

ОПТИМАЛЬНЕ РОЗТАШУВАННЯ СЕРВІСНИХ ЦЕНТРІВ

Косолап А.І.

*Дніпровський національний університет ім. О. Гончара, докт. фіз.-мат. наук,
професор, Україна*

Анотація. Розглядається задача оптимального розташування сервісних центрів. Така задача постійно виникає при розвитку інфраструктури регіонів. В роботі використано принцип збиткового проектування. Він передбачає проектування безлічі сервісних центрів, серед яких залишаються тільки ті, які задовольняють умовам оптимальності. Вхідними даними для даної задачі є час обслуговування клієнтів кожним сервісним центром. Відомі також затрати на відкриття сервісного центру, затрати на погодинне обслуговування та затрати на весь проект. Розглядаються різні постановки даної задачі. Зокрема, коли частина сервісних центрів уже функціонує, коли враховується плата за надання послуг клієнтам. Побудовані оптимізаційні моделі, які є квадратичними з булевими змінними. Розв'язано декілька тестових задач, які підтверджують адекватність моделей та ефективність їх для чисельного розв'язування задач оптимального розташування сервісних центрів. Для чисельного розв'язування задач використовувалась надбудова OpenSolver для Excel.

Ключові слова: оптимізаційна модель, квадратична задача с булевими змінними, обчислювальні результати.

Вступ. Інфраструктура регіонів кожної держави стрімко розвивається. З'являється безліч сервісних центрів на установку яких виділяються значні кошти. У зв'язку з цим актуальною є задача оптимального розташування сервісних центрів та їх ефективного функціонування.

Даній темі присвячено безліч публікацій, зокрема оглядових робіт [1]. Більшість моделей враховують відстані між клієнтами та сервісними центрами. В якості критерія обирається мінімізація сумарної відстані. Затрати на установку сервісних центрів, як правило, не враховуються. В даній роботі розглядається більш загальна постановка задачі з урахуванням фінансових затрат.

Основний матеріал. Будемо допускати, що відомо кількість клієнтів n та кількість сервісних центрів m . Позначимо через t_{ij} – час обслуговування i -го клієнта в j -му сервісному центрі ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$). Час обслуговування може

бути пропорційний відстані між клієнтом і сервісним центром. Відомі також затрати P_j на відкриття j -го сервісного центру, витрати s_j на годину його роботи та виділені затрати S на відкриття всіх сервісних центрів. Введемо змінні даної задачі x_{ij} – дорівнює одиниці, якщо i -й клієнт обслуговується в j -му сервісному центрі, інакше ця змінна дорівнює нулю. Змінна z_j дорівнює одиниці, якщо j -й сервісний центр відкривається, інакше ця змінна дорівнює нулю. Задача полягає в тому, щоб визначити які сервісні центри відкривати, щоб забезпечити ефективне обслуговування клієнтів, другими словами, обслуговувати всіх клієнтів за мінімальний час. Оптимізаційна модель цієї задачі буде мати вигляд

$$\min\{T \mid \bigcirc_{i=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T, j=1, \dots, m, \bigcirc_{j=1}^m z_j (P_j + s_j \bigcirc_{i=1}^n t_{ij} x_{ij}) \leq S, \\ \bigcirc_{j=1}^m x_{ij} = 1, i=1, \dots, n\}, \quad (1)$$

де змінні x_{ij} , z_j приймають булеві значення. В задачі (1) знаходимо мінімальний час T обслуговування всіх клієнтів.

Задачу (1) легко узагальнити для типової ситуації, коли вже існує декілька сервісних центрів. Тоді для відповідних сервісних центрів покладемо $P_j = 0$ і $z_j = 1$ та розв'яжемо відповідну задачу (1).

Як правило, сервісні центри за обслуговування клієнтів знімають плату. Це може бути погодинна або фіксована плата, яку позначимо відповідно через v_j та w_j для j -го сервісного центру. Тоді критерієм задачі може бути максимізація сумарної вартості обслуговування (для сервісних центрів) або мінімізація сумарної вартості обслуговування (для клієнтів). Відповідно отримуємо наступні оптимізаційні моделі.

$$\min\{\bigcirc_{j=1}^m v_j \bigcirc_{i=1}^n t_{ij} x_{ij} \mid \bigcirc_{i=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T, j=1, \dots, m, \bigcirc_{j=1}^m z_j (P_j + s_j \bigcirc_{i=1}^n t_{ij} x_{ij}) \leq S, \\ \bigcirc_{j=1}^m x_{ij} = 1, i=1, \dots, n\} \quad (2)$$

та

$$\min\left\{\sum_{j=1}^m w_j \sum_{i=1}^n x_{ij} \mid \sum_{i=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T, j = 1, \dots, m, \sum_{j=1}^m z_j (P_j + s_j \sum_{i=1}^n t_{ij} x_{ij}) \leq S, \right. \\ \left. \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n\right\}. \quad (3)$$

Задачі (2)–(3) розв’язуються після задачі (1), де знаходиться величина T . Розглянуті задачі (1)–(3) є квадратичні, так як одне з обмежень містить добуток змінних. Ці булеві змінні, що значно ускладнює задачу. Як правило, такі задачі розв’язуються методом розгалужень та границь, який реалізований в багатьох програмних засобах. Але ці програмні засоби можуть передчасно завершувати пошук оптимальних рішень. Крім того, час розв’язування задач буде швидко зростати зі збільшенням розмірності задачі. В таких випадках, альтернативою є метод точної квадратичної регуляризації [6].

Для перевірки моделей було розв’язано декілька тестових задач. Вхідні дані заносились на лист Excel та вводились відповідні формули задач (1)–(3). Задачі розв’язувались надбудовою OpenSolver для Excel. Отримані результати підтверджують ефективність запропонованих моделей.

Висновки. Запропоновані нові оптимізаційні моделі оптимального розташування сервісних центрів. Проведені обчислювальні експерименти, які свідчать про їх ефективність.

ЛІТЕРАТУРА

1. Owen S.H., Daskin M.S. Strategic facility location: a review. *European Journal of Operational Research*. – 1998. № 11. P. 423–447.
2. Sahina G., Süralb H. A review of hierarchical facility location models. *Computers & Operations Research*. – 2007. № 34. P. 2310 – 2331.
3. Snyder, L. V. Facility location under uncertainty: a review. *IIE Transactions*. – 2006. № 38(7). – P. 547– 564, DOI:10.1080/07408170500216480.
4. Bruno G., Cerulli R., Gentili M. Models, algorithms and applications for location problems. *Optim. Letter*. – 2016. № 10. P. 871–873, DOI: 10.1007/s11590-016-1032-6.
5. Klose A., Drexel A. Facility location models for distribution system design. *European Journal of Operational Research*. – 2005. № 162(1). P. 4–29.
6. Kosolap A. *Practical Global optimization*. Dnipro: Publisher Bila K.O., 2020. 192 p.

OPTIMAL LOCATION OF SERVICE CENTERS

Anatolii Kosolap

Abstract. *We are considering the problem of optimal location of service centers. Such a problem constantly arises in the development of regional infrastructure. The principle of loss-making design is used in the work. It involves designing a multitude of service centers, among which only those that satisfy the optimality conditions remain. The input data for this problem are the time of customer service by each service center. The costs of opening a service center, the costs of hourly service and the costs of the entire project are also known. Various statements of this problem are considered. In particular, when some of the service centers are already operating, when the fee for providing services to customers is taken into account. Optimization models have been constructed, which are quadratic with Boolean variables. Several test problems have been solved, which confirm the adequacy of the models and their effectiveness for numerically solving problems of optimal location of service centers. The OpenSolver add-in for Excel was used to numerically solve the problems.*

Keywords: *optimization model, quadratic problem with Boolean variables, computational results.*

REFERENCES

1. Owen S.H., Daskin M.S. Strategic facility location: a review. European Journal of Operational Research. – 1998. № 11. P. 423–447.
2. Sahina G., Süralb H. A review of hierarchical facility location models. Computers & Operations Research. – 2007. № 34. P. 2310 – 2331.
3. Snyder, L. V. Facility location under uncertainty: a review. IIE Transactions. – 2006. № 38(7). – P. 547– 564, DOI:10.1080/07408170500216480.
4. Bruno G., Cerulli R., Gentili M. Models, algorithms and applications for location problems. Optim. Letter. – 2016. № 10. P. 871–873, DOI: 10.1007/s11590-016-1032-6.
5. Klose A., Drexel A. Facility location models for distribution system design. European Journal of Operational Research. – 2005. № 162(1). P. 4–29.
6. Kosolap A. Practical Global optimization. Dnipro: Publisher Bila K.O., 2020. 192 p.