

## ЗАВДАННЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МАТЕРІАЛОПОДАЧІ ДЛЯ ІННОВАЦІЙНОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО ПРИНТЕРА ТИПУ FUGO

*Анотація.* Актуальність дослідження зумовлена необхідністю підвищення точності та ефективності роботи інноваційного циліндричного 3D принтера моделі Fugo, де ключовим є контроль подачі матеріалу в обертовий драм. Постановка проблеми полягає у розробці алгоритму розрахунку об'єму матеріалу, який необхідно подавати для формування кожного шару моделі з урахуванням геометричних особливостей драма. Метою роботи є створення математичної моделі для точного визначення об'єму матеріалу, що дозволить забезпечити рівномірну товщину шарів під час друку. Використано методи чисельного інтегрування (метод трапецій) для розрахунку об'ємів тіл обертання, що описують форму драма. Результати дослідження підтверджують ефективність запропонованого алгоритму, що дозволяє точно контролювати подачу матеріалу та забезпечує високу якість друку.

*Ключові слова:* циліндричний 3D принтер, подача матеріалу, математична модель, тіла обертання, чисельне інтегрування, метод трапецій, інженерне креслення, висота шару.

**Постановка проблеми.** Адитивні технології або технології пошарового синтезу, 3D-друк - сьогодні один із найбільш динамічних напрямів “цифрового” виробництва. Такі технології дозволяють значно прискорити вирішення задач підготовки виробництва та виготовлення продукції. 3D-друк здатний здійснити революцію в багатьох сферах життя. За динамікою розвитку ринок адитивних технологій випереджає інші галузі виробництва.

Однією з важливих задач, яка виникає при побудові програмного забезпечення для інноваційного циліндричного 3D принтера Fugo [1], є своєчасна подача матеріалу [2] в циліндричний драм, який обертається з приблизною швидкістю в 25 обертів в секунду [2]. Процес подачі матеріалу повністю контролює товщину кожного шару, який буде надрукований рухомою голівкою з лазерними установками.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Якщо говорити про застосування 3D друку, варто враховувати не тільки існуючі можливості, а й перспективи. Уже сьогодні застосування технології 3D друку надзвичайно широко і не припиняє розширюватися. Безумовно, в майбутньому нас очікує масштабне поширення адитивних методик, але практичне застосування 3D друку доступно кожному вже сьогодні.

Аналіз можливостей та перспектив застосування 3D-друку в різних галузях пропонується в низці статей "Застосування 3D друку: на що здатен 3D друк" компанії «pro3d.com.ua». Автори розглядають практичні аспекти впровадження технології 3D-друку, включаючи прототипування, дрібносерійне виробництво, ремонт та відновлення деталей, а також виготовлення побутових предметів та іграшок.

Андрощук Г. О. в своїй роботі [3] аналізує економічні та правові аспекти впровадження адитивних технологій, зокрема 3D-друку. Автор розглядає потенційні проблеми, пов'язані з порушенням прав інтелектуальної власності при персональному 3D-друку, та надає статистичні дані щодо можливих економічних наслідків у цій сфері.

Ці джерела допоможуть глибше зрозуміти та вирішити різноманітні проблеми, що виникають при використанні технологій 3D-друку.

**Мета дослідження.** При запіканні кожного наступного шару моделей спеціальний поршневий насос подає заздалегідь визначений об'єм матеріалу (в  $\text{мм}^3$ ) в циліндричний драм, збільшуючи рівень матеріалу над попереднім запеченим  $i - 1$  шаром на висоту  $h_i$  для формування наступного  $i$ -го шару (рис. 1)

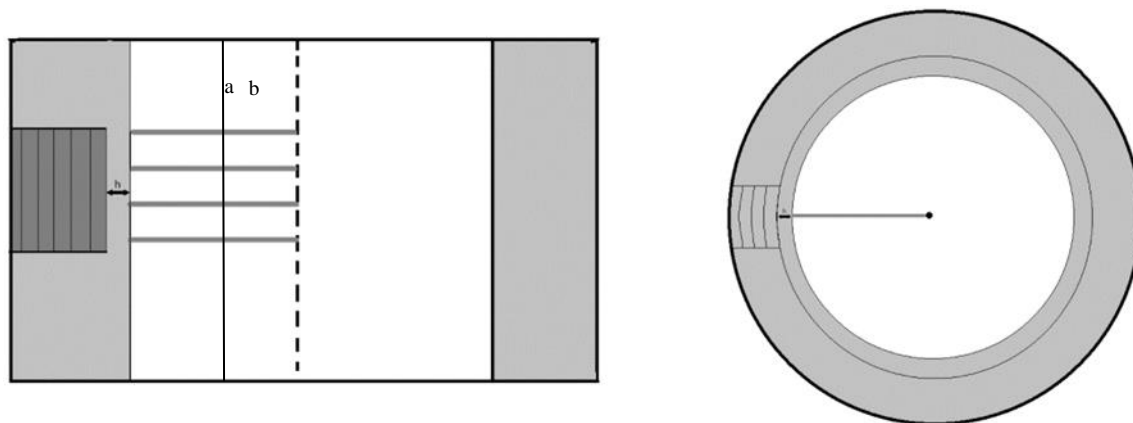


Рисунок 1 - Ілюстрація в розрізі подачі матеріалу в циліндричний драм, який обертається, збільшуючи рівень матеріалу на висоту наступного шару  $h$  для його подальшого запікання

Для загальності не будемо обмежувати друк принтера сталою висотою (товщиною) шарів. Тобто від користувача надана така послідовність товщин для всіх шарів  $L_i, i \in [0, n]$   $h_i \in [h_1, h_2]$ , де  $h_1, h_2$  задані константи, залежні від матеріалу.

Задача програмного забезпечення – надати принтеру послідовність чисел  $v_i$ , які належать «джоб» файлу [1] для друку, де  $v_i$  – об'єм матеріалу, який необхідно додати в драм за допомогою насоса для кожного шару, вважаючи, що компоненти насоса здатні додавати матеріал заданого об'єму в задовільній точності.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Далі для наступних роздумів будемо вважати, що циліндричний драм виконаний по принципу ідеального циліндра, тобто кришка та дно драма є ідеально рівні поверхні перпендикулярні до осі обертання.

В реальності прототип принтера не є таким, що робить задачу більш складною, але принцип залишається таким самим.

Для розрахунку об'єму матеріалу, який необхідно додати в ідеальний циліндр, треба знати об'єм циліндра звуженого до лінії рівня **a** матеріалу (рис. 1) та відняти від нього об'єм циліндра звуженого до бажаної лінії матеріалу **b**. Така різниця і буде шуканим об'ємом, що треба додати до циліндру, щоб отримати рівень матеріалу заповнений до **b** (рис. 1). Так як кожному шару  $L_i$  відповідає радіус зрізу (слайсу)  $R_i$  на якому він зроблений, можна з легкістю обчислити таку різницю об'ємів, знаючи формулу об'єму циліндра:

$$V_i = \pi h (R_{i-1}^2 - R_i^2) \quad (1)$$

Якщо поглянути на інженерне креслення прототипу драма в розрізі, біля дна можна побачити декілька кривих і прямих ліній, що роблять обчислення об'єму звужених до ліній рівня більш складними. Для такої задачі були використані формули для обчислення об'ємів тіл обертання, які були пристосовані до кусково-неперервних функцій, що представляли профіль драма.

Розглянемо креслення принтера, передані від команди інженерів (рис. 2):

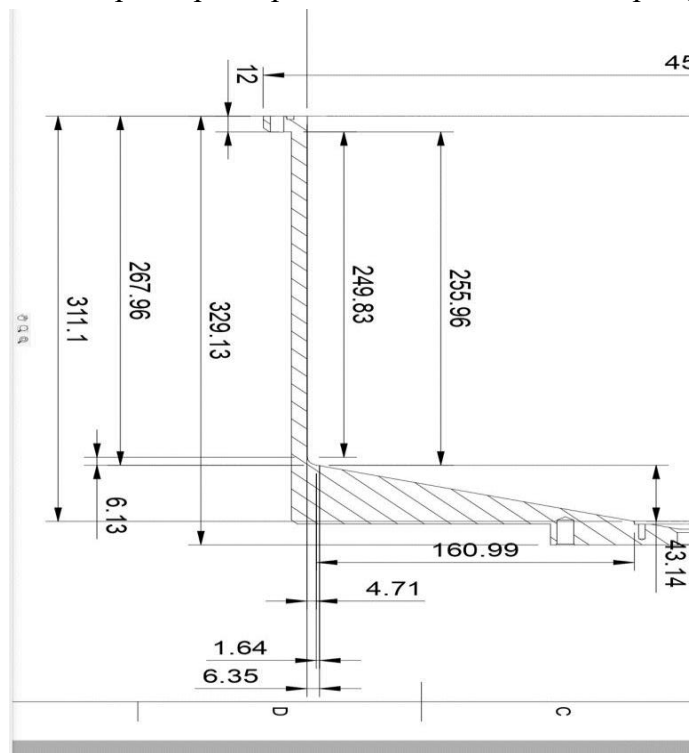


Рисунок 2 - Інженерне креслення драма

Як видно з креслення, драм містить два прямих відрізки і дугу певного радіуса, що з'єднує відрізки. Це креслення може бути описане за допомогою кусково-неперервної функції. Такі функції були задані та візуалізовані в електронному ресурсі Desmos (рис. 3):

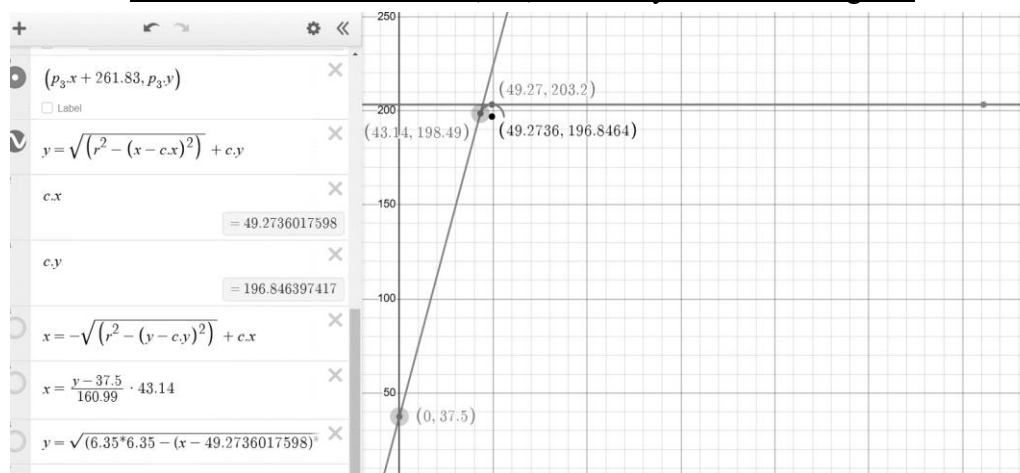


Рисунок 3 - Аналітичні функції форми циліндричного драма

Таким чином отримані аналітичні вирази функцій та їх область визначення, що створює неперервну геометричну форму циліндра в розрізі.

Нижче наведені аналітичні формули для кожної з частин драма:

Дно драма (відрізок прямої):

$$y = \frac{160.99}{43.14}x + 37.55, \quad x \in [0, 43.14] \quad (2)$$

Перехід від стінки до дна (дуга кола)

$$y = \sqrt{(r^2 - (x - 49.27)^2)} + 196.84, \quad x \in [43.14, 49.27), \quad (3)$$

де  $r = 6.35$

Стінка драма (відрізок прямої)

$$y = 203.2, \quad x \in [49.27, 311.1] \quad (4)$$

Розбивши таку функцію на 3 відповідні частини розглянемо формули для підрахунку об'ємів тіл обертання:

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx \quad (5)$$

Підставляючи відповідні функції з відповідними границями інтегрування – отримаємо 3 об'єми які і будуть в сумі представляти весь об'єм драма.

Задача – знайти об'єм матеріалу, тобто об'єм геометричної фігури відтятої лінією рівня матеріалу від загального об'єму драма.

Тепер розглянемо лінію рівня матеріалу - така лінія завжди паралельна стінці драма і одним кінцем торкається дуги або відрізка дна в залежності від рівня  $y$  (рис. 4).

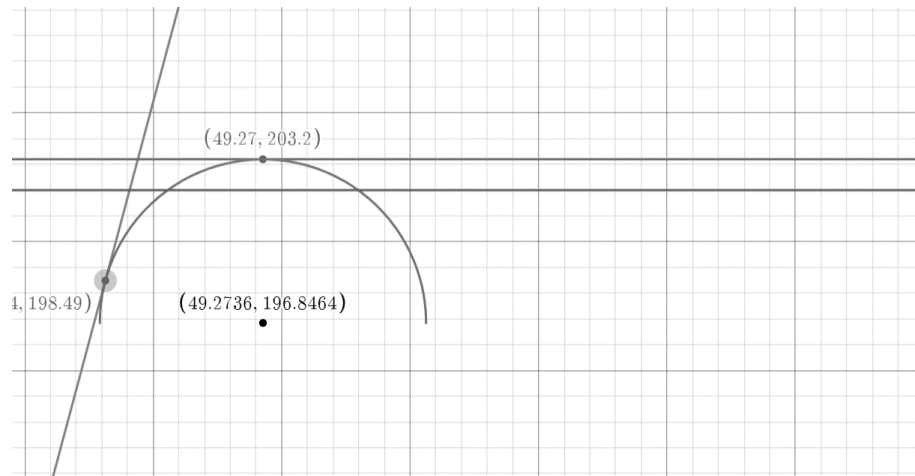


Рисунок 4- Візуалізація рівня матеріалу в циліндричному драмі

Першим кроком алгоритму є визначення перетину лінії рівня з кривою або прямою, що є частинами функції. Далі для даної кривої визначаються обернені функції для розрахунку  $x_0$  – границі інтегрування знизу. Верхня границя інтегрування завжди буде відповідати правій точці інтервалу визначення даної функції. Далі для кожної частини – шуканий об'єм це різниця об'єму тіла обертання цієї частини функції та тіла обертання відрізка рівня паралельного осі  $Ox$  – тобто циліндра з відповідним радіусом.

Для прикладу, нижче зображена зафарбована частина об'єму, що враховується, коли лінія рівня перетинає дугу кола (рис. 5).

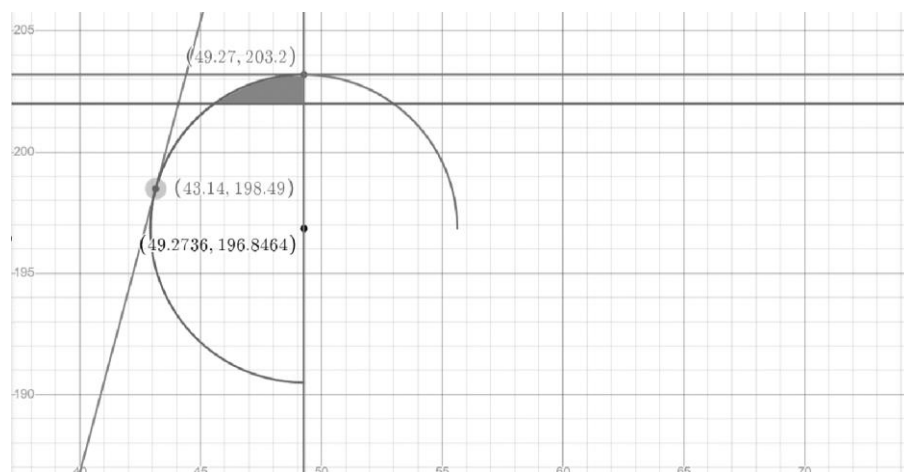


Рисунок 5 - Візуалізація об'єму для розрахунку за допомогою формул для тіл обертання

Після отримання результуючого об'єму треба розрахувати об'єм з шуканою лінією рівня і від нього відняти об'єм попереднього розрахунку.

Тепер розглянемо формули чисельного інтегрування, що були використані для розрахунків. Для інтегрування лінійної функції можна використовувати будь-який з відомих методів чисельного інтегрування, наприклад, правих прямокутників [4,5]. Але

для функції, що відповідає дузі кола, краще скористатися більш точним методом. В цій задачі величина похибки обмежена точністю насоса, який подає матеріал – насос може подавати матеріал з точністю до 0.01 мл, тож для чисельного інтегрування був обраний метод трапецій з кроком 0.01:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} (x_{i+1} - x_i) \quad (6)$$

Тестування алгоритму підрахунку проходило на реальних даних, де лінія матеріалу зміщувалась на сталий крок, який дорівнює висоті кожного шару  $h = 0.05$ . Нижче наведені результати розрахунків для формату джоби зі ста сорока п'яти шарів, де перше число – це індекс шару, друге – товщина шару в мм, третє – кількість матеріалу в мл:

0 0.05 16.8425	29 0.05 16.7861	58 0.05 16.6982	87 0.05 16.6001	116 0.05 16.5017
1 0.05 16.8413	30 0.05 16.7836	59 0.05 16.6948	88 0.05 16.5967	117 0.05 16.4983
2 0.05 16.84	31 0.05 16.7809	60 0.05 16.6914	89 0.05 16.5933	118 0.05 16.4949
3 0.05 16.8387	32 0.05 16.7783	61 0.05 16.688	90 0.05 16.59	119 0.05 16.4915
4 0.05 16.8373	33 0.05 16.7756	62 0.05 16.6847	91 0.05 16.5866	120 0.05 16.4881
5 0.05 16.8359	34 0.05 16.7729	63 0.05 16.6813	92 0.05 16.5832	121 0.05 16.4847
6 0.05 16.8343	35 0.05 16.7701	64 0.05 16.6779	93 0.05 16.5798	122 0.05 16.4813
7 0.05 16.8328	36 0.05 16.7673	65 0.05 16.6745	94 0.05 16.5764	123 0.05 16.4779
8 0.05 16.8311	37 0.05 16.7645	66 0.05 16.6712	95 0.05 16.573	124 0.05 16.4745
9 0.05 16.8295	38 0.05 16.7616	67 0.05 16.6678	96 0.05 16.5696	125 0.05 16.4711
10 0.05 16.8277	39 0.05 16.7587	68 0.05 16.6644	97 0.05 16.5662	126 0.05 16.4677
11 0.05 16.8259	40 0.05 16.7558	69 0.05 16.661	98 0.05 16.5628	127 0.05 16.4643
12 0.05 16.8241	41 0.05 16.7528	70 0.05 16.6576	99 0.05 16.5594	128 0.05 16.4609
13 0.05 16.8222	42 0.05 16.7498	71 0.05 16.6543	100 0.05 16.5561	129 0.05 16.4575
14 0.05 16.8203	43 0.05 16.7468	72 0.05 16.6509	101 0.05 16.5527	130 0.05 16.4541
15 0.05 16.8183	44 0.05 16.7438	73 0.05 16.6475	102 0.05 16.5493	131 0.05 16.4507
16 0.05 16.8163	45 0.05 16.7407	74 0.05 16.6441	103 0.05 16.5459	132 0.05 16.4473
17 0.05 16.8142	46 0.05 16.7376	75 0.05 16.6407	104 0.05 16.5425	133 0.05 16.4439
18 0.05 16.8121	47 0.05 16.7344	76 0.05 16.6374	105 0.05 16.5391	134 0.05 16.4405
19 0.05 16.8099	48 0.05 16.7313	77 0.05 16.634	106 0.05 16.5357	135 0.05 16.437
20 0.05 16.8077	49 0.05 16.7281	78 0.05 16.6306	107 0.05 16.5323	136 0.05 16.4336
21 0.05 16.8055	50 0.05 16.7249	79 0.05 16.6272	108 0.05 16.5289	137 0.05 16.4302
22 0.05 16.8032	51 0.05 16.7216	80 0.05 16.6238	109 0.05 16.5255	138 0.05 16.4268
23 0.05 16.8009	52 0.05 16.7183	81 0.05 16.6204	110 0.05 16.5221	139 0.05 16.4234
24 0.05 16.7985	53 0.05 16.715	82 0.05 16.6171	111 0.05 16.5187	140 0.05 16.42
25 0.05 16.7961	54 0.05 16.7117	83 0.05 16.6137	112 0.05 16.5153	141 0.05 16.4166
26 0.05 16.7937	55 0.05 16.7083	84 0.05 16.6103	113 0.05 16.5119	142 0.05 16.4132
27 0.05 16.7912	56 0.05 16.7049	85 0.05 16.6069	114 0.05 16.5085	143 0.05 16.4098
28 0.05 16.7887	57 0.05 16.7015	86 0.05 16.6035	115 0.05 16.5051	144 0.05 16.4064

Перевірка коректності розрахунків проходила на реальному друку, а товщину шарів на моделі перевіряли під мікроскопом. Нижче наведені фото моделей з мікроскопа (рис 6):



Рисунок 6 - Фото моделі з мікроскопа, побудованої з застосуванням наведених алгоритмів

**Висновки.** У статті розглянуто задачу подачі матеріалу для циліндричного 3D принтера Fugo, що є ключовим для забезпечення точності друку. Запропоновано алгоритм розрахунку об'єму матеріалу, який базується на формулах об'ємів тіл обертання для кусково-неперервної функції, що описують форму драма. Використано метод трапецій для чисельного інтегрування, що забезпечує точність, відповідну технічним вимогам насоса.

Алгоритм протестовано на реальних даних, результати підтвердили його коректність. Перевірка товщини шарів під мікроскопом показала високу точність розрахунків. Розроблений підхід дозволяє ефективно контролювати подачу матеріалу, що забезпечує якість друку. У подальшому планується вдосконалити алгоритм для складніших геометричних форм та різних матеріалів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Сучасні методи адитивного виробництва тривимірних об'єктів на основі принтера типу FUGO: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, на тему «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем», 22-24 листопада 2023р, - Дніпро: ДНУ, 2023. - С. 318-319.
2. Задача подачі матеріалу для інноваційного циліндричного принтера типу FUGO: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, на тему «Математичне та про-

грамне забезпечення інтелектуальних систем», 22-24 листопада 2024р, - Дніпро: ДНУ, 2023. - С. 217-218.

3. Андрощук Г. О. Адитивні технології: перспективи і проблеми 3D-друку (І частина) / Г. О. Андрощук // Наука, технології, інновації. - 2017. - № 1. - С. 68-77.

4. Ahnert, K., Mulansky, M.: Odeint — Solving ordinary differential equations in C++. IP Conf. Proc. vol. 1389, pp. 1586–1589 (2011).

5. Ron Larson and Bruce H. Edwards. Calculus. Brooks/Cole, Belmont, ninth edition, 2010.

#### REFERENCES

1. Modern Methods of Additive Manufacturing of Three-Dimensional Objects Based on the FUGO-Type Printer: Proceedings of the International Scientific-Practical Conference on "Mathematical and Software Support of Intelligent Systems," November 22-24, 2023, - Dnipro: DNU, 2023. - Pp. 318-319.

2. The Problem of Material Feeding for an Innovative Cylindrical Printer of the FUGO Type: Proceedings of the International Scientific-Practical Conference on "Mathematical and Software Support of Intelligent Systems," November 22-24, 2024, - Dnipro: DNU, 2023. - Pp. 217-218.

3. Androshchuk, H. O. Additive Technologies: Prospects and Problems of 3D Printing (Part I) / H. O. Androshchuk // Science, Technologies, Innovations. - 2017. - No. 1. - Pp. 68-77.

4. Ahnert, K., Mulansky, M.: Odeint — Solving ordinary differential equations in C++. IP Conf. Proc. vol. 1389, pp. 1586–1589 (2011).

5. Ron Larson and Bruce H. Edwards. Calculus. Brooks/Cole, Belmont, ninth edition, 2010.

Received 12.03.2025.

Accepted 14.03.2025.

#### ***The task of ensuring material feeding for an innovative cylindrical printer of the Fugo type***

*Analysis of Recent Research and Publications. Additive manufacturing, or 3D printing, is one of the most dynamic fields in digital production, revolutionizing prototyping, small-scale manufacturing, and even household item production. The Fugo printer, with its unique cylindrical design, presents specific challenges in material feeding due to its rotating drum mechanism. Recent studies, such as those by "pro3d.com.ua," highlight the practical applications of 3D printing, while Androshchuk H.O. explores the economic and legal implications of additive technologies. These works underscore the importance of addressing material feeding challenges to optimize 3D printing processes.*

*Research Objective. The primary goal of this study is to develop a mathematical model for calculating the material volume required for each layer of a 3D-printed object, ensuring consistent layer thickness. This involves accounting for the drum's geometric complexity and the material's behavior during feeding. The proposed solution aims to improve the Fugo printer's performance by providing an algorithm that integrates numerical methods to achieve high precision in material volume calculations.*

*Presentation of the Main Research Material. The study focuses on the cylindrical drum of the Fugo printer, modeled as an ideal cylinder with specific geometric features. The algorithm calculates the material volume by determining the difference between the volumes of the*



*drum truncated at two material level lines. The drum's shape, described by piecewise continuous functions, includes straight segments and an arc, which were analyzed using the Desmos visualization tool. The trapezoidal method was chosen for numerical integration due to its balance of accuracy and computational efficiency, ensuring results within the pump's technical tolerances.*

*The algorithm was tested on real-world data, with the material feeding process simulated for 145 layers. The results demonstrated consistent and accurate material volume calculations, validated by microscopic examination of the printed layers. The proposed approach effectively controls material feeding, ensuring uniform layer thickness and high print quality.*

*Conclusions. This study addresses the critical challenge of material feeding in the Fugo cylindrical 3D printer by proposing a robust mathematical model and algorithm. The use of numerical integration, particularly the trapezoidal method, ensures accurate volume calculations, validated through practical testing. The results confirm the algorithm's effectiveness in controlling material feeding, which is essential for achieving high-quality 3D prints. Future work will focus on adapting the algorithm for more complex geometries and diverse materials, further enhancing the Fugo printer's capabilities.*

**Наконечна Тетяна Всеволодівна** – к.ф.-м.н., доцент кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

**Орлов Станіслав Костянтинович** – аспірант кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

**Nakonechna Tetiana Vsevolodivna** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Computational Mathematics and Mathematical Cybernetics of Oles Honchar Dnipro National University.

**Orlov Stanislav Kostiantynovych** – Postgraduate student of the Department of Computational Mathematics and Mathematical Cybernetics of Oles Honchar Dnipro National University.