

Я.А. Гончаров, Т.А. Зайцева

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ НА ОСНОВІ ІНТЕГРОВАНИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ПЛАТФОРМ

Анотація: У роботі представлено підхід до розв'язання задач моделювання контактної взаємодії жорстких циліндричних штампів із пружним півпростором, що поєднує застосування Ansys для побудови та розрахунку скінченно-елементних моделей і MATLAB для розширеного постпроцесінгу та візуалізації. Особливістю роботи є інтегроване використання чисельних методів та засобів комп'ютерної візуалізації в різних програмних пакетах для аналізу контактної взаємодії штампів складної геометрії з пружним ізотропним однорідним півпростором. Розглядаються штампів з круговим, еліптичним та симетрично-здеформованим еліптичним кільцевим перерізом, що формує двозв'язну область контакту під дією центрального осьового тиску в умовах осесиметричної постановки задачі. У середовищі Ansys побудовано скінченно-елементні моделі з урахуванням геометричної складності штампів та виконано аналіз впливу параметрів дискретизації на якість розв'язку. Подальший постпроцесінг результатів здійснено в MATLAB, зокрема реалізовано побудову тривимірних візуалізацій та ізоліній поля контактної тиску. У межах запропонованого підходу проведено чисельне дослідження закономірностей осесиметричної контактної взаємодії тіл складної геометрії. Показано, що такий підхід є ефективним для аналізу результатів розв'язання задач контактної механіки. Розширені можливості візуалізації підвищують якість інтерпретації результатів, сприяють більш достовірній верифікації чисельних моделей і створюють основу для подальшої оптимізації конструктивних параметрів елементів технічних систем.

Ключові слова: чисельне моделювання, метод скінченних елементів, просторова контактна задача, штамп, постпроцесінг, візуалізація даних, напруження, осьовий тиск, Ansys, MATLAB, програмне забезпечення.

Постановка проблеми. Контактна взаємодія тіл складної геометрії належить до важливих задач механіки деформівного тіла, що мають широке застосування в прикладній механіці, машинобудуванні, біомеханіці та ін. Особливу складність становлять задачі, де конфігурації контактних областей мають геометричні особливості, зокрема двозв'язні структури, для яких аналітичні методи виявляються обмеженими. У таких випадках ефективним інструментом є метод скінченних елементів (МСЕ), реалізований, наприклад, у середовищі Ansys, що забезпечує побудову дискретизованих моделей з урахуванням реальної геометрії, матеріальних характеристик і схем навантаження,

дозволяючи отримувати фізично коректні чисельні оцінки напружено-деформівного стану в зоні контакту.

Водночас точність і збіжність розв'язків істотно залежать від налаштувань контактних елементів та вибору чисельних алгоритмів, що потребує ретельного обґрунтування та аналізу результатів. Для розширеного аналізу доцільним є поєднане використання Ansys і MATLAB, коли другий стає інструментом для постпроцесінгу, статистичного аналізу, візуалізації та валідації. Можливість спільного моделювання між MATLAB і Ansys дозволяє інтегрувати складні матеріальні моделі та динаміку процесу в єдине обчислювальне середовище. Такий підхід відповідає сучасним тенденціям цифрового інженерного аналізу та забезпечує гнучкість, масштабованість і підвищує точність при розв'язанні задач контактної механіки зі складною геометрією контакту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Актуальні підходи до практичних досліджень поєднують потужні промислові МСЕ-рішення з адаптивними інструментами постпроцесінгу [7]. Платформа Ansys забезпечує функціональність, необхідну для прикладних досліджень і виробничих процесів. [1], тоді як MATLAB забезпечує реалізацію специфічних аналітичних і візуалізаційних рішень [3, 4]. Особливості контактних елементів Ansys і вплив параметрів на якість розв'язку докладно розглянуто на прикладах у роботі [6]. У публікації [2] систематизовано програмно-алгоритмічні підходи до написання МСЕ-коду в MATLAB, зокрема розглянуто структуру типового програмного блоку, процедуру формування матриці жорсткості, накладання граничних умов і приклад розв'язання статичної задачі механіки деформівного пружного тіла. Як показано у дослідженні [5], поєднання Ansys для чисельного моделювання з MATLAB для розширеного постпроцесінгу формує ефективний і стабільний робочий процес.

У роботі [10] представлено відкритий MATLAB-код для реалізації методу скінченних елементів, що спрощує процес верифікації результатів, отриманих у середовищі Ansys, а також сприяє ефективному проведенню параметричних досліджень. Напружено-деформівний стан під подошвою фундаментів та анкерних елементів у ґрунтовому середовищі проаналізовано в [8], тоді як прикладні повномасштабні тривимірні задачі розглянуто у роботах [9, 11]. Крім того, у дослідженні [3] чисельно змодельовано взаємодію штампа з двозв'язною (у плані) контактною областю з пружним півпростором, проведено розрахунки і побудовано графіки.

Висвітлені приклади демонструють ефективність такого підходу як у моделюванні складних контактних взаємодій, так і в параметричних дослідженнях та верифікації чисельних результатів. Враховуючи зростаючу складність геометрії, матеріальних моделей і граничних умов, подальші дослідження у цьому напрямку є доцільними. Зокрема, перспективним є розвиток відкритих обчислювальних рішень, розширення бібліотек для постпроцесінгу, а також інтеграція адаптивних методів і машинного навчання для автоматизації аналізу та підвищення точності моделювання.

Постановка задачі. Розглядається контактна задача механіки деформівного твердого тіла, що описує процес вдавлювання абсолютно жорсткого циліндричного штампу з плоскою основою у однорідний ізотропний пружний півпростір. Взаємодія у зоні кон-

такту розглядається без тертя, при центральній прикладеній навантаженні вздовж осі симетрії, що відповідає режиму осьового стиску штампа. Поперечний переріз штампа має двозв'язну форму. Задачу дослідження і візуалізації результатів треба виконати для штампів у формі кругового кільця, еліптичного кільця і кільця обмеженого двома концентричними кривими у формі симетрично здеформованих еліпсів.

Мета дослідження. Формалізувати, чисельно реалізувати та верифікувати скінченно-елементні моделі вдавлювання абсолютно жорстких циліндричних штампів трьох видів поперечного перерізу: кругового кільця, еліптичного кільця та кільця, обмеженого двома концентричними кривими у формі симетрично здеформованих еліпсів, у однорідний ізотропний пружний півпростір. Для досягнення мети передбачено:

- побудову та валідацію МСЕ-моделей в Ansys з перевіркою на еталонних рішеннях (зокрема, для кругового кільця);
- розробку програмного забезпечення для інтеграції Ansys з MATLAB для розширеного постпроцесінгу чисельних результатів;
- аналіз отриманих даних та побудову графічних інтерпретацій результатів.

Виклад основного матеріалу. На рис. 1 представлено алгоритм розв'язання задачі моделювання контактної взаємодії як послідовність етапів, що поєднують постановку задачі, побудову моделі, чисельний розрахунок та подальшу обробку результатів. На початковому етапі формулюється математична постановка, визначаються основні параметри та умови задачі. Далі у середовищі Ansys формується скінченно-елементна модель, що включає побудову геометрії, задання матеріальних властивостей, налаштування контактних умов і дискретизацію досліджуваної зони. Після цього встановлюються граничні умови та навантаження, а у випадку недостатньої точності виконується уточнена дискретизація. Результати чисельного розв'язання перевіряються на збіжність та порівнюються з відомими рішеннями. У разі розбіжностей параметри моделі коригуються. Отримані дані готуються до подальшої обробки шляхом фільтрації, видалення нерелевантної інформації та експорту у формат Excel, після чого вони передаються у середовище MATLAB. На наступному етапі здійснюється інтерполяція з необхідною точністю та перевірка даних на наявність шумів чи аномалій. У разі потреби застосовуються процедури згладжування, після чого проводиться візуалізація.

Завершальним кроком є отримання повної картини контактної взаємодії, придатної для подальшого аналізу та інтерпретації. Таким чином, наведений алгоритм у вигляді блок-схеми відображає повну послідовність дій – від математичної постановки задачі та побудови скінченно-елементної моделі до експорту результатів і їхньої обробки у середовищі MATLAB. Для практичної реалізації цього підходу авторами було розроблено низку програмних фрагментів коду, які забезпечують автоматизацію обробки, інтерполяцію та подальшу візуалізацію результатів.

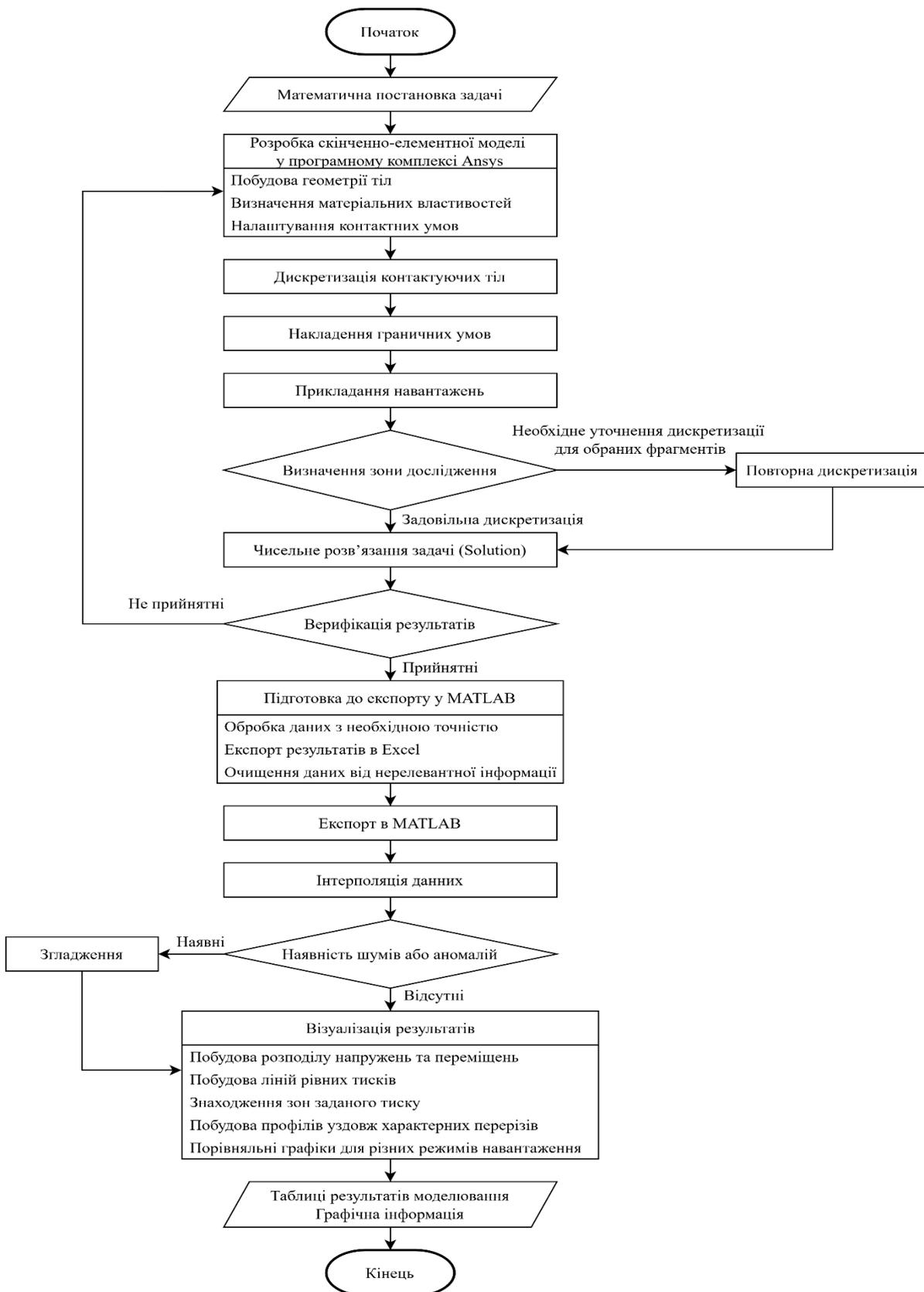


Рисунок 1 - Алгоритм моделювання задачі контактної взаємодії

Нижче наведено приклади окремих фрагментів коду із поясненням їх функціонального призначення. Спочатку програма здійснює імпорт і підготовку даних, отриманих за допомогою програмного комплексу Ansys, для подальшої обробки:

```
clearvars; clc;  
filePath = 'B:\Aspirant\Data\Circle.xlsx';  
raw = readmatrix(filePath, 'Range', 'A:C');  
X = raw(:,1); Y = raw(:,2); Z = raw(:,3);
```

Нижче представлено фрагменти програмного коду, призначені для побудови 2D- і 3D-візуалізації оброблених даних у різних форматах:

1. 3D-візуалізація забезпечує цілісне уявлення про просторовий вигляд поля тисків або деформацій, сприяючи інтуїтивному аналізу форми контактної зони, глибини втиснення, симетрії та розподілу по об'єму:

```
subplot(2,2,1);  
surf(Xq, Yq, -Zf1, 'EdgeColor','none');  
view(3); axis vis3d; grid off; xticks([]); yticks([]);  
zticks([]);  
xlabel('X \rightarrow'); ylabel('Y \rightarrow'); zlabel('Z  
\downarrow');  
title('3D-огляд');
```

2. 2D-візуалізація – для площини OXZ:

```
subplot(2,2,2);  
surf(Xq, Yq, -Zf1, 'EdgeColor','none');  
view(0,0); axis vis3d; grid off; xticks([]); yticks([]);  
zticks([]);  
xlabel('X \rightarrow'); ylabel('Y \rightarrow'); zlabel('Z  
\downarrow');  
title('OXZ');
```

3. 2D-візуалізація – для площини OYZ:

```
subplot(2,2,3);  
surf(Xq, Yq, -Zf1, 'EdgeColor','none');  
view(90,0); axis vis3d; grid off; xticks([]); yticks([]);  
zticks([]);  
xlabel('X \rightarrow'); ylabel('Y \rightarrow'); zlabel('Z  
\downarrow');  
title('Боковий вигляд (Y)');
```

4. 2D-візуалізація – для площини OXY.

```
subplot(2,2,4);  
surf(Xq, Yq, -Zf1, 'EdgeColor','none');  
view(0,90); axis vis3d; grid off; xticks([]); yticks([]);  
zticks([]);  
xlabel('X \rightarrow'); ylabel('Y \rightarrow'); zlabel('Z  
\downarrow');  
title('Вигляд згори');  
exportgraphics(f2, [name '_3D.png'], 'Resolution', 300);
```

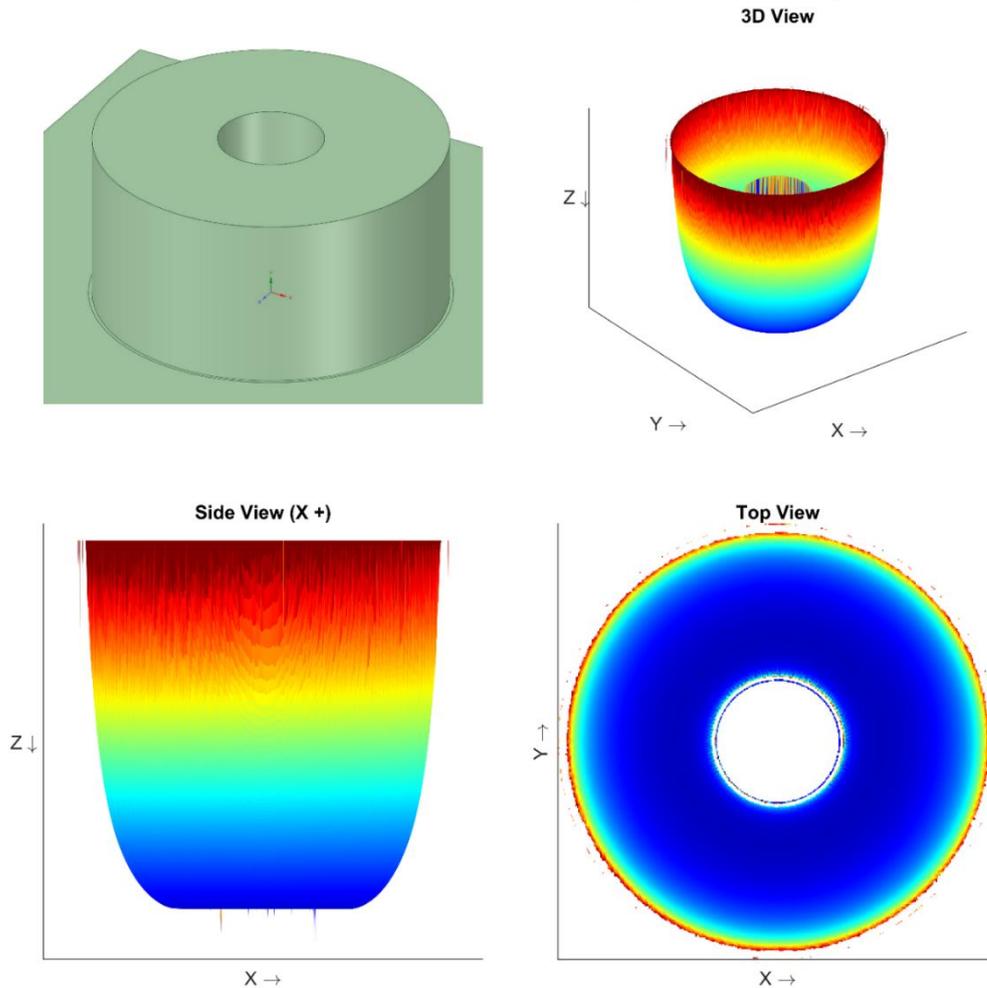


Рисунок 2 - Розподіл нормального тиску під круговим кільцевим штампом $r_1/r_2=0.3$

Було розглянуто контактні задачі, що описують процес вдавлювання абсолютно жорсткого циліндричного штампу з плоскою основою у однорідний ізотропний пружний півпростір.

Взаємодія у зоні контакту відбувалась без тертя, а навантаження було прикладене центрально, тобто уздовж осі симетрії штампу. Поперечний переріз штампа займав двозв'язну форму. Задачі дослідження і візуалізації результатів було виконано для штамсів у формі кругового кільця, еліптичного кільця і кільця обмеженого двома концентричними кривими у формі симетрично zdeформованих еліпсів.

Для випадку штампу у формі кругового кільця розподіл нормального тиску представлено на рис. 2. У полярній системі координат рівняння границі у загальному вигляді буде приймати вигляд $\rho_1=r_1$ та $\rho_2=r_2$, $r_1 < r_2$.

Для штампа у формі еліптичного кільця розподіл нормального тиску представлено на рис. 3.

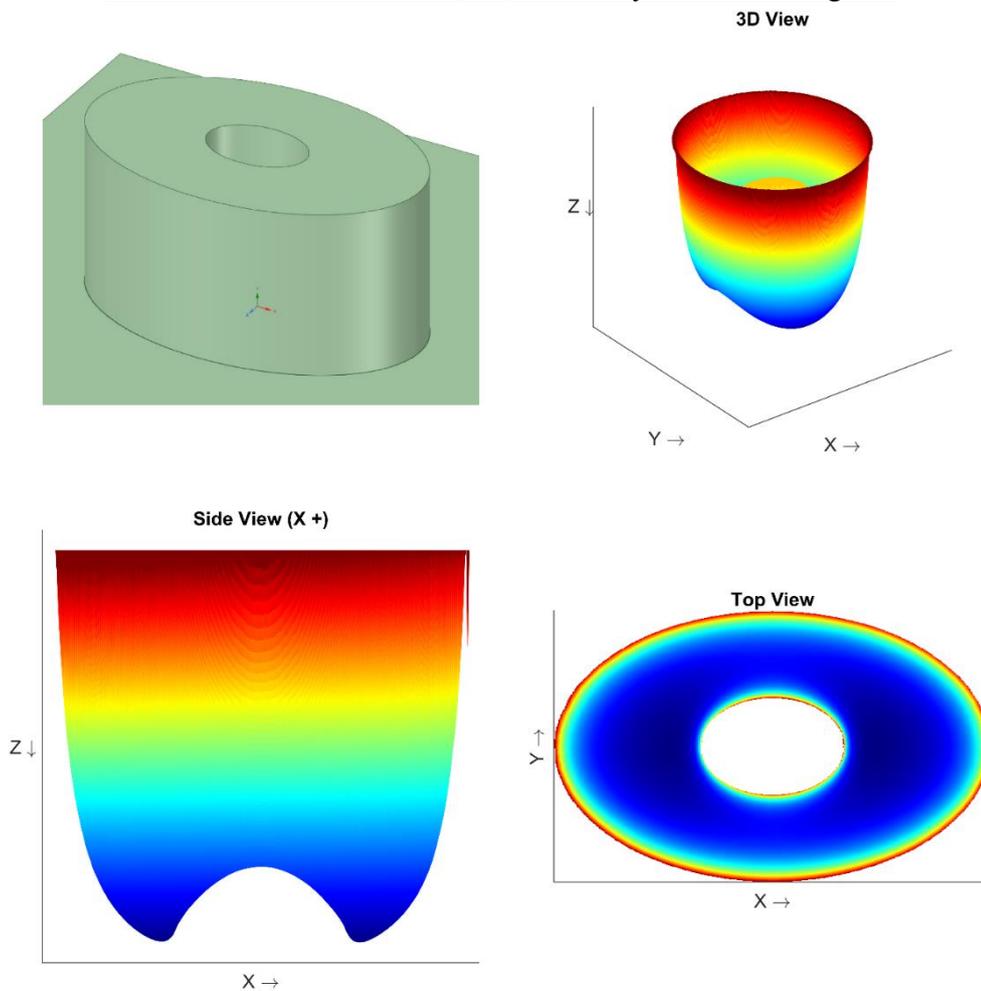


Рисунок 3 - Розподіл нормального тиску під еліптичним кільцевим штампом
 $a_1/b_1 = 0.3$, ексцентриситет $\epsilon=0.8$

Якщо прийняти фокус еліпса за полюс, а велику вісь – за полярну вісь, то його рівняння в полярних координатах (ρ, φ) матиме вигляд

$$\rho_1^2 = \frac{a^2(1 - \epsilon^2)}{1 - \epsilon^2 \cos(\varphi)}$$

$$\rho_2^2 = \frac{b^2(1 - \epsilon^2)}{1 - \epsilon^2 \cos(\varphi)}$$

$$\epsilon^2 = 1 - \frac{a_1^2}{a_2^2} = 1 - \frac{b_1^2}{b_2^2}$$

де a та b – фокальні параметри, ϵ - ексцентриситет еліпсів, ρ – полярний радіус, $a_1 < b_1, b_1 < b_2, a_1 < a_2$.

Для штампа у формі кільця обмеженого симетрично zdeформованими еліпсами, розподіл нормального тиску представлено на рис. 4.

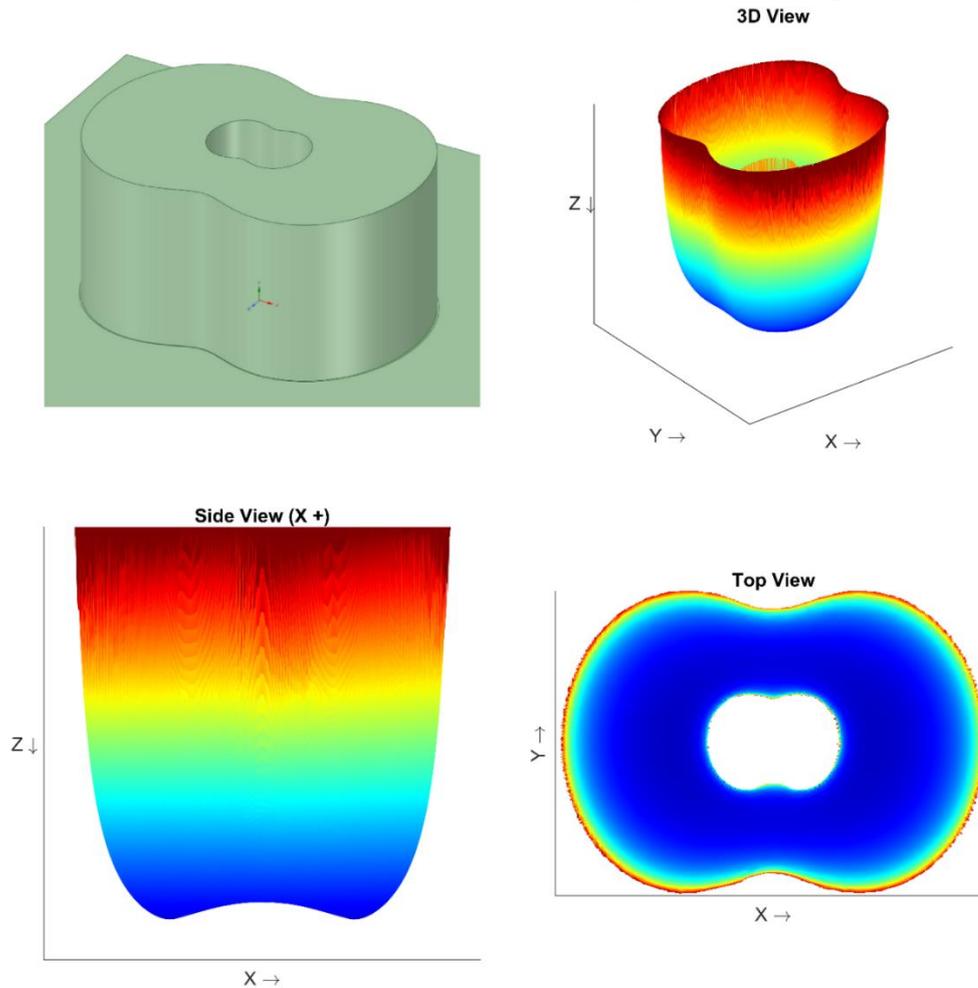


Рисунок 4 - Розподіл нормального тиску під формі симетрично zdeформованими еліптичними кільцями $a_1/b_1 = 0.3$

$$\rho_1 = a \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2(\varphi)}.$$

$$\rho_2 = b \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2(\varphi)}.$$

$$\varepsilon^2 = 1 - \frac{a_1^2}{a_2^2} = 1 - \frac{b_1^2}{b_2^2}$$

ε - ексцентриситет еліпсів, a_1, b_1 – великі; a_2, b_2 – малі півосі еліпсів. $a_1 < b_1, b_1 < b_2, a_1 < a_2$.

У якості прикладу на рис. 5 наведено порівняння залежностей нормального тиску вздовж осі OX для штампів у формі кругового кільця (суцільна крива) та еліптичного кільця (штрихова крива $\varepsilon=0.8$) з шириною кільця 0.3.

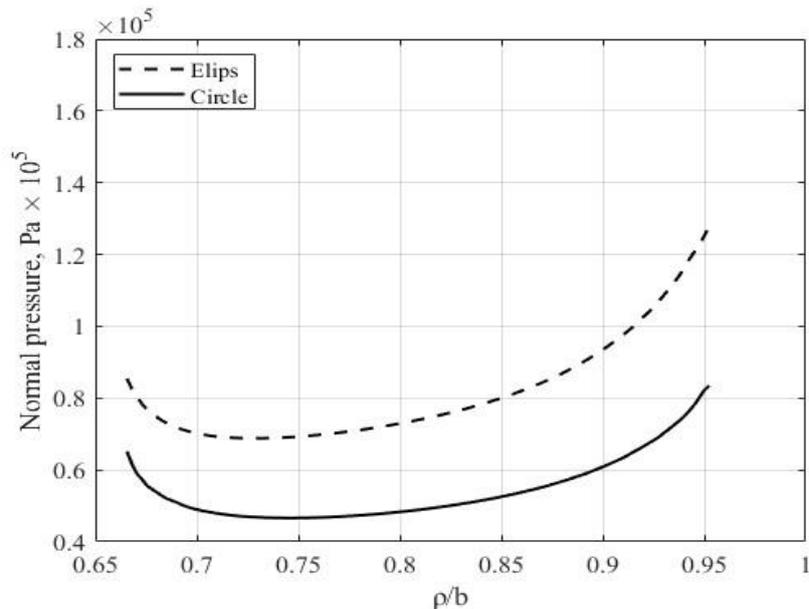


Рисунок 5 - Розподіл нормальних тисків під штампами різної форми

Із графіка видно, що більші значення тиску спостерігаються під штампом еліптичної форми. Обидві криві мають аналогічну форму. Тиск досягає мінімальних значень у центральній частині контактної області та монотонно зростає у напрямку до її границь, причому на внутрішній зростання є більш пологим, ніж на зовнішній границі.

Висновки. У роботі представлено підхід до моделювання задач контактної взаємодії штампа складної геометрії з пружним півпростором, що поєднує можливості МСЕ, реалізованому у середовищі Ansys та подальшу обробку результатів у MATLAB. Запропонований алгоритм дозволив реалізувати повний цикл дослідження – від математичної постановки та побудови моделі до візуалізації розподілів напружень і тиску. Для задач вдавлювання абсолютно жорсткого циліндричного штампу з плоскою основою у однорідний ізотропний пружний півпростір, коли навантаження прикладене центрально, тобто уздовж осі симетрії штампу, а поперечний переріз штампа має двозв'язну форму, виконано дослідження розв'язання і візуалізації результатів. Задачі розв'язано для штампів у формі кругового кільця, еліптичного кільця і кільця обмеженого двома концентричними кривими у формі симетрично zdeформованих еліпсів. Отримані результати підтверджують дієвість застосованого підходу. Виконані чисельні експерименти показали універсальність розробленої методики та можливість її використання для аналізу контактних задач з довільною геометрією штампів.

Можна вважати що запропонований підхід застосування програмних засобів Ansys, MATLAB у поєднанні з власно розробленим програмним забезпеченням є достатньо гнучким і може бути адаптовано до інших класів контактних задач, використано для порівняння конструктивних рішень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ansys Free Student Software Downloads – URL: <https://www.ansys.com/academic/freestudent-products> (дата звернення: 18.02.2022).
2. Chessa J. Programming the Finite Element Method with MATLAB [Electronic resource]. – 2002. – URL: https://www.math.purdue.edu/~caiz/math615/matlab_fem.
3. Honcharov Y. A., Zaytseva T. A. 2023. Computer Simulation of the Interaction of a Doubly Bound in the Plane of a Punch and an Elastic Half-Space. Problems of Applied Mathematics and Mathematical Modeling 23: 46–52. doi:10.15421/322331
4. MATLAB – URL: <https://uk.mathworks.com/products/matlab/student.html> (дата звернення: 27.06.2022).
5. Schemmel R., Krieger V., Hemsel T., Sextro W. (2021). Co-simulation of MATLAB and Ansys for ultrasonic wire bonding process optimization. Microelectronics Reliability, 119, 114077. DOI: 10.1016/j.microrel.2021.114077.
6. Sezer S. An evaluation of Ansys contact elements // Master's thesis, Louisiana State University. – 2005. – URL: https://repository.lsu.edu/gradschool_theses/.
7. Shamim R. An Overview of Contact Mechanics Algorithms // School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, China. – 2024. – URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.13681433>.
8. Shapoval V. G., Kolos M. V., Chernomorov A. P. Contact tensions under the sole of rigid deep laying foundations and ground anchors // Scientific Bulletin of National Mining University. – 2023. – No. 2. – P. 58–63. – URL: https://nvngu.in.ua/jdownloads/pdf/2023/2/02_2023_Shapoval.pdf.
9. Shyshkanova, G., Zaytseva, T., Zhushman, V., Levchenko, N., & Korotunova, O. (2023, October). Solving three-dimensional contact problems for foundation design in green building. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 2609, No. 1, p. 012001). IOP Publishing.
10. Wang B., Bai J., Lu S., Zuo W. (2025). An open-source MATLAB solver for contact finite element analysis (large deformation, frictional contact). Advances in Engineering Software, 103798. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2024.103798.
11. Šulka, P., et al. (2018). Static structural analysis of rolling ball bearing. MATEC Web of Conferences, 244. <https://doi.org/10.1051/matecconf/201824401023>

REFERENCES

1. Ansys Free Student Software Downloads – URL: <https://www.ansys.com/academic/freestudent-products> (дата звернення: 18.02.2022).
2. Chessa J. Programming the Finite Element Method with MATLAB [Electronic resource]. – 2002. – URL: https://www.math.purdue.edu/~caiz/math615/matlab_fem.
3. Honcharov Y. A., Zaytseva T. A. 2023. Computer Simulation of the Interaction of a Doubly Bound in the Plane of a Punch and an Elastic Half-Space. Problems of Applied Mathematics and Mathematical Modeling 23: 46–52. doi:10.15421/322331
4. MATLAB – URL: <https://uk.mathworks.com/products/matlab/student.html> (дата звернення: 27.06.2022).

5. Schemmel R., Krieger V., Hemsel T., Sextro W. (2021). Co-simulation of MATLAB and Ansys for ultrasonic wire bonding process optimization. *Microelectronics Reliability*, 119, 114077. DOI: 10.1016/j.microrel.2021.114077.
6. Sezer S. An evaluation of Ansys contact elements // Master's thesis, Louisiana State University. – 2005. – URL: https://repository.lsu.edu/gradschool_theses/.
7. Shamim R. An Overview of Contact Mechanics Algorithms // School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, China. – 2024. – URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.13681433>.
8. Shapoval V. G., Kolos M. V., Chernomorov A. P. Contact tensions under the sole of rigid deep laying foundations and ground anchors // *Scientific Bulletin of National Mining University*. – 2023. – No. 2. – P. 58–63. – URL: https://nvngu.in.ua/jdownloads/pdf/2023/2/02_2023_Shapoval.pdf.
9. Shyshkanova, G., Zaytseva, T., Zhushman, V., Levchenko, N., & Korotunova, O. (2023, October). Solving three-dimensional contact problems for foundation design in green building. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 2609, No. 1, p. 012001). IOP Publishing.
10. Wang B., Bai J., Lu S., Zuo W. (2025). An open-source MATLAB solver for contact finite element analysis (large deformation, frictional contact). *Advances in Engineering Software*, 103798. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2024.103798.
11. Šulka, P., (2018). Static structural analysis of rolling ball bearing. *MATEC Web of Conferences*, 244. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201824401023>

Received 02.12.2025.
Accepted 08.12.2025.

Numerical Investigation of the Contact Interaction of Complex-Shaped Bodies Using Integrated Computational Platforms

The paper presents an approach to solving problems of numerical modeling of the contact interaction between rigid cylindrical punches and an elastic half-space, which combines the use of Ansys for constructing and solving finite element models with MATLAB for advanced postprocessing and visualization of the obtained results. A distinctive feature of the study is the integrated use of numerical methods and computer visualization tools in different software environments to analyze the contact interaction of punches of complex geometry with an isotropic homogeneous elastic half-space. The analysis focuses on punches with circular ring, elliptical ring, and symmetrically deformed elliptical ring cross-sections, which form a doubly connected contact region under the action of a centrally applied load in an axisymmetric problem formulation, i.e., under axial compression applied along the punch axis. Within the Ansys environment, finite element models were constructed with explicit consideration of the geometric complexity of the punches, and a systematic analysis of the influence of discretization parameters on the quality and stability of the numerical solution was carried out. This made it possible to clarify the requirements for the mesh in the vicinity of the contact zone and to obtain displacement and stress fields that are suitable for further detailed interpretation. The subsequent postprocessing of the numerical results was performed in MATLAB, where three-dimensional visualizations and contour plots of the contact pressure field were implemented, allowing for a clearer representation of the spatial structure and

calization of stress concentrations in the contact region. Within the proposed approach, a numerical study of the regularities of axisymmetric contact interaction of bodies of complex geometry was carried out, and it was demonstrated that the combined Ansys–MATLAB workflow is effective for analyzing the results of contact mechanics problems. The extended visualization capabilities improve the quality of interpretation of the numerical data, support more reliable verification of the finite element models, and form a basis for the subsequent optimization of the structural parameters of elements of technical systems operating under contact loading.

Keywords: numerical modeling, finite element method (FEM), three-dimensional contact problem, punch, post-processing, data visualization, stresses, axial compression, Ansys, MATLAB, software tools.

Гончаров Ярослав Антонович – аспірант кафедри комп'ютерних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-8994-8895>

Зайцева Тетяна Анатоліївна – канд. техн. наук, доцент, зав. каф. комп'ютерних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6346-3390>

Yaroslav Antonovych Honcharov – Ph.D. student, Department of Computer Technologies, Oles Honchar Dnipro National University.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-8994-8895>

Tetyana Anatoliivna Zaytseva – Candidate of Technical Sciences, Ass.Professor, Head of the Department of Computer Technologies, Oles Honchar Dnipro National University.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6346-3390>