

---

## МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗАМКНУТОЇ МАГНІТНОЇ СИСТЕМИ

Мартинов С.О к.т.н., Лук'янова В.П. пров. інженер-програміст,  
Хажмурадов М.А. д.т.н., професор

*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»*

**1. Вступ.** Проектування тороїдальних магнітних систем, призначених для утримання плазми магнітним полем [1], є складним технічним завданням через наявність у складі конструкції об'єктів складної просторової форми і великих габаритних розмірів. До таких об'єктів належать гвинтові обмотки. Найбільш складні проблеми пов'язані з отриманням математичних моделей, що адекватно описують в аналітичному вигляді просторове розташування досліджуваних об'єктів, апаратно-орієнтованих алгоритмів отримання зображення і методів оптимізації параметрів гвинтової обмотки. Задача математичного моделювання напружено-деформованого стану магнітних систем полягає в розробці тривимірної геометричної моделі гвинтової обмотки та виборі керованих параметрів, що забезпечують мінімальне значення напруги й деформацій елементів магнітної системи. В роботі наведено математичні моделі та методи, які визначають напружено-деформований стан обмотки замкнутої магнітної системи.

**2. Формулювання функції цілі при розрахунках НДС.** Для вирішення задачі математичного моделювання НДС введемо частинні критерії оптимальності характеристик [2]

$$Q_{k_i}(x_1, x_2, \dots, x_5),$$

де  $k=1, 2, 3, 4$ ;  $i=1, 2, 3$ ;  $Q_{1_i} = \sigma_{1_i}$  – головні напруги, що діють на гранях виділеного елемента полюса магнітних обмоток;  $Q_{2_i} = \tau_{2_i}$  – дотичні напруги на виділеному елементі;  $Q_{3_i} = \varepsilon_{3_i}$  – деформації в напрямках осей, які прикладені до характерних точок кінцевих елементів;  $Q_{4_i} = \phi_{4_i}$  – кути повороту розрахункових точок кінцевих елементів у напрямі осей координат.

Рішення задачі визначення частинних критеріїв оптимальності характеристик НДС зводиться до визначення параметрів  $(x_1, x_2, \dots, x_5)$ , які знаходяться в області доступних значень  $D$  і одночасно забезпечують мінімум

всіх критеріїв оптимальності  $Q_k$ . Для оптимальності по сукупності критеріїв введемо векторний критерій оптимальності  $Q(X)$ . Тоді функцію цілі можна записати у вигляді

$$\min_{X \in D} Q(X),$$

де  $X = (x_1, x_2, \dots, x_5)$  – вектор керованих параметрів;  $Q(x)$  – функція цілі або критерій ефективності системи.

До керованих параметрів відносяться:

- геометричні характеристики тора;
- закон навивки полюсів на тороїдальну поверхню

$$\varphi = \varphi(\vartheta, \alpha, \beta, m_h, \ell),$$

де  $\vartheta$  – кут, що характеризує положення точки лінії навивки в меридіональному перерізі;  $\alpha$  і  $\beta$  – коефіцієнти модуляції;  $m_h$  – число кроків гвинтового провідника на довжині тора;  $\ell$  – число заходжень гвинтових провідників;

- величини, що входять до закону Біо-Савара

$$\vec{B} = f\left(\vec{J}, d\ell, \vec{S}\right),$$

де  $\vec{S}$  – радіус-вектор, проведений від елемента  $\vec{J} d\ell$  до точки, в якій розраховується вектор магнітного поля;

- ряд констант, що характеризують властивості матеріалів, з яких складається полюс обмотки;
- площа поперечного перерізу полюсів обмоток.

Головна вимога до математичної моделі НДС полягає в тому, що математичне описання повинно із заданою точністю відобразити величини напруг та деформацій, що виникають в елементах магнітної системи. Точність моделі визначається достовірністю отриманих результатів в ході випробувань.

**3. Методи кінематичного моделювання гвинтової обмотки замкнутої магнітної системи.** Суть методу полягає в тому, що для завдання поверхні необхідно описати її каркас (створюючої та направляючої кривої), сімейство площин, що визначають розташування перерізів та граничні умови. Опис кінематичної поверхні ГО складається з опису зміни форми кривої, що малює, і опису закону руху цієї кривої у просторі. Для ГО торсатрона крива, що малює, в

кожен момент часу знаходиться в одній площині і є набором меридіональних перерізів. Для завдання кінематичній поверхні ГО необхідно задати форму кривої, що малює, в площині та закон зміни кривої в просторі. Алгоритм отримання кінематичної поверхні ГО достатньо трудомісткий. Можна значно спростити завдання, якщо використовувати растрове представлення поверхні. В цьому випадку модель поверхні ГО представляється у вигляді сітки, що складається з характерних пересічних ліній, що належать поверхні. Такими лініями є меридіональні перерізи та відрізки, що сполучають характерні точки при розбитті замкнутих ліній, що обмежують перерізи. Точки перерізу замкнутих кривих, що обмежують переріз і відрізки, утворюють вузли растру, а безліч таких точок на модельованій поверхні – растр. У випадку, якщо відстань між вузлами растру невелика, то точки растру досить точно описують поверхню ГО. Тривимірна геометрична модель ГО наведена на рис. 1. Формоутворення складної поверхні ГО здійснюється по набору меридіональних перерізів (рис. 2). Здійснюється розбиття безконечно тонких провідників, що розглядаються в якості розрахункових, на 720 дискретних струмів елемента. Довжина кожного елемента коливається від 10 до 16 мм. Розбиття здійснюється січною площиною  $\varphi = \text{const}$ .

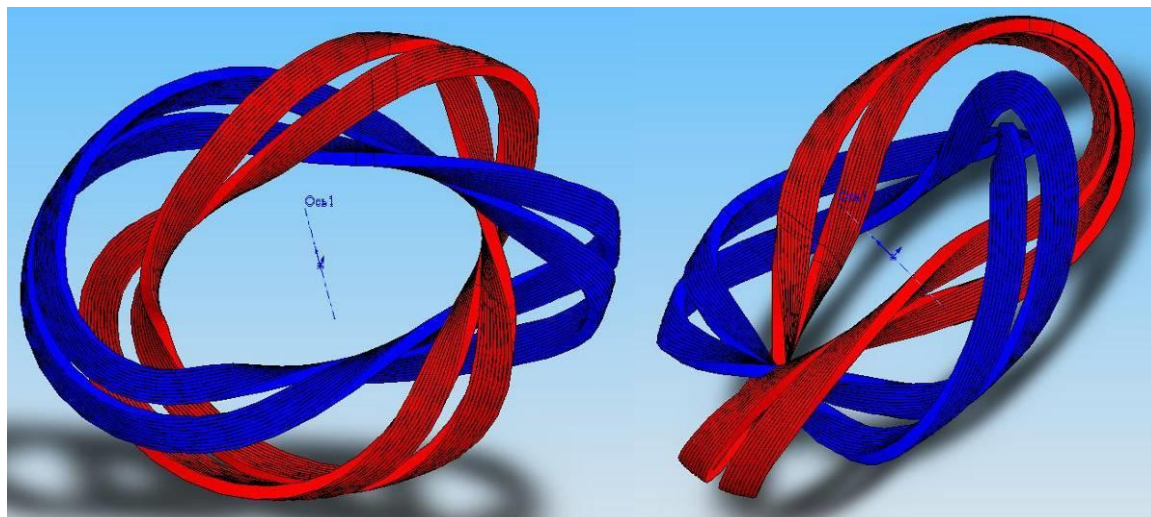


Рисунок 1 –Тривимірна геометрична модель ГО

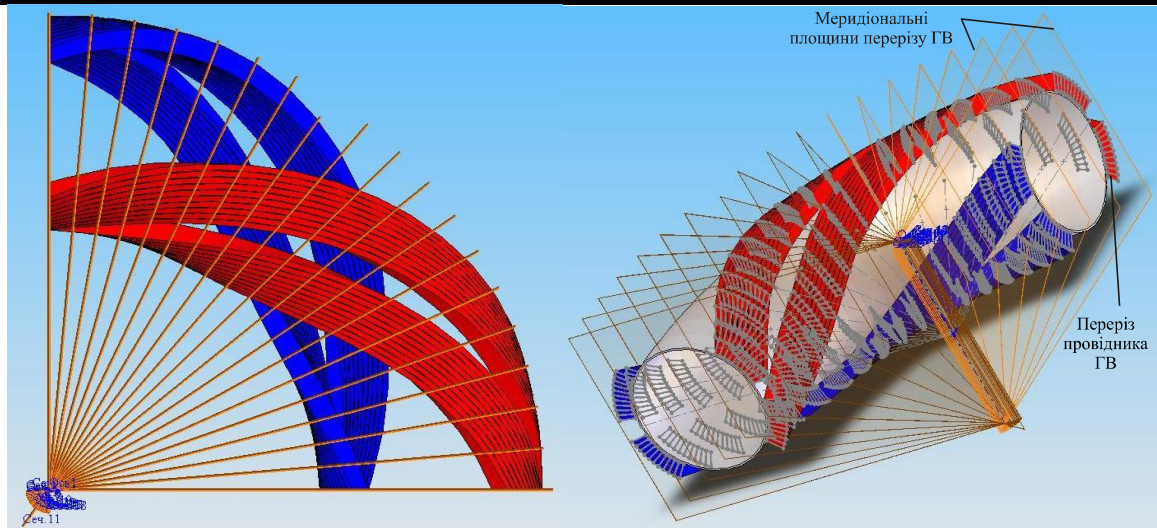


Рисунок 2 – Формоутворення поверхні ГО по набору меридіональних перерізів

**4. Висновки.** Розроблені математичні моделі та методи визначення напружено-деформованого стану обмотки замкнутої магнітної системи, які дозволяють вирішити ряд конструкторсько-технологічних і експлуатаційних задач, а саме: – при яких струмах зусилля досягають екстремальних значень; при яких деформації полюсів призводять до спотворень геометрії полюсів обмоток і як ці збурення в геометрії відобразяться на властивостях магнітного поля, що утримують плазму.

#### Література

1. Волков Е.Д., Супруненко В.А., Шишкин А.А. Стелларатор. – Киев: Наук. Думка, 1983. – 310 с.
2. Батищев Д.И. Поисковые методы оптимального проектирования. – М.: Советское радио, 1975. – 215 с