DOI 10.34185/1562-9945-1-150-2024-08
УДК 519.8

Л.С. Коряшкіна, Д.Є. Лубенець

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТКОВО-ДВОЕТАПНИХ ПРОЦЕСІВ РОЗПОДІЛУ МАТЕРІАЛЬНИХ ПОТОКІВ

Анотація. Розглянуто частково двоетапний процес розподілу матеріальних потоків у логістичній системі, елементами якої є підприємства, що виробляють певну продукцію і здійснюють її збут або безпосередньо споживачам, або через розподільчі центри. При цьому передбачається, що попит на продукцію неперервно розподілений по всій території деякого регіону. Мета роботи забезпечення зниження транспортних та організаційних витрат, пов'язаних із збутом та зберіганням готової продукції, для мережі виробничих підприємств шляхом розроблення моделей і методів оптимізаційних задач, які дозволять визначати кількість, місткість і координати розміщення розподільчих центрів і проводити організацію логістичних процесів, раціонально розподіляючи транспортні та матеріальні потоки між усіма учасниками логістичного процесу. Актуальність роботи обумовлена створенням територіально розподілених багаторівневих компаній, які здійснюють повний цикл виробництва від заготівлі сирови ни з його комплексним використанням, випуском продукції до транспортування кінцевим споживачам через розподільчі центри.

Математичне забезпечення сформульованих задач розміщення розподілу розроблено з використанням основних положень теорії неперервних задач оптимального розбиття множин, теорії двоїстості, методів лінійного програмування транспортного типу, су часних алгоритмів недиференційованої оптимізації. Представлені моделі і алгоритми дозволяють вирішувати низку проблем стратегічного планування, що виникають у ви робничій, соціальній та економічній сферах діяльності.

Ключові слова: багатоетапні логістичні процеси, зонування територій, математична модель, задачі розміщення розподілу, системний аналіз, оптимізація.

Постановка проблеми. У сучасному світі ключову роль у забезпеченні ефективності та сталого розвитку різноманітних галузей відіграє логістика, яка визначається як діяльність з наскрізного управління матеріальними потоками, що включає управління процесом доведення потоку до виробництва, проходження потоку всередині виробництва, доведення готової продукції до споживача, як на трьох зазначених ділянках, так і усередині кожної з них. Останній

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

етап, причому не у відриві, а в глибокому системному взаємозв'язку з попередніми етапами, є предметом вивчення розподільчої логістики. Задачі оптимізації багатоетапних розподільчих процесів складають нині актуальний напрямок наукових досліджень в цій сфері, оскільки включають в себе комплексні процеси розподілу та розміщення ресурсів.

Розподільча логістика охоплює планування, контроль та управління транспортуванням, складуванням та іншими матеріальними та нематеріальними операціями, що здійснюються в процесі доведення готової продукції до споживача у відповідності з інтересами та вимогами останнього, а також передачі, зберігання та обробки відповідної інформації. Принципова відмінність розподільчої логістики від збуту та продажу полягає в системному взаємозв'язку розподільчих процесів з виробничими та закупівельними (у сенсі управління матеріальними потоками), системний взаємозв'язок усіх функцій усередині самого розподілу.

Склад задач розподільчої логістики на мікро- та макрорівнях різний. На рівні підприємства, тобто на мікрорівні, логістика ставить і вирішує конкретні завдання: планування процесу реалізації; організація отримання та обробки замовлення; вибір виду упаковки, організація виконання інших операцій, що безпосередньо передують відвантаженню; організація відвантаження продукції; доставка та контроль транспортування інше.

На макрорівні розподільча логістика вирішує питання про: вибір схеми розподілу матеріального потоку; визначення оптимальної кількості розподільчих центрів (складів) на території, що обслуговується; визначення оптимального місця розташування розподільчого центру (складу), ряд інших завдань, пов'язаних з управлінням процесом проходження матеріального потоку по території району, області, країни. Саме розв’язанню задач пошуку схеми оптимального розподілу продукції на шляху від виробника до споживача та ефективної організації транспортних перевезень між учасниками цього процесу присвячена дана робота.

Об'єкт дослідження – частково-двоетапний розподіл матеріальних потоків на стадії реалізації готової продукції.

Предмет дослідження – моделі та методи оптимального розміщення структурних елементів логістичних систем з частково-двоетапним розподілом матеріальних ресурсів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Наведемо огляд декількох наукових публікацій, який демонструє різноманітність підходів та методів, що застосовуються для розв'язання багатоетапних задач логістики. Від дискретних до неперервних моделей, від стохастичного програмування до динамічних підходів, ці дослідження вносять важливий внесок у розуміння та оптимізацію складних логістичних процесів.

В роботі [1] автори акцентують увагу на різних аспектах моделювання багатоетапних задач розміщення, включаючи вплив географічного положення, інфраструктури, доступності робочої сили та інших факторів на ефективність виробництва. Окремо зазначено проблему розмірності, що виникає при розв’язанні задач у дискретній постановці, коли кількість об’єктів, що розміщуються, є великою.

У дослідженні [2] розроблено математичний апарат для двоетапних задач оптимального розподілу множин з додатковими обмеженнями. Автори пропонують ітеративний алгоритм для розв'язання сформульованої задачі, що базується на використанні модифікації алгоритму Шора та методу потенціалів для розв'язання транспортної задачі.

В статті [3] розглядається багатоетапна стохастична задача, яка інтегрує невизначеність розвитку хвороби та розподіл ресурсів для контролю за спалахом інфекційної хвороби. Модель оптимізує розподіл центрів лікування та ресурсів, мінімізуючи загальну очікувану кількість нових інфікованих, враховуючи при цьому справедливість розподілу ресурсів.

Дослідження [4] пропонує багатоетапну, багатоперіодичну модель зворотної логістики з рішеннями щодо розмірів партій. Основні невизначені фактори включають кількість та якість повернень, попит. Використання методу моментів для генерації дискретного набору сценаріїв дозволяє представити оригінальний неперервний розподіл стохастичних параметрів.

Динамічний підхід щодо розміщення міських розподільчих центрів розглядається в роботі [5]. Автори пропонують метод, який перетворює багатоетапну динамічну задачу розміщення на задачу найкоротшого шляху в теорії графів, що дозволяє знайти оптимальну послідовність динамічного розміщення з найнижчою сукупною вартістю за весь планувальний період.

У роботі [6] проведено систематичний огляд літератури з управління операціями в сфері розумної логістики. Автори визначають прогалини в дослідженнях та пропонують напрями майбутніх досліджень у цій галузі.

Аналіз різних методів розв'язання задач багатоетапної оптимізації під невизначеністю проведено у статті [7]. Автори намагаються інтегрувати методи

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

в єдине ціле, що дозволяє більш комплексно підходити до прийняття послідовних рішень в умовах невизначеності.

Дана робота присвячена моделюванню частково-двоетапного розподілу матеріальних ресурсів в дворівневих логістичних системах. На відміну від задачі оптимального розбиття множин з додатковими зв’язками, які розроблено для час опису двоетапних евакуаційних процесів і представлено в роботі [8], тут розглядається процес розподілу матеріальних потоків у системі, структурними елементами якої є виробничі підприємства, які можуть збувати свою продукцію або безпосередньо, або через свої розподільчі центри (РЦ), оптимальна кількість і місткість яких має бути оцінена у процесі аналізу попиту на продукцію і вподобання щодо вибору способу його задоволення (безпосередньо від виробника або через РЦ) споживачів, які мешкають у певному регіоні.

Мета дослідження. Зниження транспортних та організаційних витрат, пов’язаних із збутом та зберіганням готової продукції, для мережі виробничих підприємств шляхом розроблення моделей і методів оптимізаційних задач, які дозволять визначати кількість, місткість і координати розміщення розподільчих центрів і проводити організацію логістичних процесів, раціонально розподіляючи транспортні та матеріальні потоки.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо мережу виробничих підприємств, які випускають один і той самий продукт, попит на який неперервно розподілений на заданій території . Частина споживачів має можливість і віддає перевагу закупати продукт безпосередньо у виробника, решта користується послугами найближчого розподільчого центру. Задача полягає в розміщенні певної кількості розподільчих центрів на території регіону і визначенні матеріальних потоків в ланцюжках типу «виробник – споживач» та «виробник – розподільчий центр – споживач» так, аби мінімізувати загальні транспортні і виробничі витрати усіх учасників розподільчого процесу.

Відповідно до термінології, прийнятої в логістиці щодо визначення рівня каналів розподілу в ланцюжках поставок, будемо називати виробників центрами нульового рівня, а розподільчі центри – центрами першого рівня.

Для побудови математичної моделі будемо використовувати такі позначення: Ω – територія регіону, задана географічними координатами границь; $\hat{\Omega} \subseteq \Omega$ – територія, де можуть бути розміщені центри першого рівня; $\rho(x)$ – функція, що описує попит на продукцію в точці x множини Ω (визначається шляхом маркетингових досліджень населенню), один./м^2; $\mu(x)$ – безрозмірна функція, яка приймає значення від 0 до 1 і задає частку населення, яка задовольняє свої потреби у продукції, закуповуючи її у виробника і самостійно транспортуючи; N – кількість центрів першого рівня; M – кількість центрів нульового рівня; S – загальний попит на продукцію на заданій території Ω, од.; $\tau_i^r = (\tau_i^{(1)r}, \tau_i^{(2)r})$ – координати i-го центру r-го рівня; b_i^r– потужність\місткість i-го центру r-го рівня, $r = 0, I$, од.; $c_i^I(x, \tau_i^I)$ – вартість транспортування продукції від i-го центру I-го рівня до точки $x \in \Omega$, грн./од.; $c_{ij}^0(x, \tau_j^0)$ – транспортні витрати на доставку продукції від центру τ_j^0 в точку $x \in \Omega_i$, де Ω_i – територія, яка охоплює найближчих до τ_i^I споживачів; $c_{ij}\,(\tau_i^I, \tau_j^{II})$ – вартість перевезення продукції від центру τ_j^0 до центру τ_i^I, грн./од.; a_i^I– вартість зберігання продукції на складах центру τ_i^I, розрахована на одну одиницю попиту, грн/од.; Ω_i– зона відповідальності центру τ_i^I; Ω_{ij} – територія, закріплена за центром τ_i^I, з якої споживачі можуть задовольняти свій попит безпосередньо за рахунок центру τ_j^0, так що $\bigcup_{j=1}^M \Omega_{ij} = \Omega,\ mes(\Omega_{is} \cap \Omega_{ij}) = 0,\ \ s \neq j,\ s,j = \overline{1,M};\ \ \nu_{ij},\ \ i = \overline{1,N};\ j = \overline{1,M}$– кількість продукції, яка транспортується від τ_j^0 до τ_i^I, од.

Задля оцінки місткості центрів першого рівня τ_i^I потрібно визначити зону їх обслуговування Ω_i, , $i = 1,2,\ldots,N$, які складають розбиття Ω і, у свою чергу, розбиваються на зони $\Omega_{i1}, \Omega_{i2}, \ldots, \Omega_{iM}$, з яких деякі споживачі самостійно закуповують продукцію у відповідних центрах $\tau_1^0, \tau_2^0, \ldots, \tau_M^0$.

Нехай Σ_Ω^N – клас всіх можливих розбиттів $\bar{\omega} = \{\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_N\}$ множини Ω на N підмножин, а для кожного $i = 1,2,\ldots,N$ клас $\Sigma_{\Omega_i}^M$ – клас всіх можливих розбиттів множини Ω_i на M підмножин:

$$\Sigma_{\Omega_i}^M = \left\{\bar{\varsigma}_i = \{\Omega_{i1}, \ldots, \Omega_{iM}\}: \bigcup_{j=1}^M \Omega_{ij} = \Omega_i,\ mes(\Omega_{is} \cap \Omega_{ij}) = 0,\quad s \neq j,\ s,j = \overline{1,M}\right\}$$

Тоді

$$\Sigma_\Omega^{NM} = \left\{\bar{\varsigma} = \{\bar{\varsigma}_1, \ldots, \bar{\varsigma}_N\}: \bar{\varsigma}_i \in \Sigma_{\Omega_i}^M, i = \overline{1,N},\ \bigcup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega,\ mes(\Omega_i \cap \Omega_q) = 0,\ i \neq q;\ i,q = \overline{1,N}\right\}$$

визначає клас всіх можливих розбиттів Ω на NM підмножин.

Задача: потрібно знайти таке розбиття $\bar{\varsigma} = \{\bar{\varsigma}_1, \bar{\varsigma}_2, \ldots, \bar{\varsigma}_N\}$ множини Ω на NM підмножин і визначити такі $\tau^I = (\tau_1^I, \ldots, \tau_N^I)$, $\nu = \{\nu_{11}, \ldots, \nu_{ij}, \ldots, \nu_{NM}\}$ та $V\_Num = \{V\_Num_{ijk}\}, i = \overline{1,N}, i = \overline{1,N}, k = \overline{1,K}$, за яких

$$F(\bar{\varsigma}, \tau^I, \nu, V\_Num\,) \to min, \tag{1}$$

$$F(\bar{\varsigma}, \tau^I, \nu, V_{Num}) = \beta_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \int_{\Omega_{ij}} (c_i^I(x, \tau_i^I) + a_i^I)\,(1 - \mu(x))\rho(x)dx +$$

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

$$+\beta_2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} c_{ij}^0(\tau_i^I, \tau_j^0) v_{ij} + \beta_3 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \int_{\Omega_{ij}} (c_{ij}^0(x, \tau_j^0) + a_j^0)\, \mu(x)\rho(x)dx,$$

і виконуються обмеження

$$\int_{\Omega_i} (1 - \mu(x))\rho(x)dx = \sum_{j=1}^{M} v_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \int_{\Omega_{ij}} \mu(x)\rho(x)dx + v_{ij} = b_j^0, \quad j = \overline{1, M}, \tag{3}$$

$$\bar{\varsigma} \in \Sigma_{\Omega}^{NM}, \ v \in R_{NM}^{+}, \ \tau^I \in \hat{\Omega}^N, \tag{4}$$

де $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0, \ \beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 \neq 0$ – задані коефіцієнти, які визначають пріоритет доданків; Σ_{Ω}^{NM} – клас всіх можливих розбиттів множини Ω на NM підмножин; $\bar{\varsigma}$ – елемент класу Σ_{Ω}^{NM}; R_{NM}^{+}– NM-вимірний простір невід'ємних дійсних чисел.

В функціоналі перший і третій доданки враховують витрати на транспортування безпосередньо до споживачів, відвантаження та зберігання продукції для центрів τ_i^I та τ_j^0 відповідно; другий доданок описує транспортні витрати, пов'язані з доставкою продукції від τ_j^0 до τ_i^I. Умови (2) і (3) означають, що весь попит має бути задоволений у повному обсязі; (4) – умови допустимості шуканих величин.

Початкова інформація про структуру логістичної системи і попит на продукцію обумовлює різні варіанти задачі (1) – (4), наприклад: з фіксованими центрами першого рівня, з обмеженнями на їх потужності і без таких умов. Можна припустити, що РЦ взагалі непотрібні. Тоді моделлю буде звичайна неперервна задача оптимального розбиття множин [10].

Задача (1) – (4) передбачає необов'язкове використання проміжних центрів в багатоетапній транспортно-логістичній мережі, а тому є розширенням класу неперервних задач оптимального розбиття множин з додатковими зв'язками [2].

Виокремимо випадок задачі (1) - (4), коли можна здійснити декомпозицію задачі, тобто розбити її на декілька послідовних задач. Така ситуація можлива за припущення про те, що споживач, який безпосередньо закуповує товар у виробника, надає перевагу тому з них, який забезпечує мінімальні витрати на транспортування і відвантаження. Тоді задача може бути розв'язана у 2 етапи:

1. Вся територія розбивається на M зон, кожна з яких закріплюється за центром 0-го рівня. З них здійснюється транспортування продукції власно споживачами. Відповідно до оптимального розбиття території обчислюються потоки, які виходять з центрів 0-го рівня. Звісно, їх обсяги не можуть перевищувати потужність центрів.

2. Визначається кількість ресурсу, який може бути додатково прийнятий центром першого рівня, знаходимо місця їх розташування (якщо вони невідомі заздалегідь) і розбиваємо територію на N зон для збору продукту в центрах першого рівня і подальшого розподілу і відправки до споживачів.

Запишемо математичні постановки вказаних задач.

Задача 1. Знайти таке розбиття $\bar{w}_* = \{\bar{\Omega}_{*1}, \bar{\Omega}_{*2}, \dots, \bar{\Omega}_{*M}\}$ множини Ω на M підмножин, за яких

$$F_1(\bar{w}) \to min,$$

$$F_1(\bar{w}) = \sum_{j=1}^{M} \int_{\bar{\Omega}_j} c_j^0(x, \tau_j^0)\, \mu(x)\rho(x)dx;$$

$$\int_{\bar{\Omega}_j} \mu(x)\rho(x)dx \le b_j^0, \quad j = \overline{1, M},$$

$$\bar{w} \in \Sigma_{\Omega}^{M}.$$

За оптимальним розв'язком задачі 1 розраховуємо невикористану потужність центрів 2-го рівня:

$$\hat{b}_j^0 = b_j^0 - \int_{\bar{\Omega}_{*j}} \mu(x)\rho(x)dx, \quad j = \overline{1, M},$$

і формулюємо наступну задачу.

Задача 2. Потрібно визначити такі $\tau_1^I, \dots, \tau_N^I$, знайти таке розбиття $\bar{\omega} = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N\}$ множини Ω на N підмножин і величини $\nu = \{\nu_{11}, \dots, \nu_{ij}, \dots, \nu_{NM}\}, i = \overline{1, N}, i = \overline{1, N}$, за яких

$$F_2(\bar{\omega}, \tau^I, \nu) \to min,$$

$$F_2(\bar{\omega}, \tau^I, \nu) = \beta_1 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \int_{\Omega_i} (c_i^I(x, \tau_i) + a_i^I)\left(1 - \mu(x)\right)\rho(x)dx +$$

$$+\beta_2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} c_{ij}^0\left(\tau_i^I, \tau_j^0\right) \cdot \nu_{ij};$$

$$\int_{\Omega_i} \left(1 - \mu(x)\right)\rho(x)dx = \sum_{j=1}^{M} \nu_{ij}, \quad i = \overline{1, N},$$

$$\sum_{i=1}^{N} \nu_{ij} = \hat{b}_j^0, \quad j = \overline{1, M},$$

$$\bar{\omega} \in \Sigma_{\Omega}^{N}, \quad \nu \in R_{NM}^{+}, \quad \tau^I \in \hat{\Omega}^N.$$

Необхідними і достатніми умовами розв'язності вихідної задачі, а також задач 1 і 2, є наступне співвідношення:

$$\int_{\Omega} \rho(x)dx = \sum_{j=1}^{M} b_j^{II}.$$

Якщо умова не виконується, то, можна ввести або фіктивний центр 0-го рівня, або розширити множину, що розбивається, до певної зваженої площі, за аналогією переходу від відкритої до закритої моделі транспортної задачі.

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

Задача 1 є класичною неперервною задачею оптимального розбиття множин з обмеженнями на потужності центрів, для її розв'язання використовуємо відповідний метод з [10]. Математичне забезпечення двоетапних задач розміщення-розподілу типу задачі 2 розроблено з використанням основних положень теорії неперервних лінійних задач оптимального розбиття множин, теорії двоїстості, а також методів розв'язання задач лінійного програмування транспортного типу. В роботі [2] показано, що формулювання багатоетапної транспортно-логістичної задачі у вигляді задачі нескінченновимірної оптимізації доцільно, коли кількість споживачів дуже велика. Застосування розробленого у вищезазначеній роботі математичного апарату дає можливість знайти оптимальний розв'язок двоетапної задачі розміщення-розподілу в аналітичному вигляді, який містить параметри, що є розв'язком допоміжної оптимізаційної задачі з негладкою цільовою функцією декількох змінних. Ітераційний алгоритм розв'язання задачі 2 розроблено на основі інтеграції r-алгоритму Н.З. Шора та методу потенціалів.

Алгоритми розв'язання вихідної задачі за умови можливості її декомпозиції програмно реалізовані в середовищі Visual Studio 2022 на мові C#. Продемонструємо роботу алгоритмів на модельних задачах.

Підготовчий етап обробки електронних карт полягає у видаленні з карти місць, що не належать території регіону за допомогою графічного редактора. Далі вводиться прямокутна система координат, обравши початок відліку і масштабну одиницю так, аби регіон, що розглядається, повністю містився в прямокутнику $\Pi = \{(x_1, x_2)\colon\ 0 \le x_1 \le 12;\ \ 0 \le x_2 \le 12\}$. Область Ω, яка має бути поділена на зони відповідальності центрів першого рівня, на всіх рисунках далі виділена яскравими кольорами.

Чисельна реалізація алгоритмів передбачає дискретизацію заданої області. Для обчислення кратних інтегралів застосовується кубатурна формула трапецій. Обчислювальні експерименти були проведені за наступних значень похибки та параметрів $r(\alpha)$-алгоритму: $\alpha = 3,\ \ \varepsilon = 0.0001$.

В усіх наведених нижче модельних прикладах вважається, що центри обох рівнів задані; сумарні потужності підприємств нульового рівня становлять одну умовну одиницю; сумарний попит на території, що розглядається, також дорівнює 1 ум. од. Для обчислення функцій $c_i^I(x, \tau_i)$ та $c_{ij}^0(\tau_i, \tau_j)$ використовується метрика Мінковського $c(x, y) = ((x_1 - y_1)^p + (x_2 - y_2)^p)^{1/p}$ з конкретним параметром p. Функція $\rho(x) = 1$, $\mu(x) = 1/3$ для всіх точок області

Ω, що означає рівномірний попит на продукцію і переваги (можливості) споживачів щодо способу його задоволення, $\beta_1 = \beta_2 = \beta_2 = 0.5$.

Модельна задача 1.

Вихідні дані: $N = 5$, $M = 4$; τ_1^I= (6.336; 3.234), τ_2^I = (7.634; 3.124), τ_3^I = (9.482; 3.806), τ_4^I = (9.394; 4.928), τ_5^I = (8.404; 4.466); τ_1^0= (2.681; 3.432), τ_2^0= (1.672; 5.676), τ_3^0 = (5.556; 5.302), τ_4^0 = (10.12; 4.224); b^0 = (0.281; 0.082; 0.407; 0.228).

Для функцій $c_i^I(x, \tau_i)$ та $c_{ij}^0(\tau_i, \tau_j)$ параметр метрики Мінковського $p = 1$ та $p = 2$ відповідно, $a_i^I = 0$, $i = \overline{1,5}$; $a_j^0 = 0$, $j = \overline{1,4}$;

На рис. 1 представлено оптимальне розбиття території Ω. При цьому праворуч зазначено відповідність кольору зони центрів [i, j] = (τ_i^I, τ_j^0), що її обслуговують. А саме, та частина населення, яка воліє закуповувати самостійно продукції у виробника, користується послугами центру τ_j^0. Перший індекс i у позначці означає, що споживачі зони відповідного кольору скористаються послугами розподільчого центру τ_i^I.

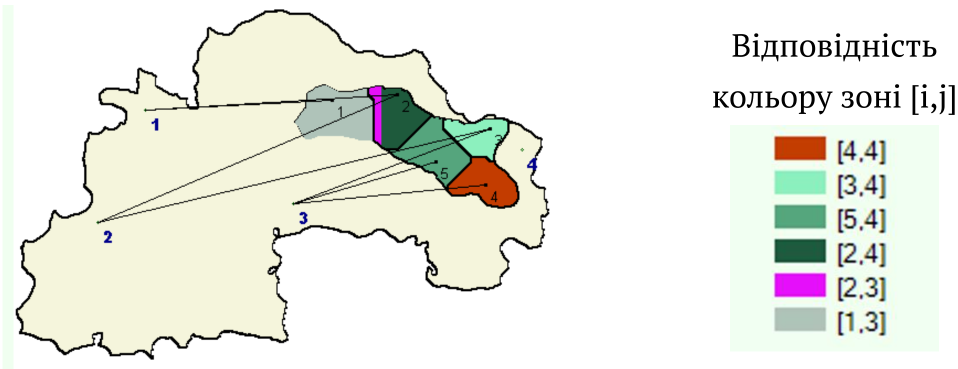

Рисунок 1 – Оптимальне розбиття території та схема перевозок ресурсу між центрами першого та нульового рівнів у задачі модельній задачі 1

Значення цільового функціоналу 7.48703. Умовна кількість проданого продукту центрами першого рівня при цьому склала з точністю 0.001: b^I = (0.173; 0.133; 0.092; 0.118; 0.148). На рис.1 також зазначені істотні зв'язки між центрами нульового та першого рівнів. Кількісна величина продукту, що прямує від центрів нульового рівня до центрів першого рівня отримана наступна: $v_{11} = 0.1731, v_{21} = 0.1045$,
$v_{22} = 0.029,\ v_{32} = 0.056,\ v_{33} = 0.036,\ v_{43} = 0.118,\ v_{55} = 0.1486,$ решта $v_{ij} = 0$. Про коректність роботи алгоритмів свідчить сума цих величин, яка дорівнює 0.667 (дві третини від усього попиту, розподіленого на території).

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

Модельна задача 2.

Вихідні дані: $N = 4,\ M = 7$; τ_1^I= (5.918; 3.718), τ_2^I = (9.46; 3.85, τ_3^I = (8.646; 4.818), τ_4^I = (7.942; 2.508); τ_1^0= (5.83; 1.936), τ_2^0= (2.618; 3.586), τ_3^0 = (4.312; 2.684), τ_4^0 = (10.01; 4.356), τ_5^0 = (9.284; 6.292), τ_6^0 = (6.864; 4.95), τ_7^0 = (4.334; 5.478); b^0 = (0.086; 0.249; 0.201; 0.112; 0.055; 0.077; 0.217). Для функцій $c_i^I(x, \tau_i)$ та $c_{ij}^0(\tau_i, \tau_j)$ параметр метрики Мінковського $p = 1$ та $p = 1$ відповідно, $a_i^I = 0,\ i = \overline{1,4};\ a_j^0 = 0,\ j = \overline{1,7}$.

На рис. 2 представлено оптимальне розбиття території Ω і вказано зв’язки центрів першого та нульового етапів. Умовна кількість вивезеного продукту з центрів першого рівня при цьому склала з точністю 0.001: b^I = (0.206; 0.145; 0.203; 0.11). Значення цільового функціоналу 9.44497. Кількісні величини істотних зв’язків між центрами нульового та першого рівнів отримані такими: $v_{12} = 0.0851, v_{13} = 0.1215$,
$v_{25} = 0.0339, v_{22} = 0.1117, v_{37} = 0.176, v_{35} = 0.0278, v_{41} = 0.0669, v_{43} = 0.0439$, решта $v_{ij} = 0$.

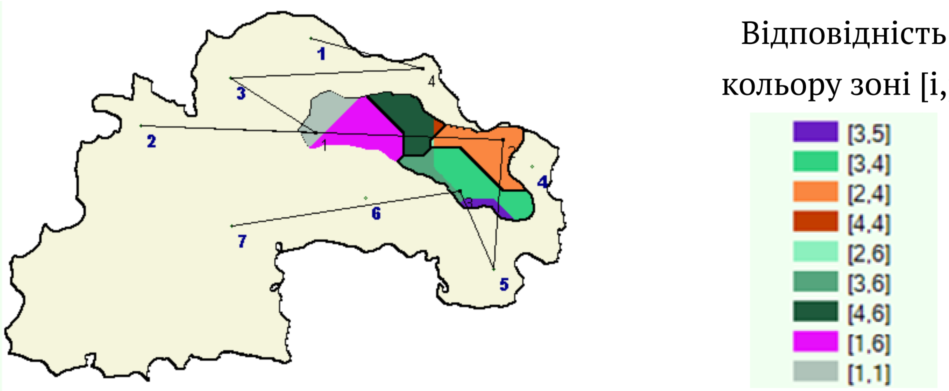

Рисунок 2 – Оптимальне розбиття території і схема перевозок ресурсу між центрами першого та нульового етапів модельній задачі 2

Задача 3.

Вихідні дані: $N = 3,\ M = 6$; τ_1^I= (7.392; 3.124), τ_2^I = (7.766; 4.18, τ_3^I = (9.438; 3.938); τ_1^0= (5.852; 1.738), τ_2^0= (4.444; 3.102), τ_3^0 = (2.948; 4.62), τ_4^0 = (10.23; 5.698), τ_5^0 = (8.844; 6.67), τ_6^0 = (6.006; 5.412); b^0 = (0.211; 0.058; 0.127; 0.176; 0.238; 0.188); $p = 2$ та $p = 1$ відповідно для $c_i^I(x, \tau_i)$ та $c_{ij}^0(\tau_i, \tau_j)$, $a_i^I = 0,\ i = \overline{1,3};\ a_j^0 = 0,\ j = \overline{1,6}$.

На рис. 3 представлено оптимальне розбиття території Ω і вказано зв’язки центрів першого та нульового етапів; решта отриманих величин: b^I = (0.225;

0.208; 0.232); значення цільового функціоналу 15.28643;
$v_{11} = 0.1434, v_{12} = 0.0438,$
$v_{13} = 0.0379, v_{23} = 0.0892, v_{34} = 0.028, v_{25} = 0.0242, v_{35} = 0.2048,, v_{26} = 0.0955,$
інші $v_{ij} = 0$

Висновки та перспективи подальших досліджень. Представлена математична модель частково-двоетапного процесу розподілу матеріальних потоків у транспортно-логістичній системі, структурними елементами якої є виробничі підприємства, що здійснюють виробництво одного й того самого продукту і реалізують його або безпосередньо, або через розподільчі центри. При цьому передбачається, що попит на продукції розподілений неперервно на деякій території.

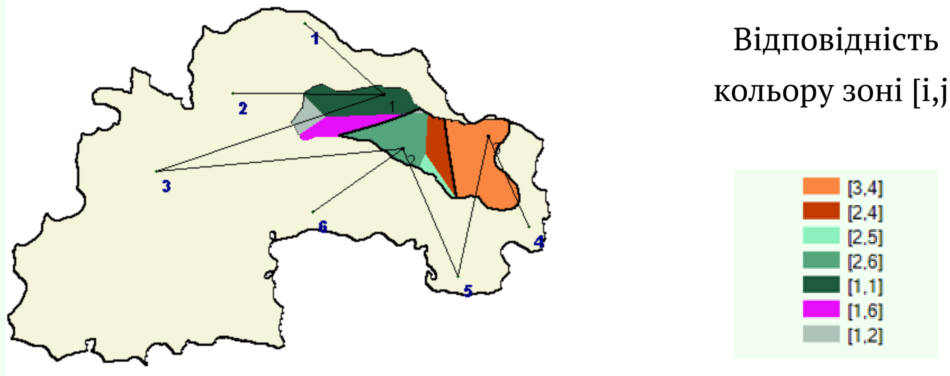

Рисунок 3 – Оптимальне розбиття території і схема перевозок продукту між центрами першого та нульового етапів модельній задачі 3

Реалізовано метод розв’язання окремого випадку побудованої моделі, коли вона зводиться до двох послідовних оптимізаційних задач: класичної неперервної задачі оптимального розбиття множин з обмеженнями і двоетапної задачі розміщення розподілу. Реалізація моделі забезпечує зниження транспортних та організаційних витрат на збут та зберігання готової продукції на всіх етапах логістичного процесу, дозволяють вирішувати низку проблем стратегічного планування у виробничій, соціальній та економічній сферах діяльності.

Подальші дослідження пов’язані з розробкою і теоретичним обґрунтуванням методу розв’язання сформульованої задачі з розміщенням центрів, і розробка програмного забезпечення вирішення таких завдань із залученням ГІС-технологій.

Роботу виконано у рамках державної бюджетної тематики за номером 0123U100011.

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

ЛІТЕРАТУРА

1. Сергєєв, О., Ус, С. (2023). Аналіз сучасних підходів до розв'язання дискретних та неперервних багатоетапних задач розміщення. Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security, 2, 59–70, doi: https://doi.org/10.32782/IT/2023-2-7

2. Us, S. A., Koriashkina, L. S., & Stanina, O. D. (2019). An optimal two-stage allocation of material flows in a transport-logistic system with continuously distributed resource. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 1, 256–271. https://doi.org/10.15588/1607-3274-2019-1-24

3. Yin, X., Büyüktahtakın, İ.E. (2021). A multi-stage stochastic programming approach to epidemic resource allocation with equity considerations. *Health Care Manag Sci*, 24, 597–622. https://doi.org/10.1007/s10729-021-09559-z

4. Azizi, V., Hu, G.A. (2021). Multi-Stage Stochastic Programming Model for the Multi-Echelon Multi-Period Reverse Logistics Problem. *Sustainability*, 13. https://doi.org/10.3390/su132413596

5. Yan, L., Grifoll, M., Feng, H., Zheng, P., Zhou, C. (2022). Optimization of Urban Distribution Centres: A Multi-Stage Dynamic Location Approach. *Sustainability*,14, 4135. https://doi.org/10.3390/su14074135

6. Feng, B., Ye, Q. (2021). Operations management of smart logistics: A literature review and future research. *Front. Eng. Manag.*, 8, 344–355. https://doi.org/10.1007/s42524-021-0156-2

7. Bakker, H., Dunke, F., Nickel, S. (2020). A structuring review on multi-stage optimization under uncertainty: Aligning concepts from theory and practice. *Omega*, Vol. 96. https://doi.org/10.1016/j.omega.2019.06.006

8. Дзюба, С., Коряшкіна, Л., Станіна, О., Лубенець, Д. (2023). Математичні моделі оптимізаційних задач частково-двоетапної евакуації населення із зонуванням постраждалої території. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 3, 13–21, doi: https://doi.org/10.32782/IT/2023-3-2.

9. Koriashkina, L., Us, S., Odnovol, M., Stanina, O., Dziuba, S. (2024). Two-stage problems of optimal location and distribution of the humanitarian logistics system's structural subdivisions. *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*, 1.

10. Kiseleva, E.M., Koriashkina, L.S. (2015). Theory of continuous optimal set partitioning problems as a universal mathematical formalism for constructing Voronoi diagrams and their generalizations. II. Algorithms for constructing Voronoi diagrams

based on the theory of optimal set partitioning. *Cybernetics and Systems Analysis*, 51(4), 489-499. https://doi.org/10.1007/s10559-015-9740-y

REFERENCES

1. Serhieiev, O., Us, S. (2023). Analysis of modern approaches to solving discrete and continuous multi-stage allocation problems. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 2, 59–70, doi: https://doi.org/10.32782/IT/2023-2-7.
2. Us, S. A., Koriashkina, L. S., Stanina, O. D. (2019). An optimal two-stage allocation of material flows in a transport-logistic system with continuously distributed resource. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 1, 256–271, https://doi.org/10.15588/1607-3274-2019-1-24
3. Yin, X. A multi-stage stochastic programming approach to epidemic resource allocation with equity considerations / Yin, X., Büyüktahtakın, İ.E. // Health Care Manag Sci, 2021, 24, 597–622, https://doi.org/10.1007/s10729-021-09559-z
4. Azizi, V., Hu, G.A. (2021). Multi-Stage Stochastic Programming Model for the Multi-Echelon Multi-Period Reverse Logistics Problem. *Sustainability*, 13, https://doi.org/10.3390/su132413596
5. Yan, L., Grifoll, M., Feng, H., Zheng, P., Zhou, C. (2022). Optimization of Urban Distribution Centres: A Multi-Stage Dynamic Location Approach. *Sustainability*,14, 4135, https://doi.org/10.3390/su14074135
6. Feng, B., Ye, Q. (2021). Operations management of smart logistics: A literature review and future research. *Front. Eng. Manag.*, 8, 344–355, https://doi.org/10.1007/s42524-021-0156-2
7. Bakker, H., Dunke, F., Nickel, S. (2020). A structuring review on multi-stage optimization under uncertainty: Aligning concepts from theory and practice. *Omega*, 96, https://doi.org/10.1016/j.omega.2019.06.006
8. Dziuba, S., Koriashkina, L., Stanina, O., Lubenets, D. (2023). Mathematical models of optimization problems of partially two-stage population evacuation with territory segmentation. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 3, 13–21, doi: https://doi.org/10.32782/IT/2023-3-2
9. Koriashkina, L., Us, S., Odnovol, M., Stanina, O., Dziuba, S. (2024). Two-stage problems of optimal location and distribution of the humanitarian logistics system's structural subdivisions. *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*, 1.
10. Kiseleva, E.M., Koriashkina, L.S. (2015). Theory of continuous optimal set partitioning problems as a universal mathematical formalism for constructing Voronoi diagrams and their generalizations. II. Algorithms for constructing Voronoi diagrams

ISSN 1562-9945 (Print)
ISSN 2707-7977 (Online)

based on the theory of optimal set partitioning. *Cybernetics and Systems Analysis*, 51(4), 489-499. https://doi.org/10.1007/s10559-015-9740-y

Received 10.01.2024.
Accepted 15.01.2024.

Systems analysis and mathematical modeling of partially two-stage processes of material flow distribution

The partially two-stage process of material flow distribution in a logistics system is considered, which consists of enterprises that produce certain products and sell them directly to consumers or through distribution centers. It is assumed that the demand for products is continuously distributed throughout the territory of a certain region. The purpose of the work is to reduce transportation and organizational costs associated with the sale and storage of finished products for a network of production enterprises by developing models and methods of optimization tasks that allow determining the quantity, capacity, and coordinates of distribution centers and organizing logistics processes, rationally distributing transportation and material flows among all participants in the logistics process. The relevance of the work is due to the creation of territorially distributed multi-level companies that carry out the entire production cycle from raw material procurement with its comprehensive use, production of products to transportation to end consumers through distribution centers. The mathematical support of the formulated placement-distribution tasks is developed using the basic provisions of the theory of continuous problems of optimal subset division with the placement of subset centers, duality theory, linear programming methods of the transport type, modern algorithms of non-differentiable optimization. The presented models and algorithms allow solving a whole range of strategic planning problems that arise in the production, social, and economic spheres of activity.

Key words: multi-stage logistics processes, area zoning, mathematical model, location-allocation problems, system analysis, optimization.

Коряшкіна Лариса Сергіївна – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри системного аналізу і управління, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Україна.

Лубенець Данило Євгенович – аспірант кафедри системного аналізу і управління, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Україна.

Koriashkina Larysa Sergiyivna – Candidate of Physics and Mathematics Science, Associate Professor of the Department of System Analysis and Control, Dnipro University of Technology, Ukraine.

Lubenets Danylo Yevgenovych – Graduate Student of Department of System Analysis and Control, Dnipro University of Technology, Ukraine.