

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ ТА ПЕРЕНОСУ ТЕПЛОТИ В  
ПОТОЦІ РІДИНИ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ КАНАЛІ**

Горячкін В.М., к.т.н., доцент, Могилевець В.А., студент

*Дніпровський національний університет залізничного транспорту  
імені академіка В. Лазаряна, Україна*

**Вступ.** Нагрівальний ізотермічний канал є найбільш застосовуваним в кожухотрубних теплообмінниках [1]. Розрахунок теплообміну та переносу теплоти в таких каналах, як правило, базується на визначенні коефіцієнту тепловіддачі  $\alpha$  за допомогою критеріальних співвідношень, отриманих з експериментальних даних. Разом з тим, сучасний стан розвитку обчислювальної техніки дозволяє використовувати методи розрахунку, які не будуть потребувати використання експериментальних даних по коефіцієнтам тепловіддачі.

Розробці чисельних методів, які можуть бути використані для вирішення задачі про нагрівання рідини та перенесення теплоти в каналі теплообмінника присвячені, наприклад, роботи [2, 3], а в роботі [4] розроблений числовий метод розрахунку нагрівання в циліндричному та кільцевому каналах при ламінарному русі високов'язкої рідини. В даній роботі наведено результати розробки чисельного методу розрахунку нагрівання рідини в циліндричному каналі при русі з  $Re > Re_{кр}$ .

**Математична модель теплообміну та переносу теплоти в потоці рідини.** Розподіл температури в каналі теплообмінного апарату визначається з рівняння збереження енергії, записаного у безрозмірному вигляді

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \frac{1}{Pe_m} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{r Pe_m} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \frac{1}{Pe_m} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{\Lambda^2}{Re_m} \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{r}} \right)^2. \quad (1)$$

$$\text{де } \bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{z} = \frac{z}{R}, \quad \bar{T} = \frac{T - T_0}{T_0}, \quad \bar{U} = \frac{U}{U_m}, \quad Pe_m = Re_m Pr_m, \quad Re_m = \frac{RU_m}{\nu_m}, \quad Pr_m = \frac{c_p \rho \nu_m}{\lambda_m},$$

$$\Lambda = \frac{U_m}{\sqrt{c_p T_0}}.$$

Особливістю рівняння (1) є те, що ефективна в'язкість і теплопровідність входять під знак похідних як залежні від радіуса.

В якості профілю швидкості використовується параболічний профіль, запропонований Бай Ши-и [5]

$$\frac{U}{U_m} = 1 + \frac{s-n}{n-1} \left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{1-s}{n-1} \left(\frac{r}{R}\right)^{2n},$$

де  $s = \frac{R\tau_0}{2U_m\rho\nu}$ ,  $\tau_0 = \frac{\lambda}{8}\rho U_{cp}^2$ ,  $\lambda = 0,3164 \operatorname{Re}^{-0,25}$ ,  $\operatorname{Re} = \frac{U_{cp} \cdot 2R}{\nu}$ . Коефіцієнт  $n$

визначали із співвідношення середньої та максимальної швидкості. Такий профіль швидкості узгоджується з профілями отриманими експериментально [6].

Розподіл ефективної в'язкості по радіусу визначали з умови лінійності розподілу дотичної напруги

$$\frac{\nu_m}{RU^*} = -\frac{U^*}{U_m} r \left(\frac{dU}{dr}\right)^{-1}.$$

Зміну ефективної теплопровідності по радіусу каналу враховували залежністю виду

$$a_m = A + B(1-r)^m.$$

Коефіцієнти  $A$  і  $B$  визначали з умов:  $r=0$   $\operatorname{Pr}_m = 0,72$ ;  $r=R$   $a_m = a$ ; показник степені  $m$  – з експериментальних даних.

Для чисельного розв'язку кінцево-різницевого аналогу рівняння (1) був записаний у вигляді

$$U_i \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{l} = \Lambda^2 U_i \left(\frac{dP}{dz}\right)_j + \frac{1}{h^2} \left( \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\operatorname{Pe}_{me}} - \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\operatorname{Pe}_{mw}} \right) + \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2hr_i \operatorname{Pe}_{mi}} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{l^2 \operatorname{Pe}_{mi}} + \frac{\Lambda^2}{\operatorname{Re}_{mi}} \left(\frac{dU}{dr}\right)_i^2 \quad (2)$$

$r_i = hi$ ,  $i=0, \dots, N$ ;  $j=0, \dots, M$ .

Граничні умови приймали вигляд:

$$T_{i,0} = 0, \quad T_{i,M} = T_{i,M-1};$$

$$T_{0,j} = T_{1,j}, \quad T_{N,j} = T_{cm}.$$

На рис. 3 показаний розрахунковий розподіл температури води в поперечному перерізі, визначений з (2), а також середня температура та локальний коефіцієнт тепловіддачі від стінки по довжині каналу при  $d=0,01$  м,  $l/d=10$ ,  $T_0=293$  К,  $T_{cr}=392$  К,  $U_{cp}=1,65$  м/с.

З графіків видно, що ядро потоку залишається холодним, а прогрівається тільки пристінний шар. Втрати тиску знижуються внаслідок зменшення молекулярної в'язкості біля стінки каналу і складають 110,4 Па. При цьому середній коефіцієнт тепловіддачі, розрахований як відношення теплового потоку до середньологарифмічного температурного напору, складає 7168 Вт/(м<sup>2</sup>·К), що відповідає значенню коефіцієнта тепловіддачі, розрахованого для тих же умов за емпіричними формулами з [7] з відхиленням не більше 2%.

**Висновки.** Запропонована математична модель дозволяє визначити величину теплового потоку від стінок циліндричного каналу. Використання в розрахунках ефективної в'язкості і температуропровідності дає змогу врахувати перенесення теплоти всередині потоку не тільки за рахунок теплопровідності, але і внаслідок внутрішнього перемішування рідини. Порівняння отриманих з розрахунку коефіцієнтів тепловіддачі з коефіцієнтами, визначеними на основі відомих критеріальних співвідношень, засвідчило адекватність отриманих з математичної моделі результатів.

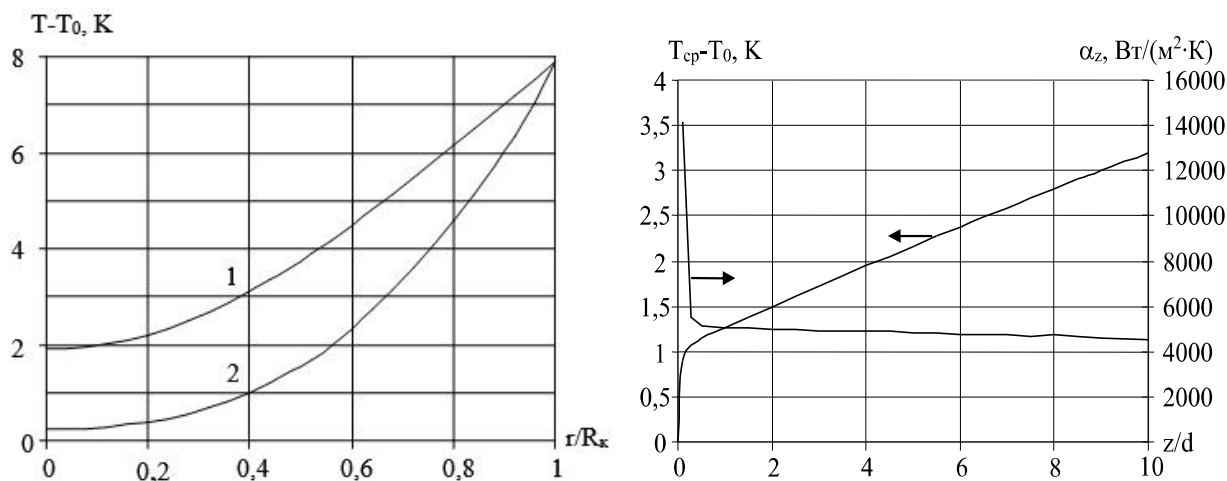


Рисунок 1 – Температура води в поперечному перерізі та зміна середньої температури і локального коефіцієнту тепловіддачі по довжині каналу: 1 –  $z/d=5$ , 2 – 10

### Література

1. Лисиенко В.Г. Хрестоматия энергосбережения: В 2 кн. / В.Г. Лисиенко, Я.М. Щелоков, М.Г. Ладыгичев – М.: Теплоэнергетик, 2002. – Кн. 1. – 688 с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. / С. Патанкар – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
3. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. Т.2: Пер. с англ. / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер – М., Мир, 1990. – 392 с.
4. Коваль В.П. Тепловая и гидродинамическая оптимизация подогревателя высоковязких нефтепродуктов / В.П. Коваль, В.Н. Горячкин // Metallургическая теплотехника – Днепропетровск: НМетАУ, 2002. – Т.6. – с. 21-29.
5. Бай Ши-и. Турбулентное течение жидкостей и газов: Пер. с англ. / Бай Ши-и. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. – 344 с.
6. Пустовойт Б.В. Механика движения жидкостей в трубах / Б.В. Пустовойт – Л.: Недра, 1971. – 144 с.
7. Справочник по теплообменникам: Пер. с англ. В 2-х т. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – Т. 1. – 561 с.