

Є.А. Гаврилюк, В.М. Струков, Д.Ю. Узлов

ІНТЕГРОВАНІЙ АІ-БАЗОВАНИЙ ФРЕЙМВОРК ДЛЯ ЗАДАЧ НЕПЕРЕРВНОГО ПОКРИТТЯ З ГЕОМЕТРИЧНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

Анотація. У статті розглянуто інтегровану методологію АІ-базованого гібридного фреймворку для розв'язання задачі неперервного покриття з урахуванням геометричних обмежень. Актуальність роботи визначається широким спектром застосувань задач покриття в телекомунікаціях, логістиці, робототехніці, моніторингу територій та простору плануванні, де класичні дискретні моделі є недостатніми через складність реальних географічних областей і необхідність оптимізувати неперервні параметри. Постановка проблеми полягає у створенні методологічного підходу, здатного поєднувати складні геометричні операції, глобальні оптимізаційні процедури та інтелектуальні прогнози моделі для підвищення ефективності обчислень. Метою дослідження є формування єдиного гібридного фреймворку, який інтегрує метаевристичні та меметичні методи оптимізації з нейромережевими surrogate-моделями та UML-орієнтованою архітектурою інформаційної системи. Запропоновані методи включають ройові та еволюційні алгоритми, адаптивні штрафні механізми, нейронні апроксимаційні моделі та комбіновані підходи до оцінки площі покриття. Результати дослідження представлено у вигляді концептуального порівняння ефективності різних компонентів фреймворку та їх синергетичного впливу на точність і швидкодю оптимізації. Висновки підкреслюють придатність інтегрованого АІ-фреймворку до масштабних задач покриття та його потенціал для подальшого розвитку у напрямі динамічних та багатокритеріальних постановок.

Ключові слова: неперервне покриття, просторове моделювання, ройова оптимізація, меметичні алгоритми, штучний інтелект, UML-архітектура.

Вступ. Задачі оптимального геометричного покриття належать до фундаментальних проблем розміщення об'єктів у прикладній математиці та операційному дослідженні. Вони виникають у найрізноманітніших прикладних контекстах: від проектування логістичних мереж, розміщення медичних і сервісних центрів, побудови сенсорних та телекомунікаційних інфраструктур до планування маршрутів безпілотних апаратів, моніторингу довкілля, надзвичайних ситуацій і просторового аналізу в GIS-системах. У всіх цих випадках розв'язується спільна за суттю задача – як розташувати обмежену кількість об'єктів або ресурсів так, щоб забезпечити максимально можливе охоплення заданої області або регіонів попиту з урахуванням реальних обмежень.

Перехід від класичних дискретних моделей покриття до неперервних постановок зумовлений необхідністю врахування складної геометрії областей, наявності заборонених зон, орієнтованих і анізотропних форм зон обслуговування, а також регіональної неоднорідності попиту. На відміну від ідеалізованих сіткових моделей, неперервні задачі покриття працюють з реальними картографічними об'єктами, полігонами довільної форми та комбінованими геометричними обмеженнями. Це призводить до виникнення негладких, багатоекстремальних і обчислювально дорогих цільових функцій, що істотно обмежує придатність класичних градієнтних та комбінаторних методів.

У низці прикладних сфер, зокрема в логістиці та транспорті, оборонних застосуваннях, робототехніці, бездротових сенсорних мережах та системах моніторингу, додаткові вимоги висуваються до стійкості та масштабованості моделей. Там важливими є не лише максимальна площа покриття, а й урахування зон ризику, обмежень доступності, надмірності та відмовостійкості. Наприклад, у логістичних системах покриття може інтерпретуватися як досяжність клієнтів з обмеженнями за часом доставки; в оборонних задачах - як забезпечення спостереження або контролю територій із заборорою розміщення засобів у певних зонах; у робототехніці - як гарантоване відвідування та скасування ділянок за заданий час; у сенсорних мережах - як повнота і надійність спостережень із урахуванням обмежених енергетичних ресурсів.

Поєднання складної геометрії, багатовимірних просторів параметрів та високої вартості обчислення цільової функції природно веде до застосування метаевристичних підходів, насамперед ройових та меметичних алгоритмів. Вони добре пристосовані до глобального пошуку в нерегулярних ландшафтах і дозволяють отримувати високоякісні наближені розв'язки там, де строгі оптимізаційні методи стають непрактичними. Паралельно з цим активно розвиваються нейромережеві технології, які можуть виступати сурогатними моделями для наближення цільової функції, а також інструментами автоматичного налаштування штрафних функцій у задачах з обмеженнями, забезпечуючи істотне прискорення обчислень і підвищення стабільності пошуку.

Не менш важливою є інженерна складова: для того щоб математичні моделі покриття перетворилися на практично корисні інструменти, потрібні спеціалізовані інформаційні технології, здатні інтегрувати геометричні обчислення, оптимізаційні модулі, нейромережеві компоненти та інтерфейси до джерел просторових даних. Використання формальних підходів до проектування архітектури, зокрема UML-орієнтованого моделювання, дає змогу побудувати модульні, масштабовані системи, у яких легко поєднувати різні методи оцінювання покриття та алгоритми оптимізації.

У цій статті розглядається інтегрований AI-базований фреймворк для задач неперервного покриття з геометричними обмеженнями, який поєднує ройові й меметичні методи оптимізації, нейромережеві підходи до сурогатного моделювання та адаптивних штрафних функцій, а також UML-орієнтоване моделювання архітектури інформаційної системи. Метою роботи є узагальнити низку існуючих підходів у єдиній методичній рамці, показати їхню взаємодію та окреслити можливості практичного застосування в задачах логістики, оборонних систем, робототехніки, сенсорних мереж та моніторингу,

створюючи основу для подальших досліджень у динамічних і багатокритеріальних постановках задач покриття.

Аналіз літературних джерел. Класичні постановки задачі максимального покриття були сформульовані в дискретному вигляді як задача розміщення об'єктів для максимізації покриття точок попиту у роботі [1], де вводяться базові поняття області попиту та радіуса покриття. Подальший розвиток привів до неперервних формулювань, у яких область покриття розглядається як підмножина евклідового простору, а об'єкти обслуговування можуть змінювати положення та інші параметри в неперервному просторі. Узагальнений огляд моделей безперервного максимального покриття, включно з питаннями формулювання, класифікації та обчислювальної складності, наведено у роботі [2], де підкреслюється важливість переходу до геометрично узгоджених моделей.

Сучасні дослідження зосереджені на задачах покриття зі складною геометрією області та зон обслуговування. У роботі [3] запропоновано підхід на основі напівнескінченної оптимізації для задач безперервного покриття й покриття, де множини визначаються як підмножини евклідового простору з нескінченною кількістю обмежень; показано, що такий підхід дозволяє будувати точні методи для частини безперервних задач покриття. Роботи [4–6] розвивають концепцію використання програмних засобів обчислювальної геометрії для моделювання задач пакування та покриття, формалізації неперервних моделей максимального покриття та їх розв'язання з використанням нелінійної оптимізації. Зокрема, у [5, 6] розглядаються моделі з довільною формою зон обслуговування, регіональною неоднорідністю попиту та забороненими зонами, що наближає математичні постановки до реальних сценаріїв застосування.

Загалом ці роботи демонструють, що неперервні задачі покриття з реалістичною геометрією та складними обмеженнями залишаються обчислювально складними, навіть якщо використовуються просунуті методи напівнескінченної оптимізації чи спеціалізовані геометричні алгоритми. Це мотивує активне застосування метаевристичних методів, здатних працювати з негладкими, багатоекстремальними цільовими функціями, а також потребу в інформаційних технологіях, які підтримують інтеграцію геометричних та оптимізаційних компонентів.

У задачах неперервного покриття цільова функція зазвичай має складну форму: численні локальні максимуми, плато, негладкі ділянки, спричинені перетином і об'єднанням геометричних областей. У таких умовах ройові та еволюційні метаевристичні природно підходять для пошуку наближених оптимумів. Одним із базових методів є оптимізація роєм частинок (PSO), запропонована у [7], що забезпечує простий механізм балансування між дослідженням і експлуатацією завдяки поєднанню інерційного руху, “особистого досвіду” та “соціального притягання”. Інший ройовий алгоритм Fish School Search (FSS) моделює колективну поведінку рибної зграї та завдяки поєднанню індивідуального, інстинктивного і колективного рухів добре працює у складних та обмежених просторах [8]. Ще одним поширеним природо-орієнтованим методом, який показав ефективність у задачах неперервної оптимізації, є алгоритм світлячків (Firefly

Algorithm, FA), запропонований у [9]. FA моделює притягання між агентами на основі інтенсивності «світіння», що відповідає значенню цільової функції. Рівень притягання визначається параметром поглинання, який контролює радіус дії кожного агента.

Широко дослідженим є алгоритм штучних бджіл (Artificial Bee Colony, ABC), що розглядає популяцію рішень як бджолину колонію; він відзначається гнучким поєднанням локального пошуку зайнятих бджіл і глобальної розвідки, що здійснюється розвідницями [10]. Огляд сучасних модифікацій ABC, включно з адаптивними параметрами та механізмами локального вдосконалення, подано в узагальнювальних роботах, де підкреслюється ефективність алгоритму в задачах неперервної оптимізації та комбінованих задачах [10].

Окремий напрям пов'язаний з меметичними алгоритмами, у яких глобальний ройовий або еволюційний пошук поєднується з локальним детермінованим вдосконаленням. У [11] систематизовано підходи до меметичних методів та їх різновиди; наголошено, що їхня ефективність значно зростає в задачах, де важлива точність локального рішення після грубого глобального пошуку. У роботі [12] запропоновано меметичні алгоритми для неперервної оптимізації на основі “ланцюгів локальних пошуків”, які дозволяють гнучко налаштовувати глибину та частоту локальної оптимізації. Така стратегія є особливо перспективною для геометричних задач покриття, де ройовий компонент відповідає за знаходження перспективних конфігурацій, а локальний метод (наприклад, BFGS) за точне доопрацювання положень і орієнтацій об'єктів покриття.

Висока обчислювальна вартість оцінювання площі покриття у задачах з довільною геометрією робить доцільним використання сурогатних моделей. Класичні підходи до surrogate-моделювання, зокрема на основі Крігінга, поліноміальних апроксимацій та радіальних базисних функцій, викладено в монографії [13]. У ній описуються методи побудови наближених моделей цільових функцій, які дозволяють суттєво скоротити кількість дорогих обчислень.

Сучасні тенденції зміщуються у бік data-driven еволюційної оптимізації, де сурогати будуються із залученням глибоких нейронних мереж. У роботі [14] подано огляд поєднання еволюційних алгоритмів із даними, включно з активним навчанням і адаптивним вибором точок для уточнення моделі. Особливий інтерес для задач покриття мають архітектури Deep Sets [15], які забезпечують інваріантність до перестановок елементів; це дозволяє коректно працювати з множинами об'єктів покриття змінного розміру, що природно відповідає конфігураціям сенсорів або зон обслуговування.

Фізико-інформовані нейронні мережі (Physics-Informed Neural Networks, PINNs), запропоновані у [16], демонструють підхід до поєднання аналітичних закономірностей із даними для побудови багато-фідельних моделей; хоча первісно вони орієнтовані на диференціальні рівняння, загальна ідея є перспективною і для геометричних задач, де можна враховувати відомі структурні властивості покриття. У сукупності ці роботи формують підґрунтя для застосування нейросурогатів і нейронно-керованих штрафних функцій у задачах неперервного покриття.

У більшості сучасних застосувань задачі покриття реалізуються як частина комплексних інформаційних систем, що працюють із просторовими даними, базами даних,

сервісами моделювання та візуалізації. Важливою складовою є використання стандартів моделювання програмних систем, зокрема UML, який регламентує опис структурних і поведінкових аспектів архітектури [17]. UML-підхід дозволяє формально визначати модулі геометричних обчислень, оптимізаційні компоненти, нейромережеві підсистеми, а також інтерфейси з GIS, сервісами візуалізації та зовнішніми аналітичними модулями.

З технічного боку, практична реалізація неперервних моделей покриття активно спирається на бібліотеки обчислювальної геометрії, зокрема Shapely [18], а також засоби роботи з просторовими даними типу GeoPandas та інші бібліотеки для Python. Це дозволяє виконувати точні операції над багатокутниками та іншими геометричними об'єктами, інтегрувати покриття з реальними картографічними даними та проводити просторовий аналіз.

Щодо застосувань, задачі покриття є ключовими для бездротових сенсорних мереж, де оптимізація розміщення вузлів спрямована на забезпечення достатнього покриття, зв'язності та енергоефективності [19]. У робототехніці покриття використовується для планування траєкторій роботів для обстеження територій, картографування, інспекції та сервісного обслуговування; огляд результатів із coverage robotics наведено в [20]. У сфері бізнес-аналітики та вибору місць розташування об'єктів сервісу застосовуються моделі максимального покриття з урахуванням попиту, транспортної доступності та обмежень середовища [21].

При моніторингу довкілля та надзвичайних ситуацій задачі покриття виникають при проектуванні систем моніторингу пожеж, забруднень, техногенних інцидентів, де необхідно забезпечити надійне покриття територій сенсорними мережами, з урахуванням можливих відмов та множинних ризиків. У таких сценаріях важливим є не лише досягнення максимальної площі покриття, але й забезпечення надмірності, стійкості та працездатності системи в умовах часткових відмов. Це додатково підкреслює потребу в інтегрованих фреймворках, які поєднують методи оптимізації, нейромережевих сурогатів і формальних архітектурних рішень для побудови масштабованих, надійних інформаційних технологій.

Формальна постановка задачі. Неперервна задача максимального покриття формулюється таким чином. Задана компактна множина $\Omega \subset R^2$, яка представляє собою область, що підлягає покриттю. Геометрія Ω може бути довільною: багатокутником, множиною з отворами, нерегулярною областю або комбінацією простих геометричних фрагментів. Нехай задано множину n об'єктів покриття S_1, \dots, S_n , де кожний об'єкт $S_i \subset R^2$ є компактною множиною фіксованої форми та розмірів (еліпс, прямокутник, полігон, складний об'єкт тощо).

Положення кожного об'єкта S_i в просторі R^2 визначається параметрами розміщення $p_i = (x_i, y_i, \theta_i)$, що задаються вектором трансляції (x_i, y_i) та кутом повороту $\theta_i \in [0, 2\pi)$.

Зафіксуємо положення області покриття $\Omega \subset R^2$, задавши її параметри розміщення $p_0 = (0, 0, 0)$. Після трансформації (трансляції та повороту) об'єкта S_i отримуємо параметризований об'єкт $S_i(p_i)$.

Сформуємо складний параметризований об'єкт, що назвемо конфігурацією покриття:

$$\tilde{\Omega}(\mathbf{p}) = \Omega(0) \cap \bigcup_{i=1}^n S_i(p_i), \quad (1)$$

де $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n) = (x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_n, y_n, \theta_n)$.

Площа конфігурації покриття (1) визначається як площа перетину області $\Omega(0)$ з об'єднанням трансформованих об'єктів $S_i(p_i)$, $i = 1, \dots, n$:

$$F(\mathbf{p}) = \mu(\tilde{\Omega}(\mathbf{p})) = \text{area}\left(\Omega(0) \cap \bigcup_{i=1}^n S_i(p_i)\right). \quad (2)$$

Функція $F(\mathbf{p})$ є негладкою, може мати розриви та різку зміну градієнтів, оскільки залежить від геометричних перетинів і часткових накладань.

Метою оптимізації є максимізація цієї функції:

$$\max_{\mathbf{p} \in W} F(\mathbf{p}),$$

де W - множина допустимих параметрів розміщення покриваючих об'єктів.

Укажемо деякі найпоширеніші обмеження на параметри розміщення покриваючих об'єктів W . Нехай задано k заборонених зон Z_1, \dots, Z_k , $Z_i \subset R^2$, які визначають області, в яких не можна розташовувати центри об'єктів, але які можуть бути покриті самими об'єктами.

Формально маємо:

$$(x_i, y_i) \notin Z_j \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, k. \quad (3)$$

Такі обмеження є суттєвим у сценаріях, коли вимагається розміщення сенсорів поза небезпечними зонами, встановлення базових станцій поза житловими секторами, розміщення мобільних пунктів в безпечних місцях при максимальному охопленні.

Для застосування метаевристик та AI-орієнтованих методів часто використовують штрафне представлення, яке переводить задачу умовної оптимізації в безумовну форму:

$$\max (F(\mathbf{p}) - \rho P(\mathbf{p})), \quad (4)$$

де $\rho > 0$ штрафний коефіцієнт, а штрафну функцію $P(\mathbf{p})$ задаємо як

$$P(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \max(0, Z_j(x_i, y_i))^2.$$

У подальшому допустимо замінювати жорсткі штрафи на адаптивні, нейронні оцінки штрафів, проєкційні оператори, комбіновані схеми.

Особливості задачі (4) та складнощі оптимізації виникають через геометричну природу. Операції об'єднання і перетину множин мають високу обчислювальну склад-

ність, особливо при десятках і сотнях об'єктів. Негладкість та багатоекстремальність функції (2) пов'язана з тим, що різні розташування об'єктів можуть давати приблизно однакове покриття, існують комбінаційні конфігурації, де об'єкти накладаються або «розходяться» на окремі сегменти.

Кількість змінних задачі (4) дорівнює $3n$, що робить її надскладною вже при $n > 20$.

Оптимальний розв'язок задачі (4) залежить як від координат, так і від кутів, а також від взаємних накладань і топології області. З цих причин у подальших розділах розглядаються ройові та еволюційні методи глобального пошуку, меметичні комбінації з локальними оптимізаторами, сурогатне моделювання функції покриття, UML-орієнтована архітектура для модульної реалізації системи.

Метаевристичні алгоритми оптимізації. Задача неперервного покриття характеризується високою розмірністю простору параметрів, негладкою і багатоекстремальною цільовою функцією, складними геометричними операціями (перетини, обертання, трансформації об'єктів) та наявністю заборонених зон. У таких умовах класичні детерміновані методи, що базуються на градієнтній інформації або регулярності цільової функції, втрачають ефективність. Значно кращі результати демонструють популяційні метаевристичні, здатні виконувати глобальний пошук у складних геометричних просторах.

Ключовою особливістю використання ройових алгоритмів у задачах покриття є те, що кожен агент алгоритму представляє повну конфігурацію об'єктів покриття (2), тобто вектор параметрів $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n) = (x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_n, y_n, \theta_n)$, який визначає положення та орієнтацію всіх об'єктів.

Таким чином, рух агентів у просторі рішень відповідає геометричній перебудові структури покриття. Це дозволяє інтерпретувати параметри метаевристичних не лише в абстрактному пошуковому сенсі, а як механізми керування геометрією покриття.

Нижче розглянуто основні популяційні алгоритми та їхні геометричні інтерпретації.

Particle Swarm Optimization (PSO) [7]. У PSO кожна частинка це повна конфігурація покриття. Швидкість частинки визначає, наскільки агресивно трансформуються об'єкти $S_i(p_i)$, $i = 1, \dots, n$. Великі компоненти швидкості призводять до значних переміщень та поворотів, а малі – до плавної, стабільної перебудови покриття. Основні параметри PSO мають чіткий геометричний зміст. Інерційний коефіцієнт визначає інерцію конфігурації: великі значення призводять до збереження напрямку руху, а малі до різкої перебудови. Когнітивний коефіцієнт відповідає за локальні корекції об'єктів покриття на основі власних вдалих положень. Соціальний коефіцієнт спрямовує конфігурацію до тієї, що дала найбільшу площу покриття. Таким чином, PSO діє як глобальний механізм перебудови всієї системи розміщення, плавно або різко адаптуючи структуру залежно від параметрів.

Fish School Search (FSS) [8]. У FSS кожна "риба" також є конфігурацією покриття. Три основні оператори мають геометричне тлумачення. Індивідуальний рух відповідає

локальному зсуву та обертанню елементів покриття тобто невеликих змін параметрів розміщення $p_i = (x_i, y_i, \theta_i)$). Інстинктивний рух задає усереднення успішних змін відображає узгоджену перебудову розміщення об'єктів, спрямовану на збільшення покриття важливих ділянок області. Колективне стискання/розширення: визначає масштаб трансформацій: розширення призводить до активного дослідження нових геометричних конфігурацій, а стискання до фіксації перспективної топології покриття. FSS є природно адаптивним до складних геометрій області $\Omega \subset R^2$ та наявності заборонених зон.

Firefly Algorithm (FA) [9]. У FA інтенсивність світіння агентів відповідає площі покриття. Алгоритм має чітку інтерпретацію: притягання до яскравих агентів відповідає руху до конфігурацій з кращим розташуванням об'єктів. Основним параметром в алгоритмі є параметр поглинання γ , що визначає окіл дії геометричних трансформацій. Мале γ призводить до “далеких стрибків” у просторі покриття, а велике γ - до дрібної точкової корекції положень і орієнтацій об'єктів. FA добре працює з мультимодальними геометріями, але потребує тонкого налаштування параметрів.

Artificial Bee Colony (ABC) [10]. Три типи бджіл визначають різні аспекти корекції покриття. Зайняті бджоли контролюють локальні деформації конфігурацій, що відповідає точковим змінам окремих об'єктів. Спостерігачі відповідальні за вибір найкращих конфігурацій і дрібні модифікації орієнтацій/положень. Розвідницькі бджоли забезпечують повний перезапуск частини популяції, тобто генерація нових геометричних структур покриття, що важливо при складних обмеженнях. ABC демонструє сильну здатність до пошуку нових конфігурацій та подолання локальних мінімумів.

Широкий спектр поведінкових механізмів різних метаевристик дозволяє їм порізному взаємодіяти з геометрією покриття.

Таблиця 1 узагальнює ключові властивості кожного підходу та надає порівняльну характеристику ройових алгоритмів у неперервних задачах максимального покриття

Таблиця 1

Алгоритм	Глобальний пошук	Стійкість до локальних мінімумів	Орієнтовна якість покриття	Швидкість	Особливості
PSO	Висока	Середня	Базова	Висока	Швидка збіжність, ризик втрати різноманіття
FSS	Висока	Висока	Вища за PSO	Середня	Адаптивність до складної геометрії області
FA	Середня	Середня	Подібна до PSO	Середня-низька	Чутливість до параметра поглинання
ABC	Середня	Висока	Деяко вища за PSO	Низька	Механізми перезапуску покращують вихід із локальних мінімумів

Меметичні (гібридні) алгоритми [11]. На відміну від «чистих» ройових чи еволюційних методів, меметичний підхід інтегрує глобальний стохастичний пошук (PSO, FSS, ABC або еволюційні алгоритми), локальну оптимізацію (BFGS, Nelder–Mead, Powell тощо).

Локальна оптимізація використовується як інтенсивний пошук для доведення перспективних рішень, тоді як ройовий метод продовжує дослідження простору на глобальному рівні. Це дає кілька важливих ефектів. По перше, точне геометричне “доведення” рішень. Локальні методи безпосередньо працюють з параметрами розташування та орієнтації об’єктів покриття $p = (p_1, \dots, p_n) = (x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_n, y_n, \theta_n)$. Вони дозволяють точно позиціонувати об’єкти, мінімізувати небажані перекриття, покращувати узгодження з межами області, коригувати порушення обмежень. Тобто глобальний алгоритм “наближає” конфігурацію до добре покритої зони, а локальний покращує її.

По-друге, вихід із локальних пасток. Ройові методи добре виконують глобальний пошук, але можуть застрягати поблизу плато або структурних розривів цільової функції. Вбудований локальний оптимізатор дозволяє швидко розкидувати частинки, що зійшлися на неправдивому максимумі, досліджувати круті геометричні особливості (кутові точки, межі заборонених зон), підвищувати стабільність загального алгоритму.

По-третє, прискорення збіжності. Як зазначено у [12], комбінування глобального та локального пошуку (особливо у формі «локальних ланцюгів») різко скорочує кількість ітерацій та покращує якість рішень у складних неперервних задачах.

Геометричний сенс меметичних алгоритмів у покритті простий. Глобальна фаза формує структурно правильну конфігурацію об’єктів. Локальна фаза усуває дрібні неузгодженості, знаходить оптимальні кути поворотів, точні позиції та покращує ефективність перекриття. Це особливо корисно при використанні об’єктів складної форми (еліпси, полігони, несиметричні області покриття), де взаємодія орієнтацій та позицій створює складні багатоекстремальні ландшафти.

У таблиці 2 наведені узагальнені властивості меметичних модифікацій ройових алгоритмів.

Таблиця 2

Алгоритм	Якість рішень	Стабільність	Обчислювальні витрати	Коментар
PSO + BFGS	Підвищена	Висока	Незначні	Сильний баланс глобального й локального пошуку
FSS + BFGS	Підвищена	Дуже висока	Низькі	Стійкість до складних геометрій та заборонених зон
FA + BFGS	Помірно підвищена	Середня	Середні	Поліпшує збіжність FA
ABC + BFGS	Підвищена	Висока	Помірні	Ефективний при необхідності частоті реініціалізації рішень

Таким чином, завдяки природній придатності до роботи з негладкими, фрагментованими та геометрично складними просторами конфігурацій, ройові та меметичні алгоритми є потужним інструментом у задачах неперервного покриття. Їхні параметри та оператори мають чітку геометричну інтерпретацію, що дозволяє розглядати процес оптимізації як еволюційну перебудову структури покриття. Меметичні модифікації значно підвищують точність та стабільність рішень, зберігаючи при цьому прийнятну обчислювальну складність.

Нейромережеві підходи у задачах покриття. Нейронні мережі відіграють ключову роль у сучасних методах розв'язання задач неперервного покриття, де обчислення площі покриття та перевірка обмежень є найбільш витратними компонентами оптимізації. Зростання складності геометрії області $\Omega \subset R^2$, довільні форми об'єктів покриття та наявність заборонених зон створюють ситуацію, коли кожна оцінка цільової функції вимагає значних обчислювальних ресурсів. Для подолання цих обмежень застосовуються дві основні нейромережеві технології: сурогатне моделювання площі покриття та нейронно-керовані адаптивні штрафні функції.

Сурогатне моделювання площі покриття. Оцінка функції покриття (4) вимагає виконання операцій об'єднання та перетину складних геометричних множин, які часто реалізуються засобами обчислювальної геометрії (наприклад, бібліотекою *Shapely*). Повторення цих обчислень у кожній ітерації ройового або меметичного алгоритму робить процес оптимізації повільним і важким до масштабування.

Для прискорення пропонується використовувати нейронні сурогати, які апроксимують значення $F(\mathbf{p})$ на основі попередніх точних обчислень. Така модель приймає параметри розміщення $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n) = (x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_n, y_n, \theta_n)$ і повертає швидко оцінку покриття.

Ефективна архітектура на основі принципу Deep Sets: коректно працює з множинами змінного розміру та не залежить від порядку об'єктів, дозволяє кодувати кожний об'єкт покриття окремо, а потім агрегувати інформацію перед фінальним прогнозом; зберігає інваріантність до перестановок та масштабування області.

Такі моделі забезпечують: прискорення оцінок у 10–50 разів завдяки перенесенню більшості викликів із *Shapely* у нейромережевий інференс; можливість виконувати глобальні пошуки на великих популяціях, зменшуючи кількість точних обчислень до 5–10% від загального числа; покращену стабільність оптимізації, оскільки сурогатна модель згладжує нерегулярні фрагменти цільової функції.

Для забезпечення високої точності застосовується мультифідельний підхід, коли на ранніх етапах оптимізації оцінки виконуються нейросурогатом, а для найкращих рішень проводиться уточнення точними геометричними методами.

Нейронно-керовані адаптивні штрафні функції. У задачах покриття з обмеженнями критично важливо контролювати порушення типу (3), тобто заборону розташовувати центри об'єктів у визначених зонах. Класичні штрафні функції вимагають ручного вибору коефіцієнтів. Надто малий штраф допускає порушення, а надто великий руйнує процес оптимізації через жорсткі градієнти.

Використання нейронної мережі для керування штрафом дозволяє автоматично адаптувати штрафи залежно від стану пошуку. Мережа навчається передбачати, як зміна штрафу вплине на прогрес оптимізації.

При цьому немає необхідності ручного підбору параметрів, оскільки штрафна функція стає частиною оптимізаційного процесу, а не зовнішнім фіксованим елементом.

Такий підхід забезпечує баланс між пошуком і дотриманням обмежень. Якщо конфігурація систематично порушує обмеження, то мережа збільшує штраф. Якщо алгоритм застрягає у локальному мінімумі, то мережа частково зменшує штраф, дозволяючи дослідити нові області. Фактично, нейронна мережа формує динамічну карту чутливості, яка співвідносить значення штрафу зі складністю топології області Ω / Z .

Інтеграція з ройовими та меметичними алгоритмами. Комбінація нейросурогатів і адаптивних штрафів створює багаторівневу архітектуру оптимізації, у якій:

- ройові алгоритми (PSO, FSS, ABC) виконують глобальний пошук у просторі геометричних параметрів;
- нейросурогат забезпечує швидку та гладку оцінку покриття, прискорюючи пошук;
- меметичні компоненти (локальні оптимізатори) уточнюють найкращі знайдені конфігурації;
- нейронний штрафний модуль гарантує дотримання просторових обмежень без втрати можливості досліджувати нові стратегії розміщення.

Така інтеграція дозволяє ефективно працювати із задачами з декількома сотнями параметрів, здійснювати оптимізацію на нерегулярних та складних геометріях, отримувати високоякісні конфігурації навіть у випадках, де точний розв'язок обчислити неможливо. Отже, нейромереві технології є фундаментальним компонентом сучасних методів оптимізації задач покриття. Вони дозволяють знизити обчислювальну складність оцінювання цільової функції, автоматично адаптувати штрафи у задачах з обмеженнями, підвищити якість і стабільність пошуку, масштабувати моделі до великих областей та складних форм.

Таким чином, поєднання нейросурогатів, адаптивних штрафних функцій і ройових алгоритмів формує ефективну інтелектуальну рамку для розв'язання задач неперервного покриття у реальних просторових сценаріях.

UML-орієнтоване моделювання архітектури фреймворку для задач неперервного покриття. Для побудови інтегрованої інформаційної технології, яка підтримує задачі неперервного покриття, потрібна формальна архітектура, здатна поєднати геометричні модулі, оптимізаційні алгоритми, нейромереві компоненти та засоби просторової інтеграції. Ефективним інструментом для опису такої архітектури є UML, який забезпечує уніфіковане відображення структурних і функціональних характеристик системи.

В основі нашого підходу покладені два ключові аспекти UML-моделювання - функціональна структура системи та її внутрішня модульна організація. Хоча UML-діаграми не подаються у статті графічно, текстовий опис відображає їх зміст і логіку.

Функціональна структура системи (концепція Use Case). Функціональна модель визначає основні сценарії взаємодії користувача з фреймворком. Її центральна ідея полягає у виділенні ключових дій, що охоплюють повний цикл роботи із задачею покриття.

На концептуальному рівні функціональна структура включає такі можливості:

- Завантаження геометрії області покриття та заборонених зон. Користувач може імпортувати просторові дані у різних форматах, що дає змогу застосувати методи покриття в реальних просторових середовищах.
- Конфігурація параметрів задачі. Це включає вибір типу об'єктів покриття, кількість елементів, параметри трансформації та структуру обмежень.
- Вибір та налаштування методу оцінювання покриття. Фреймворк дозволяє використовувати як швидкі апроксимаційні методи, так і точні геометричні алгоритми, що важливо для різних етапів оптимізації.
- Запуск оптимізаційних алгоритмів. Користувач може обирати між глобальними ройовими методами, меметичними модифікаціями або комбінованими схемами з нейросурогатами.
- Моніторинг перебігу оптимізації. Система підтримує візуальне відображення поточного покриття, динаміки значення цільової функції та ключових характеристик пошуку.
- Експорт результатів. Оптимальна конфігурація може бути збережена для використання у GIS, у подальших розрахунках або для документування.

Таким чином, функціональна модель окреслює повний життєвий цикл задачі, забезпечуючи зрозумілий інтерфейс та структуровану взаємодію з основними можливостями фреймворку.

Структурна модель системи (концепція Class Diagram). Структурна модель визначає внутрішню організацію компонентів фреймворку, їхні взаємозв'язки та відповідальність. В основі архітектури - модульний підхід, який забезпечує гнучкість, розширюваність і можливість заміни компонентів без зміни загальної логіки системи.

Структуру фреймворку можна описати через такі підсистеми:

- Геометрична підсистема. Ця підсистема відповідає за роботу з просторовими об'єктами, тобто опис області покриття, представлення заборонених зон, параметризовані об'єкти покриття довільної форми, операції над геометричними множинами (перетин, об'єднання, повороти, трансформації). Вона забезпечує незалежність від конкретних обчислювальних бібліотек і дозволяє легко додавати нові типи геометричних елементів.
- Підсистема оцінювання покриття. Цей модуль реалізує різні стратегії обчислення площі покриття - від швидких сіткових апроксимацій до точних геометричних алгоритмів. Важливим є концепт єдиної абстракції оцінювача, що дає змогу динамічно

змінювати метод обчислення залежно від етапу оптимізації, вимог до точності та доступних ресурсів.

- Оптимізаційне ядро. Центральна частина системи, що включає глобальні ройові алгоритми (PSO, FSS, FA, ABC), меметичні модифікації з локальними методами, адаптивний модуль штрафних функцій, нейросурогат для прискореної оцінки покриття. Структурна модель забезпечує можливість швидкої заміни або комбінування алгоритмів, а також реалізацію політик перемикавання між грубими та точними методами оцінювання.

- Сервісні та інтеграційні компоненти. До них належать модулі імпорту/експорту просторових даних, засоби візуалізації покриття та динаміки оптимізації, зберігання сценаріїв. Ці компоненти забезпечують практичну придатність системи до реальних задач.

Таким чином, UML-орієнтоване моделювання дозволяє формально визначити архітектуру інтегрованої системи для задач неперервного покриття, не потребуючи включення самих UML-діаграм в текст статті.

Функціональна структура окреслює сценарії роботи фреймворку, а структурна модель взаємодію його внутрішніх модулів. Такий підхід забезпечує логічну організацію компонентів, можливість їх незалежного вдосконалення, гнучкість у виборі методів оцінювання та оптимізації, масштабованість для реальних просторових задач.

Обговорення та висновки. Запропонований інтегрований AI-базований фреймворк для задач неперервного покриття з геометричними обмеженнями дозволяє повному осмислити процес оптимізації просторових систем. На відміну від класичних підходів, що покладаються на єдиний алгоритм або одну методологічну парадигму, представлений фреймворк об'єднує три ключові компоненти: метаевристичну оптимізацію, нейромережеве прискорення та UML-орієнтоване архітектурне моделювання. Така інтеграція дає змогу працювати зі складними геометричними областями, різними типами об'єктів покриття та обмеженнями довільної форми, забезпечуючи масштабованість та адаптивність системи.

Розглянуті ройові та меметичні алгоритми демонструють значні переваги у задачах покриття, оскільки їх поведінка природним чином відповідає динамічній перебудові геометричної конфігурації. Геометрична інтерпретація операторів PSO, FSS, FA та ABC дозволяє краще розуміти характер пошуку, їх здатність до глобальної та локальної реалізації, а також визначати оптимальні стратегії налаштування параметрів. Меметичні розширення підсилюють точність рішень завдяки локальним методам оптимізації та забезпечують перевагу в задачах, де необхідно поєднати глобальний пошук з високоточним доведенням конфігурації.

Другим важливим елементом фреймворку є використання нейромережевих методів, що дозволяє суттєво зменшити обчислювальні витрати. Сурогатне моделювання площі покриття дає можливість замінити значну частину точних, але дорогих геометричних операцій швидкими прогнозами нейромережі. Натомість адаптивні штрафні функції на основі нейронних моделей роблять процес оптимізації більш стійким до

складних топологічних обмежень та зменшують залежність від ручного налаштування параметрів. Разом ці два підходи дозволяють масштабувати оптимізацію на задачі з десятками або сотнями параметрів і складною геометричною структурою.

UML-орієнтована архітектура доповнює математичну складову, забезпечуючи формальний опис структури та поведінки системи. Текстовий аналіз моделі, що ґрунтується на UML-діаграмах, дає чітке уявлення про модульність фреймворку, його здатність інтегрувати нові алгоритми, змінювати методи оцінювання покриття, працювати з різними форматами просторових даних та забезпечувати повторне використання компонентів. Такий підхід робить систему придатною для практичної реалізації в GIS-платформах, транспортних системах, робототехніці, екологічному моніторингу та інших галузях, де покриття відіграє ключову роль.

Узагальнюючи, запропонований фреймворк є комплексним рішенням, яке поєднує теоретичну узагальненість, алгоритмічну гнучкість та інженерну практичність. Він закладає основу для створення інтегрованих інтелектуальних систем, здатних розв'язувати широке коло задач покриття у складних і динамічних просторових середовищах.

Таким чином, можна зробити такі висновки по результатам, отриманим у цій роботі.

1. Розроблено інтегрований AI-базований фреймворк для задач неперервного покриття з геометричними обмеженнями, який об'єднує метаевристичні, нейромережеві та моделювальні підходи.
2. Запропоновано геометрично інтерпретовану методологію налаштування роєвих та меметичних алгоритмів, що підвищує ефективність глобального та локального пошуку.
3. Показано роль нейросурогатів і нейронно-адаптивних штрафних функцій у прискоренні оптимізації та обробці складних просторових обмежень.
4. Використання UML-орієнтованої архітектури забезпечує модульність, масштабованість та практичну реалізованість фреймворку.
5. Запропонований підхід може бути розширений у напрямі динамічних задач покриття, мультиагентних систем, багатокритеріальної оптимізації та інтеграції з реальними потоками даних.

Подяка. Дослідження виконано в рамках проєкту № 3-41-26 «Оптимізація адаптивного геометричного покриття на основі нечіткої логіки, генеративних змагальних мереж і варіаційних автокодерів» за фінансової підтримки Міністерства освіти і науки України.

ЛІТЕРАТУРА / REFERENCES

1. Church R.L., ReVelle C.S. The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, 1974, 32(1), 101–118. DOI: 10.1007/BF01942293.
2. Wei R., Murray A.T. Continuous space maximal coverage: Insights, advances and challenges. *Computers & Operations Research*, 2015, 62, 325–336. DOI: 10.1016/j.cor.2014.04.010.

3. Krieg H., Seidel T., Schwientek J., Küfer K.-H. Solving continuous set covering problems by means of semi-infinite optimization. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2022, 96(1), 39–82. DOI: 10.1007/s00186-022-00776-y.
4. Yakovlev S.V. The concept of modeling packing and covering problems using modern computational geometry software. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2023, 59(1), 108–119. DOI: 10.1007/s10559-023-00547-5.
5. Yakovlev S., Kartashov O., Podzaha D. Mathematical models and nonlinear optimization in continuous maximum coverage location problem. *Computation*, 2022, 10(7), 119. DOI: 10.3390/computation10070119.
6. Yakovlev S. et al. Continuous maximum coverage location problem with arbitrary shape of service areas and regional demand. *Symmetry*, 2025, 17(5), 676. DOI: 10.3390/sym17050676.
7. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization. In: *Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks (ICNN'95)*, Perth, 1995, vol. 4, pp. 1942–1948. DOI: 10.1109/ICNN.1995.488968.
8. Bastos-Filho C.J.A., et al. A novel search algorithm based on fish school behavior. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., B, Cybern.*, 2009, 39(2), 237–252. DOI: 10.1109/TSMCC.2009.2030235.
9. Yang X.-S. Firefly Algorithms for Multimodal Optimization. In: O. Watanabe, T. Horita (eds.) *Stochastic Algorithms: Foundations and Applications, SAGA 2009*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5792, pp. 169–178. Springer. DOI: 10.1007/978-3-642-04944-6_14
10. Karaboga D., Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: Artificial Bee Colony (ABC) algorithm. *Journal of Global Optimization*, 2007, 39(3), 459–471. DOI: 10.1007/s10898-007-9149-x.
11. Neri F., Cotta C. Memetic algorithms and memetic computing optimization: A literature review. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2012, 2, 1–14. DOI: 10.1016/j.swevo.2011.11.003.
12. Molina D., Lozano M., Herrera F. Memetic algorithms for continuous optimisation based on local search chains. *Evolutionary Computation*, 2015, 23(1), 1–28. DOI: 10.1162/EVCO_a_00124.
13. Forrester A., Sóbester A., Keane A. *Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide*. Chichester: Wiley, 2008. DOI: 10.1002/9780470770801.
14. Jin Y., Wang H., Chugh T., Guo D., Miettinen K. Data-driven evolutionary optimization: An overview and case studies. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(3), 442–458. DOI: 10.1109/TEVC.2018.2869001.
15. Zaheer M., Kottur S., Ravanbakhsh S., Póczos B., Salakhutdinov R., Smola A. Deep Sets. In: *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2017, 30, 3391–3401. Available: <https://arxiv.org/abs/1703.06114>.
16. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378, 686–707. DOI: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.

17. Object Management Group. *Unified Modeling Language (UML), Version 2.5.1*, formal/17-12-05, Dec. 2017. Available: <https://www.omg.org/spec/UML/2.5.1>
18. Gillies S. Shapely: Computational Geometry Library, ver. 2.0.0. Zenodo, 2021. DOI: 10.5281/zenodo.7428463.
19. Akyildiz I.F., Su W., Sankarasubramaniam Y., Cayirci E. Wireless sensor networks: A survey. *Computer Networks*, 2002, 38(4), 393–422. DOI: 10.1016/S1389-1286(01)00302-4.
20. Choset H. Coverage for robotics – A survey of recent results. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2001, 31(1–4), 113–126. DOI: 10.1023/A:1016639210559.
21. Yakovlev S., Kiseleva O., Chumachenko D., Podzeha D. Maximum service coverage in business site selection using computer geometry software. *Electronics*, 2023, 12(10), 2329. DOI: 10.3390/electronics12102329.

Received 16.01.2026.

Accepted 21.01.2026.

***Integrated ai-based framework for the continuous coverage problems
with geometric constraints***

Abstract. The paper presents an integrated methodology for an AI-based hybrid framework designed to solve the continuous coverage problem under geometric constraints. The relevance of this work is driven by the wide range of applications of coverage models in telecommunications, logistics, robotics, territorial monitoring, and spatial planning, where classical discrete formulations become insufficient due to the complexity of real geographic regions and the necessity to optimize continuous parameters. The problem statement focuses on developing a methodological approach capable of combining complex geometric operations, global optimization procedures, and intelligent predictive models to enhance computational efficiency. The aim of the study is to construct a unified hybrid framework that integrates metaheuristic and memetic optimization methods with neural surrogate models and a UML-oriented information system architecture. The proposed methods include swarm and evolutionary algorithms, adaptive penalty mechanisms, neural approximation models, and combined techniques for coverage area evaluation. The results are presented in the form of a conceptual comparison of the efficiency of different framework components and their synergistic influence on the accuracy and performance of the optimization process. The conclusions emphasize the applicability of the integrated AI-based framework to large-scale coverage problems and its potential for further development towards dynamic and multi-criteria problem settings.

Keywords: continuous coverage, spatial modeling, swarm optimization, memetic algorithms, artificial intelligence, UML architecture.

Гаврилюк Єгор – аспірант кафедри математичного моделювання та аналізу даних, ННІ комп’ютерних наук та штучного інтелекту, Харківській національний університет імені В.Н. Каразіна.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4392-2000>

Струков Володимир – к.т.н., доцент, зав. кафедри математичного моделювання та аналізу даних моделювання та аналізу даних, ННІ комп’ютерних наук та штучного інтелекту, Харківській національний університет ім. В.Н. Каразіна.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4722-3159>

Узлов Дмитро – к.т. н., доцент, директор ННІ комп’ютерних наук та штучного інтелекту, Харківській національний університет імені В.Н. Каразіна.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3308-424X>

Yehor Havryliuk – phd student at the department of mathematical modeling and data analysis, educational and scientific institute of computer sciences and artificial intelligence, V.N. Karazin Kharkiv National University.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4392-2000>

Volodymyr Strukov – candidate of technical sciences, ass.professor, head of the department of mathematical modeling and data analysis, educational and scientific institute of computer sciences and artificial intelligence, V.N. Karazin Kharkiv National University.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4722-3159>

Dmytro Uzlov – candidate of technical sciences, ass.professor, head of the educational and scientific institute of computer sciences and artificial intelligence, V. N. Karazin Kharkiv National University.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3308-424X>