

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА КВАДРАТИЧНИМ КРИТЕРІЄМ ЯКОСТІ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ШИРОТНО-ІМПУЛЬСНОЇ МОДУЛЯЦІЇ СИГНАЛІВ

Миргород В.Ф.¹, Гвоздева І.М.²

¹Національний університет “Одеська морська академія”, д.т.н, доцент, Україна

²Національний університет “Одеська морська академія”, д.т.н, професор, Україна

Анотація. Пропонується підхід до оптимізації складних цифрових систем автоматичного керування (САК), в яких застосовувано перетворення сигналів керування в послідовність імпульсів із часовою модуляцією. Вимоги щодо виконавчих пристроїв в багатьох прикладних завданнях висувають необхідність застосування такого перетворення для досягнення пропорційного регулювання вихідної величини відповідно вхідного сигналу керування. Запропонований узагальнений опис цифрових систем автоматичного керування вказаного типу та запропоновано еквівалентне перетворення дискретних рівнянь їх руху, що засновано на приведенні таких рівнянь до форми Гаммерштейна. Таке перетворення значно спрощує математичний опис цифрових САК та потребує менших ресурсів при обчислювальній реалізації. Для САК із застосуванням широтно-імпульсної модуляції сигналу керування удосконалено алгоритм синтезу. Особливістю пропонованого підходу є врахування в критерії оптимальності енергетичних витрат на керування у вигляді залежності від протяжності імпульсів керування. Отримані функціональні залежності, що встановлюють вигляд закону зміни полярності імпульсів та аналітичного опису оптимальної модуляційної характеристики широтно-імпульсного перетворювача сигналу керування за завданням квадратичним критерієм якості та параметрами незмінної безперервної частини системи.

Ключові слова. математичне моделювання, нелінійні цифрові системи, автоматичне керування, методи оптимізації, широтно-імпульсна модуляція

Постановка проблеми. Сучасний підхід на вирішення питань автоматизації складних технічних об'єктів базується на побудові ієрархічних багаторівневих інтелектуальних систем, що забезпечують вимоги щодо кількісних та якісних показників регулювання. Виконавчий рівень таких систем забезпечується локальними цифровими системами автоматичного керування (САК) змінними стану та вихідними змінними.

Існує широкий клас САК, для яких обрання виконавчих пристроїв (ВП) виходить із критерію досягнення максимальної енергетичної ефективності у

мінімальних масо-габаритних обмеженнях. Такі виконавчі пристрої є досить розповсюдженими в системах автоматизації. Зокрема, такими ВП є електроприводи постійного струму. Відмінною особливістю таких ВП із застосуванням двигунів постійного струму (ДПС) є постійне і максимальне значення амплітуди сигналу керування. Пропорційний характер середнього значення вихідного сигналу щодо вхідного забезпечується модуляцією імпульсів керування ВП: протяжністю послідовності імпульсів керування, частотою послідовності імпульсів керування або комбінованою модуляцією. Принциповою особливістю систем із застосуванням керуванням протяжністю послідовності імпульсів керування є те, що вони є суттєво нелінійними, а системи із застосуванням керуванням частотою послідовності імпульсів керування є суттєво нестационарними. Тому є актуальними є питання адекватного математичного опису руху визначеного класу САК та визначення підходів щодо синтезу оптимальних керувань за заздалегідь визначеними критеріями.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Системи автоматичного керування із застосуванням модуляції імпульсів керування протяжністю послідовності імпульсів керування, частотою послідовності імпульсів керування або комбінованою модуляцією набули широкого розповсюдження на початку застосування засобів автоматизації технологічними процесами (ТП) у минулому сторіччі. Наприклад, такими були розповсюджені та серійно виготовлені регулятори типів РПІБ, РПІК та інші. В подальшому подібні регулятори набули широкого застосування в системах паливної автоматики газотурбінних двигунів в контурі обмеження температури (регулятори температури серії РТ-12). САК електроприводами наведення багатьох існуючих зразків озброєння та військової техніки, зокрема, зенітних ракетних комплексів (ЗРК), самохідних протитанкових ракетних комплексів (ПТРК) та інших застосовують саме такий засіб керування виконавчими електричними машинами. В поточний час удосконалені за участю авторів регулятори аналогічного призначення БРТ та БРТ-25 застосовуються в дослідних та серійних зразках систем паливної автоматики газотурбінних двигунів.

Теоретичні засади математичного опису та встановлення стійкості вказаних САК розглянуті у низці праць Кунцевича В.М. та Чехового Ю.М. (ІК НАНУ). Методи синтезу нелінійних дискретних САК, що були використані в поточному дослідженні, базуються на низці праць Личака М.М. (ІК НАНУ).

Загальні підходи щодо синтезу сучасних систем автоматичного керування викладено в [1] та [2].

Метод еквівалентного перетворення рівнянь руху складних нелінійних систем до форми Гаммерштейна запропоновано в [3].

Мета роботи полягає у встановленні адекватного математичного опису нелінійних цифрових САК із застосуванням часової модуляції імпульсів керування та синтезі оптимальних, за квадратичним критерієм, керувань в зазначених САК.

Викладення основного матеріалу дослідження. У роботі для математичного опису процесів, що відбуваються у нелінійних цифрових САК із застосуванням часової модуляції імпульсів керування застосований метод простору стану.

Вважається, що САК складається із з'єднаних послідовно імпульсного перетворювача, виконавчого пристрою та об'єкту керування. Виконавчий пристрій та об'єкт керування складають безперервну лінійну частину САК з відомою передаточною функцією. За таких умов достатньо розглядати тільки рівняння зміни стану, яке в загальному випадку для САК із застосуванням часової модуляції імпульсів керування набуває наступного вигляду:

$$\vec{x}[n+1] = A[n]\vec{x}[n] + \vec{b}[n]u[n]. \quad (1)$$

де $\vec{x}$ – вектор координат стану; u – сигнал керування; A – перехідна матриця; B – матриця зміни стану (керування).

Розглянуте рівняння зміни стану є нестационарним та нелінійним навіть при лінійній частині САК. В окремому, найбільш розповсюдженному випадку застосування широтно-імпульсної модуляції (ШІМ), рівняння зміни стану залишається нелінійним, але може бути приведено до стаціонарного вигляду наступним еквівалентним перетворенням:

$$\vec{x}[n+1] = A[n](\vec{x}[n] + A^{-1}[n]\vec{b}[n]u[n]), \quad (2)$$

де перехідна матриця є матрицею з постійними коефіцієнтами і залежить тільки від періоду імпульсів управління, який також є постійним:

$$A[n] = A[T] = A. \quad (3)$$

Модифікований вектор зміни стану для САК з ШІМ є вектором з постійними компонентами і залежить тільки від тривалості імпульсів керування:

$$A^{-1}[T]\vec{b}[\tau] = \vec{\beta}[\tau]. \quad (4)$$

За умов такого опису руху за вказаним методом маємо наступні співвідношення руху САК:

$$\vec{x}[n+1] = A(\vec{x}[n] + \vec{\beta}u[n]). \quad (5)$$

Методом аналітичного конструювання оптимальних регуляторів досягається вирішення завдання синтезу для квадратичного критерію якості на основі методу динамічного програмування Беллмана, але тільки для лінійних та стаціонарних дискретних САК. Для нелінійних САК, до яких відносяться системи з ШІМ, таке рішення ще не встановлене. Тому доцільно використати підхід, який заснований на побудові нелінійних САК із гарантованими властивостями стійкості на основі методу Ляпунова.

Алгоритмічна основа пропонованого підходу складається у виконанні наступних етапів.

1. Визначення критерію оптимізації процесів в САК.
2. Визначення умов оптимізації.
3. Визначення мети синтезу.
4. Модифікація критерію якості.
5. Визначення завдання оптимізації.
6. Перевірка та верифікація властивостей отриманого рішення задачі оптимізації.

Отримані авторами співвідношення дозволяють визначити параметри цифрового регулятора з ШІМ, що відтворює оптимальну модуляційну характеристику та забезпечує оптимальне демпфування квадратичного показника якості і, тим самим, підвищення точності регулювання в САК з ШІМ. Отримана модуляційна характеристика є істотно нелінійною і визначається

параметрами ВП, проте при цифровій реалізації її відтворення не представляє складнощів.

Для апробації отриманих рішень було вирішено тестове завдання. Проведений авторами комп'ютерний експеримент полягав у визначенні оптимальних керувань в обраній моделі САК у порівнянні з САК із лінійною модуляційною характеристикою.

Висновки. Обґрунтовано підхід до оптимізації складних цифрових систем автоматичного керування, в яких застосовувано перетворення сигналів керування в послідовність імпульсів із часовою модуляцією. Запропонований узагальнений опис систем вказаного типу та запропоновано еквівалентне перетворення дискретних рівнянь їх руху, що дозволяє враховувати зміну протяжності імпульсів керування при лінійній безперервній незмінній частині системи автоматичного керування. Для систем автоматичного керування із застосуванням широтно-імпульсної модуляції сигналу керування удосконалено алгоритм синтезу, а саме: закон зміни полярності імпульсів та вигляду модуляційної характеристики на основі методу Ляпунова. Отримані функціональні залежності, що встановлюють вигляд закону зміни полярності імпульсів та аналітичного опису оптимальної модуляційної характеристики широтно-імпульсного перетворювача сигналу керування за завданням квадратичним критерієм якості та параметрами незмінної безперервної частини системи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Richard C. Dorf and Robert H. Bishop. Modern control systems. Pearson Education Limited, 2022. – 1024 p.
2. Graham C. Goodwin, Stefan F. Graebe and Mario E. Salgado. Control system design. Prentice Hall, 2000 – 908 p.
3. System technologies for modelling of complex processes / Monograph, edited by prof. A.I. Mikhalyov. – Dnipro: NMetAU –CPI “System Technologies”, 2016. – 608 p.

MATHEMATICAL DESCRIPTION AND OPTIMIZATION BY THE QUADRATIC QUALITY CRITERION OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS USING PULSE WIDTH MODULATION OF SIGNALS

Myrhorod Volodymyr, Hvozdeva Iryna

Abstract. *An approach to the optimization of complex digital automatic control systems (ACS) is proposed, in which the conversion of control signals into a sequence of pulses with time modulation is used. The requirements for actuators in many applications necessitate the use of such a conversion to achieve proportional regulation of the output value in accordance with the input control signal. A generalized description of digital automatic control systems of the specified type and an equivalent transformation of their discrete equations of motion, which is based on the reduction of such equations to the Hammerstein form, are proposed. Such a transformation significantly simplifies the mathematical description of digital ACSs and requires fewer resources for computational implementation. For ACSs, using pulse-width modulation of the control signal, the synthesis algorithm has been improved. A feature of the proposed approach is the inclusion in the criterion of optimality of energy costs for control in the form of a dependence on the length of control pulses. Functional dependencies are obtained that establish the form of the law of pulse polarity change and analytical description of the optimal modulation characteristic of the pulse-width converter of the control signal according to the given quadratic quality criterion and parameters of the invariable continuous part of the system.*

Keywords: *mathematical modeling, nonlinear digital systems, automatic control, optimization methods, pulse-width modulation*

REFERENCE

1. Richard C. Dorf and Robert H. Bishop. Modern control systems. Pearson Education Limited, 2022. – 1024 p.
2. Graham C. Goodwin, Stefan F. Graebe and Mario E. Salgado. Control system design. Prentice Hall, 2000 – 908 p.
3. System technologies for modelling of complex processes / Monograph, edited by prof. A.I. Mikhalyov. – Dnipro: NMetAU –CPI “System Technologies”, 2016. – 608 p.