

## ДИНАМІКА ГЛИБИННОГО ВІБРАТОРА З УРАХУВАННЯМ ПОСТУПАЛЬНОГО ТА КУТОВОГО РУХУ РОБОЧОГО ОРГАНА

**Анотація.** У статті розглянуто динаміку глибокого вібратора для ущільнення бетонних сумішей з урахуванням поступального та кутового руху його робочого органа. Побудовано розрахункову схему глибокого вібратора як просторової коливальної системи, у якій корпус прийнято твердим тілом із шістьма ступенями вільності, а дія бетонної суміші врахована через приєднану масу, пружний та непружний опір середовища. Розглянуто роботу дебалансного вібробуджувача з двома неврівноваженими вантажами, розташованими на валу з відповідними ексцентриситетами та кутом взаємного розвороту. Одержано аналітичні залежності для визначення відцентрових сил, результуючого моменту, приведеної маси системи, амплітуди поступальних коливань центра мас та амплітуди кутових коливань корпусу. Показано, що рух глибокого вібратора не можна зводити лише до горизонтальних коливань, оскільки дія дебалансних вантажів формує обертову рівнодіючу силу та результуючий момент, які спричиняють складний просторовий рух робочого органа. Встановлено, що траєкторія довільної точки корпусу залежить від її відстані до центра мас, кута розвороту дебалансних вантажів, моменту інерції, частоти обертання вала та приєднаної маси бетонної суміші. Доведено, що зміна кута розвороту дебалансів дозволяє регулювати співвідношення між поступальною та кутовою складовими руху, а отже впливати на характер передавання вібраційної енергії в бетонну суміш. Одержані результати можуть бути використані для обґрунтування параметрів глибоких вібраторів, вибору раціональних режимів ущільнення, зменшення ризику розшарування суміші та подальшої оптимізації форми робочого органа.

**Ключові слова:** глибокий вібратор, бетонна суміш, ущільнення, дебалансний вібробуджувач, поступальний рух, кутовий рух, динамічна модель, відцентрова сила, результуючий момент, приєднана маса, траєкторія коливань.

**Постановка проблеми.** Глибинні вібратори належать до найбільш поширених засобів ущільнення бетонних сумішей під час виготовлення монолітних і збірних залізобетонних конструкцій, однак ефективність їх роботи істотно залежить від характеру коливального руху робочого органа та умов передавання вібраційної енергії в об’єм суміші. На відміну від поверхневого вібраційного обладнання, глибинний вібратор взаємодіє безпосередньо з внутрішніми шарами бетонної суміші, тому його динаміка визначає інтенсивність руйнування внутрішніх структурних зв’язків, видалення повітряних включень, перерозподіл цементного тіста та заповнювача, а також формування щільної і однорідної структури бетону.

У реальних умовах роботи рух корпусу глибинного вібратора не обмежується лише простими горизонтальними коливаннями. Через дію дебалансного віброзбуджувача, розміщення неврівноважених мас, їх ексцентриситет, кутову швидкість обертання та взаємодію з бетонною сумішшю робочий орган може здійснювати складний просторовий рух, який поєднує поступальні переміщення центра мас і кутові коливання навколо нього. При цьому траєкторії окремих точок корпусу можуть відрізнятися за амплітудою, напрямом і кутом нахилу площини коливань, що безпосередньо впливає на характер ущільнення суміші в різних зонах навколо вібратора.

Недостатньо обґрунтовані параметри глибинного вібратора можуть призводити до нерівномірного ущільнення, утворення зон зниженої щільності, локального розшарування бетонної суміші, осідання крупного заповнювача або надмірного вібраційного впливу на вже ущільнені шари. Особливо це проявляється за роботи з бетонними сумішами різної рухливості та реологічних властивостей, коли однакові режими вібрації можуть давати різний технологічний результат. У зв’язку з цим виникає потреба в побудові динамічної моделі глибинного вібратора, яка враховує масово-інерційні параметри робочого органа, дію дебалансного збуджувача, приєднану масу бетонної суміші, сили пружного та непружного опору середовища.

**Аналіз останніх досліджень.** У сучасних дослідженнях бетонних і залізобетонних конструкцій значну увагу приділено підвищенню їх міцності, тріщиностійкості, довговічності та надійності роботи за рахунок удосконалення складу бетону, армування, умов формування структури

матеріалу та технологічних режимів виготовлення. Зокрема, у працях [1, 2] розглянуто питання підвищення несучої здатності та експлуатаційних характеристик бетонних елементів, що підтверджує важливість забезпечення якісної внутрішньої структури бетону ще на етапі його укладання та ущільнення.

Важливе теоретичне підґрунтя для дослідження процесів ущільнення бетонних сумішей становлять роботи, присвячені реологічним властивостям свіжого бетону. У праці [3] показано, що поведінка бетонної суміші у свіжому стані залежить від складу, вмісту цементного тіста, водоцементного відношення, характеристик заповнювачів і хімічних добавок. Це має безпосереднє значення для вибору параметрів вібраційного впливу, оскільки однакові режими роботи глибокого вібратора можуть по-різному впливати на суміші з різною рухливістю та структурно-механічними властивостями.

Окремий напрям становлять дослідження стійкості бетонних сумішей у свіжому стані та запобігання їх розшаруванню. У роботі [4] проаналізовано стабільність вертикальних шарів свіжого бетону, що є важливим для оцінювання здатності суміші зберігати однорідність під дією власної ваги та зовнішніх технологічних впливів. У дослідженні [5] встановлено, що вібраційно зумовлена сегрегація може негативно впливати на механічні властивості бетону та його проникність для хлорид-іонів. Це підтверджує необхідність обґрунтованого вибору амплітудно-частотних параметрів глибокого вібратора.

Безпосередньо вплив глибокого, або покерного, вібрування на осідання заповнювача у свіжому бетоні розглянуто в роботі [6]. Показано, що характер переміщення заповнювача істотно залежить від реологічних властивостей суміші та параметрів вібраційної дії. Це має принципове значення для побудови динамічної моделі глибокого вібратора, оскільки рух робочого органа повинен забезпечувати достатню інтенсивність ущільнення без надмірного розшарування матеріалу.

У роботі [7] запропоновано підхід до локальної подачі цементного молочка або модифікуючих компонентів у зону ущільнення бетонної суміші. Такий напрям є перспективним, оскільки дозволяє поєднати механічну вібраційну дію з локальним регулюванням властивостей суміші безпосередньо

в зоні роботи глибинного вібратора. Це створює передумови для підвищення ефективності ущільнення, особливо у випадках роботи з жорсткими або неоднорідними бетонними сумішами.

Фундаментальні положення щодо роботи вібраційних машин будівельної індустрії, принципів збудження коливань, динаміки робочих органів і взаємодії вібраційного обладнання з технологічним середовищем наведено у працях [8, 9]. У цих джерелах розглянуто загальні закономірності формування вібраційного впливу, параметри коливальних систем і особливості ущільнення бетонних сумішей за допомогою вібраційних машин. Разом з тим питання просторового руху глибинного вібратора, впливу розміщення дебалансних вантажів, приєднаної маси бетонної суміші та траєкторій руху окремих точок корпусу потребують подальшого уточнення.

**Мета досліджень.** Метою досліджень є розроблення та обґрунтування динамічної моделі глибинного вібратора для ущільнення бетонних сумішей з урахуванням поступального руху центра мас, кутових коливань робочого органа, дії дебалансного віброзбуджувача та взаємодії корпусу вібратора з бетонною сумішшю, а також встановлення рівнянь руху, які дозволяють оцінити вплив конструктивних і режимних параметрів на траєкторію коливань робочого органа.

**Викладення основного матеріалу дослідження.**

Для дослідження динаміки глибинного вібратора його робочий орган розглядається як просторова коливальна система, що безпосередньо взаємодіє з бетонною сумішшю. На відміну від поверхневих вібраційних машин, які передають коливання через опалубку або зовнішню поверхню виробу, глибинний вібратор занурюється в об'єм суміші та створює локальну зону інтенсивної вібраційної дії. У цій зоні відбувається зменшення внутрішнього тертя між частинками, руйнування слабких структурних зв'язків, видалення повітряних включень і ущільнення бетонної суміші. Ефективність такого процесу визначається не лише частотою обертання дебалансного вала, а й характером просторового руху корпусу, амплітудами поступальних і кутових коливань, формою наконечника та умовами взаємодії з бетонною сумішшю.

У розрахунковій схемі глибинний вібратор (рисунок 1) приймається як тверде тіло масою  $M_1$ , яке не деформується під час роботи. Нижня частина

корпусу має округлену форму із середнім радіусом  $R_c$ , а верхня частина обмежується зовнішнім і внутрішнім циліндрами. Така геометрія дає можливість розглядати робочий орган як просторову систему, у якій різні точки корпусу мають неоднакові траєкторії руху.

Він являє собою вал, установлений на підшипниках співвісно з вертикальною віссю корпусу. На валу розміщено два дебалансні вантажі: верхній масою  $m_v$  та нижній масою  $m_n$ . Вони мають відповідні ексцентриситети  $r_v$  і  $r_n$  та розташовані на відстанях  $h_v$  і  $h_n$  від центра мас робочого органа  $O$ . Обертання від електродвигуна передається через еластичну муфту, що дає змогу зменшити вплив ударних навантажень і компенсувати незначні перекося в приводі. Площини, які проходять через вісь вала та центри мас дебалансних вантажів, утворюють між собою кут розвороту  $\alpha$ . Саме цей кут істотно впливає на співвідношення між поступальним і кутовим рухом корпусу глибокого вібратора.

Для опису положення глибокого вібратора в просторі використовуються три системи координат. Перша – нерухома система  $O'xyz$ , яка є абсолютною та служить для опису положення робочого органа в просторі. Друга – рухома система  $Ox'y'z'$ , початок якої збігається з центром мас глибокого вібратора, а осі залишаються паралельними відповідним осям нерухомої системи. Третя система координат жорстко пов'язана з корпусом вібратора та використовується для опису його кутового положення. У положенні статичної рівноваги всі три системи координат збігаються, а координати центра мас позначаються як  $X_0, Y_0, Z_0$ .

Перехід від рухомої системи координат до системи, жорстко пов'язаної з тілом, доцільно виконувати за допомогою кутів Ейлера. Для цього послідовно здійснюються три повороти: перший – навколо осі  $Oy'$  на кут  $\psi$ , другий – навколо нового положення осі  $Ox'$  на кут  $\theta$ , третій – навколо вертикальної осі корпусу на кут  $\varphi$  (рисунок 2). Оскільки в робочому режимі кутові коливання глибокого вібратора є малими і не перевищують приблизно 0,01 рад, тригонометричні функції можна розкласти та обмежитися першими членами. Тоді малі кути  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  можна розглядати як повороти корпусу відносно відповідних координатних осей.

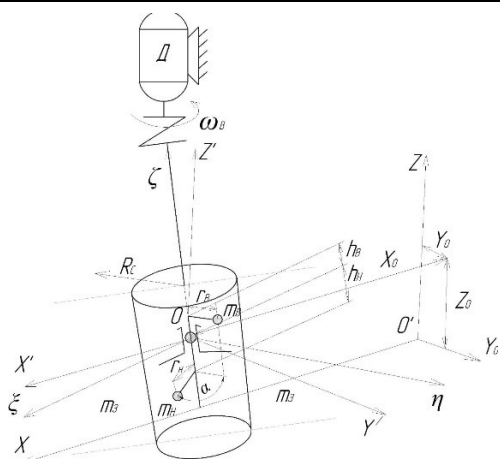


Рисунок 1 – Принципова схема глибокого вібратора

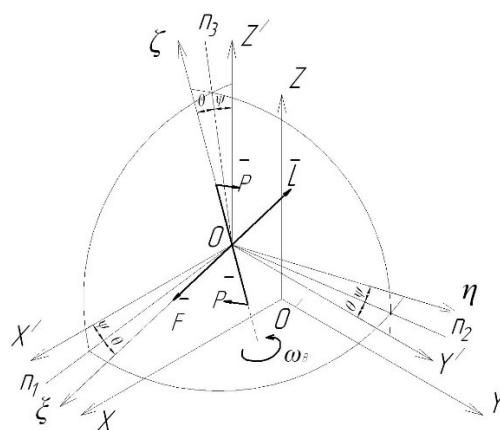


Рисунок 2 – Перетворення системи координат та динамічний гвинт що обертається

При малих кутових переміщеннях матриця напрямних косинусів між рухомою та нерухомою системами координат набуває спрощеного вигляду:

$$\begin{bmatrix} 1 & \varphi & -\psi \\ -\varphi & 1 & \theta \\ \psi & -\theta & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Тому перетворення координат довільної точки корпусу можна подати у лінеаризованій формі:

$$\begin{cases} x = x' + \varphi y' - \psi z', \\ y = -\varphi x' + y' + \theta z', \\ z = \psi x' - \theta y' + z'. \end{cases} \quad (2)$$

Таке представлення дозволяє поєднати поступальні переміщення центра мас і кутові коливання корпусу в єдиній динамічній моделі. Це особливо важливо для глибокого вібратора, оскільки під час роботи окремі точки його поверхні рухаються не однаково: центр мас може здійснювати рух, близький до колового у горизонтальній площині, а периферійні точки додатково отримують вертикальні складові переміщень через кутові коливання корпусу.

При обертанні дебалансного вала з кутовою швидкістю  $\omega$  на верхній і нижній дебалансні вантажі діють відцентрові сили:

$$F_B = m_B r_B \omega^2 \quad (3)$$

$$F_H = m_H r_H \omega^2 \quad (4)$$

Ці сили обертаються разом із валом і є взаємно нерухомими відносно нього. Відносно центра мас  $O$  вони створюють моменти:

$$L_B = F_B h_B = m_B r_B \omega^2 h_B, \quad (5)$$

$$L_H = F_H h_H = m_H r_H \omega^2 h_H. \quad (6)$$

Просторова система сил у загальному випадку може бути зведена до динамічного гвинта, то дія двох дебалансних вантажів на корпус глибинного вібратора зводиться до обертової рівнодіючої сили та результуючого моменту.

З урахуванням кута розвороту дебалансних вантажів  $\alpha$  рівнодіюча вимушуючих сил визначається як:

$$F = \sqrt{F_B^2 + F_H^2 + 2F_B F_H \cos \alpha} \quad (7)$$

Результуючий момент вимушуючих сил відповідно дорівнює:

$$L = \sqrt{L_B^2 + L_H^2 + 2L_B L_H \cos \alpha} \quad (8)$$

Площина дії результуючого моменту залишається перпендикулярною до рівнодіючої вимушуючих сил. Саме тому рух глибинного вібратора не можна зводити лише до поступальних коливань. У загальному випадку він складається з переміщення центра мас і обертання корпусу навколо нього. Це визначає складний просторовий характер траєкторій точок робочого органа.

Під час складання диференціальних рівнянь руху прийнято такі припущення: вплив бетонної суміші масою  $M_3$  враховується через коефіцієнт приєднаної маси  $k_M$ ; сили, що виникають під час деформації бетонної суміші в робочому діапазоні, пропорційні переміщенням корпусу; сили непружного опору пропорційні швидкості переміщення та напрямлені протилежно руху; кутові переміщення і кутові швидкості корпусу є малими. У завантаженому матеріалі для розрахункової схеми прийнято, що коефіцієнт приєднаної маси може перебувати в межах  $k_M = 0,2 \dots 0,8$ .

Приведена маса коливальної системи визначається залежністю:

$$M = M_1 + k_M \cdot M_3 \quad (9)$$

де  $M_1$  – маса глибинного вібратора;  $M_3$  – маса бетонної суміші, що залучається до коливального руху;  $k_M$  – коефіцієнт приєднаної маси.

Поступальний рух центра мас глибинного вібратора описується на основі теореми про рух центра мас механічної системи. У проєкціях на координатні осі система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + k_x\dot{x} + C_x x = F_x(t) \\ M\ddot{y} + k_y\dot{y} + C_y y = F_y(t), \\ M\ddot{z} + k_z\dot{z} + C_z z = F_z(t) \end{cases} \quad (10)$$

де  $x, y, z$  – переміщення центра мас глибинного вібратора;  $k_x, k_y, k_z$  – коефіцієнти непружного опору переміщенням у напрямках відповідних осей;  $C_x, C_y, C_z$  – коефіцієнти жорсткості взаємодії системи з середовищем;  $F_x(t), F_y(t), F_z(t)$  – проєкції рівнодіючої вимушуючих сил.

Оскільки основний технологічний рух глибинного вібратора формується в горизонтальній площині, для симетричного корпусу можна прийняти:

$$C_x = C_y = C, k_x = k_y = k. \quad (11)$$

Тоді горизонтальні переміщення центра мас описуються рівняннями:

$$M\ddot{x} + k\dot{x} + Cx = F \cos \omega t, \quad (12)$$

$$M\ddot{y} + k\dot{y} + Cy = F \sin \omega t. \quad (13)$$

Розв’язок цих рівнянь для сталого режиму роботи має вигляд:

$$x = A_0 \cos(\omega t - \beta), \quad (14)$$

$$y = A_0 \sin(\omega t - \beta). \quad (15)$$

де  $A_0$  – амплітуда горизонтальних коливань центра мас;  $\beta$  – початкова фаза горизонтальних коливань.

Амплітуда горизонтальної складової коливань визначається залежністю:

$$A_0 = \frac{F}{\sqrt{(C - M\omega^2)^2 + (k\omega)^2}} \quad (16)$$

Для випадку, коли глибинний вібратор працює в далеко зарезонансному режимі, тобто коли  $\omega$  істотно перевищує власну частоту системи, амплітуда може бути подана у спрощеному вигляді:

$$A_0 \approx \frac{F}{M\omega^2} \quad (17)$$

З огляду на те, що вимушуюча сила пропорційна  $\omega$ , у зарезонансному режимі амплітуда поступальних коливань значною мірою визначається відношенням дебалансного моменту до приведеної маси системи. Це означає, що збільшення маси дебаланса або його ексцентриситету збільшує амплітуду коливань, тоді як збільшення приєднаної маси бетонної суміші зменшує її.

Обертальний рух глибинного вібратора навколо центра мас визначається динамічними рівняннями Ейлера. У загальному вигляді вони враховують моменти інерції корпусу відносно головних центральних осей, проєкції кутової швидкості та дію моментів вимушуючих сил. Після вираження проєкцій кутової швидкості через кути Ейлера отримується нелінійна система рівнянь. Однак через малі значення кутових коливань її можна лінеаризувати. Нехтуючи членами, що містять добутки кутових швидкостей і добутки швидкостей на кутові переміщення, отримаємо систему:

$$\begin{cases} J_x \ddot{\psi} + k_\psi \dot{\psi} + C_\psi \psi = L_x(t), \\ J_y \ddot{\theta} + k_\theta \dot{\theta} + C_\theta \theta = L_y(t), \\ J_z \ddot{\phi} + k_\phi \dot{\phi} + C_\phi \phi = L_z(t). \end{cases} \quad (18)$$

де  $J_x, J_y, J_z$  – моменти інерції глибинного вібратора відносно головних центральних осей;  $\psi, \theta, \phi$  – кути повороту корпусу;  $k_\psi, k_\theta, k_\phi$  – коефіцієнти непружного опору кутовим переміщенням;  $C_\psi, C_\theta, C_\phi$  – коефіцієнти жорсткості при кутових переміщеннях;  $L_x(t), L_y(t), L_z(t)$  – проєкції результуючого моменту вимушуючих сил.

Для симетричного відносно вертикальної осі глибинного вібратора можна прийняти:  $J_x = J_y = J, C_\psi = C_\theta = C_\phi, k_\psi = k_\theta = k_\phi$

Тоді обертання корпусу відносно центральної горизонтальної осі у вертикальній площині можна описати рівнянням:

$$J\theta'' + k_\theta\theta' + C_\theta\theta = L\cos(\omega t - \gamma), \quad (19)$$

де  $\gamma$  – початкова фаза кутових коливань.

Амплітуда кута повороту корпусу відносно центральної горизонтальної осі дорівнює:

$$B_0 = \frac{L}{\sqrt{(C_\theta - J\omega^2)^2 + (k_\theta\omega)^2}} \quad (20)$$

У зарезонансному режимі ця залежність спрощується до вигляду:

$$B_0 \approx \frac{L}{J\omega^2} \quad (21)$$

Отже, кутові коливання глибинного вібратора визначаються моментом вимушуючих сил і моментом інерції корпусу. Збільшення відстані дебалансів від центра мас збільшує моментну дію, а збільшення моменту інерції корпусу зменшує амплітуду кутових коливань.

Загальний розв’язок рівнянь руху складається з двох частин: розв’язку однорідних рівнянь, що описує вільні коливання системи, та часткового розв’язку неоднорідних рівнянь, який описує вимушені коливання. Оскільки в реальній системі наявні сили непружного опору, вільні коливання поступово затухають. Тому в сталому режимі основне значення мають вимушені коливання, зумовлені обертанням дебалансного вала.

Горизонтальні коливання центра мас викликаються обертовою рівнодіючою силою  $F$ , а вертикальні складові руху окремих точок корпусу виникають внаслідок обертання глибинного вібратора навколо центра мас під дією результуючого моменту  $L$ . Оскільки площина дії моменту перпендикулярна до рівнодіючої сили, між горизонтальними та вертикальними складовими коливань виникає фазове зміщення, яке визначає просторовий характер траєкторії точок корпусу.

Для визначення траєкторії руху довільної точки глибинного вібратора розглянемо точку  $K$ , розташовану на відстані  $r_1$  від центра мас. Центр мас  $O$  здійснює рух у горизонтальній площині  $Oxy$  по колу радіусом  $A_0$ . Усі точки центральної площини глибинного вібратора, що проходить через центр мас і перпендикулярна до осі дебалансного вала, мають горизонтальні проєкції

траєкторій у вигляді кіл. Водночас через кутові переміщення корпусу вони отримують вертикальні складові коливань, амплітуди яких пропорційні відстані від центра мас:

$$B_1 = B_0 r_1. \quad (22)$$

Точки, які не лежать у центральній площині, мають вертикальні складові амплітуд, що залежать не тільки від відстані  $r_1$ , а й від кута  $\delta$  між радіус-вектором точки та центральною площиною корпусу:

$$B_2 = B_0 r_1 \cos \delta \quad (23)$$

Для центральної площини при  $\delta = 0$  ця залежність переходить у попередню. Отже, вертикальна складова коливань довільної точки визначається її просторовим положенням відносно центра мас і центральної площини корпусу.

Горизонтальна складова амплітуди коливань точки, яка не лежить у центральній площині, може бути подана як:

$$A_2 = A_0 + B_0 r_1 \sin \delta. \quad (24)$$

Повна амплітуда коливань довільної точки корпусу визначається залежністю:

$$A_K = \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \quad (25)$$

Кут нахилу площини траєкторії коливань довільної точки до горизонтальної площини дорівнює:

$$\tan \varepsilon = \frac{B_2}{A_2} \quad (26)$$

Звідси випливає, що будь-яка точка корпусу глибинного вібратора під час роботи рухається по просторовій замкненій кривій, яка в загальному випадку має форму еліпса. На горизонтальну площину  $Ox$  траєкторія проектується у вигляді кола, а на вертикальні площини – у вигляді еліпса або його вироджених форм. При певних співвідношеннях параметрів дебалансів траєкторія може переходити в колову або дугову форму.

Особливий інтерес становлять два граничні випадки розвороту дебалансних вантажів. Якщо  $m_B = m_H, r_B = r_H, h_B = h_H, \alpha = 0^\circ$ , то відцентрові

сили діють синфазно. У такому випадку результуючий момент може бути відсутнім або мінімальним, а корпус глибинного вібратора здійснює переважно поступальний рух по колу радіусом  $A_0$ . Усі точки корпусу мають однакову або близьку за характером горизонтальну траєкторію.

Якщо за тих самих умов  $\alpha = 180^\circ$ , то рівнодіюча вимушуючих сил може дорівнювати нулю, тобто  $F = 0$ , і центр мас залишається нерухомим або має мінімальні переміщення. У цьому випадку рух визначається переважно моментною дією, а окремі точки корпусу здійснюють коливання по плоских кривих, близьких до дуг кіл. Таким чином, зміна кута розвороту дебалансних вантажів дозволяє змінювати співвідношення між поступальною та кутовою складовими руху глибинного вібратора.

**Висновки:** Розроблено динамічну модель глибинного вібратора для ущільнення бетонних сумішей, у якій робочий орган розглянуто як просторову коливальну систему з урахуванням поступального руху центра мас, кутових коливань корпусу, дії дебалансного вібробуджувача та взаємодії з бетонною сумішшю. Встановлено, що дія дебалансних вантажів формує обертову рівнодіючу силу та результуючий момент, які визначають просторову траєкторію руху робочого органа і співвідношення між горизонтальними та вертикальними складовими коливань. Показано, що зміна кута розвороту дебалансних вантажів, частоти обертання, моменту інерції та приєднаної маси бетонної суміші дозволяє керувати характером вібраційного впливу, що може бути використано для підвищення ефективності ущільнення та зменшення ризику розшарування бетонної суміші.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Improving bond performance of ribbed steel bars embedded in recycled aggregate concrete using steel mesh fabric confinement / S. Fayed та ін. *Construction and Building Materials*. 2023. Т. 369. С. 130452. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.130452>
2. Bending performance of dapped-end beams having web opening: Experimental and numerical investigation / C. Aksoylu та ін. *Structures*. 2023. Т. 48. С. 736–753. URL: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.12.110>
3. Effect of constituents on rheological properties of fresh concrete-A review / D. Jiao та ін. *Cement and Concrete Composites*. 2017. Т. 83. С. 146–159. URL: <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2017.07.016>
4. Torelli G., Lees J. M. Fresh state stability of vertical layers of concrete. *Cement and Concrete Research*. 2019. Т. 120. С. 227–243. URL: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2019.03.006>

5. Gao X., Zhang J., Su Y. Influence of vibration-induced segregation on mechanical property and chloride ion permeability of concrete with variable rheological performance. *Construction and Building Materials*. 2019. Vol. 194. P. 32–41. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.11.019>
6. Zhang J., Gao X., Su Y. Influence of Poker Vibration on Aggregate Settlement in Fresh Concrete with Variable Rheological Properties. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2019. T. 31, № 7. С. 04019128. URL: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)mt.1943-5533.0002782](https://doi.org/10.1061/(asce)mt.1943-5533.0002782)
7. Нестеренко М. М., Склярєнко Т. О., Бугрова Т. М., Гавріков В. В. Система локальної подачі цементного молочка або модифікуючих компонентів в зону ущільнення бетонної суміші. Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки : матеріали VIII Всеукр. наук.-техн. конф., м. Полтава, 24 квіт. 2025 р. Полтава : Нац. ун-т ім. Юрія Кондратюка, 2025. С. 38–40.
8. Назаренко І. І. Вібраційні машини і процеси будівельної індустрії : навч. посіб. М. ; Київ : КНУБА, 2007. 230 с.
9. Maslov A. G., Itkin A. F., Salenko Y. S. *Vibratsionnyie mashinyi dlya prigotovleniya i uplotneniya betonnyih smesey* : Kremenchuk : PP Cherbatyh, 2014. 324 с.

Received 18.03.2026.

Accepted 13.04.2026.

Published 30.04.2026

UDC 621.928.23

Havrikov V., Buhrova T.

### DYNAMICS OF AN INTERNAL VIBRATOR CONSIDERING THE TRANSLATIONAL AND ANGULAR MOTION OF THE WORKING BODY

**Abstract.** *The article considers the dynamics of an internal vibrator for compacting concrete mixtures, taking into account the translational and angular motion of its working body. A calculation scheme of the internal vibrator is developed as a spatial oscillatory system in which the housing is assumed to be a rigid body with six degrees of freedom, while the action of the concrete mixture is considered through the added mass, elastic resistance, and inelastic resistance of the medium. The operation of an unbalanced vibration exciter with two unbalanced masses mounted on the shaft with corresponding eccentricities and a mutual phase angle is considered. Analytical dependencies are obtained for determining centrifugal forces, the resulting moment, the reduced mass of the system, the amplitude of translational oscillations of the center of mass, and the amplitude of angular oscillations of the housing. It is shown that the motion of the internal vibrator cannot be reduced only to horizontal oscillations, since the action of the unbalanced masses forms a rotating resultant force and a resulting moment, which cause complex spatial motion of the working body. It is established that the trajectory of an arbitrary point of the housing depends on its distance from the center of mass, the phase angle of the unbalanced masses, the moment of inertia, the shaft*

rotation frequency, and the added mass of the concrete mixture. It is proved that changing the phase angle of the unbalanced masses makes it possible to regulate the ratio between the translational and angular components of motion and, consequently, to influence the nature of vibration energy transmission into the concrete mixture. The obtained results can be used to substantiate the parameters of internal vibrators, select rational compaction modes, reduce the risk of mixture segregation, and further optimize the shape of the working body.

**Keywords:** internal vibrator, concrete mixture, compaction, unbalanced vibration exciter, translational motion, angular motion, dynamic model, centrifugal force, resulting moment, added mass, oscillation trajectory.

### REFERENCES

1. Fayed, S., Madenci, E., Özkiliç, Y. O., & Mansour, W. (2023). Improving bond performance of ribbed steel bars embedded in recycled aggregate concrete using steel mesh fabric confinement. *Construction and Building Materials*, 369, 130452. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.130452>
2. Aksoylu, C., Özkılıç, Y. O., Çeledir, E., & Arslan, M. H. (2023). Bending performance of dapped-end beams having web opening: Experimental and numerical investigation. *Structures*, 48, 736–753. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.12.110>
3. Jiao, D., Shi, C., Yuan, Q., An, X., Liu, Y., & Li, H. (2017). Effect of constituents on rheological properties of fresh concrete—A review. *Cement and Concrete Composites*, 83, 146–159. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2017.07.016>
4. Torelli, G., & Lees, J. M. (2019). Fresh state stability of vertical layers of concrete. *Cement and Concrete Research*, 120, 227–243. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2019.03.006>
5. Gao, X., Zhang, J., & Su, Y. (2019). Influence of vibration-induced segregation on mechanical property and chloride ion permeability of concrete with variable rheological performance. *Construction and Building Materials*, 194, 32–41. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.11.019>
6. Zhang, J., Gao, X., & Su, Y. (2019). Influence of poker vibration on aggregate settlement in fresh concrete with variable rheological properties. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 31(7), 04019128. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)mt.1943-5533.0002782](https://doi.org/10.1061/(asce)mt.1943-5533.0002782)
7. Nesterenko, M. M., Skliarenko, T. O., Buhrova, T. M., & Havrikov, V. V. (2025). Systema lokalnoi podachi tsementnoho molochka abo modyfikuiuchykh komponentiv v zonu ushchilnennia betonnoi sumishi [System of local supply of cement slurry or modifying components to the compaction zone of concrete mixture]. In *Stvorennia, ekspluatatsiia i remont avtomobilnoho transportu ta budivelnoi tekhniki: Materialy VIII Vseukrainskoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii (Poltava, April 24, 2025)* (pp. 38–40). National University “Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic”.
8. Nazarenko, I. I. (2007). *Vibratsiini mashyny i protsesy budivelnoi industrii: Navchalnyi posibnyk* [Vibration machines and processes of the construction industry: Textbook]. KNUBA.
9. Maslov, A. G., Itkin, A. F., & Salenko, Y. S. (2014). *Vibratsionnyie mashinyi dlya prigotovleniya i uplotneniya betonnyih smesey* [Vibrating machines for the preparation and compaction of concrete mixes]. PP Cherbatyh.

**Гавріков Володимир Володимирович** – аспірант кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», проспект Віталія Грицаєнка, 24, Полтава, Україна, 36011, [vhavrikov@gmail.com](mailto:vhavrikov@gmail.com) ORCID: 0009-0007-6893-7739

**Бугрова Тетяна Миколаївна** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри нафтогазової інженерії та технологій, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», проспект Віталія Грицаєнка, 24, Полтава, Україна, 36011, [nning.t\\_nesterenko@nupp.edu.ua](mailto:nning.t_nesterenko@nupp.edu.ua) ORCID: 0000-0003-2690-4131

**Volodymyr Havrikov** – Postgraduate student of the Department of industrial mechanical engineering and mechatronics National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Vitaliya Hrytsayenka, 24, Poltava, Ukraine, 36011,

E-mail: [vhavrikov@gmail.com](mailto:vhavrikov@gmail.com) ORCID: 0009-0007-6893-7739

**Tetiana Buhrova** – PhD (Tech), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Oil and Gas Engineering and Technology National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Vitaliya Hrytsayenka, 24, Poltava, Ukraine, 36011,

E-mail [nning.t\\_nesterenko@nupp.edu.ua](mailto:nning.t_nesterenko@nupp.edu.ua) ORCID: 0000-0003-2690-4131