

ГРАФОВІ ФРАКТАЛИ З ВАРІАТИВНІСТЮ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ

Летучий О. І., Шинкаренко В. І.

Український державний університет науки і технологій, Україна

Анотація. Фрактали, які характеризуються своєю самоподібністю в різних масштабах, є складними геометричними сутностями, створеними за допомогою рекурсивних алгоритмів. Вони знаходять широке застосування в комп'ютерній графіці для створення складних візуальних ефектів і моделювання природних явищ, таких як річкові мережі та гірські ландшафти. Графові фрактали поєднують властивості фракталів і графових структур та можуть використовуватись для досліджень у таких галузях, як комп'ютерні мережі чи медицина. У цій роботі представлено підхід конструктивно-продукційного моделювання, заснованого на формальних граматиках, для генерації графових фракталів із варіативністю процесу формування.

Ключові слова. фрактал, граф, конструктивно-продукційне моделювання, комп'ютерне моделювання, ітераційні алгоритми, формування патернів

Вступ. Фрактали – це складні геометричні фігури, які демонструють самоподібність у різних масштабах [1], тобто при зміні масштабу, можна побачити повторювані схожі візерунки або патерни. Вони генеруються за допомогою рекурсивних афінних перетворень і ітерацій. Фрактали можуть бути використані для створення складних візуальних ефектів у комп'ютерній графіці, включаючи створення складних текстур, або для генерації та моделювання різних структур, таких як річкові мережі, гірські ландшафти [2].

Графові фрактали [3-4] поєднують фрактальні властивості та графові структури, такі як, наприклад, комп'ютерні мережі [5], кристалічні ґратки [5], структури раку легень [6]. Особливістю таких фракталів є графові вершини, які можуть бути навантажені координатами у просторі, різними фізичними або хімічними властивостями.

Для моделювання фракталів можна використовувати наступні підходи: алгоритмічний, функціонально-алгоритмічний із застосуванням системи ітерованих функцій на основі сукупності стискаючих відображень, афінних автоматів, L-систем. Нами представляється підхід конструктивно-продукційної моделювання (КПМ) на основі формальних граматик.

Основна частина. Основним елементом конструктивно-продукційного моделювання є поняття узагальненого конструктор [7, 8], який описується наступним чином

$$C = \langle M_{GI}, \Sigma_{GI}, \Lambda_{GI} \rangle, \quad (1)$$

де M – поновлюваний неоднорідний носій;

Σ – сигнатура відносин та пов'язаних з ними операцій;

Λ – інформаційне забезпечення конструювання: призначення, умови початку та завершення конструювання, правила та обмеження та онтологія.

Опис інтерпретації та спеціалізації конструктора для графових фракталів в 3D просторі наведений в [4]. Проведемо наступну конкретизацію конструктора C_{graph} , призначеного для формування графового фракталу:

$$C = \langle M_{GI}, \Sigma_{GI}, \Lambda_{GI} \rangle_K \otimes C_{graph} = \langle M_{GI}, \Sigma_{GI}, \Lambda_{graph} \rangle, \quad (2)$$

Λ_{graph} визначає:

- вершини – v_i , з атрибутами розміру $size$, координатами $pos = (x, y, z)$, кольору col ;
- граф – g , з атрибутами довжини ребер a ;
- початкові умови: граф з однією вершиною v_0 , з атрибутами $size \downarrow v_0 = 1$, $pos \downarrow v_0 = (0, 0, 0)$, $col \downarrow v_0 = red$;
- правило підстановки: $\psi = \langle s, g \rangle$, в якому операція складається з одного відношення підстановки s (приклад у лівій частині на рис. 1) і операції над атрибутами g (приклад у правій частині рис. 1) для взаємного перефарбування вершин;

обмеження конструювання: права частина підстановки повинна містити хоча б одну вершину кольору, як у лівому правилі,

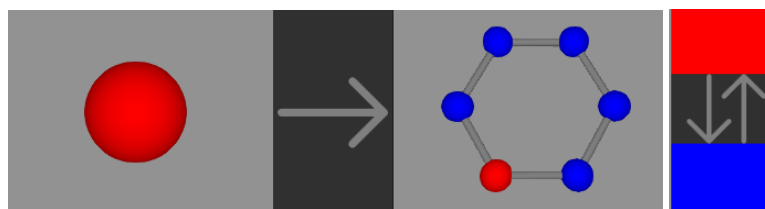


Рисунок 01 – Відношення підстановки конструктора C_{graph} з заданими кольорами заміни

Представимо на рис. 2 реалізацію у вигляді послідовності сентенційних форм f_0, f_1, f_2, f_3 .

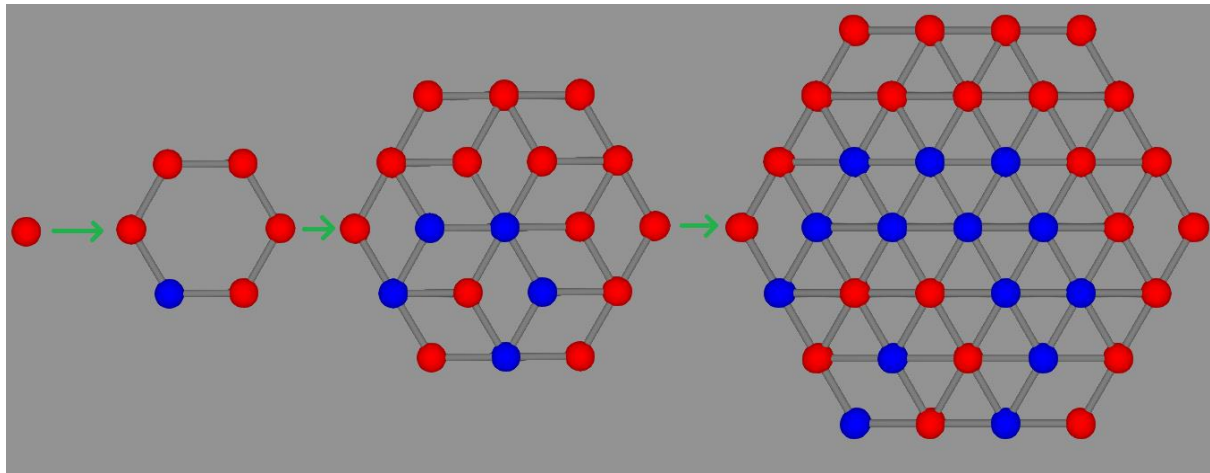


Рисунок 2 – Послідовність сентенційних форм

Реалізація здійснюється в такий спосіб:

- початкова форма f_0 , відповідно до відношення підстановки на рис. 1, застосовуючи операцію заміни один раз, перетворюється на f_1 ;
- виконується операція з атрибутами кольору: взаємне перефарбування вершин;
- повторюються дії попередні двох пунктів з перетворенням форм f_i у f_{i+1} .

Розглянемо приклад з варіативністю правил підстановки під час формування графових фракталів. Для цього початок формування графового фракталу виконаємо як на рис. 2 та отримаємо форму f_3 . Змінимо правило підстановки як на рис. 3 а). Отримаємо граф як на рис. 4 у лівій частині. Далі будемо ітеративно застосовувати правило рис. 3 б). У правій частині рис 4. наведено двократне застосування правила рис. 3 б).

В результаті двостадійного перетворення отримуємо граф з двома ознаками фрактальності.

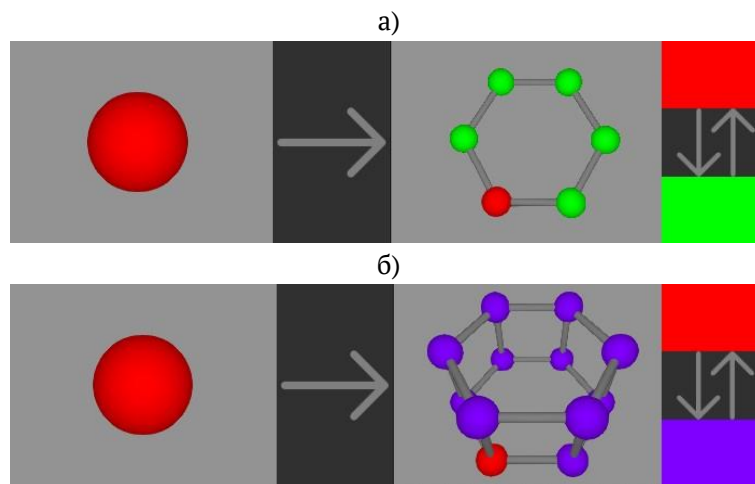


Рисунок 3 – Правила для другої стадії формування фрактального графу

На першій стадії формується фрактальний граф з самоподібністю забезпечену застосуванням правила рис 1. На другій стадії цей фрактальний граф є основою для формування об'ємного графу з новою властивістю самоподібності.

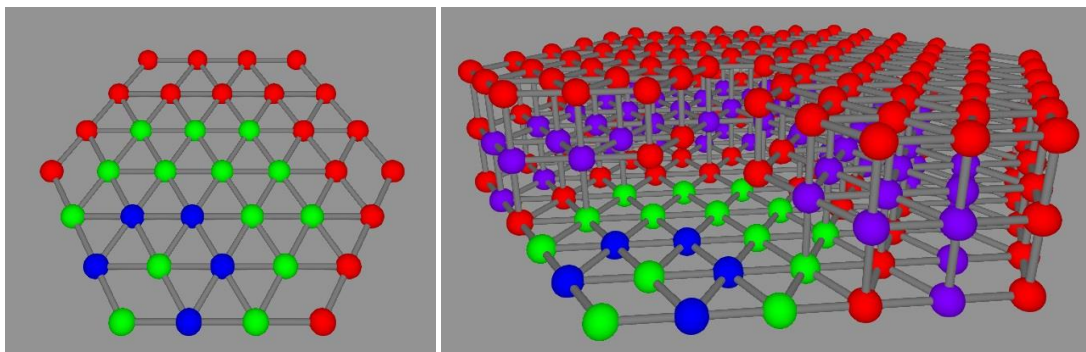


Рисунок 4 – Графи другої стадії формування

Висновок. Розроблена конструктивно-продукційна модель формування фрактальних графових структур та відповідне програмне забезпечення. Показана можливість моделювання графових фракталів з варіативністю правил підстановки та зміни атрибутів вершин у процесі формування. Таким чином проявляється самоподібність різних частин утвореного фракталу по мірі його формування.

Приклад представлений у роботі не є вичерпним. Правила підстановки та фарбування вершин може багаторазово змінюватись під час формування досить значних значень сентенційних форм f_M .

Застосований підхід дозволяє формувати моделі сутностей, які точніше представляють об'єкти природи.

ЛІТЕРАТУРА / REFERENCE

1. Husain A., Nanda M.N., Chowdary M.S., Sajid M. Fractals: An Eclectic Survey, Part-I. Fractal and Fractional. – 2022. Vol. 6. P. 2504 – 3110. DOI: <https://doi.org/10.3390/fractalfract6020089>
2. Frankhauser P., Pumain D. Fractals and Geography. Machine Learning and the City, S. Carta (Ed.). – 2022. P. 31-55. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119815075.ch3>
3. Ille P., Woodrow R. Fractal graphs. Journal of Graph Theory. – 2019. No. 91 (1), P. 53-72 DOI: <https://doi.org/10.1002/jgt.22420>
4. Skums P., Bunimovich L., Graph fractal dimension and the structure of fractal networks. J Complex Netw. – 2020. Vol. 8 DOI: <https://doi.org/10.1093/comnet/cnaa037>
5. Shynkarenko V., Letuchyi O., Chyhir R. Constructive-synthesizing modeling of fractal crystal lattices, 18th IEEE International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT), – 2023. DOI: <https://doi.org/10.1109/CSIT61576.2023.10324251>
6. Babič M.; Mihelič J. Cali, M. Complex Network Characterization Using Graph Theory and Fractal Geometry: The Case Study of Lung Cancer DNA Sequences. Applied Sciences. – 2020, Vol 10. No. 9. P. 3037. DOI: <https://doi.org/10.3390/app10093037>
7. Skalozub V., Ilman V. Shynkarenko V. Ontological support formation for constructive-synthesizing modeling of information systems development processes, Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. Vol. 5. No. 4 (95). P. 55–63. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.143968>
8. Shynkarenko V. I. Constructive-Synthesizing Representation of Geometric Fractals, Cybernetics and Systems Analysis. – 2019. Vol. 55, P. 186-199. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-019-00123-w>

GRAPH FRACTALS WITH THE VARIABILITY OF THE FORMATION PROCESS

Oleksandr Letuchyi, Viktor Shynkarenko

Abstract. *Fractals, which are characterized by their self-similarity at different scales, are complex geometric entities created using recursive algorithms. They are widely used in computer graphics to create complex visual effects and to model natural phenomena such as river networks and mountain landscapes. Graph fractals combine the properties of fractals and graph structures and can be used for research in fields such as computer networks or medicine. This work presents the approach of constructive-production modeling, based on formal grammars, for the generation of graph fractals with the variability of the formation process.*

Keywords: *fractals, graph, constructive-synthesizing modeling, computer modeling, iterative algorithms, pattern formation*