

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ПОШИРЕННЯ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ У ЗВУЖЕНІЙ ЧВЕРТЬХВИЛЬОВІЙ ТРУБИ TQWT

Анотація. Моделювання та візуалізація поширення хвиль у середовищі із звуковідбиваючими елементами є важливим напрямком галузі комп'ютерних наук та обчислювальної математики. В роботі розглядається розробка алгоритмічної бази моделювання поширення звукових хвиль в акустичній системі у вигляді звуженої чвертьхвильової труби (TQWT). В основу комп'ютерного моделювання покладено алгоритм розрахунку поширення акустичної хвилі на основі диференційного рівняння з атенюацією, що дозволило розрахувати конструктивну та деструктивну інтерференцію хвилі, яка породжується лицьовою стороною динаміка, із хвилею, що виходить з порту акустичної системи. При розмірах сітки 512 x 288 швидкодія алгоритму складала більше 75 часових кроків за секунду з використанням процесору із паралельним обчисленням Intel UHD 630. В результаті роботи отримано мапи поширення хвиль у прямій та складеній звуженій трубі акустичної системи. Встановлено на основі мап, що зони акустичного збудження розташовуються всередині акустичного оформлення навпроти джерела хвиль. Показано, що акустичне оформлення у вигляді складеної звуженої чвертьхвильової труби ефективно тамує високі та середні частоти за рахунок затримки хвилі конфігурацією стінок позаду ширококутового джерела, що усуває непередбачуване підсилення або атенюацію вказаних частот та, як наслідок, збільшує достовірність відтворення сигналу.

Ключові слова: хвильове моделювання, візуалізація, інтерференція, труба Войта, TQWT, лапласіан.

Постановка проблеми. Комп'ютерне моделювання і візуалізація поширення хвиль у середовищі із звуковідбиваючими елементами є затребуваним напрямком при проектуванні акустичних систем (АС).

Акустичне оформлення (АО) системи, окрім естетичної, відіграє роль навантаження акустичного динаміка, що значно збільшує ефективність останнього. В даній роботі розглядається АО у вигляді чвертьхвильової труби (Quarter Wavelength Tube), яку вперше описано Паулем Войтом в патенті GB447749 як підхід до покращення басової характеристики гучномовців.

Основна ідея АО у вигляді QWT від Пауля Войта полягає у використанні довгої труби з динаміком, який розміщено на одному з її кінців. Пряму трубу спроектовано для резонансного посилення хвиль низької частоти, чверть довжини яких дорівнює довжині

труби. Одночасно з підвищенням ефективності відтворення звуку, за рахунок акустичного навантаження, породжуються дві наступні проблеми: відтінок звучання АС на частотах, які конструктивно підтримуються за рахунок протяжності труби, починає нагадувати звучання композиції, в якій домінує лише одна нота; іншим недоліком – є породження непарних гармонік, які перетворюють АС у музичний інструмент з власним набором обертонів, що значно знижує точність відтворення музичного матеріалу.

Розвитком ідеї QWT є АО у вигляді труби, звуженої вздовж всієї довжини (Tapered QWT), яке дає змогу зменшити ефект «однієї ноти» за рахунок розширення резонансу на діапазон басових частот.

Розрахунок параметрів АО зазвичай [1-3] зводять до визначення ефективного об'єму та геометричних розмірів АС не проводячи розрахунок та візуалізацію зон стоячих хвиль, або інтерференції хвиль на виході АС. Наприклад, програмний застосунок Hornresp (Horn Loudspeaker Response Analysis Program) [4] може розраховувати АС, обираючи зі спектру відомих АО (закритий ящик, рупор) лише на основі емпіричних рівнянь. Дана робота ставить за мету усунування такого пробілу.

Метою роботи є розробка алгоритмічної бази комп'ютерного моделювання процесу інтерференції та візуалізації суперпозиції акустичних хвиль в АС з АО у вигляді прямої та складеної звуженої чвертьхвильової труби для порівняння достовірності сигналу, який вони відтворюють, та локалізації зон акустичного збудження всередині АО, де встановлення шару абсорбуючого матеріалу є ефективним для тамування хвиль.

Виходячи з теорії математичної фізики, відомо, що поширення акустичних хвиль відбувається на основі принципу суперпозиції, який є одним із ключових положень теорії хвиль [5]. Принцип стверджує, що коли дві або більше хвиль зустрічаються в одній точці простору, їхній загальний вплив дорівнює алгебраїчній сумі зміщень від окремих хвиль у цій точці. Це пояснює, чому хвилі можуть проходити одна через одну без взаємного спотворення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розрахунок поширення акустичних хвиль на основі принципу суперпозиції є важливим напрямком у сучасній фізиці та обчислювальній математиці [6]. Останні публікації [7, 8] свідчать про активний розвиток методів моделювання поширення хвиль у різних середовищах з акцентом на точність та обчислювальну ефективність.

Зокрема, методи чисельного розв'язку рівняння хвилі, такі як метод скінченних різниць, активно використовуються для моделювання хвильових процесів у різних сферах – від акустики та гідродинаміки до квантової механіки. Автори роботи [7] демонструють використання кінцево-різницевої схем для розрахунку розповсюдження акустичних хвиль при синтезі нотних звуків на основі вирішення ідеалізованого хвильового рівняння. Дослідження Лук'яненко С.О. [8] спрямовані на моделювання поширення теплових хвиль у металах з використанням адаптивних обчислювальних методів. Разом із переліченими успіхами, аналіз останніх публікацій показує, що підхід до вирішення задачі моделювання АО на основі розрахунку поширення акустичної хвилі досі лишається мало висвітленим у науковому середовищі.

На даний час розрахунок та візуалізації поширення звукових хвиль є можливим із застосуванням програмного застосунку ShaderToy від William Leu [9]. Застосунок надає можливість моделювати поширення хвиль та їх відбиття від перешкод, які задано у вигляді відрізків, двовимірних геометричних фігур. Ізотропним джерелом хвиль можуть виступати кола та капсули. Недоліком ShaderToy є неможливість моделювання дипольних випромінювачів, які створюють звукові хвилі з протилежними фазами по різні боки мембрани, що створює обмеження при моделюванні АС.

Основна частина. Принцип суперпозиції передбачає, що результат взаємодії двох або більше хвиль у будь-якій точці простору є алгебраїчною сумою їхніх окремих ефектів (1). Це означає, що хвилі можуть накладатися одна на одну, утворюючи нові амплітуди залежно від їхньої фази. Якщо хвилі перебувають у фазі, виникає конструктивна інтерференція, а якщо у протифазі – деструктивна інтерференція.

$$P_{total} = P_1 + P_2, \quad (1)$$

де p_1 і p_2 – тиски двох хвиль, що зустрічаються в точці.

На даний час відоме ідеалізоване рівняння (2) поширення акустичної хвилі у газі.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p - \alpha \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2)$$

де p – скалярне значення тиску у точці простору;

c – швидкість поширення хвилі у даному середовищі;

∇^2 – оператор Лапласа, що описує швидкість та напрямок змін тиску в просторі;

α – коефіцієнт атенюації.

Приймаючи до уваги умову, що звукові хвилі в повітрі є коливальним рухом з невеликими амплітудами, скалярне поле швидкості при поширенні звуку через газ теж описується подібним хвильовим рівнянням.

Перепишемо рівняння (2) в координатах x, y двовимірного простору:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(x, y, t) = c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}(x, y, t) \right) - \alpha \frac{\partial p}{\partial t}(x, y, t), \quad (3)$$

де t – незалежна змінна часу.

Для вирішення рівняння (3) скористайтесь чисельними методами кінцевих різниць. Апроксимуємо перший член рівняння за допомогою рівняння у вигляді схеми з різницею назад і помилкою пропорційною $O(\Delta t^2)$:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(x, y, t) \approx \frac{p(x, y, t + \Delta t) - 2p(x, y, t) + p(x, y, t - \Delta t)}{\Delta t^2}. \quad (4)$$

Апроксимуємо вираз у дужках рівняння (3) за центральною схемою:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}(x, y, t) \approx \\ \frac{p(x + \Delta x, y, t) - 2p(x, y, t) + p(x - \Delta x, y, t)}{\Delta x^2} + \end{aligned} \quad (5)$$

$$+ \frac{p(x, y + \Delta y, t) - 2p(x, y, t) + p(x, y - \Delta y, t)}{\Delta y^2}.$$

Замінімо правий бік рівняння (3) двоточковою кінцевою різницею, та підставимо вирази (4) та (5), отримаємо:

$$\begin{aligned} & \frac{p(x, y, t + \Delta t) - 2p(x, y, t) + p(x, y, t - \Delta t)}{\Delta t^2} = \\ & = c^2 \left(\frac{p(x + \Delta x, y, t) - 2p(x, y, t) + p(x - \Delta x, y, t)}{\Delta x^2} \right) + \\ & + c^2 \left(\frac{p(x, y + \Delta y, t) - 2p(x, y, t) + p(x, y - \Delta y, t)}{\Delta y^2} \right) - \\ & - \alpha \frac{p(x, y, t) - p(x, y, t - \Delta t)}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Перегрупуємо компоненти рівняння (6) виразивши невідоме значення тиску $p(x, y, t + \Delta t)$ та додаймо умову рівності кроків апроксимації рівняння за напрямком x та y ($\Delta x = \Delta y = \Delta h$):

$$\begin{aligned} p(x, y, t + \Delta t) = & \left(\frac{c\Delta t}{\Delta h} \right)^2 (p(x + \Delta x, y, t) - 4p(x, y, t) + p(x - \Delta x, y, t) + \\ & + p(x, y + \Delta y, t) + p(x, y - \Delta y, t)) + \\ & + 2p(x, y, t) - p(x, y, t - \Delta t) - \alpha \Delta t (p(x, y, t) - p(x, y, t - \Delta t)). \end{aligned} \quad (7)$$

Рівняння (7) дає можливість обчислити значення тиску у кожному вузлі сітки для часу $t + \Delta t$ виходячи зі значень полів двох попередніх часових точок: t та $t - \Delta t$.

Дипольним джерелом коливань виступають два відрізка, які формують границі Діріхле із синусоїдальним законом зміни тиску:

$$f(t) = A \sin(\omega \cdot t), \quad (8)$$

де ω – кутова частота;

A – амплітуда хвилі.

Необхідною умовою збіжності при розв'язуванні рівняння (7) є виконання умови Куранта – Фрідрікса – Леві:

$$C = c \frac{\Delta t}{\Delta h} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (9)$$

де C – число Куранта.

Нерівність (9) забезпечує, що відстань поширення хвилі внаслідок плину часу не перевищує крок дискретизації сітки, що є аналогом умови Найквіста для відновлення сигналу після процесу дискретизації – кількість вибірок сигналу має бути у два рази більша ніж частота сигналу.

Алгоритм комп'ютерного моделювання процесу інтерференції та візуалізації суперпозиції акустичних хвиль на процесорі із паралельним обчисленням складається з кроків, що описано нижче.

Крок 1 Створити текстуру T з двома компонентами r та g у форматі плаваючої точки повної точності з розрізненням, яке відповідає кількості вузлів сітки моделювання. Компоненти r та g відповідають часовим точкам t та $t - \Delta t$.

Крок 2 Для кожного текселю текстури T з координатами x та y виконати наступні дії:

Дія 2a На першій ітерації ініціалізувати тексель нульовим значенням.

Дія 2б Провести вибірку з текстури T значень тиску, які відповідають часовим точкам $t - \Delta t$ та t ; якщо розрахунок ведеться для точки з координатами, які співпадають з координатами звуко-відбиваючого елемента АО, прийняти до уваги граничні умови у вигляді Діріхле.

Дія 2в Розрахувати значення тиску, яке відповідає часовій точці $t + \Delta t$ у відповідності до рівняння (7).

Дія 2г Якщо розрахунок ведеться для точки з координатами, які співпадають з координатами випромінювача, замінити розраховане значення тиску на значення тиску випромінювача у відповідності до рівняння (8).

Дія 2д Записати розраховане та попереднє значення тиску до r та g компонент текстури T відповідно.

Крок 3 Візуалізувати текстуру T на екрані.

Крок 4 Перейти до кроку 2.

Програмна реалізація. Для моделювання процесу поширення хвиль розроблено веб застосунок на мові програмування JS центрального процесору та мові GLSL ES графічного процесору паралельних обчислень, який працює за представленим алгоритмом. Програма проводить візуалізацію процесу поширення хвиль у реальному часі виходячи з початкових параметрів середовища, такі як: геометрична конфігурація АО, яка конструюється із застосуванням відрізків, координати розміщення та геометрична конфігурація джерела хвиль, кутова швидкість генератора та амплітуда хвилі, число Куранта, коефіцієнт атенюації, розмір сітки моделювання.

Приклади роботи програмного застосунку моделювання двох АС представлено на рис.1,2. Сірий колір елементів мапи відповідає нульовому рівню тиску, чорний і білий — його максимальним значенням.

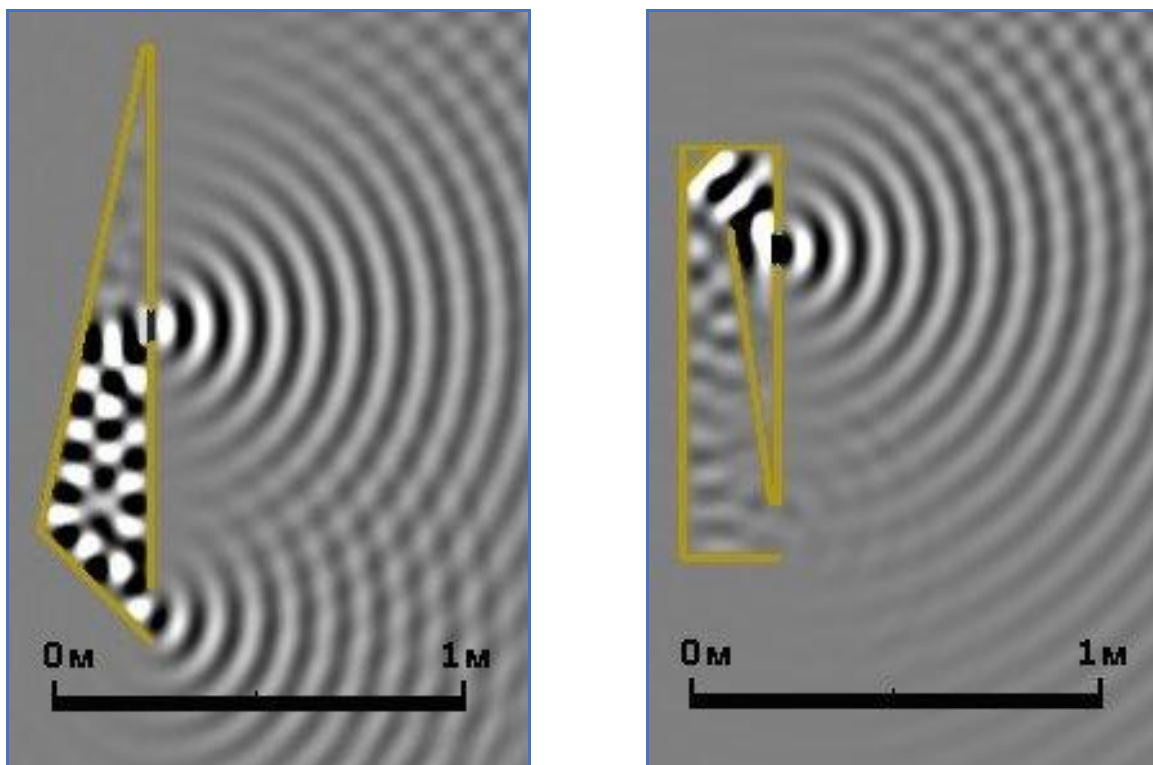
Результати, щодо розробленого алгоритму комп'ютерного моделювання та візуалізації поширення акустичних хвиль в повітрі:

– довжина кроку Δh значно впливає на довжину хвилі, що утворюється, – при зменшенні кроку довжина хвилі зменшується;

– успішність моделювання поширення хвилі низької частоти в значній мірі залежить від коректного значення амплітуди A джерела хвилі – недостатня амплітуда приводить до швидкого розсіювання хвилі;

– представлений алгоритм при використанні 5-ти точкової апроксимації лапласіану зберігає стійкість при $C < 0.5$, а при використанні 9-ти точкової апроксимації (з діагональними елементами) – $C < \sqrt{2}$; при збільшенні порогового значення C алгоритм лавиноподібно розходиться;

– представлений алгоритм є придатним до розпаралелювання, оскільки кінцево-різницевої схеми, що задіяно для розрахунок тиску у кожному вузлі сітки, не залежать від значень тиску поточного кроку у сусідніх точках: при розмірах сітки 512 x 288 кількість часових кроків за секунду склала більше 75 з використанням процесору із паралельним обчисленням Intel UHD 630.



а)

б)

Рисунок 1 – Мапа поширення хвилі у а) прямій та б) складеній звуженій чвертьхвильової трубі при параметрах моделі:

$$C = \sqrt{2}, \alpha = 0.005, \omega = 20, A = 2, \text{ розмір сітки моделювання } 200 \times 300$$

Результати комп'ютерного моделювання АС з АО у вигляді прямої та складеної звуженої чвертьхвильової труби:

- на басовій довжині хвиль кімната утворює з АС єдину систему, що вимагає прийняття її до уваги під час моделювання;
- АО у вигляді складеної звуженої чвертьхвильової труби ефективніше тамує високі та середні частоти за рахунок затримки хвилі конфігурацією стінок АО позаду ширококутового джерела, що усуває непередбачуване підсилення або атенюацію вказаних частот та, як наслідок, збільшує достовірність відтворення сигналу;
- зони акустичного збудження розташовуються всередині АО навпроти джерела хвилі;
- обидва АО однаково добре розбивають стоячу хвилю з довжиною у чверть хвилі за рахунок зміщеної позиції джерела хвиль від глухого кінця труби та зміни перерізу труби вздовж її довжини.

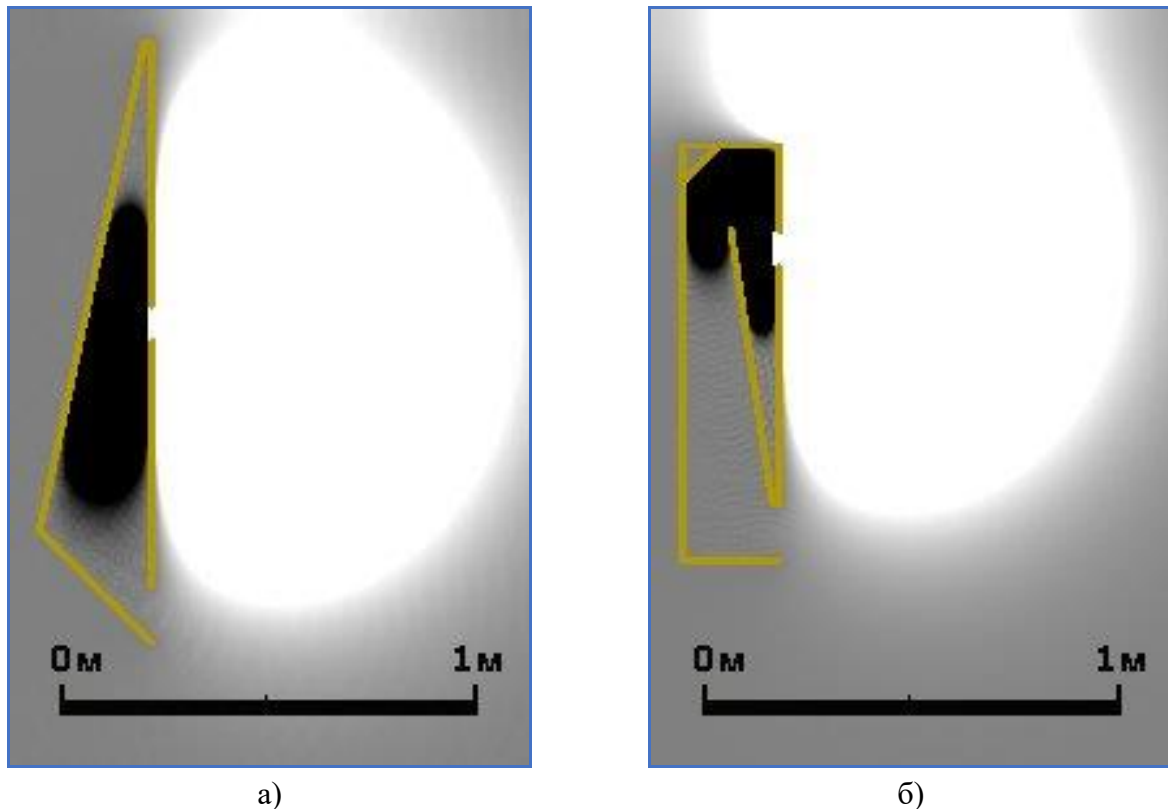


Рисунок 2 – Мапа поширення хвилі у а) прямій та б) складеній звуженій чвертьхвильовій трубі при параметрах моделі:

$$C = \sqrt{2}, \alpha = 0.002, \omega = 2, A = 2000, \text{ розмір сітки моделювання } 200 \times 300$$

Висновки. Розроблено алгоритм комп'ютерного моделювання процесу інтерференції та візуалізації суперпозиції акустичних хвиль та проведено його реалізацію на процесорі із паралельним обчисленням. Розраховано мапи поширення хвиль у прямій та складеній звуженій чвертьхвильовій трубі, що дало змогу порівняти АС за характеристикою достовірності сигналу, який вони відтворюють. Показано, що АС з АО у вигляді заломленої звуженої чвертьхвильової труби має більшу достовірність відтворення сигналу. Встановлено на основі мап, що зони акустичного збудження розташовуються всередині акустичного оформлення навпроти джерела сигналу.

ЛІТЕРАТУРА/ REFERENCES

1. Dickason V. Loudspeaker Design Cookbook. 8th Ed. : KCK Media, 2023. 398 p.
2. Eargle J. JBL Sound system design Reference manual. 3d Ed.: JBL Professional, 1999. 87 p.
3. King M.J. Horn Physics. MJK, 2008. 29 p.
4. Karlsson H. Hornresp Manual. 2001. 161 p.
URL: <https://www.scribd.com/document/692315064/Hornresp-Manual> (date of access 20.11.2024)
5. Verma N. Physics for Engineers. PHI Learning Pvt. Ltd., 2013. p.361.
6. Strauss W. Partial differential equations: An introduction. Wiley, 2007. 464 p. ISBN-13: 978-0470054567

7. Finite difference schemes in musical acoustics: A tutorial / Bilbao S., Hamilton B., Harrison R.L., Torin A. *Springer Handbook of Systematic Musicology* / 2018. P. 349-384.
8. Lukjanenko S.A., Nimchuk I.B. Using adaptive difference meshes at modeling two-dimensional thermal wave. *System research and information technologies*. 2005. № 3, P. 88-98. ISSN 1681–6048
9. Leu W. Playing around with a 2D wave algorithm. 2021.
URL: <https://pixeleuphoria.com/blog/index.php/2021/01/19/playing-around-with-a-2d-wave-algorithm/> (date of access 20.11.2024)

Received 10.01.2025.
Accepted 13.01.2025.

Computer-aided modeling and visualization of sound waves propagation in a Tapered Quarter Wavelength Tube

The paper presents the algorithmic basis for computer-aided modeling of sound wave propagation in an acoustic system with an acoustic design in the form of a straight and folded tapered quarter wavelength tube (TQWT). The aim of the modeling is to compare the systems by fidelity of the signal reproduced and localize acoustic excitation zone inside the acoustic system, where installation of a layer of absorbing material is effective for control of wave propagation.

The computer-aided modeling of acoustic wave propagation utilizes an algorithm based on a hyperbolic differential equation with attenuation component. A web application has been developed in JS programming language for CPU and GLSL ES language for parallel computing on GPU, which works according to the presented algorithm to simulate the wave propagation process. The program visualizes wave propagation in real-time based on the initial parameters of the environment, such as: the geometric configuration of acoustic enclosure (constructed using line segments), the coordinates of the location and geometric configuration of the wave source, angular velocity of the generator and the wave amplitude, the Courant number, the attenuation coefficient, the size of the simulation grid.

The software made it possible to calculate the constructive and destructive interference maps of the wave generated by the speaker's front side with the wave emerging from the acoustic system's port of straight and folded tapered pipe. With a grid size of 512 x 288, the algorithm achieved a processing speed of over than 75 time-steps per second using a processor with parallel computing Intel UHD 630. The maps showed that the zones of acoustic excitation were located inside the acoustic enclosure opposite to the wave source. It is shown that the acoustic enclosure in the form of a folded TQWT effectively suppresses high and medium frequencies by attenuating the wave with the configuration of the walls behind the broadband source. The configuration prevents unpredictable amplification or attenuation of the specified frequencies and, as a result, increases the fidelity of signal reproduction.

Демчишин Анатолій Анатолійович – к.т.н., доцент кафедри цифрових технологій в енергетиці, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»; старший науковий співробітник, Інститут проблем матеріалознавства імені І.М. Францевича Національної академії наук України.

Каленюк Олександр Сергійович – к.т.н., старший викладач кафедри цифрових технологій в енергетиці, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Demchyhyn Anatoliy Anatoliyovych – candidate of technical sciences, assistant professor of Department of Digital Technologies in Energy, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”; senior researcher, Frantsevich Institute for Problems of Materials Science NASU.

Kaleniuk Oleksandr Sergiyovych - candidate of technical sciences, senior lecturer of Department of Digital Technologies in Energy, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”.