Найбільш загальним і фундаментальним формулюванням просторово-часових перетворень електромагнітної енергії є теорема Умова–Пойнтінга, яка встановлює зв'язок між потоками електромагнітної енергії, її накопиченням у просторі та перетворенням у інші види енергії. Ця теорема дозволяє кількісно характеризувати енергетичний обмін у середовищі при довільно змінних у часі струмах і напругах, а також враховує як локальні, так і інтегральні властивості електромагнітного поля.

Застосування теореми Умова–Пойнтінга у задачах електроенергетики відкриває можливість більш глибокого аналізу процесів передачі та перетворення енергії, особливо в умовах складних нестационарних режимів. Вона дозволяє враховувати не лише електричні параметри кола, але й просторовий розподіл енергії, що є важливим для дослідження електромагнітних процесів у сучасних електромеханічних системах.

Таким чином, поєднання інтегральних методів визначення потужності з фундаментальними положеннями теореми Умова–Пойнтінга створює теоретичну основу для більш точного та універсального опису енергетичних процесів у електричних колах, особливо в умовах несинусоїдальних і нелінійних режимів роботи [6].

Реактивна потужність у деяких електричних колах зумовлена певними властивостями елементів, які викликають зсув фаз між кривими струму та напруги. Цей зсув визначає непропорційність зміни миттєвого струму при зміні миттєвої напруги на

выводах елемента. У схемах з керованими ключовими елементами, що становлять основу сучасного регульованого електропривода, ця складова повної потужності зумовлена зміщенням основної гармоніки струму мережі відносно напруги. Можна стверджувати, що оцінки реактивної потужності за формулами (2) і (3) дають значення реактивної потужності навіть за відсутності в електричному колі накопичувачів енергії.

Теоретична дискусія щодо сутності реактивної потужності далека від завершення, тому для практичної реалізації блока вимірювання активної та реактивної потужності скористаємося відповідно виразами (1) і (3), оскільки ці вирази мають подібну структуру. Водночас формула (3), на відміну від (2), дозволяє визначити реактивну потужність без необхідності розкладання кривих струму та напруги в тригонометричні ряди.

Як інтервал інтегрування для обчислення середніх значень доцільно використовувати період мережевої напруги  $T=1/f$ , с.

До завершення чергового періоду вимірювання значення вимірної активної та реактивної потужності залишаються невизначеними, тому на виході вимірювального блока необхідно підтримувати попереднє вимірне значення. Після завершення періоду інтегрування накопичені значення інтеграторів слід обнуляти.

Значення складових спожитої електричної енергії можна визначити шляхом інтегрування відповідних складових потужності.

Алгоритм визначення складових повної потужності за формулами (1) і (3) наведено на рис. 1.

Запропонований алгоритм було реалізовано мовою програмування C у вигляді функціонального блока середовища Simulink із використанням механізму користувацьких S-функцій.

Для перевірки адекватності та коректності роботи розробленого вимірювального блока було проведено його дослідження у складі моделей, що включають стандартні блоки бібліотек Simulink і SimPowerSystems.

Результати моделювання на віртуальній схемі кола постійного струму підтвердили працездатність розробленого блока в умовах постійного струму. У цьому випадку на вхід, що відповідає похідній напруги, подається нульовий сигнал. Дослідження, проведені в моделі лінійного кола змінного струму, показали повний збіг результатів вимірювань, отриманих за допомогою розробленого блока SPTmeter, із результатами, отриманими за допомогою стандартного блока бібліотеки SimPowerSystems – Active & Reactive Power.

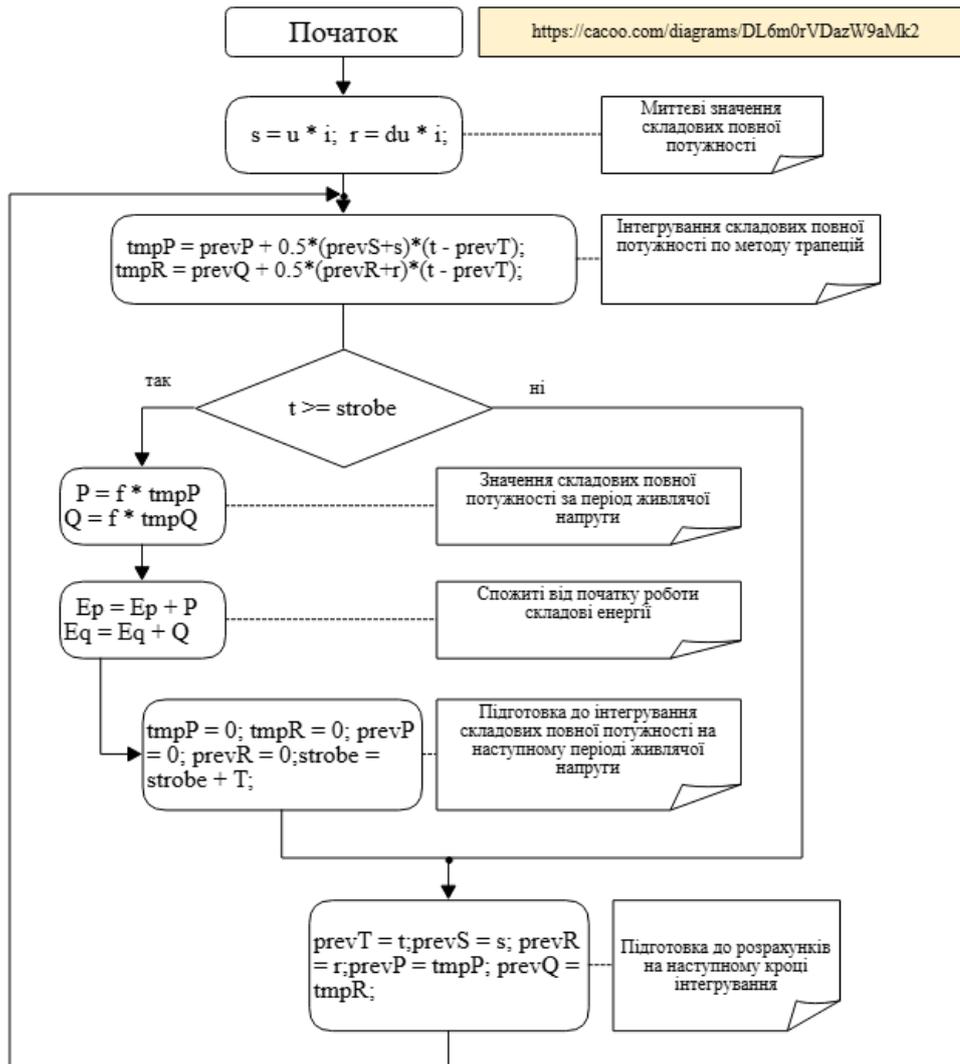


Рисунок 1 – Алгоритм розрахунку складових повної потужності

Далі розглянемо роботу вимірювальних блоків у колі з ключовими елементами (рис. 2).

На рис. 2, а наведено віртуальну схему вимірювання потужності в колі змінного струму, керованому симістором. Параметри навантаження становлять:  $U=100$  В,  $R=10$  Ом,  $X_L=10$  Ом. На цьому ж рисунку подано графіки напруги та струму джерела живлення, на основі яких виконувалося визначення складових потужності.

Результати вимірювань наведено на рис. 2, б. Як показують обчислювальні експерименти, блок Active & Reactive Power систематично дає завищені значення як активної, так і реактивної потужності. Загалом показання обох вимірювальних блоків є достатньо близькими між собою.

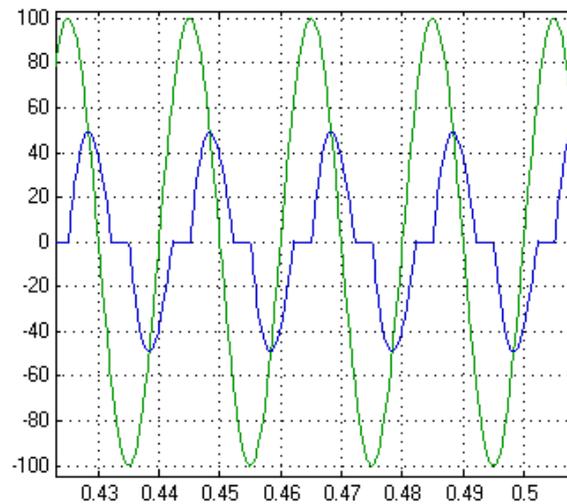
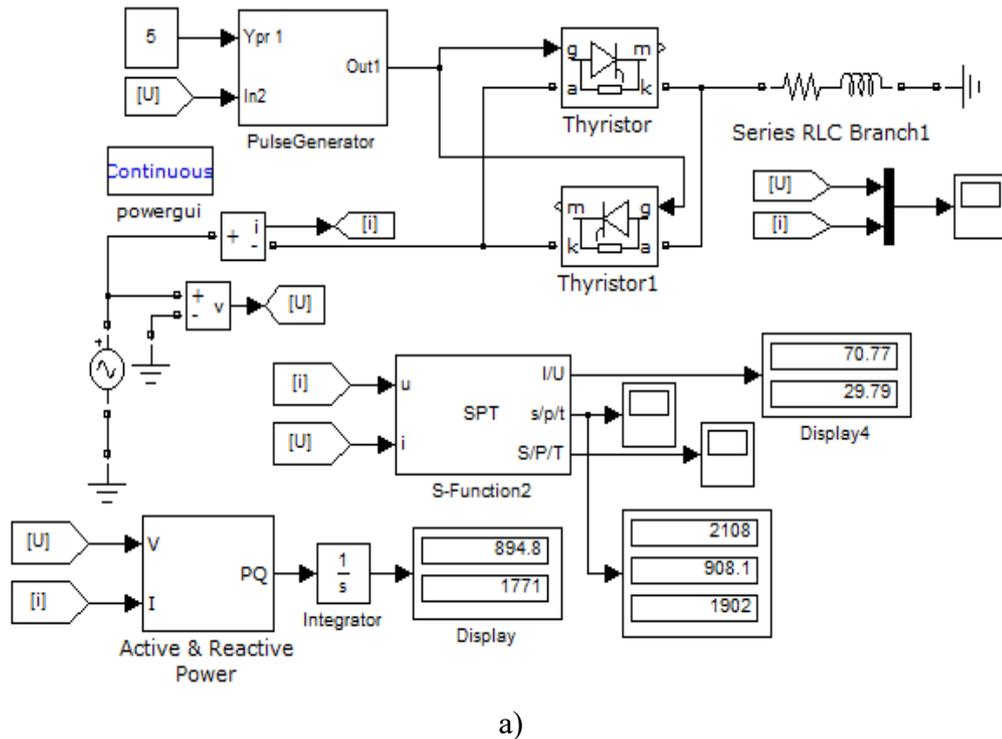


Рисунок 2 – Використання блоку вимірювання складових потужності у віртуальних моделях лінійних (а) та нелінійних (б) електричних кіл

Розглянемо ще один практично дуже важливий випадок – запуск асинхронного електродвигуна. У цьому випадку реалізується принципово інший тип несинусоїдальності, ніж у ключових колах. Струм статора під час запуску має складну форму, змінюється його амплітуда, у зв'язку з чим вимірювання складових повної потужності ускладнюється. Запуск асинхронного двигуна здійснюється при номінальному моменті опору на валу.

На рис. 3 зображено віртуальну модель асинхронного електропривода та результати вимірювання потужності різними вимірювальними блоками за результатами пуску.

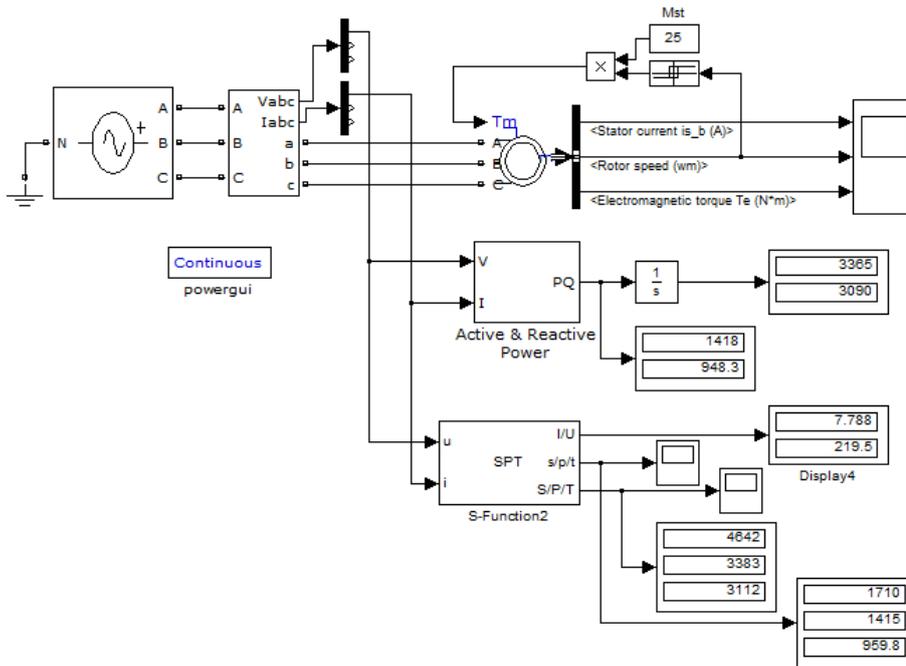


Рисунок 3 – Схема вимірювання складових повної потужності при прямому пуску асинхронного двигуна

Із рис. 3 видно, що результати вимірювання активної потужності практично ідентичні, тоді як значення реактивної потужності відрізняються приблизно на 20%.

На рис. 4 наведено часові діаграми активної та реактивної потужності, що вимірюються в процесі пуску асинхронного двигуна розробленим блоком і стандартним вимірювачем у середовищі Simulink Active & Reactive Power відповідно.

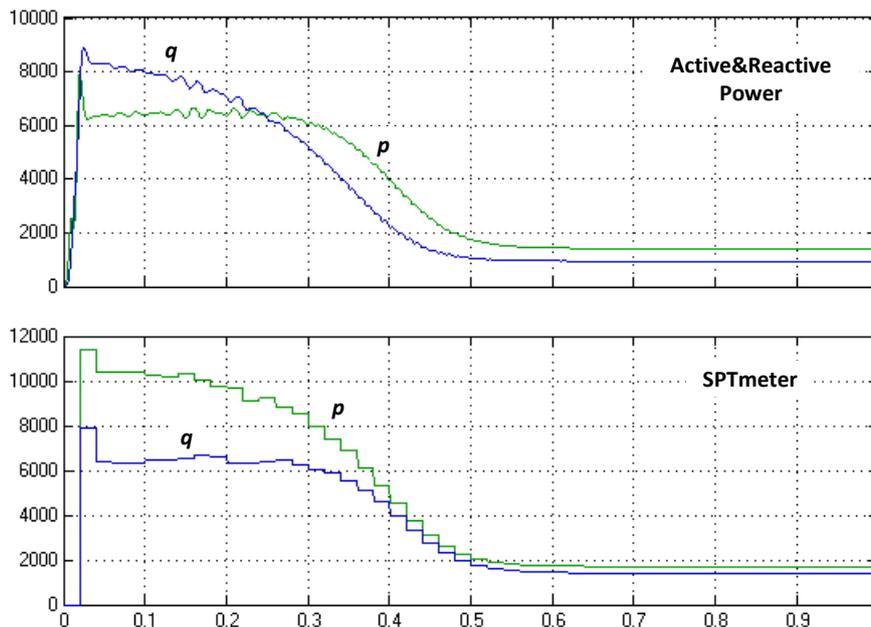


Рисунок 4 – Порівняльні графіки активної та реактивної потужності при прямому пуску асинхронного двигуна

Визначимо коефіцієнт потужності асинхронного двигуна за результатами вимірювання складових повної потужності в усталеному номінальному режимі роботи. Для блока SPTmeter маємо  $k_m=0,77$ , для блока Active & Reactive Power отримуємо  $k_m=0,83$ . Другий результат, отриманий за вимірюваннями блока Active & Reactive Power, видається завищеним.

**Висновки.** У роботі проаналізовано основні відомі підходи до обчислення складових повної потужності в електричних колах. Показано, що активна і реактивна потужності можуть бути визначені за допомогою функціоналів від струму і напруги з використанням сигналу похідної напруги.

На основі запропонованого алгоритму із застосуванням механізму користувацьких S-функцій було розроблено блок вимірювання активної та реактивної потужності, а також спожитої енергії, сумісний з іншими бібліотечними блоками середовища Simulink.

Розроблений блок пройшов успішну апробацію; показано його працездатність у несинусоїдальних колах змінного струму.

#### ЛІТЕРАТУРА / REFERENCES

1. Steinmetz, C. P. (1900). *Theory and calculation of alternating current phenomena* (3rd ed., rev. and enl.). Electrical World and Engineer.  
<https://archive.org/details/theorycalculatio00steiiiala>
2. Fryze, S. (1931). Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. *Przegląd Elektrotechniczny*, 7–8, 193–203, 225–234.  
[https://delibra.bg.polsl.pl/Content/23511/BCPS\\_25194\\_1931-07\\_Przegląd-Elektrotech.pdf](https://delibra.bg.polsl.pl/Content/23511/BCPS_25194_1931-07_Przegląd-Elektrotech.pdf)
3. Savinovsky, Y.A., Korolev, S.Y., & Stratonov, A.V. (1981). On the integral concept of reactive power [in Russian]. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Energetika*, (7), 55–57.
4. Demirchyan, K. S. (1984). Reactive or exchange power [in Russian]. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Energetika i Transport*, (2).
5. Zeveke, G. V., Ionkin, P. A., Netushil, A. V., & Strakhov, S. V. (1963). *Fundamentals of circuit theory*. Moscow–Leningrad: Gosenergoizdat.
6. Kopylov, I.P. (2001). On the determination of dynamic energy indices under non-sinusoidal and unbalanced voltage [in Russian]. *Izvestiya Akademii Nauk. Energetika*, (2).
7. Farkhadzade, E.M., & Guliyev, G. B. (2002). Calculation of indices of non-sinusoidal operating conditions of a load node [in Russian]. *Elektrichestvo*, (8).
8. Agunov, M.V., Agunov, A.V., & Verbova, N. M. (2004). A new approach to the measurement of electric power [in Russian]. *Promyshlennaya Energetika*, (2), 30–33.
9. Dobrucký, B., Kaščák, S., & Šedo, J. (2025). Effective Methods for Determination of Electrical System Power Components at Transient and Steady States. *Energies*, 18(4), 779.  
<https://doi.org/10.3390/en18040779>
10. Dobrucký, B., Kaščák, S., & Šedo, J. (2024). Power Components Mean Values Determination Using New  $I_p$ - $I_q$  Method for Transients. *Energies*, 17(11), 2720.  
<https://doi.org/10.3390/en17112720>

11. Souza, L. R., Godoy, R. B., de Souza, M. A., Junior, L. G., & de Brito, M. A. G. (2021). Sampling Rate Impact on Electrical Power Measurements Based on Conservative Power Theory. *Energies*, 14(19), 6285. <https://doi.org/10.3390/en14196285>
12. Chica Leal, A. d. J., Trujillo Rodríguez, C. L., & Santamaria, F. (2020). Comparative of Power Calculation Methods for Single-Phase Systems under Sinusoidal and Non-Sinusoidal Operation. *Energies*, 13(17), 4322. <https://doi.org/10.3390/en13174322>
13. Granados-Lieberman, D. (2020). Global Harmonic Parameters for Estimation of Power Quality Indices: An Approach for PMUs. *Energies*, 13(9), 2337. <https://doi.org/10.3390/en13092337>
14. Nicolae, P.-M., Nicolae, I.-D., & Nicolae, M.-S. (2022). Some Considerations Regarding the Measurement of the Compensation Efficiency in Three-Phase Systems. *Energies*, 15(14), 5004. <https://doi.org/10.3390/en15145004>

Received 26.03.2026  
Accepted 27.03.2026  
Published 31.03.2026

### ***Design of instrumentation for power analysis and measurement in mathematical models***

*The purpose of this study is to select a method for calculating the active and reactive components of apparent power, to develop and implement software-based instrumentation tools (measurement blocks) for their determination in mathematical models, and to verify their adequacy under non-sinusoidal operating conditions.*

*The study employs methods of mathematical modeling of electromechanical systems, analysis of existing approaches to determining power components, as well as integral methods for calculating active and reactive power. The implementation is carried out in the Simulink environment using user-defined S-functions written in the C programming language. Computational experiments are performed on models of linear and nonlinear electrical circuits.*

*An algorithm and a software block for measuring active and reactive power, as well as energy, in mathematical models have been developed. Testing under various operating conditions (DC circuits, sinusoidal and non-sinusoidal regimes, and induction motor starting) has confirmed the operability and sufficient accuracy of the proposed approach. It is shown that standard tools may produce overestimated results, whereas the developed block provides more accurate evaluations.*

*The novelty lies in improving the approach to determining the components of apparent power in non-sinusoidal electrical circuits based on integral relationships without the need for Fourier series decomposition, as well as in creating a universal measurement block suitable for use in mathematical models of electromechanical systems.*

*The developed instrumentation can be used for analyzing energy consumption processes, improving the energy efficiency of electric drives, and studying the operating modes of power systems in simulation environments. The obtained results can be applied in scientific research and engineering practice for the design of energy management systems.*

*Keywords: mathematical modeling, active power, reactive power, apparent power, non-sinusoidal regimes, electric drive, Simulink, energy efficiency.*

**Барановська Міла Леонідівна** - к.т.н., доцент, кафедра електромеханіки, Криворізький національний університет, м. Кривий Ріг, Україна.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8082-1305>

**Пугач Андрій Сергійович** - аспірант, Український державний університет науки і технологій.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-0083-4323>

**Степаненко Олег Віталійович** - аспірант, Український державний університет науки і технологій.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-0924-6291>

**Мартинцев Вячеслав Сергійович** - студент кафедри електричної інженерії, Український державний університет науки та технологій.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-2902-9979>.

**Тугуши Роман Георгійович** - студент, Український державний університет науки та технологій.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-6235-1899>

**Тесленко Іван Романович** – студент, Український державний університет науки і технологій.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-0234-868X>

**Baranovska Mila Leonidivna** - PhD (Engineering), Associate Professor, Electromechanical Department, Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih, Ukraine.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8082-1305>

**Puhach Andrii** - PhD-student, Ukrainian State University of Science and Technology.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-0083-4323>

**Stepanenko Oleh** - PhD-student, Ukrainian State University of Science and Technology.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-0924-6291>

**Martyntsev Viacheslav** - student, department of electrical engineering, Ukrainian State University of Science and Technology.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-2902-9979>.

**Tuhushy Roman** - student, Ukrainian State University of Science and Technology, ORCID:

<https://orcid.org/0009-0001-6235-1899>

**Teslenko Ivan** – student, Ukrainian State University of Science and Technology.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-0234-868X>