

## ПРОБЛЕМИ КЕРУВАННЯ НАЗЕМНИМИ ПРИСТРОЯМИ ЗА ДОПОМОГОЮ СИНЕРГЕТИЧНОГО ПІДХОДУ

Зайцев В.Г. [ORCID]

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, канд. фіз.-мат. наук,  
доцент, Україна*

**Анотація.** В даній роботі розглянуті проблеми керування автономними наземними (або літальними) пристроями та основі їх математичних моделей керування. У якості основного метода використано синергетичний підхід побудови керування для різних траєкторій руху апарату. Розглянуто рух його безпосередньо по прямій, колу та кривій типу синусоїди. Головним тут є проблема планування цілеспрямованого руху, який можливо розкласти на вказані типи. Але виникає завдання перемикання руху апарату з одного типу на інший, яке пов'язано з багатьма впливами на його динаміку в умовах невизначеності та врахування зовнішніх нелінійних ефектів. Тому виникає питання як краще визначитися з цієї проблемою.

**Ключові слова:** безпілотні наземні пристрої, математичне моделювання, синергетичне керування.

**Вступ.** Еволюція методів керування пройшла шлях від класичних ПД-регуляторів до оптимальних (LQR), робастних (зокрема  $H^\infty$ ), адаптивних та інтелектуальних підходів (нечітка логіка, нейромережі), а також прогнозного керування модельного типу (MPC), яке дозволяє прямо враховувати обмеження, оптимізувати енерговитрати та компенсувати збурення в горизонті прогнозу [1,3,6]. Водночас MPC потребує значних обчислювальних ресурсів і якісних моделей. На цьому тлі синергетичний підхід вирізняється поєднанням аналітичної керованості, робастності та плавності сигналів. Його сутність — у введенні макрозмінних та стабілізації інваріантів, що формують «синергетичний атрактор» і забезпечують збіжність траєкторій незалежно від початкових умов, зі зниженими піками навантажень на приводи [2].

**Основний матеріал.** У роботі змодельоване рух автономних мобільних роботів (AMP) у двовимірному середовищі [7]. Спираючись на синергетичний підхід, виведено замкнені формули сигналів керування для трьох базових

траєкторій — прямолінійної, кругової та синусоїдальної [5]. Для кожного режиму синтезовано керуюче прискорення, що забезпечує стійке стеження та нечутливість до зовнішніх збурень. Отримані результати дають змогу зіставити ефективність розглянутих законів керування та підібрати оптимальні параметри макрозмінних під різні сценарії руху. Синергетичний підхід поєднує теоретичну строгість і практичну дієвість, є універсальним інструментом для побудови адаптивних алгоритмів керування, придатних до реальної експлуатації АМР. Завдяки здатності формувати гладке, надійне й робастне керування в умовах невизначеності метод відкриває перспективи для формування руху автономних наземних систем.

Математична модель руху мобільного гусеничного робота у векторі стану  $x=[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T$  має наступну форму:

$$\dot{x}_1 = x_3 \cos x_4, \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \sin x_4, \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{u_1 - R_l}{m}, \quad (3)$$

$$\dot{x}_4 = x_5, \quad (4)$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{B u_2}{2I_z} - \frac{M r}{I_z}, \quad (5)$$

Основна мета керування – забезпечити стійке переміщення робота з довільного початкового стану в задану точку робочого простору  $(x_1^*, x_2^*)$ . У синергетичній теорії сукупність критеріїв якості задається системою інваріантів. Перший інваріант (підмножина цілей) для робота формулюється як

$$\mathring{\mathbf{a}} = \{x_1 = x_1^*, x_2 = x_2^*\} \quad (6)$$

Це означає, що в усталеному режимі координати центра мас робота повинні збігатися з заданими координатами цільової точки. Першим кроком синтезу є розв’язання підзадачі стабілізації кута орієнтації робота. Для цього використовуємо підсистему (4)–(5). Вводимо бажаний кут орієнтації  $\theta_0$ , який згодом буде пов’язаний із положенням робота відносно цільової точки. Перша макрозмінна задається як

$$\Psi_1 = x_5 + k_1(x_4 - \theta_0) \quad (7)$$

де  $k_1 > 0$  – константа налаштування. Сенс їх вибору: член  $x_4 - \theta_0$  – похибка за кутом; член  $x_5$  – кутова швидкість. Умова  $\Psi_1 \approx 0$  означає одночасно розворот робота до кута  $\theta_0$  і згасання кутової швидкості. Відповідно до методу синергетичного керування  $\Psi_1$  – макрозмінна повинна задовольняти основне функціональне рівняння

$$\Psi_1 + \lambda_1 \dot{\Psi}_1 = 0, \lambda_1 > 0 \quad (8)$$

Обчислюємо похідну  $\dot{\Psi}_1$ , використовуючи модель (4), (5). Звідси визначаємо «зовнішній» закон керування поворотом

$$u_2 = \frac{2I_z}{B} \left[ k_1(x_5 - \dot{\theta}_0) + \lambda_1 \dot{\Psi}_1 - \frac{M_r}{I_z} \right].$$

Приймаємо стандартне синергетичне припущення про різні часові масштаби: підсистема обертального руху працює значно швидше за поступальний рух. Тому на «повільному» часовому масштабі можна вважати що  $x_4 \approx \theta_0$ ,  $x_5 \approx 0$ . Тоді з (1)–(5) отримуємо наступну декомповану модель поступального руху:

$$\dot{x}_1 = x_3 \cos x_4, \quad \dot{x}_2 = x_3 \sin x_4, \quad \dot{x}_3 = \frac{u_1 - R_t}{m}. \quad (9)$$

На цьому рівні керування  $u_2$  уже надано законом для  $\Psi_1$ , а змінна  $\theta_0$  розглядається як відома функція, що формується координатним рівнем синтезу. Щоб керувати швидкістю, яка одночасно обмежена зверху, вводимо наступну другу макрозмінну  $\Psi_2 = x_3 - V_{max} \tanh(\varphi)$ , де  $V_{max} > 0$  максимально допустима швидкість,  $\varphi(x)$  – внутрішня керуюча змінна. З умови  $\Psi_2 \rightarrow 0$  автоматично випливає обмеження  $|x_3| \leq V_{max}$ . Як і раніше, функціональне співвідношення типу (8) для  $\Psi_2$  має вигляд

$$\Psi_2 + \lambda_2 \dot{\Psi}_2 = 0, \lambda_2 > 0.$$

З урахуванням (9) визначається наступний «зовнішній» закон керування тягою

$$u_1 = R_t - m[V_{max}(1 - \tanh^2(\varphi))\dot{\varphi} - \lambda_2(x_3 - V_{max} \tanh(\varphi))].$$

Для замикання визначення структури керування можливо, наприклад, покласти внутрішню змінну  $\varphi = k_\varphi \rho$ ,  $\rho = \sqrt{(x_1 - x_1^*)^2 + (x_2 - x_2^*)^2}$ , тобто пропорційною відстані до цільової точки. Тоді з  $\Psi_2 = 0$  маємо  $x_3 = V_{max} \tanh(k_\varphi \rho)$ , і

швидкість автоматично зменшується при наближенні до цілі. Щоб безпосередньо забезпечити виконання інваріанту (6), вводимо координатні макрозмінні:  $\Psi_3 = x_1 - x_1^*$ ,  $\Psi_4 = x_2 - x_2^*$ . Для них використовуємо функціональні співвідношення типу (8):

$$\dot{\Psi}_3 + \lambda_3 \Psi_3 = 0, \lambda_3 > 0., \dot{\Psi}_4 + \lambda_4 \Psi_4 = 0, \lambda_4 > 0.$$

З урахуванням декомпозованої моделі  $\dot{x}_1 = x_3 \cos \theta_0$ ,  $\dot{x}_2 = x_3 \sin \theta_0$  одержуємо систему  $x_3 \cos \theta_0 + \lambda_3(x_1 - x_1^*) = 0$ ,  $x_3 \sin \theta_0 + \lambda_4(x_2 - x_2^*) = 0$ . З неї знайдемо бажаний кут орієнтації  $\theta_0 = \arctan 2(\lambda_4(x_2 - x_2^*)/\lambda_3(x_1 - x_1^*))$ , а також бажану швидкість

$$x_3 = -\lambda_3 \frac{x_1 - x_1^*}{\cos \theta_0} = -\lambda_4 \frac{x_2 - x_2^*}{\sin \theta_0}.$$

Якщо одночасно врахувати обмеження швидкості, задане макрозмінної  $\theta_0$ , то фактичне значення  $x_3$  береться як

$$x_3 = V_{\max} \tanh(k_\varphi \rho),$$

а кут  $\theta_0$  визначається формулою вище. Потім  $\theta_0$  підставляється в закон керування  $u_2$ , а  $x_3(t)$  – у закон керування  $u_1$ .

Вище сформовано синергетичний закон керування для переміщення мобільного гусеничного робота до цільової точки на основі моделі (1)–(5) та синергетичних макрозмінних  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ . На практиці рух робота може бути ускладнено наявністю перешкод у робочій області, тому додатково розглянемо задачу обходу перешкоди квадратної форми. Принципово важливо, що загальна структура синергетичного керування не змінюється: макрозмінні  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  та закони керування  $u_1$ ,  $u_2$  залишаються такими ж, а модифікація стосується лише формування бажаного напрямку руху  $\theta_0$  на координатному рівні. При цьому вважаємо, що повний стан робота  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  відомий безпосередньо з математичної моделі, тобто додатковий «пристрій спостереження» не використовується. На рис. 1 наведено результати візуалізації моделювання траєкторії руху робота з позначенням ключових точок маршруту P0, P1, P2, що відповідають фактичним поворотам та зміні напрямку руху.

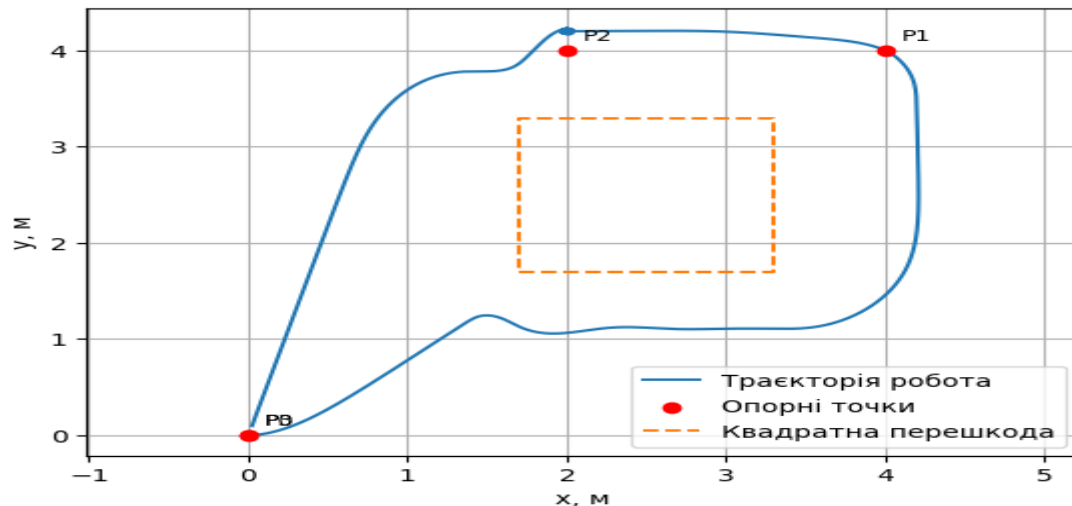


Рисунок 1– Рух гусеничного робота з об'їздом квадратної перешкоди та проміжними опорними точками

## Висновки

Вище сформовано керування руху АМР з проміжними опорними точками, яке дозволяє з урахуванням координат перешкоди, виконувати переміщення пристрою у визначену точку площини руху. Для літальних пристроїв можливо використання руху по коло, синусоїдального руху. В таких випадках потрібно використовувати відповідні рівняння для макрозмінних  $\Psi_i$ . Проблему часу перемикання керування з одного типу на інший потрібно вирішувати відповідно до поставленого завдання пристрою.

## ЛІТЕРАТУРА / REFERENCE

1. Siegwart R., Nourbakhsh I., Scaramuzza D. Introduction to Autonomous Mobile Robots. – 2nd ed. – MIT Press, 2011. - 447 pp.
2. Kolecnikov A.A. Cunergetuchna teoriya upravlinnya. Energoatomizdat. -1994. 344 s. [in Russian].
3. Mellinger D., Kumar V. Minimum Snap Trajectory Generation and Control for Quadrotors. IEEE ICRA, 2011.- pp. 41-47.
4. Gorbylin V.P., Gylyazkui L.A., Cergienko I.B. Poctanovka ta matematichni modeli problem optimizatsii litalnux apparativ z dunamichnumu depo// Fundamentakni I prukladni problemu Computer Science // Control Systems and Computers, N1, 2019, Article 1, (279), pp. 3-10.
5. Nechepurenko V.A. Metodu keryvany BPLA iz zactocyvanym kompyternogo zopy. Texnichni nauku. № 5, 2024. –s. 217-225 [in Ukrainian].
6. Pavlov S., Novoselov S. Keryvannya mobilnum avtonomnum robotom z bukoructanyam ROS. Universum: Texnichni nauku, 2024.Vol. 5. s/87-92 [in Ukrainian].

7. Malu S. K., Majumdar J. Kinematics, Localization and Control of Differential Drive Mobile Robot // Global Journals of Research in Engineering. – 2014. – Vol. 14, Issue H1. – P. 1–7.

## PROBLEMS OF MANAGING GROUND DEVICES USING A SYNERGETIC APPROACH

V.G. Zaytsev

**Abstract.** *This work examines the problems of controlling ground or aerial vehicles based on their mathematical control models. A synergetic approach to control design for different motion trajectories of the vehicle is used as the main method. The motion directly along a straight line, a circle and a sinusoidal-type curve is considered. This is the problem of planning its purposeful movement, which can be decomposed into the specified types. However, the task arises of switching the vehicle's movement from one type to another, which is associated with many influences on its dynamics under conditions of uncertainty and accounting for external nonlinear effects. Therefore, the question arises of how best to address this problem.*

**Keywords:** *unmanned ground vehicles, mathematical modeling, synergetic control.*