ПРО ОДИН ПІДХІД ДО ВИКОНАННЯ НЕМОДУЛЬНОЇ ОПЕРАЦІЇ ПОРІВНЯННЯ ЧИСЕЛ В МОДУЛЯРНІЙ СИСТЕМІ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ

Поліський Ю.Д., к.т.н

Науково-дослідний інститут автоматизації чорної металлургії (НДІАчормет)

Постановка задачі. Одним із перспективних напрямків розвитку інформаційних технологій в даний час є використання системи залишкових класів (СЗК) [1]. СЗК - це система, в якій довільне число представлено у вигляді набору найменших невід'ємних залишків по модулях $m_1, m_2, \ldots, m_i, \ldots, m_{n-1}, m_n$, тобто $N = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i, \ldots, \alpha_{n-1}, \alpha_n)$. Тут $\alpha_i = N(\bmod m_i)$. При цьому, якщо числа m_i взаємно прості, то такому представленню відповідає тільки одне число N в діапазоні $[0, M)$, де $M = m_1 m_2 \ldots m_n$.

Разом з відомими перевагами СЗК виникають певні труднощі при реалізації немодульних операцій, зокрема, операції порівняння чисел [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження оперцій порівняння чисел в СЗК показали, що все розмаїття рішень може бути отримано на підставі трьох підходів. По першому для кожного з порівнюваних чисел обчислюються позиційні характеристики, після чого здійснюється поразрядне порівняння цих характеристик традиційними методами порівняння. Другий підхід використовує визначення приналежності чисел N_1, N_2 та їх різниці $\Delta = N_1 - N_2$ до верхньої або нижньої половині діапазону чисел. Якщо N_1 та N_2 належать до різних половин діапазону, то більшим (меншим) є число верхньої (нижньої) половини. Якщо ж N_1 та N_2 належать до однієї половини, то при належності Δ до верхньої половини діапазону $N_1 > N_2$. Третій підхід [3] заснований на складанні для кожного з чисел різниць $\tilde{\alpha}_i = \left(\alpha_i - \alpha_n\right)\left(\bmod m_i\right)$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$, в результаті чого весь діапазон M виявляється розбитим на $K = \frac{M}{m_n}$ піддіапазонів довжини m_n, всередині кожного з яких значення $\tilde{\alpha}_i$ однакові.

Формулювання мети дослідження. Метою дослідження є аналітичний розгляд СЗК для реалізації операції порівняння чисел.

Виклад основного матеріалу. Позначимо $M_i = m_1 m_2 ... m_i, i = 1, 2, \ldots, n$. Тоді $N_i = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i)$. Нехай $r(N_i)$ - ранг числа N_i [4], тобто характеристика числа, яка показує скільки разів треба відняти величину діапазону з отриманого числа, щоб повернути його в діапазон. .

При порівнянні чисел $N^1_i = \left(\alpha_1\ \alpha_2, \ldots, \alpha_i\right)$ та $N^2_i = \left(\beta_1\ \beta_2, \ldots, \beta_i\right)$ необхідно визначити результат. $N^1_i > N^2_i$ чи $N^1_i < N^2_i$.

Підхід, що пропонується, використовує ітераційну процедуру, на кожній ітерації якої виконується зіставлення рангів порівнюваних чисел при послідовному зміні діапазону їх представлення. Ітераційний процес завершується при першому перевищенні одного рангу над іншим або при рівності рангів на всіх ітераціях - по співвідношенню залишків за кінцевим модулем.

Розглянемо в системі модулів $m_1 = 2, m_2 = 3, m_3 = 5, m_4 = 11$ в якості прикладу порівняння чисел $N^1_n = 69 = (1, 0, 4, 3)$ та $N^2_n = 74 = (0, 2, 4, 8)$. Ранг чисел N^1_n та N^2_n по відношенню до $M = m_1 m_2 ... m_3 = 30$ є відповідно $r(N^1_i) = 2$ та $r(N^2_i) = 2$. Отже, переходимо до наступної ітерації. При цьому $N^1_n = 69 - M_3 r(N^1_i) = 69 - 30*2 = 9$, $N^2_n = 74 - M_3 r(N^2_i) = 74 - 30*2 = 14$. Ранг чисел N^1_n та N^2_n по відношенню до $M = m_1 m_2 = 6$ є відповідно $r(N^1_i) = 1$ та $r(N^2_i) = 2$. Оскільки $r(N^2_i) > r(N^1_i)$ число $N^2_n = 74 = (0, 2, 4, 8) > N^1_n = 69 = (1, 0, 4, 3)$.

Наведемо ще один приклад. Розглянемо в тієї ж системи модулів порівняння чисел $N^1_n = 47 = (1, 2, 2, 3)$ та $N^2_n = 46 = (0, 1, 1, 2)$. Ранг чисел N^1_n та N^2_n по відношенню до $M = m_1 m_2 ... m_3 = 30$ є відповідно $r(N^1_i) = 1$ та $r(N^2_i) = 1$.

Переходимо до наступної ітерації. При цьому $N^1{}_n = 47 - M_3 r(N^1{}_i) = 47 - 30*1 = 17$, $N^2{}_n = 46 - M_3 r(N^2{}_i) = 46 - 30*1 = 16$. Ранг чисел $N^1{}_n$ та $N^2{}_n$ по відношенню до $M = m_1 m_2 = 6$ є відповідно $r(N^1{}_i) = 2$ та $r(N^2{}_i) = 2$.

Переходимо до наступної ітерації. При цьому $N^1{}_n = 17 - M_3 r(N^1{}_i) = 17 - 6*2 = 5$, $N^2{}_n = 16 - M_3 r(N^2{}_i) = 16 - 6*2 = 4$. Ранг чисел $N^1{}_n$ та $N^2{}_n$ по відношенню до $M = m_1 = 2$ є відповідно $r(N^1{}_i) = 2$ та $r(N^2{}_i) = 2$. Отже, ітераційний процес закінчено. В цьому випадку здійснюємо зіставлення залишків $\alpha_1 = 1$ та $\beta_1 = 0$. Оскільки $\alpha_1 = 1 > \beta_1 = 0$ отримуємо $N^1{}_n = 47 = (1, 2, 2, 3) > N^2{}_n = 46 = (0, 1, 1, 2)$.

Висновки. Розглянутий підхід реалізації в системі залишкових класів немодульної операції порівняння чисел. Показано, що запропонований підхід забезпечує отримання шуканого результату. Представляється доцільним застосувати запропонований підхід в якості перспективного напрямку досліджень складних операцій в системі залишкових класів.

Література

1.Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Советское радио. 1968. 440 с.

2.Полисский Ю.Д. Сравнение чисел в остаточных классах // Труды Юбилейной Международной научно-технической конференции «50 лет модулярной арифметики», Россия, Москва, Зеленоград, 23-25 ноября 2005, издательство МИЭТ, С. 274–290.

3.Полисский Ю. Д. Некоторые вопросы выполнения сложных операций в системе остаточных классов // Электронное моделирование.- 2008.- Т. 30.- №2.- С. 115-120.

4.Краснобаев В. А. Примеры определения ранга числа, представленного в непозиционной системе счисления остаточных классов / В.А. Краснобаев, А.А. Замула, А.С. Янко // Радиотехника : всеукр. межвед. науч.-техн. сб. / Харьк. нац. ун-т радиоэлектроники. – Харків, 2018. – Вып. 193. – С. 143–151.