

Ю.М. Тікан, М.М. Нестеренко

**АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАЛЬНОГО РЕЖИМУ
ВІБРАЦІЙНОГО КОНВЕЄРА
З ДВОМА ІНЕРЦІЙНИМИ ВІБРОЗБУДЖУВАЧАМИ**

Анотація. У статті розглянуто вібраційний конвеєр з двома інерційними віброзбуджувачами, що обертаються у протилежних напрямках, та досліджено особливості формування його коливального режиму. Побудовано розрахункову схему системи з урахуванням поступального переміщення центра мас лотка у горизонтальному і вертикальному напрямках, а також малого кутового повороту корпусу, що дало змогу подати робочий процес у вигляді плоскої динамічної моделі. Одержано аналітичні співвідношення для визначення складових відцентрових сил, сумарної збурювальної дії, кінетичної та потенціальної енергії системи, які враховують як поступальний, так і обертальний рух робочого органа. Показано, що за синхронного протифазного режиму роботи однакових віброзбуджувачів формується переважно напрямлена гармонічна сила, лінія дії якої за проходження через центр мас забезпечує стабільний поступальний характер руху конвеєра. Встановлено, що фазові відхилення, зумовлені самосинхронізацією, відмінністю моментів опору, гравітаційними впливами та взаємодією з транспортованим матеріалом, спричиняють появу додаткових складових руху, погіршення рівномірності транспортування та можуть призводити до локальних накопичень матеріалу. Одержані результати можуть бути використані для подальшого аналізу стійкості синхронного режиму, оцінювання допустимого розфазування віброзбуджувачів і обґрунтування параметрів вібраційних конвеєрів транспортно-технологічного призначення.

Ключові слова: вібраційний конвеєр, інерційний віброзбуджувач, дебаланс, коливальний режим, синхронізація, фазове розузгодження, збурювальна сила, динамічна модель, сипкий матеріал

Постановка проблеми. Вібраційні конвеєри з інерційним приводом належать до найбільш поширених транспортно-технологічних машин для переміщення сипких матеріалів у різних галузях промисловості, однак ефективність їх роботи істотно залежить від стабільності коливального режиму та узгодженості дії віброзбуджувачів. Для машин із двома дебалансними віброзбуджувачами бажаним є синхронний і синфазний режим обертання, за якого результуюча збурювальна сила проходить через центр мас і не викликає небажаних кутових коливань корпусу. Проте в реальних умовах експлуатації через самосинхронізацію, відмінність моментів опору, гравітаційні впливи та вза-

емодію з транспортованим матеріалом виникають фазові відхилення, що спричиняють додаткові складові руху. Наслідком цього можуть бути порушення рівномірності транспортування, локальні накопичення матеріалу, зниження продуктивності, а в окремих випадках — зупинка потоку або зміна напрямку його переміщення, що зумовлює потребу в поглибленому дослідженні динаміки такого конвеєра.

Аналіз останніх досліджень. У дослідженнях вібраційних конвеєрів основну увагу зосереджено на підвищенні енергоефективності, удосконаленні керування режимами роботи та розширенні транспортних можливостей таких машин. Зокрема, у роботах [1, 6-9] розглянуто подієве керування конвеєрами на базі динамічного гасника Фрама, реверсивне транспортування, дозування матеріалу, а також особливості функціонування резонансних і антирезонансних схем.

Важливе теоретичне підґрунтя для аналізу машин із двома віброзбудувачами сформовано в праці [3], де одержано критерії синхронізації збудників у нелінійній багаторезонансній системі, а в роботі [2] розглянуто підходи до визначення кінетичних параметрів елементів вібраційної машини з обертовим пристроєм.

Окремий напрям становлять дослідження просторових коливань двомасових транспортно-маніпуляційних систем [4], тоді як галузеві джерела підтверджують широкий промисловий попит на вібраційні конвеєри як ефективні та багатофункціональні засоби переміщення сипких матеріалів [5].

Мета досліджень. Метою досліджень є розроблення та обґрунтування аналітичного підходу до опису робочого процесу вібраційного конвеєра з двома дебалансними віброзбудувачами з урахуванням поступального та кутового руху корпусу, а також умов синхронного і синфазного режимів їх роботи.

Викладення основного матеріалу дослідження. Одним із найбільш поширених типів транспортно-технологічних машин для переміщення сипких матеріалів є вібраційні конвеєри з інерційним приводом. Такі машини широко застосовуються у гірничій, металургійній, будівельній, харчовій та хімічній промисловості завдяки простоті конструкції, високій надійності та можливості регулювання продуктивності [1, 2]. Конструктивно вібраційний конвеєр складається з жорсткого витягнутого лотка або жолоба, встановленого на системі пружних елементів, а також приводу, який забезпечує збудження коливального руху робочого органа (рисунок 1).

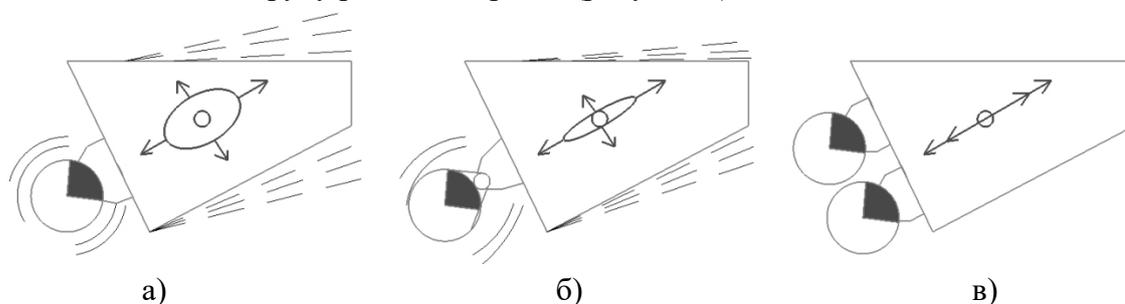
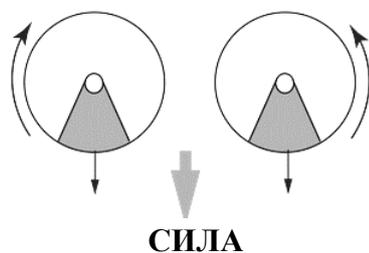


Рисунок 1 – Схема закріплення віброзбудувачів на рамі конвеєра та створення а) кругових коливань, б) еліптичних коливань, в) прямолінійних коливань

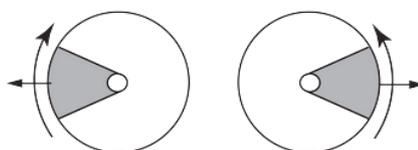
Найбільш поширеною є схема з двома інерційними віброзбуджувачами, які обертаються у протилежних напрямках та створюють гармонійні коливання корпусу машини (рисунок 2).

У таких системах віброзбуджувачі являють собою дебалансні мотори, що обертаються з однаковою кутовою швидкістю. При протилежному напрямку обертання дебалансів результуюча сила інерції змінюється за синусоїдальним законом і діє вздовж визначеного напрямку коливань. Якщо лінія дії цієї сили проходить через центр мас конвеєра, забезпечується переважно поступальний характер руху лотка без виникнення значних крутильних або поперечних коливань [3-5].

Бажаним режимом роботи вібраційної машини є стан, за якого обидва віброзбуджувачі працюють у протилежних напрямках та синфазно, створюючи результуючу збуджувальну силу у напрямку робочих коливань s . Напрямок цієї сили повинен проходити через центр мас машини. За такої умови забезпечується симетрія системи пружних опор і виключається збудження кутових коливань корпусу машини.

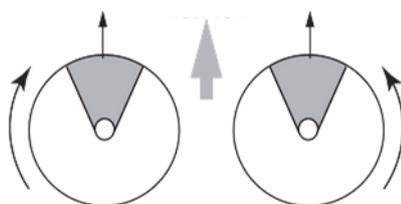


Обидва дебаланси знаходяться у нижньому положенні.
Результуюча сила спрямована вниз.

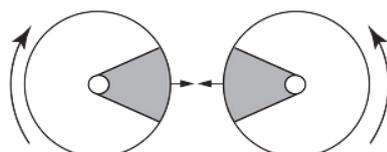


Дебаланси спрямовані назвоні та розташовані один від одного на 180° .
Результуюча сила дорівнює нулю, оскільки дві сили взаємно компенсують одна одну

СИЛА



Дебаланси знаходяться у верхньому положенні.
Результуюча сила спрямована вгору



Дебаланси спрямовані всередину та розташовані один від одного на 180° .
Результуюча сила дорівнює нулю, оскільки дві сили взаємно компенсують одна одну

Рисунок 2 – Принцип роботи двох віброзбуджувачів

Умови виникнення синхронного та синфазного обертання вібробудувачів можуть бути визначені на основі інтегрального критерію,

$$D(\varphi_1 - \varphi_2, \varphi_1 - \varphi_3, \dots, \varphi_1 - \varphi_n) = \frac{1}{T} \left[\int_0^T (E - V) dt - \int_0^T (E_w - V_w) dt \right] = \min \quad (1)$$

Відповідно до цього критерію система фазових кутів є стійкою поблизу значень $\Delta\varphi_{12}, \varphi_{13}, \dots, \varphi_{1n}$, якщо для цих значень функція D , визначена рівнянням (1), досягає локального мінімуму.

де $\Delta\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ – кути обертання окремих вібробудувачів відносно початкового положення; $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – період вимушених коливань; E_K – кінетична енергія корпусу машини з вібробудувачами, маси яких зосереджені у точках їх кріплення; V – потенціальна енергія системи пружної підвіски машини; E_w, V_w – відповідно кінетична та потенціальна енергія взаємодії між вібробудувачами.

Аналіз допустимих кутів розфазування вібробудувачів для різних типів вібраційних машин [5] показує, що ефект десинхронізації для робочого процесу характеризується такими значеннями: $\Delta\varphi \leq 3 - 5^0$ – для вібраційних грохотів; $\Delta\varphi \leq 5 - 12^0$ – для віброживильників; $\Delta\varphi \leq 12 - 16^0$ – для вібраційних конвеєрів.

Практичні дослідження показують, що розфазування вібробудувачів може призводити до локальних накопичень сипкого матеріалу, а у крайніх випадках – до повної зупинки потоку матеріалу або навіть до зміни напрямку його транспортування.

У подальшому розглядається вібраційний конвеєр (розрахункова схема зображена на рисунку 3), що складається з жорсткого лотка масою m_k , встановленого на пружній підвісці, та двох дебалансних вібробудувачів з масами m_1 і m_2 , які обертаються у протилежних напрямках. У першому наближенні корпус конвеєра вважається абсолютно твердим, а підвіска – лінійно-пружною з лінійно-в'язким демпфуванням. Робочий процес описується у площині основних коливань, що дає змогу виділити узагальнені координати

$$q = \{x, y, \alpha, \varphi_1, \varphi_2\} \quad (2)$$

де x і y – поступальні переміщення центра мас лотка у горизонтальному та вертикальному напрямках, α – малий кут повороту корпусу, φ_1, φ_2 – кути повороту дебалансів першого та другого вібробудувачів.

Кожен вібробудувач створює відцентрову силу, компоненти якої в осях x та y дорівнюють

$$F_{x1} = m_1 e_1 \left(\dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 + \ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 \right) \quad (3)$$

$$F_{x2} = m_2 e_2 \left(\dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2 + \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 \right) \quad (4)$$

$$F_{y1} = m_1 e_1 (\dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 - \ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1) \quad (5)$$

$$F_{y2} = m_2 e_2 (\dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2 - \ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2) \quad (6)$$

де e_1, e_2 – ексцентриситети дебалансів.

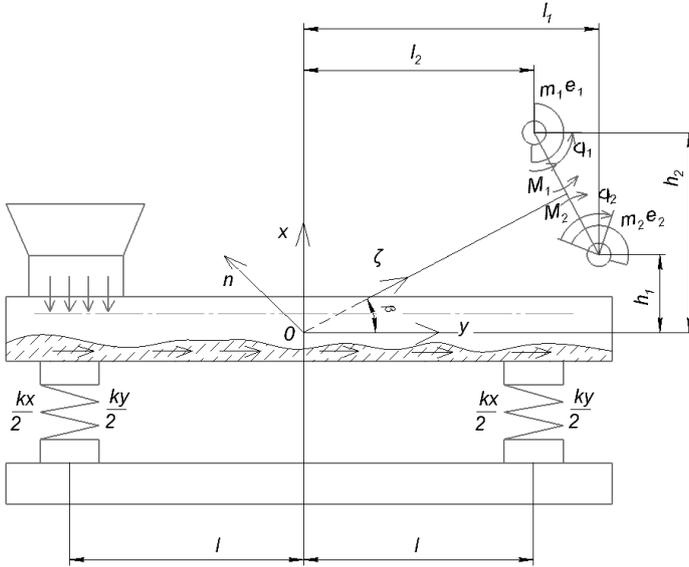


Рисунок 3 – Розрахункова схема вібраційного конвеєра

У разі необхідності врахування просторового руху система може бути розширена до восьми узагальнених координат з використанням кутів Ейлера, однак для виведення базових диференціальних рівнянь робочого процесу вібраційного конвеєра з двома віброзбуджувачами доцільно використати плоску схему, яка узгоджується з підходами, застосованими в роботах з аналізу конвеєрів класичної та резонансної конструкції [6-9].

Сумарна збудювальна сила системи визначається як

$$F_x = F_{x1} + F_{x2} \quad (7)$$

$$F_y = F_{y1} + F_{y2} \quad (8)$$

Якщо віброзбуджувачі однакові та працюють синхронно у протифазному режимі,

$$m_1 = m_2 = m_v \quad (9)$$

$$e_1 = e_2 = e \quad (10)$$

$$\varphi_2 = \pi - \varphi_1 \quad (11)$$

то формується переважно напрямлена гармонічна сила. Однак у реальній машині через самосинхронізацію, відмінність моментів опору, гравітаційні впливи та взаємодію з матеріалом виникають фазові відхилення, що породжують додаткові складові руху.

Кінетична енергія вібраційного конвеєра складається з кінетичної енергії корпусу та віброзбуджувачів:

$$E_K = \frac{1}{2} m_k (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} J_k \dot{\alpha}^2 + \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{2} J_{oi} \dot{\varphi}_i^2 + \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) \right] \quad (12)$$

де m_k – маса лотка (робочого органа) вібраційного конвеєра; J_k – момент інерції корпусу (лотка) відносно центра мас

Для першого вібробудувача, встановленого на відстанях a_1 та h_1 від центра мас корпусу,

$$\dot{x}_1 = \dot{x} - h_1 \dot{\alpha} - e_1 \dot{\phi}_1 \sin \varphi_1 \quad (13)$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y} + a_1 \dot{\alpha} + e_1 \dot{\phi}_1 \cos \varphi_1 \quad (14)$$

для другого

$$\dot{x}_2 = \dot{x} + h_2 \dot{\alpha} - e_2 \dot{\phi}_2 \sin \varphi_2 \quad (15)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y} - a_2 \dot{\alpha} + e_2 \dot{\phi}_2 \cos \varphi_2 \quad (16)$$

Після підстановки маємо розгорнутий вираз

$$\begin{aligned} E_K = & \frac{1}{2} m_k (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} J_k \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_{01} \dot{\phi}_1^2 + \\ & + \frac{1}{2} J_{02} \dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x} - h_1 \dot{\alpha} - e_1 \dot{\phi}_1 \sin \varphi_1)^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{y} + a_1 \dot{\alpha} + e_1 \dot{\phi}_1 \cos \varphi_1)^2 + \\ & + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x} + h_2 \dot{\alpha} - e_2 \dot{\phi}_2 \sin \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y} - a_2 \dot{\alpha} + e_2 \dot{\phi}_2 \cos \varphi_2)^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Цей вираз узгоджується з класичними енергетичними моделями вібраційних конвеєрів і дає змогу врахувати як поступальний, так і обертальний рух системи.

Потенціальна енергія складається з енергії деформації підвіски та, за потреби, енергії додаткового пружного елемента або резонатора:

$$V = \frac{1}{2} k_x (x + h\alpha)^2 + \frac{1}{2} k_{y1} (y + l_1\alpha)^2 + \frac{1}{2} k_{y2} (y - l_2\alpha)^2 + \frac{1}{2} k_n n^2 + V_g. \quad (18)$$

де k_x – еквівалентна жорсткість у напрямі робочих коливань, k_{y1} , k_{y2} – жорсткості опор у вертикальному напрямі, k_n – жорсткість додаткової пружної ланки, n – залежна координата допоміжного руху, V_g – потенціальна енергія сили тяжіння.

Для похило встановлених віброізоляторів або металево-еластомерних опор з анізотропною жорсткістю доцільно записувати потенціальну енергію у матричній формі

$$V_{\text{iso}} = \frac{1}{2} \Delta^T [K] \Delta \quad (19)$$

де

$$\Delta = \{\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \varphi_x, \Delta \varphi_y, \Delta \varphi_z\}^T. \quad (20)$$

Такий підхід особливо важливий у моделях, де потрібно врахувати просторові ефекти та напрямні властивості металево-еластомерних ізоляторів

Висновки. Розроблено аналітичну модель коливального режиму вібраційного конвеєра з двома інерційними вібробудувачами, у межах якої робочий процес описано з урахуванням поступальних переміщень центра мас лотка, малого кутового повороту корпусу та сумарної дії відцентрових сил дебалансів, що дало змогу формалізувати динаміку системи в межах плоскої схеми та встановити основні закономірності формування збурювальної дії. Встановлено, що раціональний режим функціонування конвеє-

ра досягається за синхронного обертання вібробуджувачів у протилежних напрямках і проходження лінії дії результуючої сили через центр мас системи, тоді як фазове розузгодження зумовлює появу додаткових кутових складових руху, порушення стабільності коливального режиму та зниження рівномірності транспортування сипкого матеріалу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Klemiato, M., Czubak, P. Event Driven Control of Vibratory Conveyors Operating on the Frahm's Eliminator Basis // Archives of Metallurgy and Materials. 2015. Vol. 60, no. 1. P. 19–25. DOI: 10.1515/amm-2015-0003.
2. Боровець, В. М., Шенбор, В. С., Беспалов, А. С. Визначення кінетичних параметрів елементів вібраційної машини з обертаним пристроєм // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 2009. Вип. 43. С. 3–7.
3. Zhang, X., Wen, B., Zhao, C. Theoretical study on synchronization of two exciters in a nonlinear vibrating system with multiple resonant types // Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 85, no. 1. P. 141–154.
4. Врублевський, І. Й. Вібраційний двомасовий транспортер-маніпулятор з незалежними поздовжніми, поперечними та вертикальними коливаннями // Вісник Державного університету «Львівська політехніка». 1999. № 371. С. 71–74.
5. Vibrating conveyors ensure efficient, multi-functional material handling // Bruks Siwertell. URL: <https://bruks-siwertell.com/conveying/vibrating-conveyor> (дата звернення: 16.03.2026).
6. Czubak, P., Klemiato, M. Analysis of the Transport Capabilities of an Energy-Efficient Resonant Vibratory Conveyor of Classical Construction // Energies. 2025. Vol. 18, no. 10. P. 2500. DOI: 10.3390/en18102500.
7. Klemiato, M., Czubak, P. Control of the transport direction and velocity of the two-way reversible vibratory conveyor // Archive of Applied Mechanics. 2019. Vol. 89, no. 7. P. 1359–1373. DOI: 10.1007/s00419-018-01507-8.
8. Michalczyk, J., Gajowy, M. Operational Properties of Vibratory Conveyors of the Anti-resonance Type // Archives of Mining Sciences. 2023. DOI: 10.24425/122449.
9. Żmuda, W., Czubak, P. Investigations of the Transport Possibilities of a New Vibratory Conveyor Equipped with a Single Electro-Vibrator // Transport Problems. 2022. Vol. 17, no. 4. P. 127–136. DOI: 10.20858/tp.2022.17.4.11.

REFERENCES

1. Borovets, V. M., Shenbor, V. S., & Bespalov, A. S. (2009). Vyznachennia kinetychnykh parametriv elementiv vibratsiinoi mashyny z obertovym prystroiem [Determination of kinetic parameters of elements of a vibratory machine with a rotating device]. Avtomatyzatsiia vyrobnychykh protsesiv u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni, (43), 3–7.
2. Bruks Siwertell. (n.d.). Vibrating conveyors ensure efficient, multi-functional material handling. <https://bruks-siwertell.com/conveying/vibrating-conveyor>
3. Czubak, P., & Klemiato, M. (2025). Analysis of the transport capabilities of an energy-efficient resonant vibratory conveyor of classical construction. Energies, 18(10), Article 2500. <https://doi.org/10.3390/en18102500>

4. Klemiato, M., & Czubak, P. (2015). Event driven control of vibratory conveyors operating on the Frahm's eliminator basis. *Archives of Metallurgy and Materials*, 60(1), 19–25. <https://doi.org/10.1515/amm-2015-0003>
5. Klemiato, M., & Czubak, P. (2019). Control of the transport direction and velocity of the two-way reversible vibratory conveyor. *Archive of Applied Mechanics*, 89(7), 1359–1373. <https://doi.org/10.1007/s00419-018-01507-8>
6. Michalczyk, J., & Gajowy, M. (2023). Operational properties of vibratory conveyors of the antiresonance type. *Archives of Mining Sciences*. <https://doi.org/10.24425/122449>
7. Vrublevskiy, I. I. (1999). Vibratsiynyi dvomasovyi transporter-manipulator z nezalezhnymy pozdovzhnymy, poperechnymy ta vertykalnymy kolyvanniamy [Two-mass vibratory conveyor-manipulator with independent longitudinal, transverse, and vertical vibrations]. *Visnyk Derzhavnoho universytetu "Lvivska politekhnika"*, (371), 71–74.
8. Zhang, X., Wen, B., & Zhao, C. (2016). Theoretical study on synchronization of two exciters in a nonlinear vibrating system with multiple resonant types. *Nonlinear Dynamics*, 85(1), 141–154.
9. Żmuda, W., & Czubak, P. (2022). Investigations of the transport possibilities of a new vibratory conveyor equipped with a single electro-vibrator. *Transport Problems*, 17(4), 127–136. <https://doi.org/10.20858/tp.2022.17.4.11>

Received 19.03.2026
Accepted 23.03.2026
Published 31.03.2026

***Analytical study of the oscillatory regime of a vibratory conveyor
with two inertial vibrators***

The article considers a vibratory conveyor with two inertial vibrators rotating in opposite directions and investigates the specific features of the formation of its oscillatory regime. A design scheme of the system was developed with account taken of the translational motion of the trough center of mass in the horizontal and vertical directions, as well as the small angular rotation of the body, which made it possible to represent the working process in the form of a planar dynamic model. Analytical relationships were obtained for determining the components of centrifugal forces, the resultant exciting action, and the kinetic and potential energy of the system, taking into account both the translational and rotational motion of the working member. It is shown that under the synchronous antiphase operating mode of identical vibrators, a predominantly directed harmonic force is formed, and when its line of action passes through the center of mass, a stable translational motion of the conveyor is ensured. It was established that phase deviations caused by self-synchronization, differences in resistance torques, gravitational effects, and interaction with the conveyed material lead to the appearance of additional motion components, deterioration in transport uniformity, and may result in local material accumulation. The obtained results can be used for further analysis of the stability of the synchronous regime, evaluation of the permissible phase mismatch of the vibrators, and substantiation of the parameters of vibratory conveyors for transport and technological purposes.

Keywords: vibratory conveyor, inertial vibrator, unbalance, oscillatory regime, synchronization, phase mismatch, exciting force, dynamic model, bulk material.

Тікан Юрій Миколайович – аспірант кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки, Національний університет «Полтавська політехніка ім. Юрія Кондратюка», Україна.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-5547-1693>

Нестеренко Микола Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки, Національний університет «Полтавська політехніка ім. Юрія Кондратюка», Україна.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4073-1233>

Tikan Yurii – Postgraduate student of the Department of industrial mechanical engineering and mechatronics National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Ukraine.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-5547-1693>

Nesterenko Mykola - PhD (Tech), Associate Professor, Associate Professor of the Department of industrial mechanical engineering and mechatronics National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Ukraine.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4073-1233>