DOI: 10.34185/1991-7848.2021.01.04
УДК 681.3.012:621.1

В.П. Іващенко, Г.Г. Швачич, О.В. Іващенко [4]

РОЗПОДІЛЕНІ АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗКУ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ В ЕКСТРЕМАЛЬНІЙ ПОСТАНОВЦІ

Для дослідження теплофізичних властивостей матеріалів за допомогою обернених методів було виведено відповідний клас математичних моделей. Процедура обробки математичних моделей зведена до екстремальної постановки, що дозволило розробити ефективні алгоритми розв'язування коефіцієнтних задач довільного порядку точності. Представлені результати розв'язування тестових задач на основі запропонованого підходу. Виведено додаткові умови, які дозволяють розділити досліджувану проблему на дві задачі: а) температурну; б) потокову. Перша з них дає можливість розв'язувати коефіцієнтну задачу на всьому заданому діапазоні зміни температури за допомогою управляючого параметра у вигляді коефіцієнта дифузії; друга спрямована на визначення коефіцієнтів теплопровідності або теплоємності. Дослідження математичних моделей 1 і 2 проводили із застосуванням методу прямих. Запропоновані моделі дозволяють розв'язувати задачі в екстремальних постановках. Для розв'язання заданих задач методами математичного моделювання розроблено пакет прикладних задач. Створення пакету було здійснено з урахуванням вимог об'єктно-орієнтованого програмування. Процедура моделювання була реалізована на основі застосування багатопроцесорної обчислювальної системи. Пакет прикладних програм призначений для опрацювання теплофізичних експериментів оберненими методами.

Ключові слова: коефіцієнтні задачі, екстремальна постановка, математичні моделі, теплопровідність, теплопровідність, теплопередача.

Постановка проблеми

При аналізі перенесення тепла за рахунок теплопровідності точність результатів рішення тієї або іншої задачі може сильно постраждати через недостатності відомості про теплофізичні характеристики системи. З цієї причини важливо виразно уявляти собі фізичний сенс та процес зміни цих характеристик від температури та методів, за допомогою яких вони експериментально визначаються, а також ті обмеження, до яких ці зміни схильні [1 – 3]. До основних теплофізичних характеристик матеріалів, що визначають умови їх теплової обробки, відносяться ентальпія, теплоємність і коефіцієнти тепло- і температуропровідності. Ці параметри входять в рівняння теплопровідності та визначають температурне поле усередині речовини.

Теплофізичні характеристики речовини залежать від великої кількості чинників, тому експеримент є єдиним джерелом отримання цих характеристик [3]. Проте, з появою і розвитком нового напряму, що дістав назву обернених задач теплопровідності (ОЗТ), стає можливим не лише дослідження форми та змісту математичних моделей, що відбивають феноменологічний опис процесів, але й значне підвищення інформативності теплового експерименту. Отже, безпосередньо обробка результатів експериментальних даних повинна досліджується за допомогою того класу задач металургійної теплофізики, які складають групу обернених теплових задач. У багатьох випадках основу математичного забезпечення нестаціонарних теплових експериментів становлять саме методи розв’язування обернених задач теплопровідності (ОЗТ), серед яких можна назвати визначення граничних теплових режимів, ідентифікацію процесів перенесення тепла і маси, відновлення зовнішніх і внутрішніх температурних полів і т. д. Основною сферою застосування ОЗТ залишається обробка й інтерпретація результатів теплових експериментів. Саме тут було досягнуто найбільших успіхів теоретичного й прикладного характеру з точки зору ефективності методів і широти їх практичного використання.

У даній роботі задача обробки результатів експериментальних даних реалізується зведенням її до екстремальної постановки. Такий підхід полягає в тому, що в цьому випадку шукані причинні характеристики теплообмінного процесу розглядаються як параметри керування, що входять у розв’язок прямих задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Актуальність проблеми розробки числових методів для розв’язування багатовимірних систем параболічних квазілінійних рівнянь, що описують процеси тепло – і масообміну, можна вважати такою, що не викликає сумнівів. Одним з найцікавіших прикладів таких систем можуть служити рівняння гідродинаміки та металургійної теплофізики [4, 5]. Про масове рішення нестаціонарних задач високого порядку точності на нинішньому рівні технічної можливості та на базі традиційних методів, розроблених до теперішнього часу, мабуть, можна говорити, тільки враховуючи наступні обставини.

По-перше, поява нових і недорогих засобів комунікації обчислювальної техніки стимулювала розвиток нових інформаційних технологій: структурного програмування, мережевих операційних систем, об'єктно-орієнтованого програмування, систем паралельної обробки інформації і так далі. Організація паралельної обробки інформаційних потоків, зв'язок проблем

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

розпаралелювання з архітектурою ПЕВМ, системи паралельного програмування, методи і алгоритми паралельних обчислень – ось ключові теми розвитку обчислювальної техніки на цьому етапі [1, 6, 7].

По-друге, до теперішнього часу намітилися певні тенденції щодо розвитку обчислювальних методів із складною логічною структурою, що мають в порівнянні з традиційними скінченно-різницевими методами вищий порядок точності [8 – 10]. Серйозним прогресом в області розв’язування багатовимірних просторових задач можна вважати ряд пропозицій, не зовсім еквівалентних один одному, але мають одну стереотипну мету – звести задачі тривимірного розподілу області зміни змінних до послідовності схем, що включають невідомі величини лише в одному напрямку, – попеременно в подовжньому, поперечному і вертикальному. Досить детальна бібліографія цих робіт представлена в [8, 9]. Помітимо, що використання при цьому неявних схем приводить до систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), що мають трьохдіагональну структуру [9]. Таким чином, прийняття за методологічну основу різницеві схеми розщеплювання, по-перше –забезпечує економічну і стійку реалізацію числових моделей методом скалярних прогонів. І, по- друге, відомо, що найбільший ефект від паралельного процесора досягається в тих випадках, коли він застосовується для виконання матричних обчислень лінійної алгебри.

У цій роботі ідентифікація процесів теплопровідності розглядається на прикладі рішення рівнянь теплопровідності в декартовій системі координат для області $y \in [y_0, yL], t \in [0, \infty)$. Очевидно, що при заданих вхідних даних розв'язок цієї задачі досить просто реалізується скінечнно-різницевими методами. Використовуючи неявні схеми за часом і центральні різниці за просторовій змінній, отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) трьохдіагональної структури. Використовуючи метод прогонки, побудуємо економічну різницеву схему рішення прямої задачі. З аналізу цієї алгебраїчної ММ витікає, що для сіткової області визначення шуканої функції $y_p, p = 1, 2, 3, \ldots, 2m, m \in Z$ в кожному $y_p - my$ сітковому вузлі в коефіцієнти СЛАР входять дискретні значення $\lambda_{p,1}, Cv_{p,1}$. Як видно, число невідомих $\lambda_{p,1}, Cv_{p,1}$ в два рази більше числа сіткових рівнянь. Така незамкнута СЛАР при відомих значеннях температури у вузлах сітки за просторовій змінній може мати нескінченну безліч рішень відносно невідомих $\lambda_{p,1}, Cv_{p,1}$. Отже, чисто формальний підхід не дозволяє сформулювати рішення коефіцієнтних ОЗТ в даній постановці.

Мета і завдання дослідження

Мета досліджень полягає в тому, щоб для визначення теплофізичних властивостей матеріалів оберненими методами вивести відповідний клас температурних і градієнтних математичних моделей (ММ). Основне завдання досліджень полягає в тому, щоб процедуру обробки ММ як керованих за вхідними параметрами звести, на основі принципу нев'язки, до екстремальної постановки. Такий підхід дозволяє розробити ефективні алгоритми рішень коефіцієнтних задач на ММ довільного порядку точності з адаптацією за часовими режимами теплофізичного експерименту.

Надалі вважатимемо, що одновимірна постановка задач теплопровідності є основною розрахунковою математичною моделлю, для якої мають бути побудовані ефективні розв'язки ОЗТ і алгоритми обробки експериментальних даних з метою визначення теплофізичних характеристик матеріалу.

Викладення основного матеріалу досліджень

Розв'язок поставленої задачі можна отримати у тому випадку, якщо шукані температурні залежності $\lambda(T), C_V(T)$ локалізувати в квадрантах у вигляді кусочно-сталих залежностей від температури, як за просторовій змінній, так і за часом, а в якості ММ сконструювати температурну та градієнтну залежності. Покажемо, що для кожного такого просторово-часового квадранта замкнуті рішення початкової диференціальної задачі досить ефективно будуються на рішеннях задачі Коші :

$$T_{p+\varepsilon_{x,1}}(\varepsilon_t,\varepsilon_y)=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{\varepsilon_y^{2n}}{(2n)!}\frac{1}{a_p^n}\frac{d^nT_{p,1}(\varepsilon_t)}{d\varepsilon_t^n}-\left(\frac{1}{\lambda_p}\right)\frac{\varepsilon_y^{2n+1}}{(2n+1)!}\frac{1}{a_p{}^n}\frac{d^nT_{p,2}(\varepsilon_t)}{d\varepsilon_t^n}\right\}, \quad (1)$$

де $p=\overline{1,2m-1}$ – номери сіткових вузлів по просторовій області $y\in\left[y_0,y_L\right]$; $T_{p,1}(\varepsilon_t),T_{p,2}(\varepsilon_t)$ – дані Коші (температурні та потокові), які задані у вузлах сіткової області при $\varepsilon_y=0$; a_p – обезрозмірений сітковий коефіцієнт температуропровідності ($a_p=\dfrac{\lambda_{p,1}}{CV_{p,1}}\dfrac{Dt1}{Dy1^2}$). Просторова та часова змінні в (1) нормовані залежностями:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_y&=\frac{y-y_p}{y_{p+1}-y_p}\in\left[-1,1\right]\\ \varepsilon_t&=\frac{t-t_{j-1}}{t_j-t_{j-1}}\in\left[0,1\right]\end{aligned}\right\}. \quad (2)$$

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

Для $p-x$ сіткових вузлів, розподілених рівномірно, розв'язок задачі Коши дозволяє побудувати замкнуті математичні моделі відносно невідомих даних Коші у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь (СЗДУ). Поклавши в (1) $\varepsilon_y = \pm 1$ отримаємо СЗДУ *N*-го порядку:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{n=0}^{N} \frac{1/a_p^n}{(2n)!} T_{p,1}^{(n)}(\varepsilon_t) = \frac{1}{2}(T_{p+1,1}(\varepsilon_t) + T_{p-1,1}(\varepsilon_t)) \\ &-\frac{1}{\lambda_p} \sum_{n=0}^{N} \frac{1/a_p^n}{(2n+1)!} T_{p,2}^{(n)}(\varepsilon_t) = \frac{1}{2}(T_{p+1,1}(\varepsilon_t) - T_{p-1,1}(\varepsilon_t)) \end{aligned}\right\}, \; N \in Z, \tag{3}$$

безперервних в часовій області. Наприклад, при *N* = 1 отримаємо СЗДУ першого порядку у формі Коши, де праві частини будуть відомими функціями часу. В цьому випадку рішення доцільно побудувати в кусочно - аналітичному вигляді:

$$\left.\begin{aligned} T_{p,1}(\varepsilon_t) &= T_{p,1}^{*}(\varepsilon_t) + (T_{p,1}(0) - T_{p,1}^{*}(0))\ell^{-2a_p\varepsilon_t} \\ T_{p,2}(\varepsilon_t) &= T_{p,2}^{*}(\varepsilon_t) + (T_{p,2}(0) - T_{p,2}^{*}(0))\ell^{-6a_p\xi_t} \end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

де $\left\{T_{p,1}^{*}(\varepsilon_t), T_{p,2}^{*}(\varepsilon_t)\right\}$ – частинний розв'язок неоднорідних рівнянь, $\left\{T_{p,1}(\theta), T_{p,2}(\theta)\right\}$ – відомі початкові дані. У загальнішому випадку, для довільного значення цілочисельного параметра *N*, від диференціальних рівнянь (3) доцільно перейти до нормальних СЗДР першого порядку, що мають форму Коші. Таким чином, процедура інтегрування рівняння в частинних похідних зведена нами до інтегрування СЗДР першого порядку у формі Коши, які можуть бути використані при рішенні коефіцієнтних задач як керовані ММ відносно коефіцієнтів тепло- і температуропровідності. Слід підкреслити також, що включення в ММ значення цілочисельного параметра *N*, як вхідної величини, дозволяє конструювати ММ з довільним порядком точності та адаптацією за порядками апроксимації.

Зведення проблеми визначення теплофізичних властивостей матеріалів до екстремальної постановки. Одним із перспективних напрямів опрацювання задач теплообміну оберненими методами є зведення їх до екстремальних постановок з використанням числових методів теорії оптимізації. У точній екстремальній постановці визначення параметрів $\lambda_{p,1}, Cv_{p,1}$ на ММ (3) або (4) відповідатиме мінімізації нев'язок у вигляді функціоналів:

$$\left.\begin{aligned} J_{p,1}(R) &= \left(T_{p,1}(\varepsilon_t, R) - f(\varepsilon_t, R)\right)^2 \\ J_{p,2}(R) &= \left(T_{p,2}(\varepsilon_t, R) - Q(\varepsilon_t, R)\right)^2 \end{aligned}\right\}, \tag{5}$$

де R – шукані параметри управління.

Величини $J_{p,1}, J_{p,2}$ в просторі L_2 за такої постановки можна розглядати як функції змінних R. Їх числове значення визначає відстань у функціональному просторі L_2 між заданими $f(\varepsilon_t, R)$, $Q(\varepsilon_t, R)$ величинами, відомими з експерименту та модельованими $T_{p,1}(\varepsilon_t, R), T_{p,2}(\varepsilon_t, R)$ за керованими ММ (3,4).

У кожному конкретному випадку можна з якоюсь достовірністю на основі апріорної інформації описати деяку допустиму безліч вхідних параметрів R. Тоді, якщо розглядати ММ як керовані, то параметри управління слід підібрати так, щоб функціонали (5) були мінімальними. Якщо допустимі інтервали зміни параметрів управління покрити сітковими вузлами R_ν, то при заданих їх значеннях функціонали (5) можуть бути обчислені. Таким чином, послідовність $\left\{J(R_\nu)\right\}$ мінімізуючою, якщо границя $J(R_\nu), \nu = 1, 2, \ldots.$ дозволяє визначити його мінімум. При цьому в околиці мінімуму значення функціонала може бути представлене розкладанням в ряд Тейлора:

$$J_{\nu+\varepsilon_9 1}(q) = J_{\nu,1} + \varepsilon_R J_{\nu,2} + \varepsilon_R^2 J_{\nu,3} + \ldots, \tag{6}$$

де $\varepsilon_q = \dfrac{R - R_\nu}{R_{\nu+1} - R_\nu}$ – нормований аргумент функції; $J_{\nu,2}, J_{\nu,3}\ldots.$ – тейлорівські компоненти першого та другого порядку.

Зберігши в розкладанні (6) троє доданків і скориставшись центральними різницями для тейлорівських компонент

$$\left.\begin{aligned} J_{\nu,2} &= \frac{1}{2}\left(J_{\nu+1,1} - J_{\nu-1,1}\right) \\ J_{\nu,3} &= \frac{1}{2}\left(J_{\nu+1,1} + J_{\nu-1,1} - 2J_{\nu,1}\right) \end{aligned}\right\}, \tag{7}$$

після визначення похідної та прирівнюванню її значення нулю, виникає можливість побудови інтерполяційної формули:

$$R = R_\nu - \frac{1}{2}\left(R_{\nu+1} - R_\nu\right)\frac{J_{\nu+1} - J_{\nu-1}}{J_{\nu+1} + J_{\nu-1} - 2J_\nu}, \tag{8}$$

за якими можна організовувати ітераційний цикл. З цього алгоритму виходить, що як тільки буде встановлений відрізок відділення шуканого параметра управління $\left\{R_{\mathrm{P}+1}, R_{\mathrm{P}-1}\right\}$, на якому нев'язка у функціоналі (5) змінює знак, то подальше уточнення параметра управління при рішенні ОЗТ може бути уточнене рекурентно за формулою (8) з будь-якою наперед заданою точністю.

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

Експериментальні дані і їх обробка. Важливим етапом досліджень стала розробка пакету прикладних програм (ППП) для розв'язування коефіцієнтних задач теплопровідності методами математичного моделювання [10]. Створення пакету виконане з урахуванням вимог об'єктно-орієнтованого програмування. Процедура моделювання була реалізована на основі застосування багатопроцесорної обчислювальної системи [11]. Пакет прикладних програм призначено для обробки теплофізичних експериментів оберненими методами. Основною метою, яка ставилася при його створенні, було надання практичної допомоги дослідникові на усіх етапах обробки експериментальних даних.

У цьому розділі досліджень розглядаються додаткові умови, які дозволяють розділити досліджувані задачі на дві – температурну та потокову. Перша з них дає можливість розв'язувати коефіцієнтні задачі в усьому заданому діапазоні зміни температури з параметром управління у вигляді коефіцієнта температуропровідності (модель 1), друга – у вигляді коефіцієнтів теплопровідності або теплоємності (модель 2). Такий підхід відповідає класичним методам технічної теплофізики. Дослідження математичних моделей 1 і 2 проведено із застосуванням методу прямих. При цьому модель 1 (наприклад, алгебраїчна або функціональна) і модель 2 (градієнтна) дозволяють розв'язувати коефіцієнтну задачу в екстремальній постановці. В якості тестового завдання було запропоновано визначення теплофізичних властивостей конкретного промислового матеріалу [3]. Досліджувалися властивості коксу, виготовленого з газового вугілля. Для цього моделювали температурне поле зразка, що має форму циліндра. При розв'язуванні такої коефіцієнтної задачі застосовувалися наступні початкові дані: коефіцієнт температуропровідності $a_0 = a$, $N = 5$. Результати моделювання, виконаного засобами багатопроцесорної обчислювальної системи, представлені на рисунку 1. Розв'язок коефіцієнтної задачі проводилося з управлінням відносно обезрозміреного коефіцієнта температуропровідності при $R = a / a_0$. З аналізу результатів моделювання (рисунок 1) виходить, що мінімум нев'язки відповідає значенню параметра $R \approx 1$. Точне ж значення параметра управління $R = 1$. Для задачі теплопровідності за табличними даними $\lambda = 0.16$. Ідентифікація такого параметра відображена на рисунку 2.

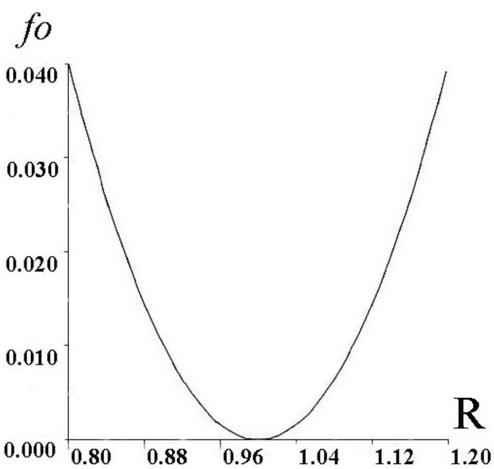

Рисунок 1 – Графік результатів розрахунку коефіцієнтної задачі при $R = a/a_0$ з параметром управління відносно коефіцієнта температуропровідності

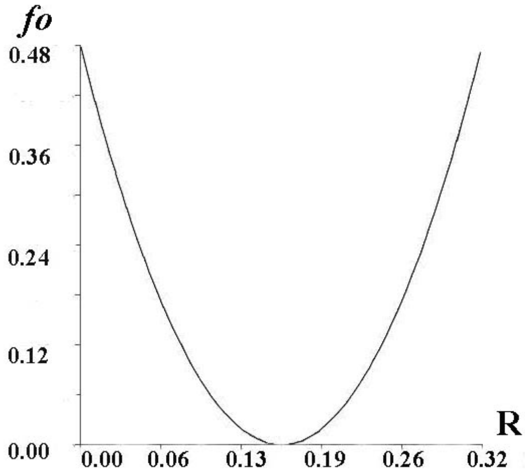

Рисунок 2 – Графік результатів розрахунку коефіцієнтного завдання при $R = \lambda$ з параметром управління відносно коефіцієнта теплопровідності

Розроблений алгоритм розв’язування коефіцієнтної задачі можна вважати задовільним, оскільки його варіант з використанням точних вхідних даних абсолютно співпадає з точним результатом аналітичного розв’язку, а похибки результатів розрахунку відновлюваних причинних характеристик, в яких врахована похибка вхідних даних, приблизно дорівнюють похибці вихідних даних.

Висновки

Розв’язок оберненої коефіцієнтної задачі в запропонованій постановці зводиться до прямого визначення послідовностей значень функціоналів (5) на математичних моделях (3) і обчислення в них мінімальних носіїв $J_{\min}$. Процедура визначення $J_{\min}$ може бути реалізована за допомогою простого сортування або за зміною знаку $J^*(a) \cdot J^*(b)$ на відрізку *R*=*a*, *R*=*b*, де для лінійного значення функціонала (5) $(a < b)$. Зрозуміло, що $J^*(R) = 0$ на відокремленому відрізку $R \in [a, b]$ матиме корінь. Уточнення значень цього кореня може бути реалізоване з будь-якою наперед заданою точністю за залежністю (8) або, наприклад, за допомогою методу хорд або дотичних.

Помітимо, що розбиття повного часового інтервалу на самостійні інтервали з рішенням обернених задач в кожному з них за вказаною вище схемою дозволяє визначити значення шуканих параметрів як функцій температури $T_{p,1}(T)$. Тому наступний етап обробки експериментальних даних полягає в побудові температурних залежностей $\lambda_{p,1}(T), Cv(T)$ у вигляді деяких

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

поліноміальних розкладань деяких порядків методом математичного планування та регресійного аналізу. На цьому етапі для перевірки та встановлення адекватності доцільно використовувати дискретну нелінійну математичну модель на повному просторово-часовому інтервалі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Информационная система интеллектуальной поддержки принятия решений для процесса прокатки [Текст] / В.П. Иващенко, Г.Г. Швачич, А.В. Соболенко, Д.В. Протопопов // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2003. – № 3. – С. 4 – 9.
2. Коздоба, Л. А. Вычислительная теплофизика [Текст] / Л.А. Коздоба. – Киев: Наук. Думка, 1992. – 224с.
3. Теплофизические свойства промышленных материалов: [Справочник] / [К. Д. Ильченко, В. А. Чеченев, В. П. Иващенко, В. С. Терещенко]. – Днепропетровск: Січ, 1999. – 152 с.
4. Роуч, П. Вычислительная гидромеханика [Текст] / П. Роуч; пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
5. На, Ц. Вычислительные методы решения прикладных граничных задач [Текст] / Ц. На; пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 296 с.
6. Воеводин, В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах [Текст] / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1986. – 296 с.
7. Системы параллельной обработки: Пер. с англ. [Текст] / Под редакцией Д. Ивенса. – М.: Мир, 1985. – 416 с.
8. Яненко, Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики [Текст] / Н.Н. Яненко. – Новосибирск: Наука, 1967. – 196 с.
9. Ковеня, В. М. Метод расщепления в задачах газовой динамики [Текст] / В. М. Ковеня, Н. Н. Яненко. – Новосибирск: Наука, 1981. – 304 с.
10. Швачич, Г.Г. Математическое моделирование одного класса задач металлургической теплофизики на основе многопроцессорных параллельных вычислительных систем [Текст] / Г.Г. Швачич // Математичне моделювання. – 2008. – № 1 (18). – С. 60 – 65.
11. Швачич, Г.Г. ППП исследования решений некоторого класса задач нестационарной теплопроводности [Текст] / Г.Г. Швачич, А.А. Шмукин, Д.В. Протопопов // Металлургическая теплотехника: Сб. науч. трудов НМетАУ в 2-х кн. – Кн. 2. – Днепропетровск: Пороги, 2005. – С. 448 – 453.
12. Башков, Є.О. Високопродуктивна багатопроцесорна система на базі персонального обчислювального кластера [Текст] / Є.О. Башков, В.П. Іващенко, Г.Г. Швачич // Наук. пр. Донецького національного технічного університету. Серія "Проблеми моделювання та автоматизації проектування". – Вип. 9 (179). – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – С. 312 – 324.

REFERENCES

1. Ivashchenko, V.P., Shvachych, G.G., Sobolenko, A.V. & Protopopov, D.V. (2003). Informative system for the intellectual support in making decision for the rolling process. Eastern-Europian Journal of Enterprise Technologies, 3, 4 – 9.
2. Kozdoba, L. (1992). Computing thermophysics. Kyiv: Scientific conception, 224.
3. Il'chenko, K.D., Chechenev, V.A., Ivashchenko, V.P. & Tereshchenko, V.S. (1999). Thermophysical properties of industrial materials. Dnepropetrovsk: Cut, 152.
4. Rouch, P. (1980). Computing hydromechanics. Moscow: The World, 616.
5. Na, C. (1982). Computing methods for solving applied boundary problems. Moscow: The World, 296 c.
6. Voevodin, V.V. (1986). Mathematical models and methods in parallel processes. Moscow: Science, 296.
7. Ivens, D. (1985). Systems of the simultaneous processing. Moscow: the World, 416.

8. Yanenko, N.N. (1967). Method of fractional steps in solving multidimensional problems of mathematical physics. Novosibirsk: Science, 196.
9. Kovenya, V. M. (1981). Splitting method in the problems of gas dynamics. Novosibirsk: Science, 304.
10. Shvachych, G.G. (2008). Mathematical simulation of one-class problems in metallurgical thermophysics on the basis of the multiprocessor parallel computing systems. The Mathematical design, 1(18), 60-65.
11. Shvachych, G.G., Shmukin, A.A. & Protopopov D.V. (2005). Paskages of solving some problems in the field of non-stationary heat conductivity. Metallurgical of thermotechnics: Proceedings of NMetAU, 448 – 453.
12. Bashkov, E.O., Ivashchenko, V.P. & Shvachych, G.G. (2011). High- productive multiprocessor system on the basis of the personal computing cluster. Procedings of the National technical university of Donetsk. – Ser. “Problem of simulating and computer-aided design, 9(179), 312 – 324.

Received 19.01.2021.
Accepted 01.02.2021.

UDK 681.3.012:621.1

V. Ivashchenko, G. Shvachych, O. Ivashchenko

DISTRIBUTED ALGORITHMS FOR SOLVING APPLIED PROBLEMS IN AN EXTREME SETTING

The corresponding class of mathematical models was derived from studying the thermophysical properties of materials using inverse methods. It was shown that one-dimensional formulation of thermal conductivity problems is the primary computational mathematical model, which requires building effective solutions of the inverse thermal conductivity problem and algorithms for processing experimental data to determine the material's thermophysical features. The processing mathematical models procedure is reduced to an extreme formulation allowing to development of practical algorithms for solving coefficient problems of arbitrary order of accuracy. Herein, the algorithm's variety of accurate input data entirely coincides with the exact result of analytical solutions, and the computational results errors of the recoverable causal features, including the input data error, are approximately equal to the original data errors. The paper presents the results of solving test problems based on the proposed approach. Additional conditions are derived, dividing the studied problem into two tasks: a) temperature; b) streaming. The first allows solving the coefficient problem over the entire given range of temperature changes by the control parameter as the diffusion coefficient (model 1); the other aims at determining the coefficients of thermal conductivity or heat capacity (model 2). Studies of mathematical models 1 and 2 were performed by the direct method. The proposed models allow solving problems in extreme situations. That approach is that the heat transfer process' desired causal features are considered the control parameters that are part of the direct problems solution. To solve the given problems by mathematical modeling methods, we developed a package of applied problems, which primary purpose was to provide practical assistance to the researcher at all experimental data processing stages. The package covered the requirements for object-oriented programming. The simulation procedure was implemented

ISSN-print 1991-7848
ISSN-online 2707-9457

based on the multiprocessor computing system. The application package is designed to process thermophysical experiments by inverse methods.

Keywords: coefficient problems, extreme formulation, mathematical models, thermal conductivity, thermal conductivity, heat transfer.

Іващенко Валерій Петрович – доктор технічних наук, професор, перший проректор, Національна металургійна академія України.
Швачич Геннадій Григорович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри прикладної математики та обчислювальної техніки, Національна металургійна академія України.
Іващенко Олена Валеріївна – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри прикладної математики та обчислювальної техніки, Національна металургійна академія України.

Иващенко Валерий Петрович – доктор технических наук, профессор, первый проректор, Национальная металлургическая академия Украины.
Швачич Геннадий Григорьевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и вычислительной техники, Национальная металлургическая академия Украины.
Иващенко Елена Валерьевна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры прикладной математики и вычислительной техники, Национальная металлургическая академия Украины.

Ivashchenko Valery – Doctor of Technical Sciences, Professor, First Vice-Rector, The National Metallurgical Academy of Ukraine.
Shvachych Gennady – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department Applied Mathematics and Computer Science, The National Metallurgical Academy of Ukraine.
Ivashchenko Olena – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecture of the Department Applied Mathematics and Computer Science, The National Metallurgical Academy of Ukraine.