DOI: 10.34185/1991-7848.2021.01.10
УДК 681.3.012:621.1

Д.М. Мороз [10]

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАКСИМАЛЬНО ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СТРУКТУР АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ЗАДАЧ

В данной работе на примере решения тепловых задач математической физики показана возможность создания максимально параллельной формы вычислительных алгоритмов решения тепловых задач и их отображение на архитектуру многопроцессорных систем. Показано, что эффективным средством исследования задач тепло- и массообмена в металлургическом производстве можно считать применение технологий параллельных вычислений на распределенных системах кластерного типа, которые имеют сравнительно небольшую стоимость и достаточно легко масштабируются как по количеству процессоров, так и по объему оперативной памяти. Распараллеливание систем трехдиагональной структуры реализовывалось численно-аналитическим подходом, что предопределило их максимально параллельную алгоритмическую форму. Такой подход способствует минимально возможное время реализации разработанного алгоритма на параллельных вычислительных системах. Кроме этого, во время параллельных вычислений арифметических выражений, в разработанном алгоритме погрешность выходных данных отделяется от операций округления. Такой подход способствует минимально возможное время реализации разработанного алгоритма на параллельных вычислительных системах.

Ключевые слова: тепловые задачи, параллельные вычисления, многопроцессорная система, параллельный алгоритм, метод прямых.

Постановка проблемы

Практика последних лет показывает, что ни интенсификация процессов горно-металургического производства, ни конструктивное усовершенствование соответствующего оборудования невозможны без изучения и анализа тепло- и массообмена методами математического моделирования. Математическое моделирование базируется на использовании вычислительной техники. Его значимость возрастает в связи с тем, что современная наука и техника постоянно требует данных о таких процессах, экспериментальное изучение которых в лабораторных или натурных условиях очень сложно и дорого, а в некоторых случаях и просто невозможно. Классический подход к решению тепловых задач металлургии и горного дела не всегда оказывается пригодным для использования многопроцессорных вычислительных систем из-за низкой скорости решения задачи, невысокой

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

точности, большого объема памяти вычислительных ресурсов. В этой связи средства вычислительной математики стимулируют развитие и реализацию новых идей. И тогда, как следствие, создается новый подход для конструирования численных экспериментов на основе более совершенного математического аппарата, который ориентируется на использование многопроцессорных вычислительных систем.

В настоящее время новые вычислительные систем характеризуются возможностью одновременного и параллельного использования большого количества процессоров для обработки соответствующей информации. Создание таких систем определило одно из важнейших направлений повышения скорости решения сложных и трудоемких задач. Опыт эксплуатации первых параллельных систем показал, что для их эффективного использования нужно радикально изменять структуру числовых методов.

Очевидно, что класс задач, которые можно решать, используя параллельные алгоритмы, отмечается не только разнообразием, такие задачи очень важны для промышленности и экономики. Однако следует учитывать, что параллельность задачи зависит не только от ее физического смысла, но и от выбранного числового алгоритма. В данной работе, на примере решения тепловых задач математической физики, показана возможность создания максимально параллельной формы вычислительных алгоритмов.

Анализ последних достижений в данной области

Проблема разработки численных методов для исследования тепловых процессов горно-металлургического комплекса на сегодняшний день не вызывает никаких сомнений. Так, необходимость учета теплообменных процессов в вентиляционных расчетах освещена в работах в [1, 2], достаточно перспективный подход к описанию тепловых процессов в металлургии представлен в работах [3, 4] .

Вместе с тем, отметим, что сервисные пакеты, которые используются для исследования тепловых процессов, базируются на обработке массивов данных, упорядоченных относительно узлов сеточной области. При этом в практике использования методов конечно-разностной аппроксимизации сложилось устойчивое мнение о неопределенности изменения искомой функции в интервалах между узловыми точками сеточной области. Так, по мнению авторов работ [5, 6] простые идеи, которые лежат в основе примитивной замены производных конечными разностями, без анализа и учета специфических свойств решений конкретного класса задач, не могут быть успешными. При составлении вычислительного алгоритма необходимо использовать априорную информацию о задаче, и в первую очередь – о ее принадлежности к тому или другому классу гладкости функций, которые описывают соответствующие процессы. Отмеченный подход стал базовым для распределенного моделирования векторов решений прикладных задач горно-металлургического комплекса.

Значительное ускорение вычислений конечно-разностных программ достигается за счет эффекта распараллеливания [7]. Отдельного внимания заслуживают численно-аналитические алгоритмы решения поставленных задач [8]. Высокое ускорение вычислений по сравнению с конечно-разностным подходом можно объяснить использованиям аналитических решений, которые позволяют проводить вычисление одновременно и параллельно по всем временным слоями, не используя при этом комбинированную память. Следовательно, наиболее перспективным подходом к математическому моделированию задач, которые исследуется в данной работе, следует считать тот, который основывается на численно-аналитических решениях.

В этой связи эффективным средством исследования задач тепло- и массообмена в горно-металлургическом производстве можно считать применение технологий параллельных вычислений на распределенных системах кластерного типа [9 – 11], которые имеют сравнительно небольшую стоимость и достаточно легко масштабируются как по количеству процессоров, так и по объему оперативной памяти. В данной работе на примере решения задачи теплопроводности представлены алгоритмы решения таких задач, которые отличаются наибольшей степенью параллелизма.

Цель исследования

Классические методы решения тепловых задач горно-металлургического комплекса при использовании многопроцессорных вычислительных систем решаются не быстрее, а порой и гораздо медленнее, чем при применении однопроцессорной вычислительной техники. Это обстоятельство объяснятся рекуррентным подходом, который положен в основу классических методов. В этой связи цель данной работы является конструирование максимально параллельных структур алгоритмов решения тепловых задач и их отображение на архитектуру многопроцессорных систем.

Изложение основного материала исследований

Для уравнения теплопроводности вида

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2},\ x \in \left[x_0, x_L\right],\ t \in \left[t_0, T\right] \qquad (1)$$

рассматривается решение краевой задачи Дирихле с начальным

$$Y\big|_{t=t_0} = \phi(x) \qquad (2)$$

и граничными условиями

$$Y\big|_{x=x_0} = YW(t),\ Y\big|_{x=x_L} = YL(t)\,. \qquad (3)$$

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

Области определения искомой функции $Y(t,x)$ в задаче (1)–(3) сопоставим сеточную область

$$\left.\begin{array}{ll} t_j = J\times Dt1, \quad j=\overline{1,M}, & Dt1 = T/M, \ M\in Z \\ x_p = p\times Dx1, \ p=\overline{0,2m} & Dx1=(x_L-x_0)/2m, m\in Z \end{array}\right\}, \tag{4}$$

где m – целочисленный параметр в топологии построения сеточных узлов по пространственной переменной x.

Метод конечных разностей. Воспользовавшись неявной схемой по временной переменной и аппаратом центральных разностей по переменной x, приходят к следующей системе уравнений

$$C_pY_{p+1,1} - Y_{p,1} + D_pY_{p-1,1} = f_{p,1}, \ p=\overline{1,2m-1}, \tag{5}$$

где

$$\left.\begin{array}{l} C_p = D_p = \dfrac{A}{(1+2A)}, \ A=\dfrac{\alpha}{Dx1^2}Dt1 \\ f_{p_{,1}} = -\dfrac{YOp,1}{(1+2A)} \end{array}\right\}. \tag{6}$$

Здесь сеточные функции $\mathrm{Y}_{0,1} = fW(t_j), \mathrm{Y}_{2m,1} = fL(t_j)$ определяют граничные условия (3), а правые части $f_{p,1}$ – начальные условия, так как сеточные функции $\mathrm{Y}O_{p,1}$ берутся с предыдущего $j-1$–го временного слоя. Следовательно, численный алгоритм (5),(6) является эволюционным и состоит из актов перехода от одного момента времени t_{j-1} к другому $t_j = t_{j-1} + Dt1$.

Схема метода прямых. Применяя по отношению уравнения (1) процедуру дискретизации по времени, приходят к системе обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\mathrm{Y}''_{p+\varepsilon_{x,1}}(\varepsilon_x) - \frac{1}{A}\mathrm{Y}_{p+\varepsilon_{x,1}}(\varepsilon_x) = -\frac{1}{A}\mathrm{Y}O_{p+\varepsilon_{x,1}}(x), \tag{7}$$

где $\mathrm{Y}O_{p+\varepsilon_{x,1}}(x)$ – функция, определяемая начальными условиями, $\varepsilon_x = \dfrac{(x-x_p)}{(x_{p+1}-x_p)} \in \left[-1,+1\right]$ – нормированная пространственная переменная.

В своем конечном виде решением уравнения (7) является следующая зависимость:

$$\mathrm{Y}_{p+\varepsilon_{X,1}}(\varepsilon_x) = Y^*_{p+\varepsilon_x,1}(\varepsilon_x) + C_pC\eta\,\beta(\varepsilon_x) + D_pS\eta\,\beta(\varepsilon_x), \tag{8}$$

где C_p, D_p – константы интегрирования; $Y^*_{p+\varepsilon_x,1}(x)$ – частное решение неоднородного уравнения (7); $\beta = \sqrt{\dfrac{1}{\mathrm{A}}}$ – собственные числа характеристического уравнения.

Константы интегрирования C_p, D_p определяются исходя из условий вида $\varepsilon_x = \pm 1$:

$$\Upsilon_{p+\varepsilon_{X,1}}(\varepsilon_x)\big|_{\varepsilon_X \pm 1} = \Upsilon_{p\pm 1,1}, \tag{9}$$

тогда получают решение уравнения (7) в виде следующей зависимости:

$$\Upsilon_{p+\varepsilon_{X,1}}(\varepsilon_x) = \Big\{ \Upsilon^*_{p+\varepsilon_{X,1}}(\varepsilon_x) + \frac{S\eta\beta(1+\varepsilon_x)}{S\eta\beta(\varepsilon_x)}\Big[\Upsilon_{p+1,1} - \Upsilon^*_{p+1,1}\Big] + \\ + \frac{S\eta\beta(1-\varepsilon_x)}{S\eta\beta(\varepsilon_x)}\Big[\Upsilon_{p-1,1} - \Upsilon^*_{p+1,1}\Big] \Big\}. \tag{10}$$

Положив в выражении (10) $\varepsilon_x = 0$, перейдем от распределенной формы решения к его дискретному аналогу в виде системы линейных алгебраических уравнений (5), но с другим функциональным наполнением:

$$\left.\begin{aligned} C_p = D_p = \frac{S\eta\beta(\varepsilon_x)}{S\eta\beta(\varepsilon_x)} = \frac{1}{2C\eta\beta(\varepsilon_x)} \\ f_{p,1} = C_p \Upsilon^*_{p+1,1} - Y^*_{p,1} + D_p \Upsilon^*_{p-1,1} \end{aligned}\right\}, p = \overline{1, 2m-1}, \tag{11}$$

отличающегося от рассмотренного конечно- разностного подхода, имеющего форму (6).

Распараллеливание математической модели при помощи численнно-аналитического метода прямых. Данный этап исследований направлен на реализацию процесса распараллеливания системы уравнений (5) при условии, что ее функциональное наполнение соответствует виду (11). Здесь гиперболическим функциям поставлены в соответствие линейные комбинации базисного решения краевой задачи (7), а правые части представляют собой совокупность его частных решений.

Разрабатываемый алгоритм конструируется на основе кусочно-аналитических решениях. Вполне очевидно, что это обстоятельство необходимо принять во внимание при реализации процесса распараллеливания системы уравнений (5). Такую идею можно развить на основании применения метод прогонок [8]. При этом процесс прямой прогонки направлен на определение коэффициентов $E_p, G_p, (p = \overline{1, 2m-1})$, которые определяются на основании соотношений вида:

$$\mathrm{E}_p = \frac{C_p}{1 - D_p E_{p-1}}, \quad G_p = \frac{D_p G_{p-1} - f_{p,1}}{1 - D_p E_{p-1}}, \tag{12}$$

где начало решения такой задачи обеспечивается следующими параметрами

$$E_0 = 0,\ G_0 = \Upsilon_{0,1} = fW(t_j). \tag{13}$$

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

Прямая прогонка протекает по направлению возрастания индекса p до значения $p=2m-1$. В тоже время, обратную прогонку реализуют по следующей рекуррентной формуле:

$$Y_{p,1}=E_p\,Y_{p+1,1}+G_p. \tag{14}$$

При этом обеспечивается направление изменения индекса p от $p=2m-1$ до $p=1$. Начало вычислений осуществляется на основании выполнения условия $Y_{2m,1}=fL(t_j)$, которое задает в алгоритм прогонок правое граничное условия (3).

Оказывается, что использование функционального наполнения для коэффициентов C_p, D_p и правых частей $f_{p,1}$, в форме (11), позволяет выполнить расчеты по прямой прогонке и сформировать выражения для вычисления коэффициентов E_p, G_p по формулам (12) как функций номера сеточных узлов:

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{E}_p=\frac{s\eta\beta(p)}{s\eta\beta(p+1)},\\ &G_p=\frac{1}{s\eta\beta(p+1)}\left[\mathrm{Y}_{0,1}-\sum_{i=1}^{p}f_{i,1}s\eta\beta(i)\right] \end{aligned}\right\},\ p=\overline{1,2m-1}. \tag{15}$$

Именно это обстоятельство далее направлено на то, чтобы на основании подстановки выражений (15) в рекуррентное соотношение для обратной прогонки (14), можно было бы определить решение системы уравнений (5) для любого узла сеточной области (4):

$$Y_{2m-v,1}(v)=\frac{1}{s\eta\beta(2m)}\left\{\begin{aligned} &s\eta\beta(2m-v)\left[Y_{2m,1}-\sum_{i=1}^{v}\frac{s\eta\beta(i)}{s\eta\beta(i+1)}f_{2m-i,1}\right]+\\ &+s\eta\beta(v)\left[Y_{0,1}-\sum_{i=1}^{2m-1-v}\frac{s\eta\beta(i)}{s\eta\beta(i+1)}f_{i,1}\right] \end{aligned}\right\},\ v=\overline{1,2m-1}, \tag{16}$$

где гиперболические функции представляют собой решение однородных систем уравнений (7), а комплексы $f_{p,1}=Y^{*}{}_{p+1,1}-2c\eta\beta(p)Y^{*}{}_{p,1}+Y^{*}{}_{p-1,1}$ – совокупность его частных решений.

Разработанный подход к распараллеливанию математической модели отличается устойчивостью для различного типа входных данных. Кроме того, он имеет максимально параллельную форму и отличается минимальным временем решения задачи применительно к многопроцессорным вычислительным системам. Это объясняется следующим образом. Если гипотетически предложить, что на один узел расчетной сеточной области можно назначить один процессор назначить один процессор, то вычисления могут проводиться параллельно и одновременно сразу для всех узлов расчетной сеточной области.

Экспериментальные данные и их обработка

Предложенный подход к решению задач теплопроводности реализован в виде процедуры математического моделирования при помощи многопроцессорной вычислительной системы. При этом рассмотрим один из вариантов его реализации.

Тестовая задача. Пусть на поверхности пластины заданы граничные условия 1-го рода. При этом для определенности граничную функцию $TW(t)$ будем рассматривать как известную, а $TL(t)$ будет искомой функцией в решении задачи теплопроводности. В квазилинейном приближении уравнению (1) в сеточной области сопоставляется система его дифференциальных следствий, которые приобретают вид СОДУ, то есть

$$T^{/}_{p,n+1}(\varepsilon_t)=\left\{A_p(n+4)(n+2)T_{p,n+3}(\varepsilon_t)+B_p(n+1)T_{p,n+2}(\varepsilon_t)\right\}, \tag{17}$$

для *n = 0,1,2,…*, при этом

$$A_p=Dt1\frac{\lambda_{p,1}}{CV_{p,1}Dx1^2}, \text{ если } p=\overline{1,2m-1}; \tag{18}$$

$$B_p=Dt1\frac{\lambda_{p,2}}{CV_{p,1}Dx1^2}.$$

Считая неявную по времени схему первого порядка приближенной и определив замыкающие связи, получают центральные разности следующего вида:

$$\left.\begin{aligned} T_{p,2}&=\frac{1}{2}T\left(T_{p+1,1}-T_{p-1,1}\right)\\ T_{p,3}&=\frac{1}{2}\left(T_{p+1,1}+T_{p-1,1}-2T_{p,1}\right)\end{aligned}\right\}, \tag{19}$$

далее получают систему уравнений трехдиагональной структуры, т.е.

$$C_pT_{p+1,1}-T_{p,1}+D_pT_{p-1,1}=f_{p,1}, \tag{20}$$

при этом

$$C_p=\frac{\left(\mathrm{A}_p+\mathrm{B}_p/2\right)}{\left(1+2\mathrm{A}_p\right)},\ D_p=\frac{\left(\mathrm{A}_p+\mathrm{B}_p/2\right)}{\left(1+2\mathrm{A}_p\right)},$$

$$f_{p,1}=-\frac{\mathrm{TO}_{p,1}}{\left(1+2\mathrm{A}_p\right)}, \text{ если } p=\overline{1,2m-1}. \tag{21}$$

Решение системы уравнений (20) реализуется методом прогонок. Для решения прямой задачи в системе уравнений (20), (21) следует допустить, что

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

$T_{0,1} = TW(t_j)$ и $T_{2m,1} = TL(t_j)$. Когда же $TW(t_j)$ – заданная, а $TL(t_j)$ – искомая граничная функция, то, решая задачу теплопроводности, необходимо функцию $TL(t_j)$ подобрать таким образом, чтобы в решениях систем уравнений (20), (21) функционал со среднеквадратичной невязкой был бы минимальным. Весь временной интервал, в котором искомая функция $T(t,x)$ определяется постановкой условий (2), (3), разбивают на временные интервалы Dt1 по схеме дискретизации. Шаг же сканирование во время решения граничной задачи теплопроводности не обязательно должен совпадать с шагом дискретизации Dt1, принятым в управляемой системе уравнений (20), (21). Алгоритм решения граничной задачи теплопроводности начинается с первого шага сканирования. Пусть в качестве нулевого приближения принимается некоторое значение, когда R = TL, оно известно с априорной информации и явно больше искомой граничной функции. Это обстоятельство проверяется экспериментально методом математического моделирования. После подстановки значения R в решение управляемой математической модели (20), (21) получают расчетную величину температурной функции $T_P(t_j)$ в том же месте по координате, где задано функцию $T_e(t_j)$, которая известна из эксперимента. Это дает возможность найти числовое значение невязки ($T_P(t_j) - T_e(t_j)$). Если невязка ($T_P(t_j) - T_e(t_j)$)> 0, то значение R уменьшается на некоторую величину ΔT. В других случаях увеличивается на ту же величину (ΔT). Далее этот процесс развивается до тех пор, пока невязка не изменит свой знак на противоположный. Установление этого факта означает, что искомый приближенное решение задачи теплопроводности лежит в интервале [a, b], где a и b означают числа, при которых значения функций в этих точках имеет разные знаки. Вычислив величину невязки в срединной точке, которая лежит между a и b, можно дальше уточнить значение искомой граничной функции при помощи интерполяционной формулы. Повторив эту итерационную процедуру необходимое количество раз, вычисляют значение параметра управления с любой наперед заданной точностью. Естественно, что при этом необходимо иметь в виду, что функция $T_e(t_j)$ известна по результатам эксперимента и имеет некоторую погрешность ε. Таким образом, искомое решение задачи теплопроводности происходит по шагами сканирования и, предположив линейную по временным слоями аппроксимацию, записывают, что

$$TL_{v+\varepsilon_t,1}(\varepsilon_t) = TL_{v,1} + \varepsilon_t TL_{v,2}, \tag{22}$$

при этом

$$\left.\begin{aligned} TL_{\nu,2} &= \left(TL_{\nu+1,1} - TL_{\nu,1}\right) \\ \varepsilon_t &= \frac{t - t_\nu}{t_{\nu+1} - t_\nu} \in \left[0,1\right] \end{aligned}\right\}, \text{ если } \nu = 1,2,\ldots,. \tag{23}$$

Тогда получают возможность решения задачи теплопроводности на полном временном интервале, когда $t \in \left[t_{0,} t_k\right]$ по ν – ми временными слоями. Такая возможность возникает, во-первых, в силу того, что алгоритм прогонок реализует искомое нестационарное решение на любом временном слое. Переход же в системах уравнений (17) - (21) к временной переменной ε_t унифицирует алгоритм относительно любого временного интервала при помощи автоматического учета начальных значений. Процесс моделирования был реализован на персональном вычислительном кластере. Из анализа результатов моделирования следует, что разработанный метод решения задачи теплопроводности достаточно эффективно обеспечивает минимизацию невязок. Отметим также, что разработанный алгоритм в рассматриваемой постановке является абсолютно устойчивым.

Выводы

В данной работе представлены алгоритмы решения тепловых задач металлургии и горного дела с использованием максимально параллельных вычислительных форм. Распараллеливание систем трехдиагональной структуры реализовывалось численно-аналитическим подходом, что предопределило их максимально параллельную алгоритмическую форму. Такой подход способствует минимально возможное время реализации разработанного алгоритма на параллельных вычислительных системах. Кроме этого, во время параллельного вычисления арифметических выражений, в разработанном алгоритме погрешность выходных данных отделить от операций округления. Такая процедура стала возможной, потому что при таком подходе исключается рекуррентная структура вычисления векторов решений, которая обычно и предопределяет накопление ошибок округление. Таким образом, распараллеливания трехдиагональных систем на основе численно-аналитических методов дискретизации, во-первых, не накладывает каких-либо ограничений на топологию сеточных узлов расчетной области. И, во-вторых, – применительно к параллельному вычислению арифметических выражений в нем отделена погрешность исходных данных от операций округления, свойственная реальным ПЭВМ. При таком подходе исключается

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

рекуррентная структура вычисления искомых векторов решений, которая, как правило, и приводит к накапливанию ошибок округления. Построенная таким образом параллельная форма алгоритма является максимальной, и, следовательно, имеет минимально возможное время реализации алгоритма на параллельных вычислительных системах.

Кроме того, была учтена необходимая гладкость исходного решения и входных данных для конкретной задачи, что позволило адаптировать вычислительный алгоритм к особенностям численного решения. Такая процедура выполнялась за счет дополнительных узлов, расположенных между узлами заданной сеточной области. Это позволяет точно отображать вычислительный алгоритм. При этом расчеты при построении графиков или изолиний могут выполняются параллельно и одновременно. Проведенные вычислительные эксперименты показали высокую эффективность предложенного подхода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сотников А.Г. Проектирование и расчет систем вентиляции и кондиционирования воздуха. – СПб.: Береста, 2013. Т. 2. – 430 с.
2. Семенов Ю.В. Системы кондиционирования воздуха с поверхностными воздухоохладителями. — М.: Техносфера, 2014. – 272 с.
3. Ivaschenko V.P., Shvachych G.G., Semenov S.G. Efficient parallelization algorithms of the applied tasks in multiprocessor computing systems. Системні технології. Дніпро. 2017. № 2 (109). P. 57 – 66.
4. Ivaschenko V.P. Extreme algorithms of solving problems with higher order accuracy / V.P. Ivaschenko, G.G. Shvachych, E.G. Kholod // Applied and fundamental research [Text].- Publishing House Science and Innovation Center, Ltd. (St. Louis, Missouri, USA), 2014. – P. 157 – 170.
5. Швачич Г.Г. Особенности конструирования параллельных вычислительных алгоритмов для ПЭВМ в задачах тепло- и массообмена / Г.Г. Швачич, А.А. Шмукин // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 3. – С. 42 – 47.
6. Shvachych G., Fedorov E., Kholod E. Numerical and analytical diagram of a distributed simulation of dynamic systems. Актуальні проблеми економіки. Київ. 2017. № 5 (192). P. 186 – 196.
7. Третьяков Ф.И. Распараллеливание алгоритмов классификации и кластеризации данных / Ф.И. Третьяков , Л.В. Серебряная // Вестник БГУ. Сер.: Физика. Математика. Информатика. – Минск: БГУ, 2013. – № 2. – С. 105 – 109.
8. Велиев Э. И. Численно-аналитические методы решения интегральных уравнений в двухмерных задачах теории дифракции / Э. И. Велиев // Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ" : зб. наук. пр. Сер. : Математичне моделювання в техніці та технологіях = Bulletin of National Technical University "KhPI" : coll. works. Ser. : Mathematical modeling in engineering and technologies. – Харків : НТУ "ХПІ", 2017. – № 6 (1228). – С. 21-28.
9. Shvachych G., Mamuzic I., Ivaschenko O., Moroz B., Hulina I. Maximum parallel forms of difference scheme algorithms in applied problems of metallurgical thermal physics. Materials and Metallurgy : 14 International Symposium of Croatian Metallurgical Society SHMD. CROATIA. 2020. P. 442.

10. Shvachych G., Moroz B., Pobochii I., Ivaschenko O. , Busygin V. Maximally parallel forms of distributed simulation of dynamic systems. World Science. Poland. 2018. № 4(32). Vol.1. P.12 – 19.
11. Shvachych G., Kholod E., Ivaschenko O., Busygin V. Visualization of the applied problems in multiprocessor computing systems. Society for Cultural and Scientific Progress in Central and Easter Europe. Held in Budapest, Hungary, 2018. P. 65 – 69.
12. Башков Є.О. Високопродуктивна багатопроцесорна система на базі персонального обчислювального кластера / Є.О. Башков, В.П. Іващенко, Г.Г. Швачич // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія “Проблеми моделювання та автоматизації проектування”. – Вип. 9 (179). – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – С.312 – 324.

REFERENCES

1. Sotnikov A.G. Proektirovanie i raschet sistem ventilyatsii i konditsionirovaniya vozduha. – SPb.: Beresta, 2013. T. 2. – 430 s.
2. Semenov Yu.V. Sistemyi konditsionirovaniya vozduha s poverhnostnyimi vozduhoohladitelyami. — M.: Tehnosfera, 2014. – 272 s.
3. Ivaschenko V.P., Shvachych G.G., Semenov S.G. Efficient parallelization algorithms of the applied tasks in multiprocessor computing systems. Системні технології. Дніпро. 2017. № 2 (109). P. 57 – 66.
4. Ivaschenko V.P. Extreme algorithms of solving problems with higher order accuracy / V.P. Ivaschenko, G.G. Shvachych, E.G. Kholod // Applied and fundamental research [Text].- Publishing House Science and Innovation Center, Ltd. (St. Louis, Missouri, USA), 2014. – P. 157 – 170.
5. Shvachich G.G. Osobennosti konstruirovaniya parallelnyih vyichislitelnyih algoritmov dlya PEVM v zadachah teplo- i massoobmena / G.G. Shvachich, A.A. Shmukin // Vostochno-evropeyskiy zhurnal peredovyih tehnologiy. – 2014. – # 3. – S. 42 – 47.
6. Shvachych G., Fedorov E., Kholod E. Numerical and analytical diagram of a distributed simulation of dynamic systems. AktualnI problemi ekonomIki. Kiyiv. 2017. № 5 (192). P. 186 – 196.
7. Tretyakov F.I. Rasparallelivanie algoritmov klassifikatsii i klasterizatsii dannyih / F.I. Tretyakov , L.V. Serebryanaya // Vestnik BGU. Ser.: Fizika. Matematika. Informatika. – Minsk: BGU, 2013. – # 2. – S. 105 – 109.
8. Veliev E. I. Chislenno-analiticheskie metodyi resheniya integralnyih uravneniy v dvuhmernyih zadachah teorii difraktsii / E. I. Veliev // VIsnik Nats. tehn. un-tu "HPI" : zb. nauk. pr. Ser. : Matematichne modelyuvannya v tehnItsI ta tehnologIyah = Bulletin of National Technical University "KhPI" : coll. works. Ser. : Mathematical modeling in engineering and technologies. – HarkIv : NTU "HPI", 2017. – # 6 (1228). – S. 21-28.
9. Shvachych G., Mamuzic I., Ivaschenko O., Moroz B., Hulina I. Maximum parallel forms of difference scheme algorithms in applied problems of metallurgical thermal physics. Materials and Metallurgy : 14 International Symposium of Croatian Metallurgical Society SHMD. CROATIA. 2020. P. 442.
10. Shvachych G., Moroz B., Pobochii I., Ivaschenko O. , Busygin V. Maximally parallel forms of distributed simulation of dynamic systems. World Science. Poland. 2018. № 4(32). Vol.1. P.12 – 19.
11. Shvachych G., Kholod E., Ivaschenko O., Busygin V. Visualization of the applied problems in multiprocessor computing systems. Society for Cultural and Scientific Progress in Central and Easter Europe. Held in Budapest, Hungary, 2018. P. 65 – 69.
12. Bashkov E.O. Visokoproduktivna bagatoprotsesorna sistema na bazI personalnogo obchislyuvalnogo klastera / E.O. Bashkov, V.P. Ivaschenko, G.G. Shvachich // NaukovI pratsI Donetskogo natsIonalnogo tehnIchnogo unIversitetu. SerIya “Problemi modelyuvannya ta avtomatizatsIYi proektuvannya”. – Vip. 9 (179). – Donetsk: DonNTU, 2011. – S.312 – 324.

Received 01.02.2021.
Accepted 11.02.2021.

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

UDK 681.3.012:621.1

D. Moroz

MODELING OF MAXIMALLY PARALLEL STRUCTURES OF ALGORITHMS FOR SOLVING THERMAL PROBLEMS

The paper demonstrates the possibility of creating a maximum parallel form of computational algorithms to solve thermal problems and their mapping to the architecture of multiprocessor systems based on solving thermal problems of mathematical physics. It is shown that an effective tool for studying heat and mass transfer problems in metallurgical production could be parallel computing technologies on distributed cluster systems with a relatively low cost and reasonably easily scalable both in the number of processors and in the amount of RAM. Tridiagonal structure systems' parallelization was implemented by a numerical-analytical approach, which predetermined their maximally parallel algorithmic form. That approach is facilitated by the minimum possible implementation time of the developed algorithm on parallel computing systems. Furthermore, during the arithmetic expressions parallel computations, the developed algorithm separates the error in the output data from rounding operations. Thus, the parallelization of tridiagonal systems based on numerical-analytical discretization methods does not impose any restrictions on the topology of the mesh nodes of the computational domain.

Furthermore, as applied to the parallel computation of arithmetic expressions, it separates the initial data error from a real PC's rounding operations. That approach eliminates the recurrent structure of computing the sought-for decision vectors, which, as a rule, leads to the round-off errors accumulation. Such a parallel form of the constructed algorithm is maximal and has the shortest possible implementation time of the algorithm on parallel computing systems. The developed approach to parallelizing the mathematical model is stable for various types of input data. It has the most parallel form and is distinguished by the minimum time for solving the problem as applied to multiprocessor computing systems. That is explained as follows. If it is hypothesized that one processor can be assigned to one processor and one processor can be assigned to one node of the computational mesh domain, the computations can be processed in parallel and simultaneously for all nodes of the computational mesh domain. The simulation process was implemented on a PC cluster. It follows from the simulation results analysis that the developed method for solving the heat conduction problem effectively minimizes residuals.

Keywords: thermal problems, parallel computing, multiprocessor system, parallel algorithm, method of straight lines.

Мороз Дмитро Максимович – магістр, Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, м. Дніпро.

Мороз Дмитрий Максимович – магистр, Днепровский национальный университет им. Олеся Гончара, г. Днепр.

Moroz Dmytro – master, Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro.