

DOI: 10.34185/1991-7848.itmm.2025.01.049

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ПРИВОДІВ КАНАТНИХ ДОРІГ

Куроп'ятник О. С.

Український державний університет науки і технологій, к. т. н., доцент, Україна

Анотація. У роботі розглянуто принципи формування математичної моделі динаміки приводу канатної дороги. Для проведення досліджень було обрано спрощений підхід до складання схеми динамічної системи, який полягає у приведенні мас окремих підсистем приводу до приводного шківів. Це дозволило представити математичну модель як систему рівнянь у формі деформацій ділянок тягового каната з використанням положень хвильової механіки. Для автоматизації складання системи рівнянь та проведення досліджень динаміки було використано програму, розроблену автором в системі комп'ютерної алгебри MathCAD. Застосування отриманих результатів дозволило в подальшому побудувати частотні діаграми приводів канатних доріг різних типів та уточнити значення швидкості руху вагонів з урахуванням необхідності попередження та обмеження резонансних явищ, виникнення яких є небезпечним для експлуатації таких транспортних засобів.

Ключові слова: канатна дорога; динаміка; математичне моделювання; MathCAD; система комп'ютерної алгебри

Будь-який транспортний засіб з гнучким тяговим органом, і зокрема, канатна дорога (КД) є досить складною системою з точки зору математичного моделювання динаміки її елементів. Вона характеризується наявністю зосереджених мас та елементів з розподіленими параметрами. Це визначає математичну модель руху елементів КД у вигляді системи диференціальних рівнянь у звичайних та часткових похідних, яка є досить громіздкою та складною для аналізу. Застосування систем комп'ютерної алгебри дозволяє суттєво спростити, прискорити і навіть автоматизувати процес складання математичних моделей динаміки механічних систем.

У роботі [1] моделюється динаміка канатів канатних доріг з використанням систем автоматизованого проєктування за різних характеристик матеріалу канатів, проте досліджуються лише поперечні коливання. У роботі [2] досліджено динаміку несучого і тягового канатів вантажної канатної дороги, визначено динамічні навантаження. Більш глибоке

дослідження проведено в роботі [3], проте не розглянуто питання впливу частотного спектру приводу на обмеження швидкості руху вагонів і не враховано можливості використання систем комп'ютерної алгебри для моделювання динаміки.

Метою даної роботи є обґрунтування доцільності використання систем комп'ютерної алгебри для моделювання динаміки приводів канатних доріг та розроблення програму, що здійснює формування математичної моделі, розрахунок власних чисел та власних частот в автоматизованому режимі в залежності від вказаних вихідних даних.

Для спрощення математичної моделі можна застосувати один з таких підходів:

- заміна елементів з розподіленими параметрами системою скінченної кількості зосереджених мас, що дозволяє складати математичну модель виключно з рівнянь Лагранжа II роду без використання часткових похідних;

- приведення мас окремих підсистем приводу до приводного шківів (рис. 1), що дозволяє складати математичну модель виключно з рівнянь хвильової механіки без використання звичайних похідних.

У межах даної роботи застосовуємо другий підхід. За таких умов математична модель, яка описує динаміку приводу КД, складається з рівнянь у формі деформацій ділянок тягового каната з використанням положень хвильової механіки [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^H = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^H; \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^B = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^B, \end{cases} \quad (1)$$

де $U^H = \begin{bmatrix} u_i^H \end{bmatrix}$ – вектор деформацій ділянок тягового каната на нижньому напрямку руху вагонів ($i = \overline{1, n+1}$);

$U^B = \begin{bmatrix} u_i^B \end{bmatrix}$ – вектор деформацій ділянок тягового каната на верхньому напрямку руху вагонів ($i = \overline{1, n+1}$);

a – швидкість розповсюдження пружної хвилі у поздовжньому напрямку коливань.

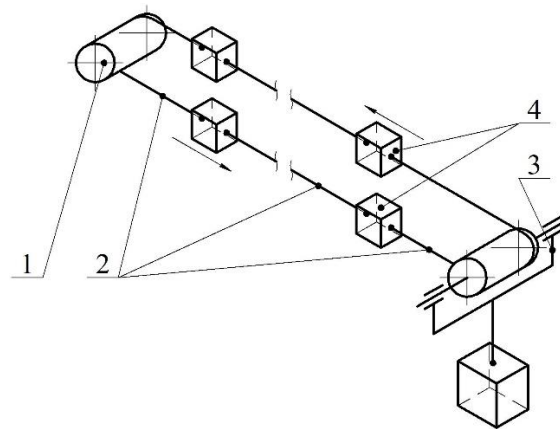


Рисунок 1 – Схема КД як динамічної системи:
1 – приводний шків; 2 – відрізки тягового каната;
3 – натяжний пристрій; 4 – вагони

Як граничні умови використовуємо по два рівняння для кожної із зосереджених мас КД, одне з яких відображає рівність деформацій ділянок тягового каната з обох боків зосередженої маси, а інше є рівнянням руху цієї маси. Наприклад, для i -ого вагона на нижньому напрямку руху граничні умови мають вигляд:

$$u_i^H(x_i^H, t) = u_{i+1}^H(x_i^H, t); \quad (2)$$

$$m_i^H \frac{\partial^2 u_i^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_i^H} = EF \left(\frac{\partial u_i^H}{\partial x} - \frac{\partial u_{i+1}^H}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_i^H}, \quad (3)$$

де m_i^H – маса i -ого вагона на нижньому напрямку руху;

E, F – модуль пружності та площа перерізу тягового каната.

Для поєднання отриманих рівнянь у систему використовуємо умови спряження двох напрямків руху. Вони складаються за формою, подібною до вказаних граничних умов, і описують динаміку приводного шківа та натяжного пристрою тягового каната як зосереджених мас. Кількість рівнянь – по два для кожної з мас.

Математична модель, яка дозволяє досліджувати динаміку приводу КД, складається з багатьох рівнянь, кількість яких визначається кількістю вагонів.

Вона вміщує чотири умови спряження виразів та по два рівняння для кожного з вагонів. Таким чином, дослідження динаміки приводу КД маятникового типу, яка має лише два вагони (по одному вагону на кожному з напрямків руху), здійснюється за системою з восьми рівнянь. А для кільцевої дороги, що має 70 вагонів, математична модель складається з 144 рівнянь.

Застосування систем комп'ютерної алгебри (MathCAD, Maple тощо) дозволяє значно спростити процес формування математичної моделі та проведення подальших досліджень. Для системи MathCAD автором було розроблено спеціальну програму, що здійснює формування математичної моделі, розрахунок власних чисел та власних частот в автоматизованому режимі в залежності від вказаних вихідних даних. Ця програма містить такі блоки:

- вихідні дані (масові характеристики та параметри профілю дороги, представлені в матричній формі окремо по вагонах різних напрямків руху);
- програмна частина, у якій реалізовано алгоритм складання системи рівнянь з використанням циклу з кількістю ітерацій, що дорівнює кількості вагонів на одному напрямку руху, та формування частотної функції;
- результати (автоматизоване визначення власних чисел частотної функції та власних частот приводу КД).

Використання отриманих результатів дозволило побудувати частотні діаграми приводів канатних доріг різних типів та уточнити значення швидкості руху вагонів з урахуванням необхідності попередження та обмеження резонансних явищ, виникнення яких є небезпечним для експлуатації КД.

Висновок. Застосування систем комп'ютерної алгебри дозволяє суттєво спростити, прискорити і навіть автоматизувати процес складання математичних моделей динаміки механічних систем. Їх використання дозволило визначити власні частоти приводів канатних доріг та, в подальшому, побудувати частотні діаграми з метою уточнення значень швидкості руху вагонів з урахуванням необхідності попередження та обмеження резонансних явищ, виникнення яких є небезпечним для експлуатації КД.

ЛІТЕРАТУРА

1. Jena Sh. P., Ibrahim M., Subbaratnam B., Kumar S. N. Dynamic behavior of ropeway string. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 998, 012068. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/998/1/012068>
2. Qin J., Liu Ch., He R., Zhu L., Chen W., Chen W. Calculation method for structural dynamics of material ropeway under startup and shutdown conditions with single concentrated loads and distributed multiple loads. Journal of Physics: Conference Series. 2024. Vol. 2731, 012036. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2731/1/012036>
3. Zhao Chi, Jiang Yu., Ma Chi. Research on dynamic characteristics of the unit cableway of the overhead passenger device. Journal of Physics: Conference Series. 2023. Vol. 2660, 012047. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2660/1/012047>
4. Serhii Raksha, Oleksii Kuropiatnyk, Pavlo Anofriev, Dmytro Onopreychuk, Ihor Kovalov. Frequency analysis of vehicle drive with cable traction. MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 230, 01010. DOI: <https://doi.org/10.1051/matecconf/201823001010>

USE OF COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS FOR SIMULATING THE ROPEWAYS DRIVES DYNAMICS

Oleksii Kuropiatnyk

Abstract. *The paper considers the principles of forming a mathematical model of the ropeway drive dynamics. For the research, a simplified approach to drawing up a dynamic system scheme was chosen, which consists in reducing the masses of individual drive subsystems to the drive pulley. This made it possible to present the mathematical model as a system of equations in the form of deformations of traction rope sections using the provisions of wave mechanics. To automate the drawing up of the system of equations and conduct dynamics research, a program developed by the author in the MathCAD computer algebra system was used. The application of the obtained results made it possible to further construct frequency diagrams of ropeways drives of various types and to specify the values of the cars speed, taking into account the need to prevent and limit resonance phenomena, the occurrence of which is dangerous for the operation of such vehicles.*

Keywords: *ropeway; dynamics; mathematical modeling; MathCAD; computer algebra system*

REFERENCES

1. Jena Sh. P., Ibrahim M., Subbaratnam B., & Kumar S. N. (2020). Dynamic behavior of ropeway string. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 998, 012068. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/998/1/012068> (in English)
2. Qin J., Liu Ch., He R., Zhu L., Chen W., & Chen W. (2024). Calculation method for structural dynamics of material ropeway under startup and shutdown conditions with single concentrated loads and distributed multiple loads. Journal of Physics: Conference Series, 2731, 012036. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2731/1/012036> (in English)
3. Zhao Chi, Jiang Yu., & Ma Chi (2023). Research on dynamic characteristics of the unit cableway of the overhead passenger device. Journal of Physics: Conference Series, 2660, 012047. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2660/1/012047> (in English)
4. Raksha S., Kuropiatnyk O., Anofriev P., Onoprychuk D., & Kovalov I. (2018). Frequency analysis of vehicle drive with cable traction. MATEC Web of Conferences, 230, 01010. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201823001010> (in English)