МЕТОД ГЕНЕРУВАННЯ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ З ЗАДАНОЮ ФУНКЦІЄЮ РОЗПОДІЛУ

Безуб В.М. аспірант

НМетАУ, Дніпро

При моделюванні систем з чергами (якщо вхідні потоки і довжини заявок описуються випадковими величинами) досить часто доводиться генерувати незалежні реалізації випадкової величини X із заданою функцією розподілу $F(u)$.

Для цього досить мати [1] в своєму розпорядженні генератор чисел, рівномірно розподілених на інтервалі [0; 1]. Припустимо, що такий генератор у нас вже є і розглянемо метод, відомий як метод зворотньої функції [2]. Передусім відмітимо, що F(x) за змістом є неубутною функцією на кінцевому або нескінченному інтервалі. Для значення $0 \le u \le 1$ визначимо зворотну функцію $F^{-1}(u)$ наступним чином: в точці розриву $F(x)$ $x = x_0$ задамо деяке достатньо мале $\varepsilon > 0$ і, якщо $F(x_0 - \varepsilon) < u \le F(x_0 + \varepsilon)$, визначимо $F^{-1}(u) = x_0$; інакше, призначимо для $F^{-1}(u)$таке значення x, для якого $F(x) = u$. Далі задамо випадкову величину X за допомогою перетворення

$$X = F_x^{-1}(U), \tag{1}$$

де U - випадкова величина, рівномірно розподілена на інтервалі [0; 1].

Ідея методу полягає в наступному. Генеруємо значення U, потім вирішуємо рівняння (1) щодо X. Тоді справедливо

$$P\{X \le x\} = F(x), \tag{2}$$

тобто випадкова величина X має функцію розподілу $F(x)$. Довести (2) не складно.

Зауважимо, що $P\{X \le x\} = P\{F^{-1}(U) \le x\} = P\{U \le F(x)\}$. Далі, якщо величина U рівномірно розподілена на інтервалі [0; 1], то $P\{U \le u\} = F(u) = u$. Це значить, що $P\{U \le F(x)\} = F(x)$ і (2) доведено.

Розглянемо простий приклад. Припустимо, що X має експоненційний розподіл з середнім значенням τ. Тоді $F(x) = 1 - e^{\frac{-x}{\tau}}$ $(0 \le x \le \infty)$, і рівняння (1) приймає вигляд $U = 1 - e^{\frac{-x}{\tau}}$. Вирішивши його, отримаємо $x = -\tau \cdot ln(1 - U)$. Неважко

 ISSN-online 2708-0102

показати, що $1\text{-}U$ також рівномірно розподілена на [0; 1], як і U. Тоді обчислення можна спростити: $x = -\tau \cdot ln(U)$. Таким чином, для реалізації випадкової величини X отримуємо реалізацію випадкової величини U і обчислюємо X за формулою $x = -\tau \cdot ln(U)$.

Література

1. Труб И. Объектно-ориентированное моделирование на С++. – М.: Питер, 2006.

2. Голованов О.В., Дуванов В.Г., Смирнов В.Н. Моделирование сложных дискретных систем на ЭВМ третьего поколения (опыт применения GPSS). – М.: Энергия, 1978.