

**ПРО ОДИН ПІДХІД ДО СТВОРЕННЯ ЕФЕКТИВНОГО АЛГОРИТМУ
ВИКОНАННЯ СКЛАДНОЇ ОПЕРАЦІЇ У СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ**

Поліський Ю. Д. [ORCID]

Науково-дослідний інститут автоматизації чорної металургії, к.т.н., с.н.с.,
заслужений винахідник України, України

Анотація. Обробка даних в непозиційній системі числення залишкових класів дозволяє істотно підвищити швидкодію обчислювальних операцій. Метою роботи є дослідження одного підходу до створення ефективного алгоритму виконання складної операції порівняння чисел та саме порівняння чисел за цим підходом. Порівняння поточного стану керованого об'єкта системи із станом об'єкта, заданим алгоритмом функціонування, є предметом розв'язання будь-якого завдання управління. Системний аналіз, теорія чисел та китайська теорема про залишки є інструментами методології дослідження. Підхід базується на представленні кожного із чисел як суми неповної частки та залишку по даному модулю. Саме ж порівняння представляє собою ітераційний процес зіставлення на кожній ітерації величин складових вказаних сум, за результатами якого вибираються дії на наступній ітерації. Даний підхід доцільно розглядати в якості одного з напрямків дослідження шляхів підвищення ефективності обчислень.

Ключові слова: залишкові класи, системи модулів, інтервал, порівняння чисел, ітерації

Вступ. Створення ефективних обчислювальних структур пов'язане з паралельним обробленням даних системами з нетрадиційними способами кодування інформації, зокрема системою числення в залишкових класах. Системою залишкових класів [1] називається система числення, у якій довільне число N представляється як набір найменших невід'ємних залишків по модулях m_1, m_2, \dots, m_n , тобто $N = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$. Тут $\alpha_i = N \pmod{m_i}$. При цьому, якщо числа m_i попарно взаємно прості, то такому представленню відповідає тільки одне число N інтервалу $[0, M-1]$, де $M = m_1 m_2 \dots m_n$.

Перевага такого представлення чисел полягає в тому, що операції додавання, віднімання та множення, так звані модульні операції, виконуються досить просто, наприклад, для $N_1 = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ та $N_2 = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$

$$\begin{aligned}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) + (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) &= (\alpha_1 + \beta_1) \pmod{m_1}, \dots, (\alpha_n + \beta_n) \pmod{m_n} \\(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) - (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) &= (\alpha_1 - \beta_1) \pmod{m_1}, \dots, (\alpha_n - \beta_n) \pmod{m_n} \\(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \times (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) &= (\alpha_1 \times \beta_1) \pmod{m_1}, \dots, (\alpha_n \times \beta_n) \pmod{m_n}\end{aligned}$$

Основний матеріал. Недоліки системи залишкових класів обумовлені труднощами при реалізації не модульних операцій. У багатьох обчислювальних завданнях, що виконуються в системі залишкових класів, однією з найбільш трудомістких не модульних операцій є операція порівняння чисел.

Порівняння поточного стану керованого об'єкта системи із станом об'єкта, заданим алгоритмом функціонування, є предметом розв'язання будь-якого завдання управління. Цілі порівняння включають виявлення факту збігу або розбіжності значень величин, що відображають стан об'єкта, та оцінку ступеня розбіжності.

Для кожного модуля системи модулів m_1, m_2, \dots, m_n число N є сумою неповної частки $Q = k m$ та залишку по модулю $\alpha = N \pmod{m}$, тобто $N = Q_1 + \alpha_1, N = Q_2 + \alpha_2, \dots, N = Q_n + \alpha_n$

Нехай порівнюються числа $N_1 = Q(N1) + \alpha_1$ та $N_2 = Q(N2) + \beta_1$. За алгоритмом порівняння чисел у системі залишкових класів, вперше запропонованим [2], одночасно створюються числа $Q(N1) = N_1 - \alpha_1$ та $Q(N2) = N_2 - \beta_1$. Нехай $R(1)$ - результат порівняння на першій ітерації. Якщо

$$R(1) = \begin{cases} N_1 > N_2, (Q(N1) = Q(N2)) \cap (\alpha_1 > \beta_1) \\ N_1 < N_2, (Q(N1) = Q(N2)) \cap (\alpha_1 < \beta_1) \\ N_1 = N_2, (Q(N1) = Q(N2)) \cap (\alpha_1 = \beta_1) \end{cases},$$

процес порівняння на цьому завершується. Якщо ж $Q(N1) \neq Q(N2)$, то співвідношення α_1, β_1 , запам'ятовується.

На другій ітерації одночасно виконуються операції $E_1 = \frac{Q(N1)}{m_1} = Q(\bar{N}1)m_2 + \bar{\alpha}$ та $E_2 = \frac{Q(N2)}{m_1} = Q(\bar{N}2)m_2 + \bar{\beta}$ та створюються числа $Q(\bar{N}1) = E_1 - \bar{\alpha}$ та $Q(\bar{N}2) = E_2 - \bar{\beta}$.

Якщо при цьому $Q(\bar{N}1) = Q(\bar{N}2)$ та $\bar{\alpha} < \bar{\beta}$, то перевага віддається останньому співвідношенню, та $\tilde{N}_1 < \tilde{N}_2$. Якщо ж $Q(\bar{N}1) = Q(\bar{N}2)$ та $\bar{\alpha} = \bar{\beta}$, то про результат

порівняння судять по запам'ятованому співвідношенню $\alpha_1 \cdot \beta_1$, та процес порівняння на цьому завершується.

Якщо на жодній із ітерацій не виявляється $Q(\bar{N}1) = Q(\bar{N}2)$, про результат порівняння судять по співвідношенню $\bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$ на попередній ітерації, та процес порівняння на цьому завершується.

Висновки. Таким чином, досліджений новий підхід до створення ефективного алгоритму порівняння чисел в системі залишкових класів. Підхід базується на представленні кожного із чисел як суми неповної частки та залишку по модулю. Саме ж порівняння представляє собою ітераційний процес зіставлення величин вказаних сум, що значно прискорює швидкодію обчислювань.

ЛІТЕРАТУРА / REFERENCE

1. Akushskiy I. Ya., Yuditskiy D. I. Mashinnaya arifmetika v ostatochnykh klassakh. M.: Sovetskoye radio. 1968. 440 s
2. Faktorovich M. G., Polisskiy Yu. D. Ustroystvo dlya sravneniya chisel, predstavlennykh v sisteme ostatochnykh klassov. Avt. svid. SSSR №608155 M. Kl. 2 G06 F 7/04, 1976.

ON ONE APPROACH TO CREATING AN EFFICIENT ALGORITHM FOR PERFORMING A COMPLEX OPERATION IN THE SYSTEM OF RESIDUE CLASSES

Yuriy Polissky

Abstract. Data processing in the non-positional number system of residual classes allows to significantly increase the speed of computational operations. The purpose of the work is to study a new approach to creating an effective algorithm for performing a complex operation of comparing numbers and comparing numbers using this approach. Comparison of the current state of the controlled object of the system with the state of the object specified by the functioning algorithm is the subject of solving any control problem. System analysis, number theory and the Chinese residue theorem are tools of the research methodology. The approach is based on representing each number as the sum of the incomplete fraction and the remainder for a given modulus. The comparison itself is an iterative process of comparing the values of the components of the specified sums at each iteration, the results of which are used to select actions for the next iteration. This approach should be considered as one of the directions of research into ways to increase the efficiency of calculations.

Keywords: residue classes, moduli systems, interval, number comparison, iterations