

ОПТИМІЗАЦІЯ НАДІЙНОСТІ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Косолап А.І

Дніпровський національний університет ім. О. Гончара, Україна

Анотація. Розглядаються задачі проектування надійних складних систем. Розроблено програмне забезпечення для розрахунку надійності складної системи, якщо структура системи і надійність її елементів визначені. Надійність систем можна підвищити за рахунок кращого вибору її компонентів, шляхом резервування елементів та оптимізацією структури складної системи. В роботі побудовані оптимізаційні моделі таких задач. Функція надійності є багатовимірним поліномом, а змінні задачі є булевими або цілими. Такі оптимізаційні задачі є досить складними для чисельного розв'язування, так як містять безліч локальних екстремумів. Для розв'язування задач невеликого розміру можна скористатися надбудовою OpenSolver для Excel. Для систем з сотнями і тисячами елементів ми пропонуємо використовувати метод точної квадратичної регуляризації. Ефективність отриманих результатів підтверджена обчислювальними експериментами.

Ключові слова: надійність систем, складна система, оптимізація, обчислювальний експеримент.

Вступ. Проблема надійності складних систем є актуальною уже більше 50 років. Сучасні системи є досить складними і їх складність постійно збільшується. Зокрема суттєво збільшується внутрішня структура систем, яка визначається характером з'єднань між її елементами та алгоритмами їх взаємодії в процесі функціонування і підтримки працездатності систем. Все це сприяло побудови теорії надійності складних систем, яка в значній мірі базується на теорії ймовірності.

З початком ХХІ століття в надійності складних систем все більше використовуються оптимізаційні моделі [1-2]. Проблема оптимізації надійності передбачає мінімізацію вартості системи, що залежить від вимог до надійності, або максимізацію надійності системи за обмежених ресурсів (таких як вартість, вага чи об'єм системи), що, як було доведено, є NP-складною задачею. Розрахунок надійності складної системи є досить трудомісткою задачею і виражається, як правило, багатовимірним поліномом відносно ймовірності елементів системи.

Підвищення надійності проектуємих систем забезпечується підвищенням надійності елементів, їх резервуванням та структурною схемою системи, яка дозволяє будувати складні надійні системи, які складаються з не досить надійних елементів.

Основний матеріал. В даній роботі розглядаються нові оптимізаційні моделі складних систем в яких максимізується ймовірність безвідмовної роботи системи при обмеженнях на її вартість та вагу. Причому елементи оптимальним чином обираються з дискретної множини різних по надійності елементів. Таким чином, маємо наступну оптимізаційну модель надійності системи

$$\max \{R(x) \mid \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} u_{ij} x_{ij} \leq C, \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_{ij} u_{ij} z_{ij} \leq W, \sum_{j=1}^m z_{ij} = 1, z_{ij} = 0 \vee 1, \forall ij\} \quad (1)$$

де $R(x)$ – ймовірність безвідмовної роботи системи;

u_{ij} – ймовірність i -го елемента з m можливих варіантів;

c_{ij} – їх вартість;

w_{ij} – їх вага;

C – обмеження по вартості системи;

W – обмеження по вазі системи.

В задачі (1) необхідно знайти оптимальні значення булевих змінних, які однозначно визначають вибір елементів системи. Наряду з задачею (1) розглядалась задача (2)

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} u_{ij} x_{ij} \mid R(x) \geq R_0, \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_{ij} u_{ij} z_{ij} \leq W, \sum_{j=1}^m z_{ij} = 1, z_{ij} = 0 \vee 1, \forall ij \right\} \quad (2)$$

де R_0 – мінімальна можлива надійність системи.

Для розрахунку функції $R(x)$ була написана програма на мові VBA для Excel. Вхідні дані також заносились на лист Excel та вводились відповідні формули задач (1) та (2). Задачі розв'язувались надбудовою OpenSolver для Excel.

Розглянемо конкретний приклад системи, приведеної на рис.1. Знайдемо ймовірність її безвідмовної роботи

$$R(r) = 1 - (1 - r_1 r_2 r_3 r_4)(1 - r_1 r_2 r_3 r_7)(1 - r_1 r_2 r_6 r_4)(1 - r_1 r_2 r_6 r_7)(1 - r_1 r_2 r_8 r_4)(1 - r_1 r_2 r_8 r_7) \cdot (1 - r_1 r_3 r_3 r_4)(1 - r_1 r_3 r_3 r_7)(1 - r_1 r_5 r_6 r_7)(1 - r_1 r_5 r_6 r_4)(1 - r_1 r_5 r_8 r_4)(1 - r_1 r_5 r_8 r_7)(1 - r_9 r_{10} r_4)(1 - r_9 r_{10} r_7) \quad (3)$$

де r_i – ймовірність безвідмовної роботи i -го елемента, яка дорівнює

$$r_i = \sum_{j=1}^m u_{ij} x_{ij}, i = 1, \dots, n \quad (4)$$

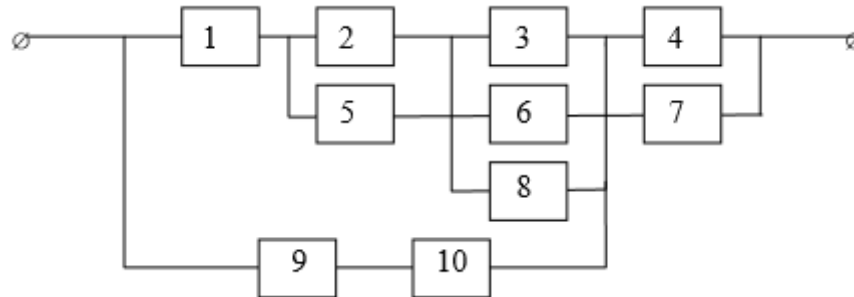


Рис.1 Структурна схема системи

Будемо допускати, що кожний елемент обирається з трьох можливих з ймовірностями 0,5; 0,7; 0,8, які коштують відповідно 10, 15, 20 гривен. Обмеження на вартість схеми 150 гривен. Тоді без врахування ваги схеми отримаємо наступний розв'язок задачі (1) $r = (0,8; 0,7; 0,7; 0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5; 0,5)$, що забезпечує надійність схеми $R = 0,989926249$. Відмітимо, що ймовірність схеми значно вище ймовірності елементів. При цьому вартість схеми дорівнює 150 грн. Розв'язок оберненої задачі (2) дав наступний результат $r = (0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,7; 0,5; 0,5)$ при вартості схеми 145 грн. і $R_0 = 0,98$.

Розглянуті моделі (1)-(2) легко узагальнюються на структурну оптимізацію складних систем. Для цього достатньо для множини елементів додати елементи з нульовою ймовірністю. Тоді вибір елемента з нульовою ймовірність означитиме, що даний елемент потрібно видалити зі схеми. Розглянемо структурну оптимізацію розглянутого прикладу. Розв'язування задачі (1) дає наступний результат $r = (0,8; 0,8; 0,7; 0,8; 0,8; 0,7; 0,8; 0,8; 0; 0)$ при вартості схеми 150 грн. і ймовірності схеми $R = 0,996511006$. Таким чином, без 9 та 10 елементу ми отримали схему з кращою ймовірністю.

Для розв'язування задач (1)-(2) з сотнями і тисячами елементів ми рекомендуємо використовувати метод точної квадратичної регуляризації [3].

Висновки. Розглянуті нові оптимізаційні моделі надійності складних систем з булевими змінними. Для розрахунку функції надійності складної системи розроблене програмне забезпечення. З даними моделями проведені

обчислювальні експерименти, які показують, що дана методика проектування надійних складних систем є ефективною.

ЛІТЕРАТУРА / REFERENCES

1. Kuo W., Zuo M. J. Optimal Reliability Modeling. Principles and Applications. JOHN WILEY & SONS, INC., 2003. – 561 p.
2. Kuo W., Prasad V., Rajendra T., Frank A. et al. Optimal Reliability Design: Fundamentals and Applications. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. – 412 p.
3. Kosolap A. Practical Global optimization. Dnipro: Publisher Bila K.O., 2020. – 192 p.

OPTIMIZATION OF THE RELIABILITY OF COMPLEX SYSTEMS

Anatolii Kosolap

Abstract. *We consider the problems of designing reliable complex systems. Software has been developed for calculating the reliability of a complex system if the structure of the system and the reliability of its elements are determined. The reliability of systems can be increased due to a better selection of its components, by redundancy of elements, and by optimization of the structure of a complex system. Optimization models of such problems are built for these problems. The reliability function is a multivariate polynomial and the problem variables are Boolean or integer. Such optimization problems are quite difficult for numerical solutions, as they contain many local extrema. To solve small problems, you can use the OpenSolver for Excel. For systems with hundreds and thousands of elements, we suggest using the exact quadratic regularization method. The effectiveness of the obtained results is confirmed by computational experiments.*

Keywords: *reliability of systems, complex system, optimization, computational experiment.*