

## **ФРАКТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РІЧКИ ДНІПРО**

*Анотація. Розглядаються питання дослідження фрактальності стока р. Дніпро у 1818-1872 роках.*

*Ключові слова: фрактали, RS-аналіз, DFA-метод, сток річки, фрактальний аналіз.*

**Постановка проблеми.** Водні ресурси Дніпра з давніх часів використовуються для різних цілей. Особливо зросло господарське значення водних ресурсів Дніпра, коли виникла загроза дефіциту водних ресурсів і здійснені широкі заходи щодо їх комплексного використання. Розрахунок багаторічної мінливості водності річки стає важливою ланкою в плануванні розвитку виробничих сил країни. Щоб вирішити проблему водності в майбутньому, потрібно базуватися на багатовікових відомостях за минулі часи [1].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Здійснено аналіз дослідження стоку Дніпро [1], але дані були отримані спираючись на статистичні показники. В даній статті пропонується розглянути інші підходи до обробки цих даних, наприклад, як в дослідженнях Херста [2].

**Мета дослідження.** Дослідити фрактальність стоку річки Дніпро на основі даних, які були отримані різними способами, обробивши їх за допомогою основних методів.

У минулі часи великою перешкодою плавання по Дніпру були дніпровські пороги, переправа через які нерідко закінчувалися трагічно. Для успішної переправи через пороги необхідні були відомості про глибини на судноплавній трасі в порогах. Такий водомір був встановлений на Каменуватому острові, розташованим перед порогами проти селища Лоцманська Кам'янка (в межах м. Дніпро). На скелі острова водомір був встановлений таким чином, що точка нуль співпадає з найвищими

камінням, що лежать на фарватері Ненаситецького порога (самий великий поріг), а це дозволяє відразу сказати який рівень води над порогами. Функціонування цього поста умовно відноситься до 1656 р проте дані вдалося виявити тільки з 1778 р. [1].

Відновлення багатовікових рядів гідрологічних відомостей по річці Дніпро представляє складну задачу і особливо в формі хронологічно безперервного ряду з інтервалами часу не більше року. Існують різні способи відновлення даних, наприклад, по даним гідрометеостанцій, відкладанням у водоймам, за письмових джерел тощо. Але найбільш реальним шляхом відновлення відомостей за минулі століття можуть служити природні пам'ятки, створені природою в органічному світі, мінеральних відкладеннях, льодовиках. Процес накопичення опадів у водоймах залежить від багатьох факторів, але провідними є кліматичні. Під впливом періодичності їх змін формуються сезонні різновиди відкладень, які характеризують річні цикли накопичення опадів (досліджуються по кернам) і дають можливість датувати з річними інтервалами часу.[1]

Дані стоку Дніпра відновлювались за відомостями про відкладення солі в Сакському озері. У цих відкладах помічається сезонна закономірність: взимку відкладаються світлі мули, а влітку - більш темні, насичені продуктами водної та вітрової ерозії. Розглянуто дані за період з 1818 по 1872 роки (Таблиця 1), так як з 1873 року через видобуток солі, споруди додаткових каналів тощо, явно знизилася надходження в озеро продуктів водної ерозії.[1] А також було взято гідрометричні дані з 1818 по 1872 роки (Таблиця 2), які були отримані завдяки водоміру на Каменуватому острові.

Таблиця 1

Фрагмент даних відкладення солей у Сакському озері за 10 років[1]

<b>Рік</b>	<b>Відкладення (мм)</b>
1818	1,3
1819	3,0
1820	3,0
1821	2,0
1822	1,6
1823	1,5
1824	1,6
1825	1,6
1826	0,9
1827	1,8
1828	1,4

Таблиця 2

Фрагмент гідрометричних даних стоку Дніпра за 10 років[1]

<b>Рік</b>	<b>Сток Дніпра(м<sup>3</sup>/с)</b>
1818	1780
1819	1790
1820	2630
1821	1480
1822	1940
1823	1690
1824	1090
1825	1000
1826	1820
1827	1370
1828	1320

Для цих двох рядів був застосований R/S-метод для знаходження показника Херста [2]. Проведено фрактальний аналіз даних по відкладенню солей у Сакському Озері (див. фрагмент у табл. 1) та

гідрометричних даних (див. фрагмент у табл. 2) за період з 1818 р. по 1872 р., в результаті якого було отримано значення показника Херста  $H=0.7894$  та  $H=0.7227$  відповідно, які підтверджують фрактальність (природну самоподібність) стоку Дніпра. При цьому закономірність отриманого результату полягає у практично повному збігу значень показників Херста щодо розливу р. Нил ( $H \approx 0.73$ ), що отримано ще самим Гарольдом Ервіном Херстом [2], а також з результатом, що отримано значно пізніше для агрегатованого самоподібного трафіку у комп'ютерних мережах [3].

Розрахунок показника проводиться відповідно формули (1):

$$H = \frac{\ln \ln E \left[ \frac{R(n)}{S(n)} \right] - \ln \ln \lambda}{\ln \ln n} \quad (1)$$

У якості величини  $R(n)$  виступає розмах накопичених відхилень  $n$  значень від середнього значення ряду даних. Стандартне відхилення ряду представлено величиною  $S(n)$ . Показник Херста розраховується як відношення різниці натуральних логарифмів математичного сподівання і константи, в нашому випадку  $\lambda = 0,33$ , до натурального логарифму проміжку часу ряду. Так як показник Херста рахується для проміжку 1818 – 1872, величина проміжку часу становитиме 55.

Також для ряду гідрометричних даних та даних отриманих з Сакського озера був застосований метод DFA. В рамках цього методу спочатку здійснюється зведення даних до нульового середнього, а саме здійснюється пошук середнього значення, після чого віднімається від ряду та будується випадкове блукання відповідно до формули (2):

$$y(k) = \sum_{i=1}^k [z(i) - \bar{z}] \quad (2)$$

Далі ряд  $y(k)$  розбивається на відрізки довжини  $n$ , в рамках кожного з яких за допомогою метода найменших квадратів визначається рівняння прямої, апроксимуючої послідовності  $y(k)$ . Знайдена апроксимація розглядається в якості локального тренду. Далі розраховується середня квадратична помилка лінійної апроксимації відповідно до формули (3):

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2} \quad (3)$$

Залежність  $F(n)$  має степенний характер відповідно до формули (4):

$$F(n) \sim n^\alpha \quad (4)$$

Значення  $\alpha$  характеризують типи корельованої динаміки.[4] Для ряду даних отриманих гідрометричним шляхом та завдяки кернам Сакського озера,  $\alpha$  в обох випадках належить проміжку від 0.5 до 1, що показує корельовану динаміку.

**Висновки.** Проведена обробка даних часового відрізка 1818-1872 отриманих з Сакського озера та водоміра на Каменуватому озері RS та DFA методами, в результаті яких була доведена фрактальна залежність.

#### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Швець Г.И. Многовековая изменчивость стока Днепра. – Л.: Гидрометеоиздат, 1978. – 84 с.
2. Херст Г. Нил: Общее описание реки и использования ее вод = Hurst H. The Nile: A General Account of the River and the Utilization of Its Waters. London, 1952 / Гарольд.
3. Петров В.В., Платов В.В. Исследование самоподобной структуры телеграфика беспроводной сети // Радиотехнические тетради. 2004. №30.- С. 58- 62.
4. Павлов А.Н., Солнцева О.В., Зиганшин А.Р. Мультифрактальный анализ хаотической динамики взаимодействующих систем // СГУ - С. 1 – 20.

#### REFERENCES

1. Shvets G.I. Mnogovekovaya izmenchivost stoka Dnepra. – L.: Gidrometioizdat, 1978. – 84 s.
2. Herst G. Nil: Obschee opisanie reki i ispolzovaniya ee vod = Hurst H. The Nile: A General Account of the River and the Utilization of Its Waters. London, 1952 / Garold.
3. Petrov V.V., Platov V.V. Issledovanie samopodobnoy strukturyi teletrafika besprovodnoy seti // Radiotehnicheskie tetradi. . 2004. . #30. - S. 58- 62.
4. Pavlov A.N., Solntseva O.V., Ziganshin A.R. Multifraktalniy analiz haoticheskoy dinamiki vzaimodeystvuyuschih sistem // SGU - C. 1 – 20.

Received 16.03.2020.  
Accepted 18.03.2020.

#### **Фрактальные исследования реки Днепр**

*Водные ресурсы Днепра с древних времен используются для различных целей. Особенно возросло хозяйственное значение водных ресурсов Днепра, когда возникла угроза дефицита водных ресурсов и осуществлению широкие мероприятия по их комплексного*

использования. Расчет многолетней изменчивости водности реки становится важным звеном в планировании развития производственных сил страны. Чтобы решить проблему водности в будущем, нужно основываться на многовековых сведениях за прошлые времена, поэтому рассматривается фрактальность стока реки.

**Fractal studies of the Dnieper River**

*The article deals with the research of fracture of the Dnieper river drainage in 1818-1872.*

*The Dnieper water resources have long been used for various purposes. The economic importance of the Dnieper water resources was especially increased when there was a threat of water scarcity and extensive measures were taken to use them comprehensively. The calculation of the long-term variability of the river water becomes an important link in planning the development of the country's productive forces. To solve the problem of water in the future, you need to rely on centuries-old information from the past.*

*In the past, the Dnieper rapids were a major obstacle to navigation on the Dnieper River, the crossing of which often ended tragically. Successful crossing over rapids required depth information on the shipping route in rapids. Such a hydrometer was installed on the Rocky Island, located in front of the rapids opposite the village of Pilot Kamenka (within the Dnipro River). On the cliff of the island the hydrometer was installed in such a way that the point zero coincides with the highest stones lying on the fairway of the Nenasitsky threshold (the largest threshold), and it allows to tell at once what level of water above the thresholds. The functioning of this post is conditionally related to 1656, but the data was only discovered from 1778*

*The Dnieper drainage data were recovered following the information on salt deposition in Saki Lake. Seasonal patterns are observed in these sediments: in the winter, light mules are deposited, and in the summer, darker ones, saturated with products of water and wind erosion, are deposited. Data for the period from 1818 to 1872 (Table 1) are considered, since since 1873 due to salt extraction, construction of additional canals, etc., the flow of water erosion products into the lake has clearly decreased. Also, hydrometric data from 1818 to 1872 were obtained, which were obtained from a water meter on the Rocky Island.*

*Two data sets are processed based on RS and DFA methods.*

**Селиверстова Татяна Витальевна** - к.т.н, доц. каф. ИТС, НМетАУ.

**Станчиц Антон Георгиевич** - аспирант каф. ИТС, НМетАУ.

**Станчиц Георгій Юрійович** - ст. п. каф. ИТС, НМетАУ.

**Селівьорстова Тетяна Віталіївна** - к.т.н, доц. каф. ИТС, НМетАУ.

**Станчиц Антон Георгійович** - аспірант каф. ИТС, НМетАУ.

**Станчиц Георгій Юрійович** - ст. п. каф. ИТС, НМетАУ.

**Seliverstova Tatyana** - ph.d., assoc. caf. ITS, NMetAU.

**Stanchyts Anton** - graduate student caf. ITS, NMetAU.

**Stanchic Georgij** - st. t. caf. ITS, NMetAU.