DOI 10.34185/1562-9945-1-156-2025-16
УДК 004.9

О.Р. Пеня, Є.С. Сулема

ІМОВІРНІСНИЙ МЕТОД ПОРІВНЯННЯ НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ

Анотація. У статті пропонується новий імовірнісний метод порівняння нечітких чисел, який базується на імовірності відповідного відношення реальних значень. Наводяться обчислення для встановлення відповідного відношення в загальному вигляді для довільних функцій приналежності нечітких чисел. Досліджуються деякі формальні властивості запропонованого відношення та наводиться результат порівняння запропонованого підходу з відомими. Також у статті запропонована алгоритмічна реалізація операції порівняння нечітких чисел.
Ключові слова: нечіткі числа, порівняння нечітких чисел, алгоритмічне забезпечення, програмне забезпечення.

Вступ. У таких задачах, як аналіз даних і моделювання, звичайно передбачається наявність точних, повних і доступних даних про досліджуваний об’єкт. І в багатьох випадках можна спиратись на це припущення для успішного дослідження, аналізу, прогнозування, тощо, але так само поширені й умови, за яких дані характеризуються певною невизначеністю з тих чи інших причин, особливо при формуванні складного набору мультимодальних гетерогенних даних.

Джерела невизначеності можуть бути різноманітними.

З одного боку, певна невизначеність пов’язана із вимірювальними пристроями та способом їх застосування. У сучасних задачах це джерело рідко має значний вплив, адже для певних задач використовуються вимірювальні пристрої відповідного класу точності. Тим не менш, можливі випадки, коли їх неможливо застосувати бажаним чином без значного втручання в досліджуваний об’єкт або процес. Тоді доводиться застосовувати непрямі виміри, які певним чином корелюють із бажаними характеристиками, або отримувати вимірювання зі значною похибкою. Для прикладу, в [1] пропонується спосіб оцінки стану станка з ЧПУ та якості обробки деталей за допомогою вимірювань вібрації та споживання струму під час різних режимів роботи.

З іншого боку, інколи набір даних містить значення, що введені вручну. В такому випадку одразу допускається деяка міра суб’єктивної оцінки або неточності. Наприклад, медичні дані мають певну міру неточності, коли пацієнти повідомляють, що приймали ліки “приблизно о сьомій”, або відчували “незначний біль десь у животі”.

Врахування цієї невизначеності в методах і алгоритмах обробки даних у таких умовах є необхідним для отримання змістовних і точних висновків про досліджувані об’єкти. Для вирішення цієї задачі необхідний розвиток методів подання та обробки нечітких значень, операцій і відношень над ними для застосування у програмних системах.

Постановка проблеми. Проблема, вирішення якої розглядається у цій статті, полягає у підвищені ефективності обробки нечітких значень у програмних системах за рахунок розроблення нового методу порівняння нечітких чисел. Це є частиною більшого дослідження з використання нечітких чисел для представлення та обробки нечітких мультимодальних даних для створення цифрових двійників на основі алгебраїчної системи агрегатів [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Апарат нечітких чисел базується на нечіткій логіці і нечітких множинах, запропонованих Л. Заде в 1965. За цей час було запропоновано багато модифікацій, методів подання і застосування нечітких чисел.Наприклад, в [3] наводиться детальний опис основних понять нечітких чисел та деяких їхніх властивостей. Більш детальний аналіз поширених способів представлення нечітких чисел (відповідних функцій приналежності), узагальнення понять і операцій лінійної алгебри та математичного аналізу на випадок нечітких чисел та приклади їх застосування в реальних задачах наведені, наприклад, в [4].

Численні публікації присвячені і методам порівняння нечітких чисел [5, 6]. Огляд класів методів порівняння: порівняння за дійсним індексом, такі як [11-14] та інші, порівняння відносно відстаней до рангових множин [15, 16] і відокремлене попарне порівняння і відповідних представників кожного класу наводиться в [10]. В [7], окрім цього, також пропонується набір властивостей, якому мають відповідати методи порівняння нечітких значень.

Використання ж невизначеності даних в контексті цифрових двійників є темою сучасних досліджень і знаходиться на стадії формулювання основних принципів та категорій, дослідження класів невизначеності тощо [8, 9].

Викладення матеріалу дослідження.

Метод порівняння нечітких чисел.

Розглянемо два нечітких числа f і g, що задані функціями приналежності $f(x)$ та $g(x)$ відповідно. Для них визначимо відношення “менше з імовірністю β” (позначимо $<_\beta$) так, що $f <_\beta g$ коли імовірність того, що реальне значення $\dot{f}$ менше за реальне значення $\dot{g}$ не менша заβ. Тобто, $f <_\beta g \Leftrightarrow P(\dot{f} < \dot{g}) \geq \beta$для деякого $\beta \in [0;\ 1]$. Аналогічно можна визначити $f >_\beta g \Leftrightarrow P(\dot{f} > \dot{g}) \geq \beta$, $f \approx_\beta g \Leftrightarrow P(\dot{f} > \dot{g}) < \beta$ і $P(\dot{f} < \dot{g}) < \beta$. Тепер розглянемо загальний спосіб обчислення цієї імовірності.

Для цього розглянемо множину можливих пар реальних значень $\dot{f}$ і $\dot{g}$ – точок з координатами (x_1, y_1) та (x_2, y_2) відповідно, які належать множині, що відсікається відповідною функцією приналежності. Імовірність $P(\dot{f} < \dot{g})$ тоді дорівнює відношенню кількості пар, для яких $x_1 \leq x_2$, до кількості всіх можливих пар. Слід зазначити, що

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

у випадку неперервних множин кількість точок у них (і, відповідно, їхніх пар) нескінченна, тому ця задача розглядається з точки зору геометричної імовірності, де “кількості” точок відповідає площа множини, і надалі ці поняття можуть використовуватись взаємозамінно.

На рис. 1 наведено приклад таких чисел f і g, для яких $supp(f) = [f_1; f_2]$ (синій колір) та $supp(g) = [g_1; g_2]$ (помаранчевий колір).

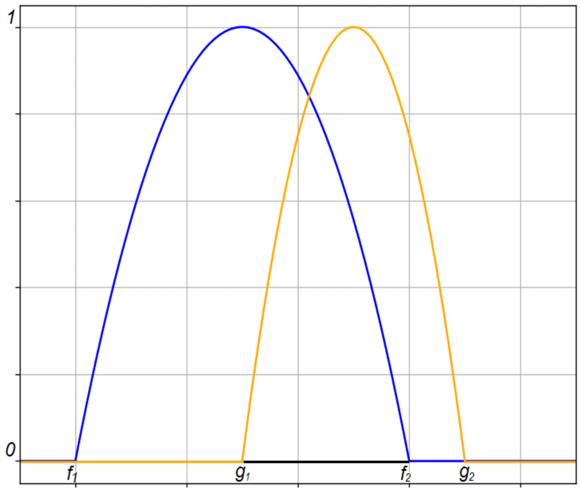

Рисунок 1 - Приклад нечітких чисел f і g, які порівнюються

Щоб визначити кількість пар можливих реальних значень $\dot{f}$ і $\dot{g}$ розглянемо інтервал гранично малої ширини dx, який належить до множини точок, обмежених функцією приналежності g і області-підмножини f, в яких $x_1 \leq x_2$. На рис. 2 наведено приклади таких інтервалів (червоний колір) та відповідних підмножин в f, у яких реальне значення $\dot{f}$ менше або дорівнює значенням з підмножини dx (світло-синій колір).

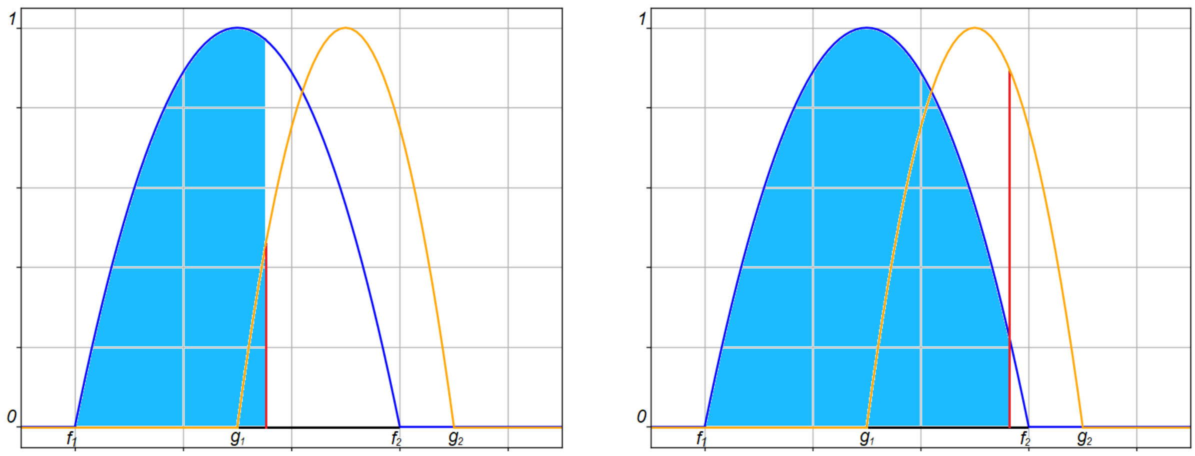

Рисунок 2 - Інтервал dx і області-підмножини f, в яких $x_1 \leq x_2$

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

У цьому інтервалі кількість точок дорівнює $g(x)dx$, кількість точок, що задовольняють умові $x_1 \leq x_2$дорівнює $\int_{f_1}^{x} f(y)dy$.

Таким чином, кількість пар точок для даного інтервалу становить

$$n_{dx} = g(x)dx * \int_{f_1}^{x} f(y)dy \tag{1}$$

Тож, для всіх можливих інтервалів dx кількість пар точок становить відповідно

$$n_c = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \left[\int_{f_1}^{x} f(y)dy \right] dx = \int_{g_1}^{g_2} g(x) \left[\int_{f_1}^{x} f(y)dy \right] dx \tag{2}$$

Загальна кількість n_1 точок, обмежених функцією $f(x)$, становить

$$n_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{f_1}^{f_2} f(x)dx \tag{3}$$

Так само, для $g(x)$ ця кількість n_2 становить

$$n_2 = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = \int_{g_1}^{g_2} g(x)dx \tag{4}$$

Відповідно, кількість можливих пар, з яких одна випадково, рівно імовірно обирається із множини, яка відсікається $f(x)$, а друга – з $g(x)$, складає

$$n_1 n_2 = \int_{f_1}^{f_2} f(x)dx * \int_{g_1}^{g_2} g(x)dx \tag{5}$$

Таким чином, шукана імовірність має вигляд:

$$P(\dot{f} < \dot{g}) = \frac{n_c}{n_1 n_2} = \frac{\int_{g_1}^{g_2} g(x) \left[\int_{f_1}^{x} f(y)dy \right] dx}{\int_{f_1}^{f_2} f(x)dx * \int_{g_1}^{g_2} g(x)dx} \tag{6}$$

Властивості запропонованого відношення

Розглянемо деякі властивості цього відношення.

1. Рефлексивність. У контексті рефлексивності відношення доцільно розглянути два випадки. Перший стосується встановлення відношення між одним і тим же значенням, тобто як реальне значення, так і функція приналежності є однаковими. В такому випадку, очевидно, що відношення виконується за означенням, оскільки $P(a \geq a) = 1 \geq \beta$. Другий випадок стосується двох нечітких чисел, для яких функції приналежності однакові, але реальні значення можуть відрізнятись. Цей випадок зводиться до вибору двох рівномірно розподілених випадкових чисел на одному інтервалі, і одне з них більше за інше в половині випадків, тобто, імовірність дорівнює 0,5. З формального означення так само випливає:

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

$$P(\dot{f} \geq f) = \frac{\int_{f_1}^{f_2} f(x) \cdot \left[\int_{f_1}^{x} f(y)dy\right] dx}{\int_{f_1}^{f_2} f(x)dx \cdot \int_{f_1}^{f_2} f(x)dx} = \frac{\int_{f_1}^{f_2} f(x) \cdot [F(x) - F(f_1)]dx}{\left(F(f_2) - F(f_1)\right)^2} =$$

$$= \frac{\int_{f_1}^{f_2} f(x) \cdot F(x)dx}{\left(F(f_2) - F(f_1)\right)^2} - \frac{F(f_1)\int_{f_1}^{f_2} f(x)dx}{\left(F(f_2) - F(f_1)\right)^2}$$

$$\int_{f_1}^{f_2} f(x) \cdot F(x)dx = \begin{bmatrix} u = F(x) & du = f(x)dx \\ dv = f(x)dx & v = F(x) \end{bmatrix} =$$

$$= F^2(x)|_{f_1}^{f_2} - \int_{f_1}^{f2} f(x) \cdot F(x)dx$$

$$2\int_{f_1}^{f_2} f(x) \cdot F(x)dx = F^2(x)|_{f_1}^{f_2} \Rightarrow \int_{f_1}^{f2} f(x) \cdot F(x)dx = \frac{F^2(x)|_{f_1}^{f_2}}{2} =$$

$$= \frac{F^2(f_2) - F^2(f_1)}{2} = \frac{(F(f_2) - F(f_1))(F(f_2) + F(f_1))}{2}$$

Тоді,

$$P(\dot{f} \geq \dot{f}) = \frac{(F(f_2) - F(f_1))(F(f_2) + F(f_1))}{2(F(f_2) - F(f_1))^2} - \frac{F(f_1)(F(f_2) - F(f_1))}{(F(f_2) - F(f_1))^2} =$$

$$= \frac{(F(f_2) + F(f_1))}{2(F(f_2) - F(f_1))} - \frac{F(f_1)}{F(f_2) - F(f_1)} = \frac{F(f_2) + F(f_1) - 2F(f_1)}{2(F(f_2) - F(f_1))} =$$

$$= \frac{F(f_2) - F(f_1)}{2(F(f_2) - F(f_1))} = \frac{1}{2}.$$

Отже, відношення рефлексивне при $\beta = \frac{1}{2}$.

2. Симетричність. За означенням відношення, $\dot{f} \geq_\beta \dot{g} \Leftrightarrow P(\dot{f} \geq \dot{g}) \geq \beta$. Відповідно, $P(\dot{f} \geq \dot{g}) = 1 - \beta \Leftrightarrow \dot{f} \geq_{1-\beta} \dot{g}$. Таким чином, відношення симетричне при $\beta = 1 - \beta \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$.

3. Інваріантність до горизонтального зміщення. Геометричний зміст відношення полягає у відношенні площ, обмежених кривими функцій приналежності, і не залежить від вибору початку координат. Тобто, з формального означення:

$$P(\dot{f} \geq \dot{g}) = \frac{\int_{f_1}^{f_2} f(x) \cdot \left[\int_{g_1}^{x} g(y)dy\right] dx}{\int_{f_1}^{f_2} f(x)dx \cdot \int_{g_1}^{g_2} g(x)dx} = \begin{bmatrix} t = x + d & x_1 = f_1 & t_1 = f_1 - d \\ dx = dt & x_2 = f_2 & t_2 = f_2 - d \\ x = t - d & x_3 = g_1 & t_3 = g_1 - d \\ & x_4 = g_2 & t_4 = g_2 - d \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{\int_{f_1-d}^{f_2-d} f(t-d) \cdot \left[\int_{g_1-d}^{t-d} g(y)dy\right] dt}{\int_{f_1-d}^{f_2-d} f(t-d)dt \cdot \int_{g_1-d}^{g_2-d} g(t-d)dt}$$

Практично важливим для обчислення є значення $d = min(x | x \in supp(f) \cup supp(g))$.

4. Послаблення. Якщо $\dot{a} \geq_{\beta_1} \dot{b}$, то $\forall \beta_2 \in [0; \beta_1]: \dot{a} \geq_{\beta_2} \dot{b}$.

Приклад застосування методу і порівняння з відомими підходами

Розглянемо застосування методу та його порівняння з відомими підходами. Для цього розглянемо пару трикутних чисел $f = (1, 4, 10)$ та $g = (3, 7, 9)$ (рис. 3). Для них відповідно

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{1}{3}, x \in [1,4] \\ -\frac{x}{6} + \frac{5}{3}, x \in [4,10] \\ 0, \textbf{віншомувипадку} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{3}{4}, x \in [3,7] \\ -\frac{x}{2} + \frac{9}{2}, x \in [7,9] \\ 0, \textbf{віншомувипадку} \end{cases}$$

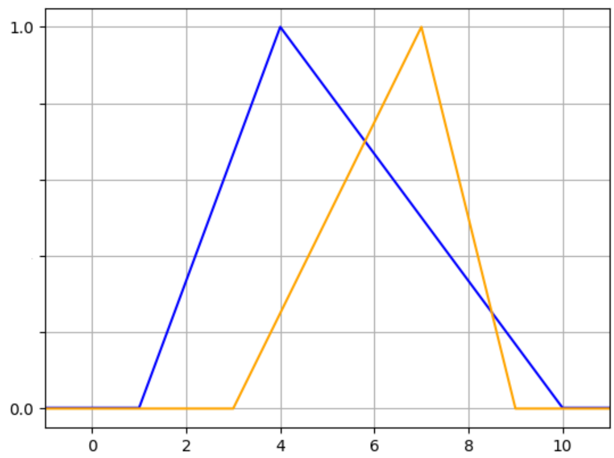

Рисунок 3 - Числа $f = (1, 4, 10)$ та $g = (3, 7, 9)$

Для них (використовуючи формулу площі трикутника) $n_1 = \int_1^{10} f(x)dx = \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{9}{2}, n_2 = \int_3^9 g(x)dx = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$.

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

Враховуючи будову $f(x)$ та $g(x)$, доцільно представити n_c як:

$$n_c = \int_3^4 g(x)\left[\int_1^x f(y)dy\right]dx + \int_4^7 g(x)\left[\int_1^x f(y)dy\right]dx + \int_7^9 g(x)\left[\int_1^x f(y)dy\right]dx = \frac{1873}{192}$$

Отже, $P(\dot{f} \geq \dot{g}) = \frac{1873}{192} * \frac{2}{9*3} = \frac{1873}{2592} \approx 0.72$, звідси $f <_{0.72} g$.

Результат порівняння чисел f і g за іншими відомими методами наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Порівняння чисел f і g за різними методами

Метод	Результат порівняння
Метод Адамо($\alpha = 0.5$)	$f < g$
Метод Адамо($\alpha = 1$)	$f < g$
Метод Ягера (значимість $g(x)=x$)	$f < g$
Метод Ченга	$f > g$
Метод Ліу-Ванга ($\lambda = 0.5$)	$f < g$
Запропонований метод	$f <_{0,72} g$

Аналіз табл. 1 дає змогу зробити висновок про коректність запропонованого методу.

Алгоритмічна реалізація операторів порівняння нечітких чисел

Для застосування запропонованого методу порівняння нечітких чисел у програмному забезпеченні необхідна його реалізація як логічного оператора або функції, яка виконує відповідні операції.

Операційна семантика оператора “менше” для нечітких чисел наведена на рис. 4 у вигляді діаграми станів. Слід зазначити, що для більш ефективного обчислення відношення між нечіткими числами, їхні значення n_i доцільно зберігати у “лінивому” кеші (значення обчислюється лише за потреби та зберігається). Значення n_c, n_1, n_2 обчислюються за формулами (3)-(5).

Операційна семантика оператора “більше” має аналогічний вигляд, за виключенням блоку обчислення результату, де розгалуження має зворотні умови.

Так само, для оператора “дорівнює” відмінність полягає в умові блока обчислення результату, де вона буде $1 - \quad < \frac{n_c}{n_1 n_2} < \beta$.

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

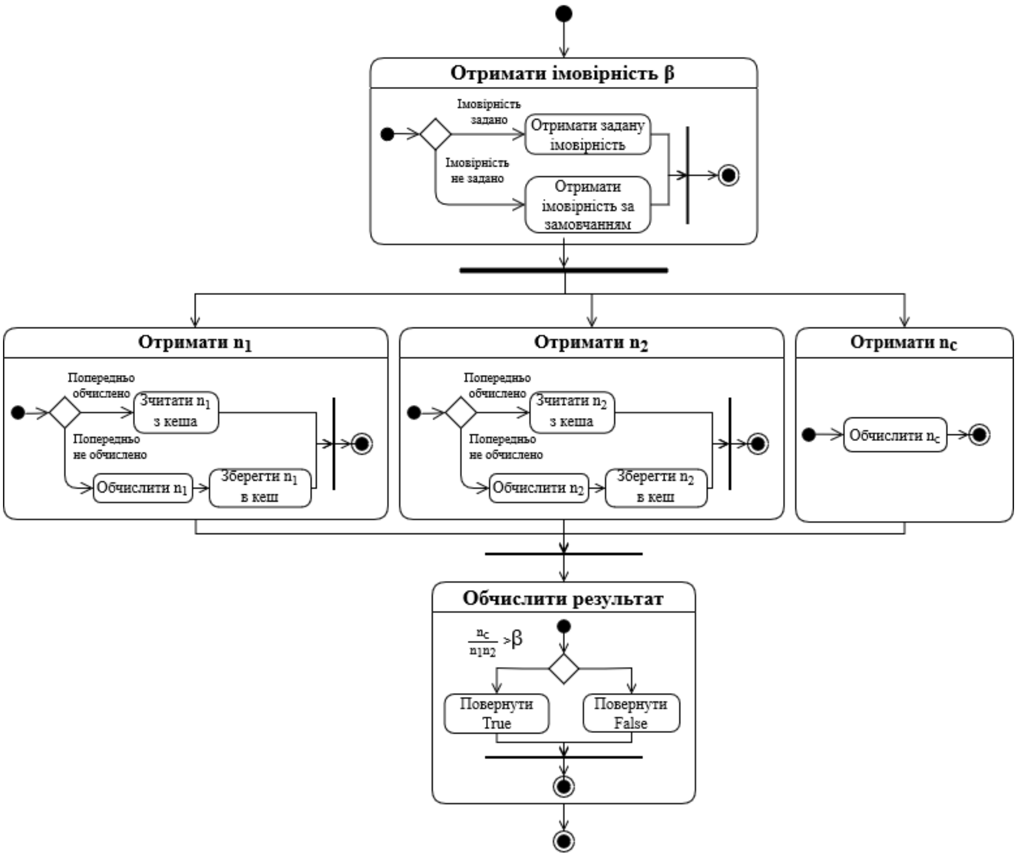

Рисунок 4 - Операційна семантика нечіткого оператора “менше”

Висновки. Запропонований метод імовірнісного порівняння нечітких значеньба-зується на застосуванні можливих реальних значень відповідних нечітких чисел. Обчислення імовірності, яка визначає відношення, наведене у загальному вигляді для довільних функцій приналежності нечітких чисел $f(x)$ та $g(x)$, втім розглянутий приклад застосування для трикутних чисел показує, що вигляд функції сильно впливає на процес обчислення.

Ефективність обчислення імовірності у конкретному випадку можна значно підвищити шляхом використання особливості відповідної функції приналежності, кешування (наприклад, збереження “лінивого” значення $\int_{f_1}^{f2} f(x)dx$) та властивості відношення.

Використання запропонованого відношення планується в комплексі із певним способом представлення нечітких чисел для застосування в алгебраїчній системі агрегатів при створенні програмного забезпечення систем цифрових двійників, у тому числі за набором темпоральних мультимодальних даних із невизначеністю з можливістю налаштування довірчої імовірності β.

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

ЛІТЕРАТУРА

1. Cai Y. et al. Sensor data and information fusion to construct digital-twins virtual machine tools for cyber-physical manufacturing //Procedia manufacturing. – 2017. – Т. 10. – С. 1031-1042.
2. Сулема Є. С. Методи, моделі та засоби обробки мультимодальних даних цифрових двійників досліджуваних об’єктів. – 2020.
3. Dijkman J. G., Van Haeringen H., De Lange S. J. Fuzzy numbers //Journal of mathematical analysis and applications. – 1983. – Т. 92. – №. 2. – С. 301-341.
4. Stefanini L. et al. Fuzzy numbers and fuzzy arithmetic //Handbook of granular computing. – 2008. – Т. 12. – С. 249-284.
5. Ramik J. et al. Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization //Fuzzy sets and systems. – 1985. – Т. 16. – №. 2. – С. 123-138.
6. De Runz C. et al. A new Method for the Comparison of two fuzzy numbers extending Fuzzy Max Order //Information Processing and Managment of Uncertainty in Knowledge-Based Systems. – Éditions EDK, 2006. – С. 127--133.
7. Wang X., Kerre E. E. Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (I) //Fuzzy sets and systems. – 2001. – Т. 118. – №. 3. – С. 375-385.
8. Thelen A. et al. A comprehensive review of digital twin—part 2: roles of uncertainty quantification and optimization, a battery digital twin, and perspectives //Structural and multidisciplinary optimization. – 2023. – Т. 66. – №. 1. – С. 1.
9. Rios J. et al. Uncertainty of data and the digital twin: a review //International Journal of Product Lifecycle Management. – 2020. – Т. 12. – №. 4. – С. 329-358.
10. Ruan D. (ed.). Fuzzy logic foundations and industrial applications. – Springer Science & Business Media, 2012. – Т. 8.
11. Adamo J. M. Fuzzy decision trees //Fuzzy sets and systems. – 1980. – Т. 4. – №. 3. – С. 207-219.
12. Yager R. R. A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval //Information sciences. – 1981. – Т. 24. – №. 2. – С. 143-161.
13. Chang W. Ranking of fuzzy utilities with triangular membership functions //Proceedings of International Conference on Policy Analysis and Systems. – 1981. – Т. 272.
14. de Campos Ibanez L. M., Munoz A. G. A subjective approach for ranking fuzzy numbers //Fuzzy sets and systems. – 1989. – Т. 29. – №. 2. – С. 145-153
15. Jain R. A procedure for multiple-aspect decision making using fuzzy sets //International Journal of systems science. – 1977. – Т. 8. – №. 1. – С. 1-7.
16. Kerre E. E. The use of fuzzy set theory in electrocardiological diagnostics //Approximate reasoning in decision analysis. – 1982. – Т. 20. – С. 277-282.

REFERENCES

1. Cai Y. et al. Sensor data and information fusion to construct digital-twins virtual machine tools for cyber-physical manufacturing //Procedia manufacturing. – 2017. – Т. 10. – С. 1031-1042.
2. Sulema Ye. S. Methods, models, and means of researched objects digital twins multimodal data processing. – 2020.

3. Dijkman J. G., Van Haeringen H., De Lange S. J. Fuzzy numbers //Journal of mathematical analysis and applications. – 1983. – Т. 92. – №. 2. – С. 301-341.
4. Stefanini L. et al. Fuzzy numbers and fuzzy arithmetic //Handbook of granular computing. – 2008. – Т. 12. – С. 249-284.
5. Ramik J. et al. Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization //Fuzzy sets and systems. – 1985. – Т. 16. – №. 2. – С. 123-138.
6. De Runz C. et al. A new Method for the Comparison of two fuzzy numbers extending Fuzzy Max Order //Information Processing and Managment of Uncertainty in Knowledge-Based Systems. – Éditions EDK, 2006. – С. 127--133.
7. Wang X., Kerre E. E. Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (I) //Fuzzy sets and systems. – 2001. – Т. 118. – №. 3. – С. 375-385.
8. Thelen A. et al. A comprehensive review of digital twin—part 2: roles of uncertainty quantification and optimization, a battery digital twin, and perspectives //Structural and multidisciplinary optimization. – 2023. – Т. 66. – №. 1. – С. 1.
9. Rios J. et al. Uncertainty of data and the digital twin: a review //International Journal of Product Lifecycle Management. – 2020. – Т. 12. – №. 4. – С. 329-358.
10. Ruan D. (ed.). Fuzzy logic foundations and industrial applications. – Springer Science & Business Media, 2012. – Т. 8.
11. Adamo J. M. Fuzzy decision trees //Fuzzy sets and systems. – 1980. – Т. 4. – №. 3. – С. 207-219.
12. Yager R. R. A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval //Information sciences. – 1981. – Т. 24. – №. 2. – С. 143-161.
13. Chang W. Ranking of fuzzy utilities with triangular membership functions //Proceedings of International Conference on Policy Analysis and Systems. – 1981. – Т. 272.
14. de Campos Ibanez L. M., Munoz A. G. A subjective approach for ranking fuzzy numbers //Fuzzy sets and systems. – 1989. – Т. 29. – №. 2. – С. 145-153
15. Jain R. A procedure for multiple-aspect decision making using fuzzy sets //International Journal of systems science. – 1977. – Т. 8. – №. 1. – С. 1-7.
16. Kerre E. E. The use of fuzzy set theory in electrocardiological diagnostics //Approximate reasoning in decision analysis. – 1982. – Т. 20. – С. 277-282.

Received 10.02.2025.
Accepted 17.02.2025.

Probabilistic method of fuzzy number comparison

The subject of fuzzy numbers comparison is not very prevalent in modern research. A number of older publications propose a number of well-known methods that broadly fall into one of three classes. First is index-based comparison, which maps fuzzy numbers into a real value and ranks them accordingly, such as Adamo, Yager, Chang, Liu and Wang, etc. Secondly, there are methods that propose fuzzy number ranking based on distance (e.g. Hamming distance) from certain reference sets, such as Kerre and Jain. Third category is rare and proposes a specific pair-wise ranking approach in particular circumstances. New methods are being proposed, but this is not a frequent occurrence.

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

Thus, a new method of fuzzy numbers comparison is proposed that takes into account a confidence probability of a comparison. In the paper a generalized method for computing ordering relation between fuzzy numbers regardless of the specifics of membership function is provided. An example of its usage is considered for triangular fuzzy numbers that is one of the most common ways of expressing uncertainty. The results are also compared to some of the existing methods. Formal properties of the relation, based on the proposed comparison method are discussed and proven. The operational semantics of a logical operator or a function that implements the new method in software is considered for the "less than" operator and described with a state diagram. Other relations, such as "greater than" and "equals" are also discussed.

Research materials provide some insights into certain properties of the proposed method and particular hurdles when implementing it in software systems, such as using smooth analytically defined membership function and caching certain intermediate computation results.

Пеня Олександр Романович – аспірант кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Київського політехнічного інституту ім. Ігоря Сікорського.
Сулема Євгенія Станіславівна – д.т.н., доцент, завідувач кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Київського політехнічного інституту ім. Ігоря Сікорського.

Oleksandr Penia – Post-Graduate Student of Computer Systems Software Department, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv.
Yevgeniya Sulema – DSc, Associate Professor, Head of the Computer Systems Software Department, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv.