

М.О. Поляков, А.А. Ленюк, О.М. Поляков

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ НЕПОВНОГО ФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ НА ПРИКЛАДІ ДАНИХ ПРО ВІДНОСНУ ШВИДКІСТЬ СТАРІННЯ ЦЕЛЮЛОЗНОЇ ІЗОЛЯЦІЇ

Анотація. Проблемою використання результатів неповного факторного експерименту є обмежений діапазон та нерівномірний крок вимірювань за окремими змінними. Це знижує точність визначення значення шуканої функції. Метою дослідження є збільшення кількості значень шуканої функції за обмеженими експериментальними даними. Метод дослідження полягає у розробці методики інтерполяції та екстраполяції експериментальних даних з використанням функцій пакету Матлаб. Результатом дослідження є методика яка дозволяє створити рівномірну сітку опорних значень, заповнити її з необхідним кроком зміни змінних, екстраполювати дані на межі простору даних, де вплив даного аргументу на функцію дорівнює нулю, виділити внесок окремих аргументів у значення функції, синтезувати значення функції у нових вузлах опорної сітки значень. Наведено приклад застосування запропонованої методики для формування простору значень відносної швидкості старіння целюлозної ізоляції обмоток силового трансформатора як функції температури, вологості та доступу кисню, що дозволило, як мінімум у 4,5 рази, збільшити кількість даних порівняно з експериментальними даними.

Ключові слова: обробка даних експерименту, інтерполяція, екстраполяція, функції Матлаб, швидкість старіння ізоляції

Постановка проблеми. Поняття повного факторного експерименту сформувалось у зв'язку з розвитком теорії планування експериментів [1]. Це такий експеримент у якому усі фактори комбінуються на всіх можливих рівнях [2], що дозволяє отримати максимальну кількість інформації для побудови моделі. Якщо умова комбінування усіх факторів на всіх можливих рівнях не виконується, то ми маємо неповний факторний експеримент. Досить поширена ситуація, коли експерименти щодо визначення функції при всіх можливих поєднаннях значень її незалежних змінних не були проведені з технічних, економічних або інших причин. Але й у цій ситуації актуальним є завдання отримання додаткової інформації про об'єкт досліджень на базі даних неповного факторного експерименту. Очевидно ця проблема не має загального рішення. Для її вирішен-

ня потрібна методика урахування особливостей процесів, які протікають у об'єкті досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомі експерименти [3] щодо визначення відносної швидкості старіння целюлозної ізоляції обмоток силового трансформатора. Вони є пасивними, дуже коштовними та тривалими і тому не проведені у всьому робочому діапазоні поєднань температур, вологості і доступу кисню до ізоляції. Крок зміни вологості в експериментальних даних становить від 1,0 до 2,0%, крок зміни за температурою – 6°C. При зміні вологості на 2% та постійних значеннях інших параметрів відносна швидкість старіння змінюється у 2,5-3 рази [3]. Така невизначеність значення функції ускладнює її використання для прогнозування залишкового ресурсу ізоляції.

Для формування даних у точках між вузлами рідкої сітки опорних значень аргументів функції що досліджується використовують методи інтерполяції [4]. Ці методи реалізовані у функціях пакету Матлаб [5]. Але методи інтерполяції потребують певної кількості експериментальних даних, яких бракує. Так в стандарті [3] залежність відносної швидкості старіння целюлозної ізоляції при доступі кисню до ізоляції при різних температурах наведена тільки для одного значення вологості. Тому вплив кисню не можливо визначити в усьому інтервалі вологості якщо користуватись тільки експериментальними даними.

У зв'язку з розглянутою нижче методикою обробки даних експерименту, проаналізуємо відомі припущення щодо впливу окремих аргументів на функцію на прикладі відносної швидкості старіння целюлозної ізоляції.

У роботі [6] зазначено, що відносна швидкість старіння становить суму швидкостей старіння обумовлених процесами піролізу, гідролізу та окислення, визначальними факторами яких є, відповідно, температура, вологість, та доступ кисню. Передбачається, що перелічені процеси протікають незалежно і їх результатом є зменшення ступеня полімеризації целюлози. У роботі [7] відзначені такі властивості функції відносної швидкості старіння, як невід'ємність її значень, не зменшення зі зростанням значень хоча б одного аргументу. У роботі [7] зазначено також що для деяких параметрів в області визначення функції даного аргументу можуть бути точки або інтервали, в яких внесок даного аргументу в значення функції дорівнює нулю. Наприклад, є деяка функція від температури і вологості. Кожен параметр робить свій внесок у цю функцію. Але якщо вологість зменшується до нуля, то функція залежить від одного параметра – температури.

Об'єкт досліджень: процес аналізу результатів неповного факторного експерименту.

Мета роботи: є збільшення кількості значень шуканої функції за обмеженими експериментальними даними через урахування особливостей впливу окремих факторів на досліджувану функцію.

Основний матеріал дослідження. Для формалізації завдання введемо такі позначення:

$[x_{nmin}, x_{nmax}], n = 1, N$ - область визначення функції y ;

$P_n = \{x_{nm}\}, n = 1, N, m = 1, M$ - множина точок в яких потрібно визначити функцію y ;

P_{ne} – множина точок y в яких функція y визначена експериментально, $P_{ne} \dots P_n$;

Y_e – множина значень функції y , визначених експериментально.

Y – множина значень функції y , які визначені на множині P_n .

Таким чином, завдання роботи сформулюється наступним чином: за значеннями функції Y_e на множині P_{ne} визначити множину Y значень цієї функції в області її визначення $[x_{nmin}, x_{nmax}], n=1, N$ з необхідним кроком зміни аргументів.

Загалом це завдання немає рішення, або має безліч рішень. Тому розглянемо практично важливий окремий випадок з урахуванням наступних обмежень:

1. У всій області визначення функція та незалежні змінні набувають лише невід'ємних значень.

2. Вклади $y_n, n = 1, N$ незалежних змінних x_n у значення функції y додаються.

3. Зі зростанням значення n -ї ($n = 1, N$) незалежної змінної, при постійному значенні інших змінних, значення функції зростає.

4. Якщо $x_{nmin} = 0$, то вклад цієї змінної значення функції дорівнює нулю. Можливий також варіант, коли значення аргументу більше нуля, але вкладом цього параметра значення функції можна знехтувати. Наприклад, якщо оцінювати відносну швидкість старіння ізоляції за формулою [3]:

$$V = 2^{\frac{\theta - (273 + 98)}{6}},$$

то при температурі $\theta < (273+50)$ °К відносна швидкість старіння ізоляції $V < 1/256$ та нею можна знехтувати.

З урахуванням наведених вище обмежень, класифікуємо наявні та можливі експериментальні дані:

1. Значення всіх N аргументів не дорівнюють нулю та внесок y_n n -го аргументу ($n = 1, N$) у значення функції більше нуля. Тобто

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_N.$$

2. Значення всіх аргументів крім n -го дорівнюють нулю. Тоді у даній точці значення функції $y = y_n$.

3. Значення всіх аргументів крім n -го та m -го дорівнюють нулю. Тоді значення функції $y = y_n + y_m$. Для знаходження вкладу y_n екстраполюємо функцію у точку де $x_m = 0$. Тоді значення функції у цій точці $y = y_n$. Екстраполяція значень функції у на аргумент $x_m = 0$ проводилася за допомогою функції *interp2* пакета Матлаб для опорної сітки вузлів з рівномірним кроком, отриманої за допомогою функції пакета Матлаб *griddata* з методом 'cubic':

$$y_q = \text{interp2}(x_n, x_m, y, x_{nq}, x_{mq}, 'spline'),$$

де x_n, x_m , – опорна сітка вузлів для n -го та m -го аргументів; y – значення функції для опорної сітки вузлів за умови що вклади інших аргументів дорівнюють нулю; x_{nq}, x_{mq} – сітка вузлів запиту; 'spline' – метод функції *interp2*.

Застосування цих функцій потребує наявності хоча б трьох значень функції $y = f(x_n)$ при постійних значеннях інших аргументів.

4. Далі аналізуємо дані функції у для яких лише три аргументи мають не нульові значення, наприклад x_1, x_2 та x_3 . Але вклад двох з них (наприклад, вклад y_1 та y_2) у функцію у відомий. Звідки $y_3 = y - y_1 - y_2$.

5. Після визначення вкладів y_1, y_2, y_3 переходимо до визначення вкладу y_4 тощо до визначення вкладів всіх аргументів у функцію у.

Приклад аналізу даних неповного факторного експерименту. Функція у має три аргументу: x_1, x_2, x_3 . Область визначення функції у задано інтервалами: $x_1 = [80, 140]$ з кроком 6; $x_2 = [0, 4, 0]$ з трьома значеннями 0,5, 1,5 та 3,5; $x_3 = [0, 1]$ з двома значеннями: 0 (нема доступу кисню) та 1 (є доступ кисню).

Значення функції у експериментально визначено на комбінаціях аргументів x_1, x_2 та x_3 які наведено в табл. 1. Вони відповідають даним відносної швидкості старіння термічно покращеної паперової ізоляції (табл. А. 4 [3]).

Експериментально визначені значення функції y

$x_1, ^\circ\text{C}$	$x_3 = 0$			$x_3 = 1$
	$x_2 = 0,5, \%$	$x_2 = 1,5, \%$	$x_2 = 3,5, \%$	$x_2 = 0,5, \%$
80	0,10	0,19	0,38	0,79
86	0,16	0,31	0,63	1,25
92	0,26	0,50	1,00	1,97
98	0,42	0,78	1,59	3,05
104	0,65	1,22	2,48	4,66
110	1,00	1,88	3,81	7,02
116	1,52	2,84	5,78	10,45
122	2,27	4,26	8,66	15,36
128	3,36	6,30	12,82	22,32
134	4,91	9,22	18,74	32,07
140	7,11	13,33	27,12	45,60

На першому етапі аналізу отримано опорну сітку з рівномірним шагом:
 $[x_{1q} \ x_{2q}] = \text{meshgrid} \ (80 : 6 : 140, \ .5 : .5 : 3.5)$. На наступному етапі виконано інтерполяцію значень функції yq в вузлах цієї сітки:

$$yq = \text{griddata} \ (x_1, x_2, y, x_{1q}, x_{2q}, 'cubic') .$$

Далі, з метою екстраполяції значень функції yq на точки з $x_2=0$, створено розширену сітку запиту

$$[x_{1q1} \ x_{2q1}] = \text{meshgrid} \ (80 : 6 : 140, \ 0 : .5 : 4) .$$

В табл. 2 наведено результати екстраполяції функції yq_1 за допомогою функції Матлаб

$$yq_1 = \text{interp} \ 2 \ (x_{1q}, x_{2q}, yq, x_{1q1}, x_{2q1}, 'spline') .$$

Результати екстраполяції функції $uq1$

x_1	Значення функції $uq1$ при $x_3=0$ та x_2 що дорівнює								
	0 %	0,5 %	1,0 %	1,5 %	2,0 %	2,5 %	3,0 %	3,5 %	4,0 %
80	0,06	0,10	0,14	0,19	0,24	0,28	0,32	0,38	0,45
86	0,10	0,16	0,23	0,31	0,39	0,46	0,54	0,63	0,73
92	0,17	0,26	0,38	0,50	0,62	0,73	0,86	1,00	1,16
98	0,28	0,42	0,59	0,78	0,97	1,16	1,36	1,59	1,85
104	0,43	0,65	0,92	1,22	0,51	1,81	2,13	2,48	2,88
110	0,66	1,00	1,42	1,88	2,33	2,79	3,28	3,81	4,42
116	1,00	1,52	2,15	2,84	3,53	4,23	4,97	5,78	6,69
122	1,49	2,27	3,23	4,26	5,29	6,34	7,45	8,66	1,20
128	2,20	3,36	4,77	6,30	7,83	9,39	11,03	12,82	14,81
134	3,20	4,91	6,99	9,22	11,46	13,73	16,13	18,74	21,63
140	4,60	7,11	10,14	13,33	16,50	19,98	23,58	27,12	30,46

Для стовпчика $x_2 = 0 \%$, $x_3 = 0$ у табл. 2 значення функції $uq1$ є вкладом u_1 тільки фактору x_1 , а для інших стовпчиків – додатком ($u_1 + u_2$), то звідки визначимо вклад u_2 , який наведено в табл. 3.

Стовпчик $x_3=1$, $x_2=0,5 \%$ в табл.1 показує значення функції u , яке додає вклади аргументів x_1 , x_2 , x_3 . А стовпчик значень функції $uq1$ при $x_3=0$, $x_2=0,5 \%$ додає вклади аргументів x_1 , x_2 . Тобто різниця ($u - uq1$) дорівнює вкладу u_3 . Додавши вклад u_3 до значень табл. 2 отримаємо значення функції u при $x_3=1$ та різних комбінаціях x_1 , x_2 . Результаті розрахунків наведено в табл. 4.

Таким чином у результаті розрахунку за запропонованою методикою кількість значень функції збільшилось з 44 до 198.

Висновки. Основною проблемою використання експериментально заданих функцій є обмежена кількість даних. Ці табличні дані визначені не для всіх комбінацій аргументів функції.

Запропонована методика дозволяє отримати усі такі комбінації аргументів для певного класу функцій шляхом урахування особливостей їх поведінки на області значень функції, проведення інтерполяції та екстраполяції експериментальних даних, локалізації впливу окремих факторів з наступним їх додаванням. Функції Матлаб *meshgrid*, *griddata* та *interp2* дозволяють ефективно

виконувати операції інтерполяції та екстраполяції даних неповного факторного експерименту.

Таблиця 3

Вклад у2 у функцію уq1

x1	Вклад у2 при x3= 0 та x2 що дорівнює								
	0 %	0,5 %	1,0 %	1,5 %	2,0 %	2,5 %	3,0 %	3,5 %	4,0 %
80	0	0,04	0,08	0,13	0,17	0,22	0,26	0,32	0,39
86	0	0,06	0,13	0,21	0,29	0,36	0,44	0,53	0,63
92	0	0,9	0,21	0,33	0,45	0,56	0,69	0,83	0,99
98	0	0,14	0,31	0,50	0,69	0,88	1,08	1,31	1,57
104	0	0,22	0,49	0,79	1,08	1,38	1,70	2,05	2,44
110	0	0,34	0,76	1,22	1,67	2,13	2,61	3,15	3,75
116	0	0,52	1,15	1,84	2,52	3,22	3,96	4,78	5,69
122	0	0,78	1,73	2,77	3,80	4,85	5,96	7,17	8,52
128	0	1,16	2,58	4,10	5,63	7,19	8,83	10,62	12,61
134	0	1,71	3,79	6,02	8,26	10,54	12,94	15,54	18,44
140	0	2,51	5,54	8,73	11,90	15,38	18,98	22,52	25,86

Таблиця 4

Значення функції у при x3=1

x1	Значення функції у при x3= 1 та x2 що дорівнює								
	0 %	0,5 %	1,0 %	1,5 %	2,0 %	2,5 %	3,0 %	3,5 %	4,0 %
80	0,74	0,79	0,82	0,87	0,92	0,96	1,00	1,06	1,13
86	1,19	1,25	1,32	1,40	1,48	1,55	1,63	1,72	1,82
92	1,88	1,97	2,09	2,21	2,33	2,44	2,57	2,71	2,87
98	2,91	3,05	3,22	3,41	3,60	3,79	3,99	4,22	4,48
104	4,44	4,66	4,93	5,23	5,52	5,82	6,14	6,49	6,89
110	6,68	7,02	7,44	7,90	8,35	8,81	9,30	9,83	10,44
116	9,93	10,45	11,08	11,77	12,46	13,16	13,90	14,71	15,62
122	14,58	15,36	16,32	17,35	18,38	19,43	20,54	21,75	23,11
128	21,16	22,32	23,73	25,26	26,79	28,35	29,99	31,78	33,77
134	30,36	32,07	34,15	36,38	38,62	40,89	43,29	45,90	48,79
140	43,09	45,60	48,63	51,82	54,99	58,47	62,07	65,61	68,95

Проведене тестування запропонованої методики на прикладі функції трьох змінних яка описує за даними стандарту МЕК [3] залежність відносної швидкості старіння целюлозної ізоляції обмоток силового трансформатора від температури, вологості та доступу кисню.

Подальше дослідження передбачається проводити у бік урахування у методиці можливої взаємодії факторів які є аргументами функції.

ЛІТЕРАТУРА

1. Anderson M. J. Whitcomb P. J. DOE Simplified: Practical Tools for Effective Experimentation. Whitcomb. Productivity, Inc. Portland, Oregon, 2000. 236 p. <https://doi.org/10.1002/qre.376>
2. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments. 5th Edition, Wiley, 2000. 696 p.
3. IEC 60076-7 Edition 2.0 2018-01. Power transformers – Part 7: Loading guide for mineral-oil-immersed power transformers, 2018. 89 p.
4. Шелевицький І. В., Шутко М. О., Шутко В. М., Колганова О. О. Слайди в цифровій обробці даних і сигналів: монографія. Київ : НАУ, 2008. 23 с.
5. Lindfield, G., Penny, J. Numerical Methods: Using MATLAB 3rd Edition, Academic Press, 2012. 552 p.
6. Teymouri A., Vahidi B. Estimation of power transformer remaining life from activation energy and pre-exponential factor in the Arrhenius equation. Cellulose. 2019. no.26. pp. 9709–9720. doi: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10570-019-02746-w>.
7. Poliakov M., Vasylevskyi V., Poliakov O. Evaluation of the Relative Aging Rate of the Insulation of the Mineral-Oil-Immersed Power Transformer According to the Data of the IEC 60076–7 Standard. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2024. vol. 31, no. 1. pp. 102-110. <https://doi: 10.1109/TDEI.2023.3338582>.

REFERENCES

1. Anderson M. J. Whitcomb P. J. DOE Simplified: Practical Tools for Effective Experimentation. Whitcomb. Productivity, Inc. Portland, Oregon, 2000. 236 p. <https://doi.org/10.1002/qre.376>
2. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments. 5th Edition, Wiley, 2000. 696 p.
3. IEC 60076-7 Edition 2.0 2018-01. Power transformers – Part 7: Loading guide for mineral-oil-immersed power transformers, 2018. 89 p.

4. Shelevytskyi I. V., Shutko M. O., Shutko V. M., Kolganova O. O. Splines in digital data and signal processing: monograph. Kyiv: NAU, 2008. 232 p.
5. Lindfield, G., Penny, J. Numerical Methods: Using MATLAB 3rd Edition, Academic Press, 2012. 552 p.
6. Teymouri A., Vahidi B. Estimation of power transformer remaining life from activation energy and pre-exponential factor in the Arrhenius equation. Cellulose. 2019. no.26. pp. 9709–9720. doi: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10570-019-02746-w>.
7. Poliakov M., Vasylevskyi V., Poliakov O. Evaluation of the Relative Aging Rate of the Insulation of the Mineral-Oil-Immersed Power Transformer According to the Data of the IEC 60076–7 Standard. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2024. vol. 31, no. 1. pp. 102-110. <https://doi: 10.1109/TDEI.2023.3338582>.

Received 16.04.2024.

Accepted 18.04.2024.

***Analysis of the results of an incomplete factorial experiment using data
on the relative aging rate of cellulose insulation as an example***

The problem with the distortion of the results of an uneven factorial experiment is the limited range and uneven duration of variation among other variables. This reduces the accuracy of the calculated value of the function. The method of investigation is to increase the magnitude of the value of the sought function using experimental data. The research method involves the development of a technique for interpolation and extrapolation of experimental data using various functions in the Matlab package. The result of the investigation is a technique that allows you to create a uniform grid of reference values, fill them in at the required time, change them, extrapolate data between the data space, and then feed this argument into the function ϵ zero, see the insertion of additional arguments in the valued function, synthesize the valued functions in new nodes support grid value. The application of a standardized technique for molding the high value of liquid fluidity of the old cellulose insulation of power transformer windings as a function of temperature, moisture and access to acidity, which allowed at least 4.5 times, was introduced. increase the amount of data equal to the experiment.

Key words: experimental data processing, interpolation, extrapolation, Matlab functions, aging rate of insulation.

Поляков Михайло Олексійович – д. т. н., проф., професор кафедри «Електричні та електронні апарати», Національний Університет «Запорізька політехніка», Україна.

Ленок Анастасія Анатоліївна – старший викладач кафедри «Обробка металів тиском», Національний Університет «Запорізька політехніка», Україна.

Поляков Олексій Михайлович – студент кафедри «Інформаційні системи та технології», Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Poliakov Mykhailo Oleksiiovych – doctor of technical sciences, professor, professor of the Department of Electrical and Electronic Apparatuses, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

Lenok Anastasiya Anatoliivna – senior lecturer of the Department of Metal Forming, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

Oleksiy Mykhailovych – student department “Information systems and technology”, National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute".