

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЇ ДІЛЕННЯ НА ДВА В СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ З УСІМА ПАРНИМИ МОДУЛЯМИ

Анотація. Розвиток сучасної техніки, інформаційних та управляючих систем потребує застосування нових принципів, зокрема, на підставі представлення чисел в системі залишкових класів. Традиційна система класів залишків — це система, у якій довільне число представляється у вигляді набору найменших невід'ємних залишків по модулях. При цьому, якщо модулі попарно взаємно прості, то такому представленню відповідає тільки одне число в інтервалі чисел. У той самий час реалізація нових тенденцій у системі залишкових класів вимагає поруч із традиційними системами взаємно простих модулів використання систем із взаємно непростими, зокрема, з усіма парними модулями. При цьому система всіх парних модулів, кожен з яких не є співмножником жодного з інших модулів цієї системи, побудована на основі системи взаємно простих модулів базису шляхом множення кожного модуля базису на парне число - коефіцієнт переходу. Однією зі складних операцій у такій системі є ділення числа на два. Запропонований підхід до розв'язання задачі є наступним. Виконується ділення на два залишків за модулями системи. Складається модульне рівняння, за результатами якого визначаються два значення залишку для кожного модуля, розташованих у різних інтервалах чисел і маючих протилежні парності. Оскільки в парній системі модулів всі залишки або парні, або непарні, формуємо набір з усіх парних залишків і набір з усіх непарних залишків. При діленні на два числа переводяться в нижню половину інтервалу чисел, тому виконуємо порівняння цих наборів на менший з них. Запропонований підхід забезпечує бажаний результат, і є доцільним застосувати його як перспективний напрямок дослідження складних операцій у системі залишкових класів з усіма парними модулями.

Ключові слова: залишкові класи; системи модулів; інтервал чисел, ділення числа на два.

Постановка проблеми

Розвиток сучасної техніки, інформаційних та управляючих систем потребує застосування нових принципів, зокрема, на підставі представлення чисел у системі залишкових класів. Відповідно до класичної роботи [1] системою залишкових класів називається система числення, у якій довільне число N представляється як набір найменших невід'ємних залишків по модулях m_1, m_2, \dots, m_n , тобто $N = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$. Тут $\alpha_i = N \pmod{m_i}$. При цьому, якщо числа m_i попарно взаємно прості, то такому представ-

ленню відповідає тільки одне число N інтервалу $[0, M-1]$, де $M = m_1 m_2 \dots m_n$. До переваг такого представлення чисел належить незалежність розрядів числа один від одного і можливість їхньої паралельної обробки, мала розрядність залишків, висока точність, здатність системи до самокорекції. Недоліки обумовлені труднощами при реалізації немодульних операцій. У багатьох обчислювальних завданнях, що виконуються в системі залишкових класів, однією з трудомістких немодульних операцій є операція ділення числа на два. Разом з тим реалізація нових напрямів в системі залишкових класів вимагає поряд з використанням систем взаємно простих модулів застосування також і систем з взаємно непростими, зокрема, з усіма парними модулями. При цьому кожен із них не є співмножником жодного з інших модулів цієї системи. Деякі особливості таких систем розглянуті у роботах [2—6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Системі залишкових класів із усіма парними модулями присвячені роботи [2—6]. Розглянуті проблеми визначення належності числа до даної половини інтервалу чисел та спосіб представлення чисел такої системи у поліадичному коді, досліджені позиційні характеристики при представленні чисел у прямому та зворотному кодах, наведений алгоритм перетворення псевдочисел системи залишкових класів з усіма парними модулями у числа системи. Роботи щодо реалізації операції ділення числа на два в такій системі модулів автором не виявлено.

Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є аналітичний розгляд системи залишкових класів при всіх парних модулях для реалізації складної операції ділення числа на два.

Виклад основного матеріалу

Нехай у системі парних модулів p_1, p_2 задано число $V = (\beta_1, \beta_2)$, яке необхідно розділити на два. Для цього кожен із залишків ділиться на два, тобто $\gamma_1 = \frac{\beta_1}{2}, \gamma_2 = \frac{\beta_2}{2}$. Значення залишку δ_1 за модулем p_1 $\delta_1 = \gamma_1 + x_1$, значення залишку δ_2 за модулем p_2 $\delta_2 = \gamma_2 + x_2$. Запишемо модульне рівняння для залишків по модулю p_1

$$(2 * (\gamma_1 + x_1)) \pmod{p_1} = 2 * \gamma_1,$$

$$2 * x_1 = 0,$$

$$x_1^1 = 0, \quad x_1^2 = \frac{p_1}{2}.$$

Отже, $\delta_1^1 = \gamma_1$, $\delta_1^2 = \gamma_1 + \frac{p_1}{2}$, належать вони різним половинам інтервалу $[0, p_1 - 1]$ тому один з них є парним числом, другий – непарним.

Аналогічно, модульне рівняння для залишків по модулю p_2

$$(2 * (\gamma_2 + x_2)) \pmod{p_2} = 2 * \gamma_2,$$

$$2 * x_2 = 0,$$

$$x_2^1 = 0, \quad x_2^2 = \frac{p_2}{2}.$$

Отже, $\delta_2^1 = \gamma_2$, $\delta_2^2 = \gamma_2 + \frac{p_2}{2}$, належать вони різним половинам інтервалу $[0, p_2 - 1]$ тому один з них є парним числом, другий – непарним.

Таким чином, отримуємо поєднання залишків δ_1^i та δ_2^i , які представлені табл.1.

Таблиця 1

Рядок	Залишок	
1	δ_1^i парний	δ_2^i парний
2	δ_1^i парний	δ_2^i непарний
3	δ_1^i непарний	δ_2^i парний
4	δ_1^i непарний	δ_2^i непарний

Оскільки в системі парних модулів всі залишки мають бути або парними, або непарними, другий та третій рядки виключаємо з табл.1.

Ділення числа на два переводить його до нижньої половини інтервалу. Тому результат порівняння чисел з залишками першого та четвертого рядків на менше з них дає шуканий результат.

Висновки

Запропонований підхід до розв'язання задачі ділення числа на два в системі залишкових класів при всіх парних модулях. Згідно з цим підходом виконується ділення на два залишків за модулями системи. Складається модульне рівняння, за результатами якого для кожного модуля визначаються два значення залишку, які розташовані у різних інтервалах чисел і мають протилежні парності. Оскільки в парній системі модулів всі залишки або парні, або непарні, формуємо набір з усіх парних залишків і набір з усіх непарних залишків. При діленні на два числа переводяться в нижню половину інтервалу чисел, тому виконуємо порівняння цих наборів на менший з них. Запропонований підхід забезпечує бажаний результат, і є доцільним застосувати його як перспективний напрямок дослідження складних операцій у системі залишкових класів з усіма парними модулями.

ЛІТЕРАТУРА

1. Акушский І.Я., Юдицький Д.І. Машинна арифметика у залишкових класах. М.: Радянське радіо. 1968. 440 с.
2. Поліський Ю.Д. Про систему залишкових класів із взаємно непростими модулями. *Проблеми математичного моделювання*: матеріали наук.-метод. конф., м. Кам'янське, 24-26 трав. 2017 р. Дніпропетровськ, 2017 С. 107–112.
3. Поліський Ю. Д. Перетворення псевдочисел системи залишкових класів з усіма парними модулями у числа системи. /Ю. Д. Поліський // Електронне моделювання. – 2018. – Т. 40. – №1. – С. 115-120.

4. Поліський Ю.Д. Реалізація деяких проблемних операцій у системах залишкових класів. *Математичне моделювання*. 2018. № 1 (38). С. 22–27.
5. Поліський Ю.Д. Про позиційну характеристику у системі залишкових класів. *Ways of Science Development in Modern Crisis Conditions: Proceedings of the 4th International Scientific and Practical Internet Conference*, June 8-9, 2023, Dnipro, Ukraine, P. 351–352.
6. Поліський Ю.Д. Дослідження операції визначення належності числа до даної половини інтервалу чисел в системі залишкових класів з усіма парними модулями. *Математичне моделювання*. - 2023.- № 2(49). – С.9-15.

REFERENCES

1. Akushsky I.Ya., Yudytsky D.I. (1968). Mashynna aryfmetryka u zalyshkovykh klasakh [Machine arithmetic in residual classes]. *Radyanske radio*
2. Polissky Yu.D. (2017). Pro systemu zalyshkovykh klasiv iz vzayemno neprostymy modulyamy [On the system of residual classes with mutually nonprime modules]. *Problemy matematychnoho modelyuvannya – Problems of mathematical modeling*, 107-112 [in Ukrainian].
3. Polissky Yu. D. (2018). Peretvorennya psevdochysel systemy zalyshkovykh klasiv z usima parnymy modulyamy u chysla systemy- Elektronne modelyuvannya]. *Електронне моделювання*. 115-120..
4. Polissky Yu.D. (2018). Realizatsiya deyakykh problemnykh operatsiy u systemakh zalyshkovykh klasiv [Implementation of some problematic operations in residual class systems]. *Mathematychno modelyuvannya – Mathematical modeling*, 22-27 [in Ukrainian].
5. Polissky Yu.D. (2023). Pro pozytsiynu kharakterystyku u systemi zalyshkovykh klasiv [About positional characteristics in the system of residual classes] *Ways of Science Development in Modern Crisis Conditions: Proceedings of the 4th International Scientific and Practical Internet Conference*, 351-352 [in Ukrainian].
6. Polissky Yu.D. (2023). . Doslidzhennya operatsiyi vyznachennya nalezhnosti chysla do danoyi polovyny intervalu chysel v systemi zalyshkovykh klasiv z usima parnymy modulyamy. [Study of the operation of determining whether a number belongs to a given half of the interval of numbers in the system of residual classes with all even modules]. *Mathematychno modelyuvannya - 2023.- № 2(49).* – .9-15. [in Ukrainian].

Received 27.11.2024.
Accepted 30.11.2024.

Study of the division operation by two in the remainder class system with all paired modules

The development of modern technology, information and control systems will require the establishment of new principles, focusing on the representation of numbers in the system of redundant classes. The traditional system of residue classes is a system in which an arbitrary number is represented as a set of smallest non-negative remainders modulo. Moreover, if the modules are pairwise coprime, then only one number in the range of numbers corresponds to this representation. At the same time, the implementation of new trends in the system of residual classes requires, along with the use of systems of co-prime modules, the use of systems with co-prime modules, in particular, with all even modules. Moreover, the system of all even modules, each of which is not a factor of any of the other

modules of this system, is built on the basis of a system of relatively simple modules - the basis - by multiplying each basis module by an even number - the transition coefficient. One of the complex operations in such a system is dividing a number by two. The proposed approach to solving the problem is as follows. The remainder is divided into two by modules of the system. A modular equation is compiled, the results of which determine two remainder values for each module, located in different number intervals and having opposite parities. Since in an even system of modules all remainders are either even or odd, we form a set of all even remainders and a set of all odd remainders. Since, when divided by two, numbers are transferred to the lower half of the range of numbers, we compare these sets to the smaller of them. The proposed approach provides the desired result, and it seems appropriate to apply it as a promising direction for studying complex operations in a system of residual classes with all even modules.

Поліський Юрій Давидович - кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Заслужений винахідник України, Науково-дослідний інститут автоматизації чорної металургії (НДІАчормет) м.Дніпро.

Polissky Yuriy Davydovych - Candidate of technical science, senior researcher, Honored Inventor of Ukraine, Research Institute of Automation of Ferrous Metallurgy (NDIAchormet), Dnipro.