ПРО ОДИН МЕТОД ОЦІНКИ ЧУТЛИВОСТІ ФУНКЦІЙ В ТЕХНІЧНИХ ЗАДАЧАХ

Член кор. АН України, док. техн. наук О.П. Круковський,

Док. техн. наук Г.І. Ларіонов

ІГТМ ім. М.С. Полякова НАН України

Властивість системи змінювати свої характеристики за зміни різних внутрішніх та зовнішніх чинників за звичай називають чутливістю. Розділ теорії чутливості пов'язаний з вивченням впливу зміни параметрів на характеристики системи прийнято називати теорією параметричної чутливості [1,2]. У подальшому під терміном чутливість будемо розуміти параметричну чутливість.

Проблема пошуку функцій керування в складних електронних та механічних системах, з використанням теорії чутливості виникла відносно недавно. Пошук складеної функції керування для диференціальних рівнянь полягав у складанні рівнянь для визначення функції чутливості, знаючи яку можна визначати закон керування технічною системою. Причому вимоги до системи рівнянь, а відповідно, і його розв’язку досить жорсткі [1]. Розв’язок повинен бути неперервним та бути стійким до варіації параметрів. Для їх забезпечення необхідно проводити окремі дослідження і лише потім намагатися відшукати функцію чутливості та керування. Причому необхідно провести дослідження з виявлення зв’язку між проблемою чутливості і математичними задачами теорії стійкості [2]. Для широкого кола задач, які виникають у різних галузях науки і техніки проводяться дослідження у напрямку побудови функції чутливості та керування. Але широкого використання внаслідок значної складності досліджень теорія чутливості ще не отримала. Для математичних моделей (ММ) які можуть бути представлені як системами диференціальних рівнянь, так і низкою формул, отриманих експериментально виникає проблема пошуку чутливості рішень за варіації їх параметрів.

Пропонується для визначення чутливості в технічних застосуваннях використовувати наступний алгоритм:

 ISSN-online 2708-0102

Побудову функції чутливості у області визначення функції замінити на наближену оцінку впливу параметрів у сукупності точок із області визначення. Причому дослідник сам забезпечує і гарантує неперервність функції в точці.

Досвід успішного використання методу послідовної апроксимації (МПА) в прикладних задачах механіки [3] такого представлення показує, що рішення практичних задач може бути розширено на всю область визначення функції, не дивлячись на той факт, що похибки такого представлення зростають при наближенні до її границі та вони не перевищують величину 5-7%. Так виявилось, що така точність є задовільною для інженерних розрахунків в галузі геотехнічної механіки, оскільки вихідні дані для цього визначаються з такою ж точністю. Точність може бути підвищена до необхідного значення за рахунок звуження області зміни параметрів.

Метод послідовної апроксимації (МПА), розроблений автором [3] дозволяє представляти функцію в аналітичному вигляді (у вигляді добутку функцій кожна з яких залежить від однієї змінної) коли вона існує у табличній формі. Ця обставина надихнула автора сформулювати теорему про існування такого представлення для більш ширшого кола задач. Метод послідовної апроксимації базується на теоремі в наступній формі:

ТЕОРЕМА: Нехай існує $F(X)=F(x_1,x_2..x_n)$ яка є визначеною і неперервною разом з частинними похідними першого порядку у замкнутій області $\overline{D}$. Тоді у околі точки $X_0=(x_1^0,x_2^0,..x_n^0)\in\overline{D}$ функція $F(X)$ може бути представлена у вигляді:

$$F(X)\approx\varphi(x_1,...,x_n)=\alpha_n\prod_{i=1}^{n}g_i(x_i)$$

Де $g_i(x_i)$ - функції апроксимації для $f_1,f_2,...,f_n$ які задані у табличній формі, а α_n – коефіцієнт апроксимації, визначається у відповідності до формули:

$$\alpha_n=\frac{F\left(x_1^{\,0},x_2^{\,0},x_3^{\,0},...x_n^{\,0}\right)}{g_1\left(x_1^{\,0}\right)g_2\left(x_2^{\,0}\right)...g_n\left(x_n^{\,0}\right)}.$$

Зазначені функції визначаються наступним чином: $f_1(x_1)=F(x_1,x_1^0,...x_n^0)$, $f_2(x_2)=F(x_1^0,x_2,...x_n^0)$. $f_n(x_n)=F(x_1^0,x_2^0,...x_n)$.

Як засвідчує досвід використання вказаного підходу представлення функції $F(X)=F(x_1,x_2...x_n)$ у околі точки $X_0=(x_1^0,x_2^0,.x_n^0)\in\overline{D}$ має достатню для інженерних розрахунків точність на всій області визначення $\overline{D}$.

Алгоритм застосування МПА може бути представлений послідовністю наступних кроків:

Крок 1. Обираємо точку із області визначення функції $M=M(x_1^0,x_2^0,...,x_n^0), M\in\overline{D}$;

Крок 2. Створюємо функцію $f_1(x_1)=F(x_1,x_2^0,...,x_n^0)$;

Крок 3. Знаходимо вид функції $g_1(x_1)$, яка є апроксимацією для функції $f_1(x_1)$;

Крок 4. Знаходимо $\varphi_1(x_1)$ у відповідності до (1): $\varphi_1(x_1)=\alpha_1 g_1(x_1)$, де α_1 – коефіцієнт апроксимації;

Крок 5. Визначаємо функцію у околі точки М з рівності $F(x_1)\approx\varphi_1(x_1)$.

Повторюємо кроки 2-5 послідовно для змінних $x_j(j=\overline{2,n})$ і отримуємо шукане представлення:

$$F(x_1,x_2,x,...,x_n)\approx\varphi(x_1,x_2,x,...,x_n)=\alpha_n g_1(x_1)g_2(x_2)...g_n(x_n),$$

Де α_n –коефіцієнт апроксимації визначається як:

$$\alpha_i=\frac{f_i(x_i)}{\prod_{j=1}^{i} g_j(x_j^0)}$$

$$\alpha_n=\frac{F(x_1^0,x_2^0,x_3^0,...x_n^0)}{g_1(x_1^0)g_2(x_2^0)...g_n(x_n^0)}$$

Коли топологія функції невідома пропонується обирати точку в центрі області визначення. Зрозуміло, що представлення поверхні шуканої функції відбувається з допомогою узагальненого гіперболічного параболоїда і сподіватись на рівномірну поведінку відносної похибки сподіватись не варто.

Широке застосування МПА на практиці показало, що використання класу степеневих функцій є особливо ефективним для проведення оцінювання впливу параметрів на функцію якості. Метод оцінки впливу являє собою відтворення рішення задачі (коли вона побудована у вигляді описаних таблиць чисел) у вигляді добутку степеневих функцій і порівнянні їх показників. Чим більший показник степені, тим сильніший влив параметра на функцію. Автори сподіваються, що такий підхід є простішим за класичний пошук функції чутливості потребує меншої кількості вимог до неї та знайде застосування у багатьох технічних задачах.

Література

1. Е.Н.Розенвассер, Р.М.Юсупов Чувствительность систем управления, М.Наука, 1981 576с.

2. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления (для инженеров) Монография. Пер. с англ. Р.Т. Янушевского. Под ред. М.В. Меерова. — М.: Наука, 1970. — 620 с.

3. Ларіонов Г. І. Оцінювання конструктивних параметрів анкерного кріплення / Г. І. Ларіонов. – Дніпропетровськ: Національна металургійна академія України, 2011. – 286 с.