

РЕАЛЬНИЙ ВАРІАНТ ОДНОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ СУЦІЛЬНОГО НЕОБМЕЖЕНОГО СТАЛЕВОГО ЦИЛІНДРА

Бабаченко О.І. д.т.н., с.н.с. ¹,

Бойко Л.Т. к.ф.-м.н., доцент ², Кононенко Г.А. к.т.н. ¹

¹ Інститут чорної металургії імені З.І. Некрасова НАН України, Україна

² Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Україна

Ключові слова: СУЦІЛЬНИЙ СТАЛЕВИЙ ЦИЛІНДР, КВАЗІЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ, МЕТОД СІТОК, ВІЗУАЛІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ.

Вступ. Сучасний етап розвитку методів проведення наукових досліджень характеризується широким використанням засобів обчислювальної техніки та чисельного моделювання. Ці потужні обчислювальні засоби суттєво збільшують можливості нової методології наукових досліджень, а саме, встановлюють більш тісну взаємодію експериментальних та теоретичних досліджень. В умовах промислового виробництва особливо велике значення має скорочення матеріальних та часових ресурсів при розробці нових технологій та освоєнні нового сортаменту продукції та нових сталей. Для термічної обробки металовиробів ці питання можна вирішити за допомогою сучасних методів моделювання та розрахунків, які при мінімальних витратах часу та матеріальних засобів дозволяють досліджувати різні технологічні процеси, проводити їх розробку та оптимізацію для різних матеріалів з отриманням конкретних рішень.

Основний матеріал. Ряд видів масового металопрокату має форму, наближену до циліндра великої довжини (арматура, круг, дріт, труби), більшість з них підлягають термічній обробці.

Розглядається суцільний сталевий круговий циліндр радіуса R та достатньо великої довжини. Матеріал циліндра вважаємо однорідним та ізотропним. В початковий момент часу $t=0$ розігрітий циліндр переноситься в середовище охолодження, де температура підтримується незмінною протягом усього процесу охолодження. Досліджується температурне поле циліндра, яке припускається симетричним відносно осі циліндра та незмінним вздовж його осі.

Математична модель такої фізичної задачі складається із рівняння теплопровідності, записаного в циліндричній системі координат (r, θ, z) [1]

$$c(T) \cdot \rho(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot k(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + f(r, t), \quad (t > 0, 0 < r < R). \quad (1)$$

Тут $T(r, t)$ – шукана температура циліндра, яка є функцією лише двох змінних: просторової координати $r \in [0, R]$ та часу $t \in [0, t_{\max}]$.

До теплофізичних характеристик матеріалу циліндра відносяться: $c(T)$ – питома теплоємність, $\rho(T)$ – густина матеріалу, $k(T)$ – коефіцієнт теплопровідності. Теплофізичні характеристики залежать від шуканої температури, але ці залежності відомі лише у вигляді експериментально побудованих таблиць, для кожної характеристики своя таблиця.

Функція $f(r, t)$ описує щільність теплових джерел в циліндрі, вона вважається відомою. В реальному прикладі ця функція прийнята рівною нулю.

До диференціального рівняння (1) беремо такі додаткові умови:

$$T(r, 0) = \varphi(r), \quad r \in [0, R]. \quad (2)$$

$$T(R, t) = T_{\text{ноє}}(t), \quad t \in [0, t_{\max}]. \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad T(0, t) \neq \infty. \quad (4)$$

В початковій умові (2) відома функція $\varphi(r)$ описує температуру циліндра в початковий момент часу $t = 0$. В крайовій умові (3) відома функція $T_{\text{ноє}}(t)$ описує зміну з часом температури на боковій поверхні циліндра під час його охолодження. Ця температура залежить від матеріалу циліндра, від температури середовища, в якому відбувається охолодження. Умови (4) впливають із симетричності температурного поля відносно осі циліндра.

Початкова і крайові умови повинні бути узгодженими між собою в точках $(r = 0; t = 0)$, $(r = R; t = 0)$. Це означає, що повинні виконуватися умови

$$\varphi(R) = T_{\text{ноє}}(0), \quad \left. \frac{\partial \varphi(r)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (5)$$

При розв'язуванні задачі (1) – (5) враховується швидкість охолодження бокової поверхні циліндра, яка залежить від температури і фізичних властивостей сталевого циліндра, а також від середовища охолодження [2].

Задача (1) – (5) була розв'язана за таким алгоритмом.

1. Використовуючи відомі експериментальні дані побудовано аналітичні вирази для теплофізичних параметрів рівняння (1).

2. Диференціальне рівняння (1) та додаткові умови (2), (3), (4), (5) зведені до безрозмірного варіанту.

3. До безрозмірної задачі застосовано метод сіток з використанням явної різницевої схеми [1].

4. На тестовому прикладі встановлена залежність між кроками по просторовій та часовій координатах, яка забезпечує стійкість явної різницевої схеми методу сіток.

5. Для реального прикладу побудована функція $T_{нов}(t)$ за алгоритмом роботи [2].

6. Виконано розрахунок реального прикладу.

Програмну реалізацію розробленого алгоритму виконав магістрант І. В. Попов [3]. Програма дозволяє користувачам подавати результати у вигляді таблиць, графіків та візуалізувати температурне поле.

Висновки. Розроблено алгоритм розв'язування математичної моделі реальної задачі теплопровідності для розігрітого циліндра під час його охолодження. Програмна реалізація алгоритму дає можливість побудувати працездатну імітаційну модель процесу охолодження циліндра.

Результати роботи можуть бути використані для розробки режимів термічної обробки металопрокату з формами, наближеними до циліндра великої довжини, із сталей з різними теплофізичними властивостями.

Література

1. Самарский А. А. Вычислительная теплопередача [Текст] / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
2. Охлаждающие среды // Информационный некоммерческий ресурс metal-archive.ru. Дата оновлення: 20.01.2015. URL: [http:// metal-archive.ru/obrabotka-cvetnyh-metallov / 602-ohlazhdayuschie-sredy.html#](http://metal-archive.ru/obrabotka-cvetnyh-metallov/602-ohlazhdayuschie-sredy.html#) (дата звернення: 05.11.2019).
3. Попов І. В. Розробка програмного продукту для розв'язування одновимірного квазілінійного рівняння теплопровідності / І.В. Попов, Л. Т. Бойко // Всеукраїнська науково-технічна конференція «Наука і металургія» присвячена 80-річчю Інституту чорної металургії ім. З.І. Некрасова НАНУ / Тези доповідей. 9-10 жовтня, Дніпро, 2019. – 50 с. С. 28-29.

**A REAL OPTION OF A ONE-DIMENSIONAL THERMAL CONDUCTIVITY
PROBLEM FOR AN UNLIMITED STEEL CYLINDER**

Babachenko Oleksandr, Boiko Lidiia, Kononenko Hanna

Annotation. The heated, long-length continuous steel cylinder is transferred to a cooling medium where the temperature is kept constant. The object of the study is the temperature field of the cylinder throughout the cooling process.

The mathematical model of the real problem consists of a one-dimensional quasi-linear differential equation of thermal conductivity, initial and boundary conditions. According to the known experimental data, an approximation of the dependence of the thermophysical characteristics of the cylinder material on its temperature is constructed. In the boundary condition, the cooling rate of the cylinder side surface is taken into account.

The differential equation, together with the additional conditions, is reduced to a dimensionless variant. A dimensionless problem is solved by a grid method using an explicit difference scheme.

Software implementation of the developed algorithm made it possible to perform the calculation of a real example. The results are expected. The program allows users to submit results in tables, graphs or visualize the temperature field. It is planned to use the software in further scientific research.

Keywords: SOLID STEEL CYLINDER, QUASILINEAR EQUATION OF THERMAL CONDUCTIVITY, MESH METHOD, RESULTS VISUALIZATION.

Reference

1. Samarsky A. A. Computational heat transfer [Text] / A. A. Samarsky, P.N. Vabishchevich. - M.: URSS editorial, 2003. -- 784 p.
2. Cooling media // Information non-commercial resource metal-archive.ru. Update date: 01/20/2015. URL: <http://metal-archive.ru/obrabotka-cvetnyh-metallov/602-ohlazhdayuschie-sredy.html#> (date of death: 11/05/2019).
3. Popov I. V. Development of a software product for solving a one-dimensional quasilinear equation of thermal conductivity. / I. V. Popov, L. T. Boyko // All-Ukrainian Scientific and Technical Conference "Science and Metallurgy" is dedicated to the 80th anniversary of the Institute of Ferrous Metallurgy. Z. I. Nekrasov NASU / Abstracts. October 9-10, Dnipro, 2019. - 50 p. Pp. 28-29.