

В.В. Стьопкін, В.Є. Кажан, Р.В. Дем'янов, В.Р. Гродецький
**ЗАДАЧА МОДАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДВОМАСОВОЇ
ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ**

Анотація. В даній роботі розроблена математична модель електромеханічної системи четвертого порядку при доступності вимірів усіх змінних стану. Виконаний розрахунок значень полюсів системи з модальним регулятором, отримані та досліджені графіки перехідних процесів для стандартних форм полінома Ньютона та полінома Баттерворта для четвертого порядку системи.

Ключові слова: електромеханічна система, частота коливань, модальний регулятор, поліном, матриця, перехідний процес, перерегулювання.

Постановка проблеми. Для формування впливу керування в замкнених системах автоматичного керування використовується інформація про вектор стану. Якщо система є повністю керованою, то використовуючи лінійний зворотний зв'язок за вектором стану можна задавати бажані динамічні властивості замкненої системи використовуючи методи модального синтезу або задачі квадратичної оптимізації. На практиці реалізація зворотного зв'язку за вектором стану ускладнена, так як безпосередньому вимірюванню доступні тільки окремі компоненти вектору стану. Встановлення додаткових датчиків виміру змінних стану може бути фізично ускладнено та вести до невиправданому збільшенню вартості або ускладненню синтезу системи керування при необхідності врахування динамічних властивостей датчиків. Таким чином, задача відновлення змінних стану за відомими значеннями входів та виходів системи автоматичного керування є однією з фундаментальних у теорії автоматичного керування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У теперішній час більшість промислових електромеханічних систем (ЕМС) використовують

одноконтурні системи автоматичного керування (САК) з типовими пропорційними, пропорційно-інтегральними та пропорційно-інтегрально-диференціальними регуляторами або системи підпорядкованого регулювання координат. Для інерційних об'єктів невисокого порядку, з характерною відсутністю взаємного впливу координат стану та виражених коливальних властивостей, це є виправданим та дозволяє будувати САК з високими технологічними вимогами. Для більш складних об'єктів такий підхід є також виправданим, але при невисоких технічних вимогах до якості процесів керування [1].

В сучасних динамічних системах застосування типових законів регулювання в високодинамічних системах не дає результату. Наприклад при використанні типового пропорційно-інтегрального регулятора швидкості в електроприводі промислових механізмів може бути відсутня стабілізація швидкості із значними швидкодіючими динамічними відхиленнями швидкості до 80-100% від усталеного значення.

Підвищення вимог до якості керування тягне за собою необхідність врахування більш тонких ефектів функціонування об'єкту керування і, як слідство, ускладнення його математичної моделі з появою нових факторів складності, що вимагають застосування більш досконалих методів керування, які володіють широкими функціональними можливостями в забезпеченні якості перехідних процесів [2].

Одним з найбільш перспективних методів синтезу пристроїв керування для систем автоматизації, є модальне керування, що надає розробнику широкі можливості для забезпечення необхідних показників якості перехідних процесів: підвищення швидкодії; усунення коливальності при наявності пружності та люфтів в кінематичних колах і т.д. У зв'язку з цим в останній час питання аналізу та синтезу систем модального керування ЕМС є актуальним та йому приділяється все більше уваги [3-5].

Мета дослідження. Метою даної роботи є розробка моделі електромеханічної системи з модальним регулятором для задач синтезу спостерігача стану мінімального порядку. Об'єктом керування є двомасова електромеханічна система з пружними зв'язками.

Викладення основного матеріалу дослідження. В даній роботі здійснено опис математичної моделі об'єкта та вирішена задача модального керування на прикладі двомасової ЕМС. Розрахункова та структурна схеми об'єкта керування наведені на рис.1,а,б.

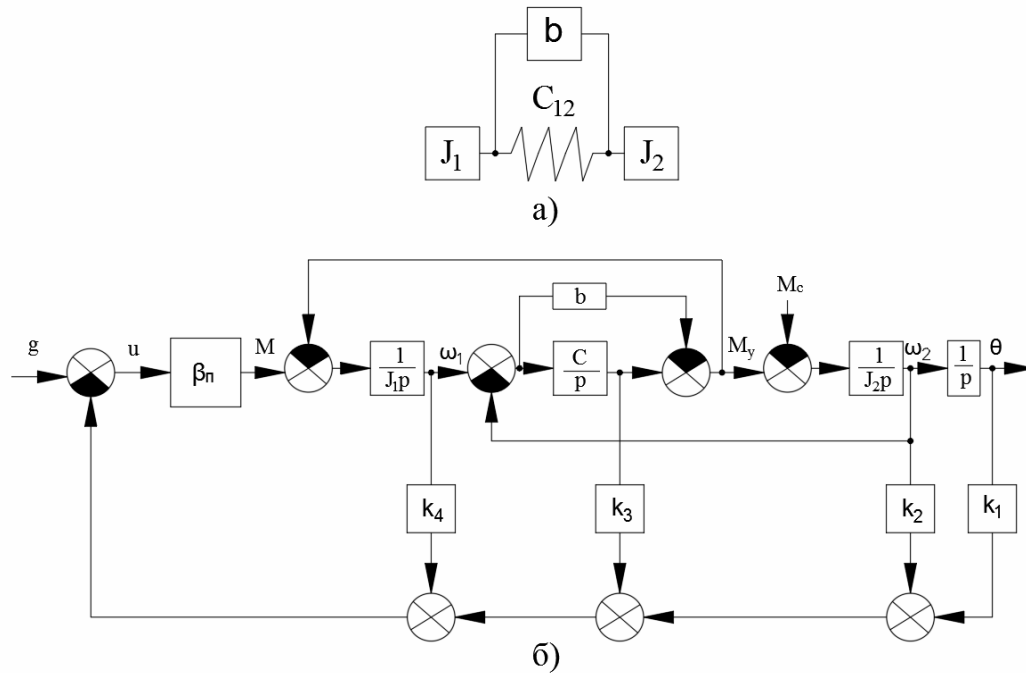


Рисунок 1 - Розрахункова (а) та структурна (б) схеми об'єкта керування

На розрахунковій схемі (рис.1,а) позначено: J_1 – момент інерції першої маси; J_2 – момент інерції другої маси, зведений до валу двигуна; C_{12} – коефіцієнт жорсткості пружного зв'язку між першою та другою масами; b – коефіцієнт в'язкого тертя. На структурній схемі (рис.1,б) позначено: β_n – коефіцієнт передачі; θ – кут повороту; ω_1, ω_2 – кутові швидкості першої та другої мас; k_1, k_2, k_3, k_4 – компоненти вектору лінійного зворотного зв'язку відповідно до обраного закону керування.

Рівняння руху має наступний вигляд:

$$\begin{cases} M - M_{12} - M_{c1} = J_1 \cdot p \cdot \omega_1, \\ M_{12} - M_{c2} = J_2 \cdot p \cdot \omega_2, \\ p \cdot M_{12} = C_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) + b \cdot p \cdot (\omega_1 - \omega_2), \end{cases}$$

де $M_{12} = C_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) + b \cdot (\omega_1 - \omega_2)$ – момент пружної взаємодії та в'язкого тертя між рухомими масами; M – електромагнітний момент двигуна; M_{c1} , M_{c2} – статичні навантаження електропривода; φ_1, φ_2 – кутові пересування першої та другої мас.

Візьмемо параметри реальної ЕМС: $J_1 = 6,4 \cdot 10^{-6}$ кг·м²; $J_2 = 1,07 \cdot 10^{-3}$ кг·м²; $b = 0,0025$ Н·м·с; $C = 2,25$ Н/м; $\beta_n = 0,0125$; $i = 25$ – передатне число редуктора.

Зведені параметри ЕМС: $J_2 = J_2 / i^2 = 1,07 \cdot 10^{-3}$ кг·м²; $b = b / i^2 = 0,000004$ Н·м·с; $c = c / i^2 = 0,00336$ Н·м.

Керування системи будується змінними стану x_1, x_2, x_3, x_4 , при цьому $x_1 = \Theta$ – кут повороту, $x_2 = \omega_1$ – кутова швидкість першої маси; $x_3 = M_y$ – пружна складова пружного моменту ($M_y = b \cdot (\omega_1 - \omega_2)$), $x_4 = \omega_2$ – кутова швидкість другої маси.

За структурною схемою (рис.1,б) складемо математичний опис у просторі стану без врахування впливу зовнішніх збурень та лінійного зворотного зв'язку:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J_2} \cdot (-b \cdot x_2 + x_3 + b \cdot x_4), \\ \dot{x}_3 = C \cdot (-x_2 + x_4), \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{J_1} \cdot (b \cdot x_2 - b \cdot x_4 - x_3). \end{cases} \quad (1)$$

Опис системи у просторі стану у векторно-матричній формі без врахування зовнішніх збурень:

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u, \\ y = C \cdot x, \end{cases} \quad (2)$$

де $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ – вектор змінних стану;

A, B, C – матриці системи, входу та виходу:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{J_2} & \frac{1}{J_2} & \frac{b}{J_2} \\ 0 & -C & 0 & C \\ 0 & \frac{b}{J_1} & -\frac{1}{J_1} & -\frac{b}{J_1} \end{bmatrix}; B = [0 \ 0 \ 0 \ \beta_p / J_1]^T; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

В результаті отриманий математичний опис об'єкта керування у просторі стану у вигляді (1) або векторно-матричній формі (2), придатний для подальшого аналізу та синтезу системи керування.

Під задачею модального керування маємо на увазі задачу вибору визначених параметрів лінійного регулятора, які забезпечують розташування усіх коренів характеристичного поліному у заданій області, або у заданих точках комплексної площини. Необхідною та достатньою умовою стійкості системи є знаходження у лівій напівплощині полюсів передатної функції, які визначають характер та кількісні показники процесів у системі.

Рівняння стану лінійного стаціонарного об'єкта керування має вигляд:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u, \quad (3)$$

де $x \in R^n$ – вектор стану; $u \in R$ – вектор керування; A – матриця системи; B – матриця входу.

Введемо лінійний зворотний зв'язок, який забезпечує бажане розташування полюсів на комплексній площині:

$$u = g - L \cdot x, \quad (4)$$

де g – позначення вектору вхідних впливів; L – матриця зворотного зв'язку.

Замкнена система керування з об'єктом керування та лінійним зворотним зв'язком може бути отримана якщо поєднати рівняння (3) та (4):

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot (g - L \cdot x) = (A - B \cdot L) \cdot x + B \cdot g, \quad \dot{x} = \tilde{A} \cdot x + B \cdot g,$$

де $\tilde{A} = A - B \cdot L$ – матриця визначення динамічних властивостей САК.

Розподілення полюсів на комплексній площині можна задати стандартним бажаним поліномом виду:

$$D_6(p) = p^4 + f_1 \cdot \omega_0 \cdot p^3 + f_2 \cdot \omega_0^2 \cdot p^2 + f_3 \cdot \omega_0^3 \cdot p + \omega_0^4,$$

де f_1, f_2, f_3 – коефіцієнти визначення розташування коренів полінома та виду перехідної характеристики САК; ω_0 – середньгеометричний корінь полінома.

Для проведення досліджень динамічної системи візьмемо поліноми Баттерворта та Ньютона – біноміальний поліном. Приймаємо, що середньгеометричний корінь дорівнює $\omega_0 = 50 \text{ c}^{-1}$, що відповідає власній частоті коливань механічної системи.

У програмі MATLAB виконаний розрахунок модального регулятора. Текст програми розрахунку модального регулятора наведений на рис.2.

```
modal.m
1 % Формування вихідних даних
2 - c=0.00336;
3 - J1=6.4e-6;
4 - J2=1.712e-6;
5 - b=0.000004;
6 - bcurent=0.0125;
7 - w0=50;
8 % Опис об'єкта керування у просторі стану
9 - A=[0 1 0 0
10     0 -b/J2 1/J2 b/J2;
11     0 -c 0 c;
12     0 b/J1 -1/J1 -b/J1];
13 - B=[0 0 0 bcurent/J1]';
14 - C=[1 0 0 0
15     0 0 0 1];
16 % Розрахунок модального регулятора
17 % 1. Завдання полінома Баттерворта
18 - batterv_polynom=[1 2.6*w0 3.4*w0^2 2.6*w0^3 w0^4];
19 % 2. Завдання полінома Ньютона
20 - nuton_polynom=[1 4*w0 6*w0^2 4*w0^3 w0^4];
21 % Розрахунок коренів поліномів
22 - batterv_roots=roots(batterv_polynom);
23 - nuton_roots=roots(nuton_polynom);
24 % Розрахунок коефіцієнтів поліномів
25 - LM_batterv=acker(A,B,batterv_roots);
26 - LM_nuton=acker(A,B,nuton_roots);
27 % Розрахунок коефіцієнтів зворотних зв'язків
28 - K1_nuton=LM_nuton(4)/LM_nuton(1);
29 - K2_nuton=LM_nuton(3)/LM_nuton(1);
30 - K3_nuton=LM_nuton(2)/LM_nuton(1);
31 - K1_batterv=LM_batterv(4)/LM_batterv(1);
32 - K2_batterv=LM_batterv(3)/LM_batterv(1);
33 - K3_batterv=LM_batterv(2)/LM_batterv(1);
```

Рисунок 2 - Текст програми розрахунку модального регулятора

Структурна схема моделі для САК ЕМС 4-го порядку наведена на рис.3.

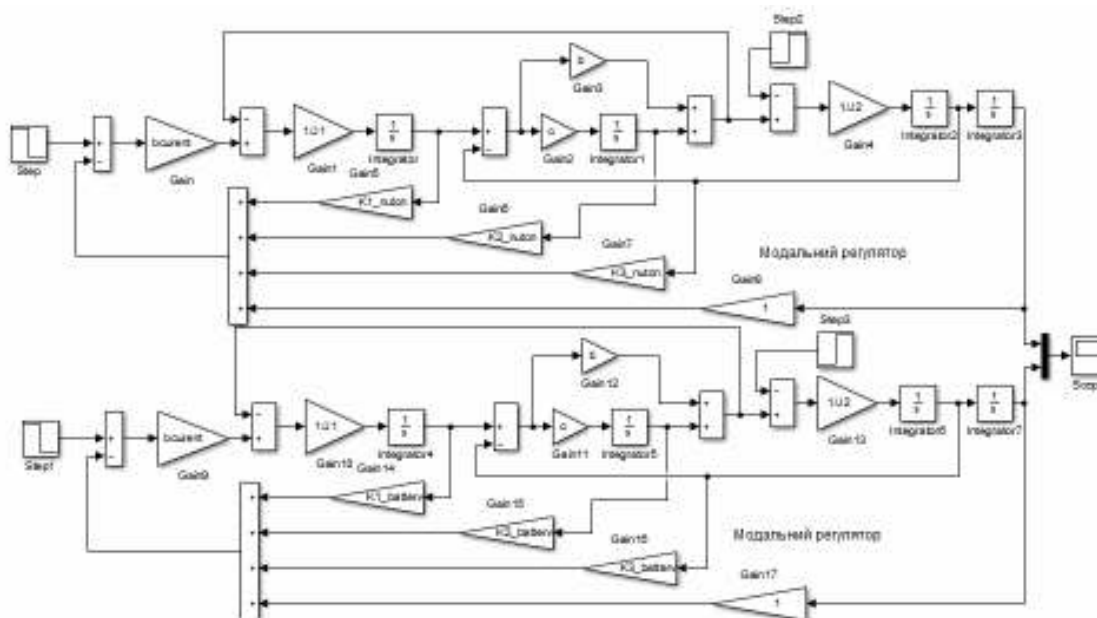


Рисунок 3 - Структурна схема моделі для САК ЕМС 4-го порядку

Графіки перехідних процесів при використанні для налагодження модального регулятора полінома Ньютона (2 на рис.4) та полінома Баттерворта (1 на рис.4.) для системи 4-го порядку наведені на рис.4.

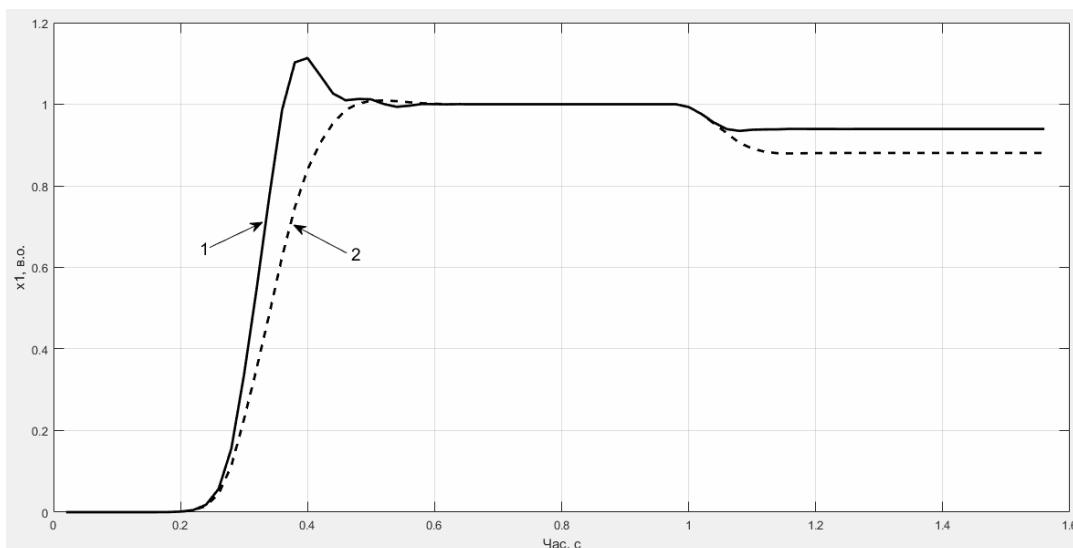


Рисунок 4 - Графіки перехідних процесів при використанні для налагодження модального регулятора полінома Ньютона (2) та полінома Баттерворта (1) для системи 4-го порядку

Час моделювання складає 1,6с, у час 0 с на вхід системи подається вплив керування, який дорівнює 1, далі у час 1 с ступінчастим сигналом подається вплив збурення, який дорівнює 0,0001. При використанні полінома Баттерворта усталена помилка дорівнює 0,0607, а Ньютона – 0,1195. Перерегулювання системи у полінома Баттерворта суттєво більше, ніж у полінома Ньютона, відповідно, пульсація також більша. Враховуючи, що усталена помилка при використанні полінома Ньютона більша, а задана система припускає перерегулювання (на рис.4 перерегулювання менше 15%), то в подальшому доцільно буде використовувати поліном Баттерворта. Припускалося що усі змінні стану були доступними для вимірів. У іншому випадку доцільно було б використовувати спостерігачі стану.

Висновок. Виконаний опис об'єкта керування із підбором оптимальних параметрів регулятора. Досліджені способи отримання матриць лінійного зворотного зв'язку за вектором стану. Отримані та досліджені перехідні процеси при використанні для налагодження модального регулятора полінома Ньютона та полінома Баттерворта для системи 4-го порядку, з яких можна зробити висновок про використання в подальших дослідженнях другого поліному, який володіє меншою статичною помилкою.

ЛІТЕРАТУРА / ЛИТЕРАТУРА

1. Попович М. Г. Теорія автоматичного керування / М.Г. Попович, О.В. Ковальчук. – К: Либідь, 2007. – 656 с.
2. Мелешкин А. И. Модальный синтез регуляторов пониженного порядка / А. И. Мелешкин. – Новосибирск, 1999. – 76 с.
3. Панкратов В. В. Специальные разделы теории автоматического управления. Ч.1. Модальное управление и наблюдатели / В. В. Панкратов. – Новосибирск, 2011. – 187 с.
4. Модальное управление взаимосвязанными электроприводами с упругими звеньями и зазорами в кинематических передачах / В.А. Иванков, С.В. Тарарыкин, В.В. Тютиков, В. В. Красильникьянец. // Вестник ИГЭУ. – 2006. – №3. – С. 6–12.
5. Кочнев Н. В. Модальное управление нежесткими электромеханическими системами в металлургии [Електронний ресурс] / Н.В. Кочнев,

Т.Н. Кочнева // Современная техника и технологии. 2015. – 2015. – Режим доступа до ресурсу: <http://technology.snauka.ru/2015/04/6296>.

REFERENCES

1. Popovich M.G. The theory of automatic control / M.G. Popovich, O.V. Kovalchuk. - K: Libid, 2007. - 656 p.
2. Meleshkin A. I. Modal synthesis of low-order regulators / A. I. Meleshkin. - Novosibirsk, 1999. - 76 p.
3. Pankratov V.V. Special sections of the theory of automatic control. Part 1. Modal management and observers /V.V. Pankratov. -Novosibirsk, 2011.–187p.
4. Modal control of interconnected electric drives with elastic links and gaps in kinematic gears / V. A. Ivankov, S. V. Tararykin, V. V. Tyutikov, V. V. Krasilnikyanets. // Bulletin of the ISEU. - 2006. - №. 3. - P. 6–12.
5. Kochnev N. V. Modal control of non-rigid electromechanical systems in metallurgy [Electronic resource] / N. V. Kochnev, T. N. Kochneva // Modern equipment and technologies. 2015. - 2015. – Access mode to the resource: <http://technology.snauka.ru/2015/04/6296>.

Received 03.02.2020.
Accepted 10.02.2020.

Задача модального керування двомасової електромеханічної системи

Розглядається математична модель електромеханічної системи четвертого порядку при врахуванні доступності вимірів усіх змінних стану. Виконується розрахунок значень полюсів системи з модальним регулятором, отримані та досліджені графіки перехідних процесів для стандартних форм полінома Баттерворта та полінома Ньютона для четвертого порядку системи. Досліджуються перехідні процеси при використанні для налагодження модального регулятора полінома Ньютона та полінома Баттерворта для системи четвертого порядку, з рекомендаціями щодо подальшого використання в системі полінома Баттерворта, який дає меншу статичну помилку.

The task of modal control of a two-mass electromechanical system

In this paper, an example of a block diagram of a control system for an electromechanical two-mass object, taking into account the dynamics of the drive. The control of the system is based on such state variables as: angle of rotation; angular velocities of the first and second masses; elastic component of elastic moment. The system description is provided in the state space in vector-matrix form, which is suitable for further analysis and synthesis of the control system.

A mathematical model of the fourth-order electromechanical system was developed taking into account the availability of measurements of all state variables. The calculation of the values of the poles of the system with a modal controller is performed, and the transients are obtained and studied for the standard forms of the Butterworth polynomial and the Newton polynomial for the fourth order of the system.

Mathematically described control object in the form of a two-mass electromechanical system with adjustment of modal controller parameters in MATLAB program. Methods for obtaining linear feedback by state vector are investigated. Transitions were obtained and investigated when used for debugging a modal Newton polynomial controller and a Butterworth polynomial

for a fourth-order system, with recommendations for future use in a Butterworth polynomial system that produces less static error.

In the case of the Butterworth polynomial, the static error is 6% and in the Newton polynomial the error is 12%. The overregulation of the system in the Butterworth polynomial is significantly greater than in the Newton polynomial, respectively, the pulsation is also larger. An overregulation of less than 15% is acceptable for a given system.

The model of the two-mass electromechanical system, obtained in the paper, provides for the availability of measurements of all state variables, which in some cases is not possible. The obtained model of the electromechanical system is ready for further use in systems with state observers, where it is possible to restore variables that are unavailable for measurement with the exception of the installation of additional measuring sensors.

Степкин Василий Владимирович - доцент кафедры электротехники и электропривода Национальной металлургической академии Украины.

Кажан Владимир Евстафьевич - доцент кафедры электротехники и электропривода Национальной металлургической академии Украины.

Демьянов Роман Витальевич - студент группы АП01-15 электрометаллургического факультета Национальной металлургической академии Украины.

Гродецкий Владислав Русланович - студент группы АП01-15 электрометаллургического факультета Национальной металлургической академии Украины.

Стьопкін Василь Володимирович - доцент кафедри електротехніки та електропривода Національної металургійної академії України.

Кажан Володимир Євстафійович - доцент кафедри електротехніки та електропривода Національної металургійної академії України.

Дем'янов Роман Віталійович - студент групи АП01-15 електрометалургійного факультету Національної металургійної академії України.

Гродецький Владислав Русланович - студент групи АП01-15 електрометалургійного факультету Національної металургійної академії України.

Stopkin Vasyl - associate professor, department of electrical engineering and electric drive, National Metallurgical Academy of Ukraine.

Kazhan Vladimir - associate professor, department of electrical engineering and electric drive, National Metallurgical Academy of Ukraine.

Demyanov Roman - student of the group AP01-15 of the electrometallurgical faculty of the National Metallurgical Academy of Ukraine.

Grodetsky Vladislav - student of the group AP01-15 electrometallurgical faculty of the National Metallurgical Academy of Ukraine.