

**МАТЕМАТИЧНЕ І ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-
ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЕРОЗІЙНО ЗНОШЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ
ТРУБОПРОВІДНИХ СИСТЕМ СКЛАДНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ**

Дорошенко Я.В. к.т.н., доц., Карпаш О.М. д.т.н., проф.,
Олійник А.П. д.т.н., проф.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна

Ключові слова: НАПРУЖЕНИЙ СТАН, ЕРОЗІЙНЕ ЗНОШУВАННЯ,
ВІДВІД ТРУБОПРОВОДУ, ВНУТРІШНІЙ ТИСК, ТОРОЇДАЛЬНА
СИСТЕМА КООРДИНАТ.

Вступ. Безпека і надійність трубопровідних систем є надзвичайно важливою проблемою сьогодення коли знос основних фондів багатьох трубопровідних комунікацій в Україні перевищив 90 %. Тільки своєчасна діагностика, якісна оцінка технічного стану та якісний і своєчасний ремонт дають змогу уникати значних втрат, які зумовлені аваріями. Тому дослідження напружено-деформованого стану трубопровідних систем є актуальною задачею оскільки дають змогу оцінити їх технічний стан. Особливо складною є така задача для відводів трубопроводів, які мають тороподібну геометричну форму.

Основна частина. Задачу математичного моделювання напруженого стану відводів трубопровідних систем із змінною формою поперечного перерізу (ерозійним зношенням стінки) розв'язано в тороїдальній системі координат із наступними допущеннями

$$\begin{cases} x = r \cos \phi & 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ y = r \sin \phi & R_{\text{вн}} \leq r \leq R_{\text{зовн}} \\ z = s & 0 \leq s \leq L \end{cases} \quad (1)$$

Тоді формули Кристофеля II роду [1] визначаються наступним чином

$$\begin{cases} \Gamma_{33}^1 = \cos \theta (R - r \cos \theta); \Gamma_{22}^1 = -r; \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{33}^2 = -\frac{\sin \theta (R - r \cos \theta)}{r}; \Gamma_{13}^3 = -\frac{\cos \theta}{R - r \cos \theta} \\ \Gamma_{23}^3 = \frac{r \sin \theta}{R - r \cos \theta} \end{cases} \quad (2)$$

У такому випадку система рівнянь рівноваги відносно компонент $u(r, \theta)$; $v(r, \theta)$ записується наступним чином

$$\left\{ \begin{aligned} & (\lambda + 2\mu) \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} \frac{1}{r} - \frac{u}{r^2} \right] + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \mu \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} \left(\lambda \frac{1}{r^2} + \mu \frac{1}{r^2} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\cos \theta}{(R - r \cos \theta)} + \\ & + \mu \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r(R - r \cos \theta)} + \frac{\partial v}{\partial r} (\lambda + 2\mu) \frac{\sin \theta}{r(R - r \cos \theta)} - 2 \frac{\partial v}{\partial \theta} (\lambda + 2\mu) \cdot \frac{1}{r^3} + \\ & + u \left(-\frac{1}{r^2} (\lambda + 2\mu) - (\lambda + 2\mu) \frac{\cos^2 \theta}{(R - r \cos \theta)^2} \right) + v \left[(\lambda + 2\mu) \frac{\sin \theta \cos \theta}{r(R - r \cos \theta)^2} - \frac{\sin \theta (\lambda + 2\mu)}{r^2 (R + r \cos \theta)} \right] = 0. (3) \\ & \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} (\lambda + \mu) \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \mu \frac{1}{r^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \frac{1}{r^4} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \left(3\mu \frac{1}{r^3} + \lambda \frac{1}{r^3} - \frac{(\lambda + \mu) \cos \theta}{r^2 (R + r \cos \theta)} \right) + \\ & + \frac{\partial v}{\partial r} \left(-\mu \frac{1}{r^3} - \mu \frac{1}{r^2} \frac{\cos \theta}{R - r \cos \theta} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r^3 (R - r \cos \theta)} + u \left((\lambda + \mu) \frac{1}{r^2} \frac{R \sin \theta}{(R - r \cos \theta)^2} \right) + \\ & + \frac{v(\lambda + 2\mu)}{r^3} \frac{R \cos \theta - r}{(R - r \cos \theta)^2} = 0 \end{aligned} \right.$$

Розв'язок системи (3) вимагає значних обчислювальних зусиль, проте, для практичного їх розв'язання можна прийняти допущення, що для тороподібних ділянок при $R \rightarrow \infty$ $v \ll u$; $\frac{\partial v}{\partial \theta}$; $\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}$; $\frac{\partial u}{\partial \theta}$; $\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$; $\frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial r}$; $\frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial r} \ll u$; $\frac{\partial u}{\partial r}$; $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$, що дозволяє зробити висновок про те, що система (3) вироджується в одне рівняння (перший додаток системи (4), перше рівняння)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} \frac{1}{r} - \frac{u}{r^2} = 0, \quad (4)$$

яке є основним рівнянням задачі Ламе [2].

Приймаючи до уваги наведене вище допущення, що при зменшенні товщини стінки відводу трубопроводу в результаті ерозійного зношування конфігурація поперечного перерізу мало відрізняється від кругової розрахунок номінальних кільцевих напружень, які виникають у стінці відводу від дії внутрішнього тиску можна виконати за формулою

$$\sigma_{\text{кц}}^{\text{н}} = \frac{P_{\text{вн}} R_{\text{зовн}}}{\delta(\theta)}, \quad (5)$$

де $\delta(\theta)$ – залежна від полярного кута товщина стінки відводу трубопроводу

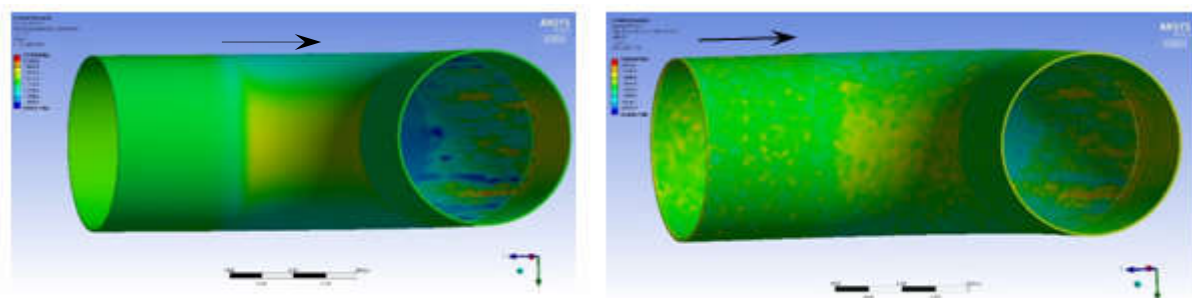
$$\delta(\theta) = R_{\text{зовн}} - R_{\text{вн}}(\theta), \quad (6)$$

де $R_{\text{вн}}(\theta)$ – внутрішній радіус відводу трубопроводу, який зазнає змін у результаті ерозійного зношування стінки.

Еквівалентні напруження, які виникають у стінці ерозійно зношеного відводу, можна виконати за четвертою (енергетичною) теорією міцності, яка найкраще підходить для пластичних матеріалів.

Чисельне моделювання напружено стану ерозійно зношених відводів виконувалось в програмному комплексі скінчено-елементного аналізу ANSYS R18.2 Academic. У модулі Fluent виконувалось CFD моделювання руху одно, багатофазного газового потоку відводами, ерозійного зношування стінки відводів. За результатами моделювання було побудовано геометричні моделі відводів з складною тривимірною геометричною формою ерозійних дефектів стінки. Стінку труби відводу в місці ерозійного зношування “переміщували” відповідно до швидкості ерозії. У модулі Static Structural виконувалось комплексне моделювання напруженого стану відводів з урахуванням газодинамічних процесів, які відбуваються у їхній внутрішній порожнині, ерозійного зношування стінки та температурного перепаду.

Результати чисельного моделювання напруженого стану відводів з ерозійним зношенням стінки візуалізовувались побудовою тривимірних кольорових полів еквівалентних напружень за Мізесом на контурах відводу від дії тільки внутрішнього тиску (рис. 1, а) та від дії внутрішнього тиску і температурного перепаду (рис. 1, б). Для прикладу на рис. 1 наведено результати при максимальній глибині ерозійного дефекту стінки 9,6 мм. Максимальні еквівалентні напруження зосереджені у найглибших місцях ерозійного дефекту.



а)

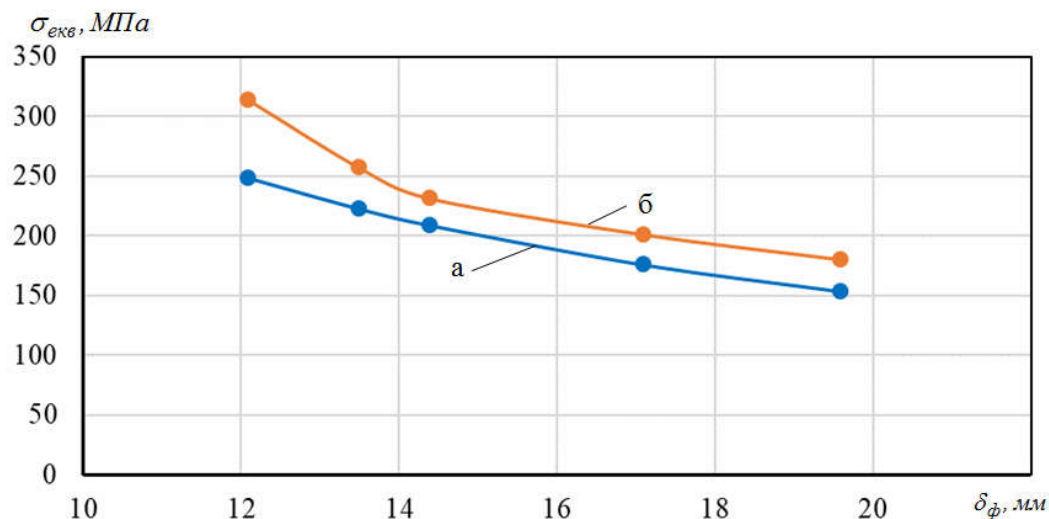
б)

а) – від дії внутрішнього тиску;

б) – від дії внутрішнього тиску і температурного перепаду

Рисунок 1 – Розподіл еквівалентних напружень Мізеса у відводі з ерозійним зношенням стінки

За результатами математичного і чисельного моделювання визначено максимальні еквівалентні напруження у стінці ерозійно зношених відводів трубопровідних систем від дії внутрішнього тиску для різних глибин ерозійного дефекту. Побудовано графічні залежності цих напружень від фактичної товщини стінки відводу в місці максимального ерозійного зношування (рис. 2). Як бачимо, більше ніж 90 % збіжність одержаних за допомогою математичного і чисельного моделювання результатів спостерігається коли фактична товщина стінки відводу в місці максимального ерозійного зношування більша 14 мм. Оскільки при виведенні (6) прийнято припущення, що конфігурація поперечного перерізу ерозійно зношеного відводу мало відрізняється від кругової то результати математичного моделювання можна застосовувати, якщо фактична товщина стінки відводу в місці максимального ерозійного зношування не перевищує 30 % номінальної товщини стінки відводу.



а) – математичне моделювання; б) – чисельне моделювання

Рисунок 2 – Залежність максимальних еквівалентних напружень від фактичної товщини стінки відводу в місці максимального ерозійного зношування

Висновок. Перевагою формули (6) є її простота порівняно з методикою чисельного моделювання напруженого стану ерозійно зношених відводів трубопровідних систем. Обмежує застосування (6) припущення, що в результаті ерозійного зношування відводів конфігурація поперечного перерізу труби мало відрізняється від кругової, а тому цю формулу можна застосовувати коли фактична товщина стінки тороподібного відводу в місці максимального ерозійного зношування не перевищує 30 % його номінальної товщини стінки.

При більших величинах ерозійних дефектів для оцінки напруженого стану ерозійно зношених відводів трубопровідних систем треба застосовувати чисельне моделювання.

Література

1. Победря Б. Е. Лекции по тензорному анализу. М.: Из-во Московского ун-та, 1986. 264 с.
2. Седов Л. И. Механика сплошных сред. М.: Наука, т. 2, 1984. 572 с.

MATHEMATICAL AND NUMERICAL MODELING OF STRESS-STRAIN STATE ELEMENTS OF PIPELINE SYSTEMS WITH COMPLEX GEOMETRY AND EROSION

Doroshenko Yaroslav, Karpash Oleh, Oliinyk Andrii

Abstract. System of equilibrium equations within the linear theory of torsion for erosion worn torus-shaped bends of pipeline systems is reduced to one equation, which is the basic equation of the Lamé's problem. Numerical modeling has shown that the reliability of the obtained result is achieved if the actual wall thickness of the torus-shaped bend of pipeline systems at the place of maximum erosion worn does not exceed 30 % of its nominal wall thickness. The influence of the change in the wall thickness of the pipeline bends in the place of their erosion wear on the amount of equivalent stresses is determined.

Key words: STRESS STATE, EROSION WEAR, PIPELINE BEND, INTERNAL PRESSURE, TOROIDAL COORDINATES.

References

1. Pobedrya B. E. Lectures on tensor analysis. M.: Iz-in Moscow Univ., 1986. 264 p.
2. Sedov L. I. Mechanics of continuous media. M.: Nauka, vol. 2, 1984. 572 p.