

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФРЕЗЕРУВАННЯ  
СКЛАДНОПРОФІЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ, ЗАТИСНУТИХ  
У ФРАНТАЛЬНИХ ЛЕЩАТАХ**

Юрій Кузнецов, Олексій Самойленко, Гао Сінмін

*НТУУ «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна*

**Анотація** Відомо, що фрактальні лещата представлені на ринку верстатів, але в дуже обмеженій кількості та з невиправдано завищеною вартістю. У доповіді представлені результати досліджень, які автори вперше провели з використанням фрактальних лещат. Це дає змогу оцінити ефективність використання фрактальних лещат і спрямувати дослідження на пошук більш дешевих альтернативних варіантів.

**Ключові слова:** лещата, фрактали, верстат, фрезерування, моделювання, морфологія

Актуальність теми дослідження

Одним із напрямків досліджень є застосування фрактальних лещат [0]. Твердження [0], що фрактальні лещата практично відсутні на ринку верстатного оснащення, потребує деякого уточнення. Вказані лещата іноді зустрічаються серед пропозицій деяких маркетплейсів, однак, дійсно – пропозиція вкрай обмежена, тому загальні та спеціалізовані пошукові машини мережі Internet можуть їх не виявляти.

Найбільший китайський маркетплейс *AliExpress* пропонує фактично дві моделі фрактальних лещат, конструкція яких відповідає патенту США №US1059545A [0]. Лещата [0] (рис. 1) виготовлені з конструкційної сталі та являють собою верстатне пристосування, яке призначене для використання в промисловості в умовах ремонтного та одиничного виробництв. Фрактальні лещата [0] (рис. 2) мають по суті таку саму конструкцію, але виготовлені з нержавіючої сталі та мають деякі другорядні відмінності, що не впливають на функціонал. Обидві конструкції лещат мають 4-рівневі фрактальні губки. Лещата [0] (рис. 3) мають дещо спрощену конструкцію в порівнянні з двома попередніми. Вони мають 3-рівневі фрактальні губки та виготовлені з алюмінієвого сплаву. Ці лещата вбачаються практично непридатними для

використання у важкому машинобудуванні та металообробці, однак, можуть бути використані в хобійній діяльності.



Рисунок 1 - Промислові  
фрактальні лещата із  
конструкційної сталі



Рисунок 2 - Промислові  
фрактальні лещата з  
нержавіючої сталі



Рисунок 3 - Любительські  
фрактальні лещата з  
алюмінієвого сплаву

Розглянуті фрактальні лещата є немеханізованими та мають ручний привід затиску. Тобто, непридатні для автоматизованого виробництва. Також спільною негативною рисою представлених фрактальних лещат є їхня висока вартість.

Таким чином, вартість фрактальних лещат (які є всього лише верстатним пристосуванням, до того ж немеханізованим, з ручним приводом) співрозмірна із вартістю самого фрезерного верстату (як на вторинному, так і на первинному ринку) та вбачається необґрунтовано завищеною. Надзвичайно висока ціна незрозуміла, оскільки в конструкції фрактальних лещат не використовуються дороговартісні матеріали, а поверхні деталей цих лещат описані типовими площинами, циліндрами, конусами тощо, що було доступним для металообробки початку ХХ століття на момент їхнього патентування.

Втім, цілком можливо, що в недалекому майбутньому можуть скластись такі сприятливі обставини в промисловості, що фрактальні лещата отримають "друге життя", як це ставалось із багатьма іншими винаходами і технічними рішеннями. Наприклад, дульнозарядна гвинтівка в ХХІ столітті вбачається анахронізмом, проте, і сьогодні виготовляється деякими провідними виробниками як мисливська зброя преміум-сегменту [0].

Тому доцільним є подальше дослідження такого цікавого технічного об'єкту як фрактальні лещата поряд з іншими універсальними лещатами із ймовірною перспективою суттєвого розширення їхнього використання в майбутньому.

Постановка задачі. В той же час, фрактальні лещата та їхнє моделювання становлять значний академічний інтерес. Фрактальні лещата зі своєю схемою затиску деталі займають деяке проміжне положення між традиційними лещатами з двома затискними елементами (паралельними губками) та лещатами [0], у яких затискні елементи виконані у вигляді еластичних ємностей, заповнених деякою субстанцією, яка при затиску складнопрофільної деталі ніби обволікує її за законом Паскаля. Якщо абстрагуватись від об'ємної моделі до плоскої, то з деякими припущеннями можна вважати, що фрактальні губки взаємодіють із деталлю також за законом Паскаля. В той же час передбачається, що після затиску деталі губки набувають властивості деякого моноліту [0] і взаємодіють із закріпленою деталлю не лише за допомогою нормальних реакцій, але й силами тертя в місці контакту кінцевих елементів губок з поверхнею деталі. Тобто, створюється досить складана схема затиску, при якій немає остаточної ясності, як поведе себе процес механічної обробки деталі.

Мета дослідження.

Метою дослідження на даному етапі є визначення основних положень плану віртуального експерименту, який полягає у математичному моделюванні обробки складнопрофільної деталі, встановленої у фрактальних лещатах. Пропонується для використання сучасний засіб візуального моделювання динамічних систем Simulink [0] з пакету MATLAB.

Результати досліджень.

Попередньо була запропонована плоска математична модель [0] механічної обробки (фрезерування) складнопрофільної деталі, закріпленої у фрактальних лещатах при деяких попередніх допущеннях. Представлена математична модель базується на розрахунковій схемі (рис. 4).

Математична модель складається із трьох диференціальних рівнянь другого порядку (1), які описують плоско-паралельні зміщення оброблюваної деталі в площині  $XU$  та крутильні зміщення відносно осі  $Z$ .

Експлікація елементів математичної моделі – компонентів формул (1...3) подана в табл. 2.

Представлена математична модель певною мірою універсальна – вона передбачає теоретично необмежену кількість рівнів фрактальних губок. Однак, з метою раціонального використання обчислювальних ресурсів, на думку авторів, слід обмежитись 3-ма (як на рис. 4) або 4-ма фрактальними рівнями. По-перше, така кількість рівнів відповідає конструкції реальних лещат, представленим на ринку промислового обладнання. По-друге, менша кількість рівнів (1 або 2) зводить нанівець переваги фрактальних лещат.

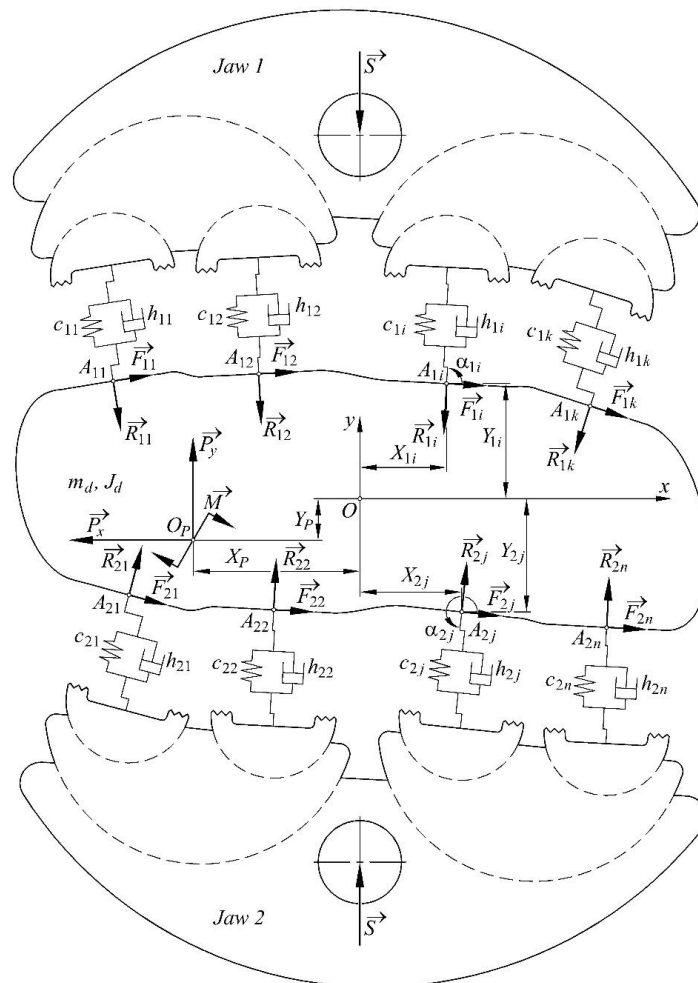


Рис. 4. Результуюча розрахункова схема обробки складнопрофільної деталі, закріпленої у фрактальних лещатах

$$\begin{aligned}
 \ddot{m}_d \times \ddot{x} + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{1i} \cos \alpha_{1i} + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{2j} \cos \alpha_{2j} + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{1i} \times \sin \alpha_{1i} + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{2j} \times \sin \alpha_{2j} &= P_x(t) \\
 \ddot{m}_d \times \ddot{y} + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{1i} \sin \alpha_{1i} + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{2j} \sin \alpha_{2j} + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{1i} \times \cos \alpha_{1i} + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{2j} \times \cos \alpha_{2j} &= P_y(t) \\
 J_d \times \ddot{\phi} + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{1i} \times \sin \alpha_{1i} \times (X_{1i} + x) + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{1i} \times \cos \alpha_{1i} \times (Y_{1i} + y) + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{1i} \times \sin \alpha_{1i} \times (Y_{1i} + y) + \\
 + \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{1i} \times \cos \alpha_{1i} \times (X_{1i} + x) + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{2j} \times \sin \alpha_{2j} \times (X_{2j} + x) + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{2j} \times \cos \alpha_{2j} \times (Y_{2j} + y) + \\
 + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{2j} \times \sin \alpha_{2j} \times (Y_{2j} + y) + \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{2j} \times \cos \alpha_{2j} \times (X_{2j} + x) &= \\
 &= M(t) + P_x(t) \times (Y_p + y) + P_y(t) \times (X_p + x)
 \end{aligned} \tag{1}$$

де

$$\begin{aligned}
 \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{1i} &= h_{1i} \times \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} + c_{1i} \times \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{S}{k} \\
 \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} R_{2j} &= h_{2j} \times \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} + c_{2j} \times \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{S}{n}
 \end{aligned} \tag{2}$$

та

$$\begin{aligned}
 \overset{k}{\underset{i=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{1i} &= R_{1i} \times f \\
 \overset{n}{\underset{j=1}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}}} F_{2j} &= R_{2j} \times f
 \end{aligned} \tag{3}$$

Процес фрезерування, який прийнято за основний робочий процес, характеризується сумарною силою різання  $P$  і сумарним моментом різання  $M$ , який прикладений в тій же точці  $O_p$ . Сама точка  $O_p$  характеризується координатами  $X_p, Y_p$  відносно геометричного центру лещат – точки  $O$ .

Таким чином, процес фрезерування забезпечує потрібні силові фактори як для плоскої моделі. Силові фактори процесу різання не є постійними в часі, а залежать від ряду випадкових чинників. Тому попередньо приймається, що випадкові відхилення значень силових факторів процесу фрезерування будуть в межах 10%.

Наступним етапом підготовки до математичного моделювання є визначення руху фрези відносно точки  $O$ . При нерухомій фрезі вважається, що точка  $O_p$  нерухома, тобто, її координати  $X_p, Y_p$  незмінні. Натомість, при рухомій фрезі одна або обидві координати  $X_p, Y_p$  змінні в часі.

Оскільки в універсальних фрезерних верстатах величина подачі виставляється органами керування верстату і в процесі фрезерування є

величиною незмінною, то вважається, що при згаданих рухах (вздовж осі, по прямокутнику та діагонально) координати  $X_p, Y_p$  змінюються за лінійним законом. Передбачається, що рух по колу та еліпсу, а також неправильне переміщення можуть бути реалізовані на верстаті з ЧПК, при цьому координати  $X_p, Y_p$  змінюються за нелінійним законом, тобто  $v_x = \text{var}$  та  $v_y = \text{var}$ . Головною метою віртуального експерименту на даному етапі є порівняння заданої та реальної траєкторій фрези і аналіз впливу параметрів пружно-демпфуючих елементів, зусилля затиску тощо на результат.

На підставі аналізу елементів математичної моделі, варіантів руху фрези та деяких вищезгаданих допущень складається морфологічна матриця варіантів проведення віртуального експерименту.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Кузнецов Ю. М., Сінмін Г., Самойленко О. В. Передумови використання системно-морфологічного підходу та теорії фракталів при створенні лещат для об'єктів складної форми. Наукові вісті КПП. 2021. № 4. С. 52–57. URL: <https://doi.org/10.20535/kpissn.2021.4.261849>
2. Кузнецов Ю. М., Сінмін Г., Самойленко О. В. Створення математичної моделі процесу фрезерування складнопрофільної деталі, закріпленої у фрактальних лещатах. Перспективні технології та прилади. 2023. № 22. С. 74–80. URL: <https://doi.org/10.36910/10.36910/6775-2313-5352-2023-22-11>
3. Лещата : пат. 21917 Україна : B25B1/00. № u200611012 ; заявл. 18.10.2006 ; опубл. 10.04.2007, Бюл. № 4. 3 с. URL: <https://sis.nipo.gov.ua/uk/search/detail/304575> (дата звернення: 11.01.2024)
4. Stage black aluminum fractal vise for hobby - AliExpress. aliexpress.com. URL: [https://a.aliexpress.com/\\_Ew1hdZL](https://a.aliexpress.com/_Ew1hdZL) (дата звернення: 22.11.2023)
5. Stage stainless fractal vise for use - AliExpress. aliexpress.com. URL: [https://a.aliexpress.com/\\_ExwSmKh](https://a.aliexpress.com/_ExwSmKh) (дата звернення: 22.11.2023)
6. Device for obtaining intimate contact with, engaging, or clamping bodies of any shape : patent US1059545A United States : B25B5/163. No. US1912685288A ; applied on 21.03.2012; published on 22.04.2013. 10 p. URL: <https://patents.google.com/patent/US1059545A/en>
7. Fractal Vise - AliExpress. aliexpress.com. URL: [https://a.aliexpress.com/\\_EGbo3EN](https://a.aliexpress.com/_EGbo3EN) (дата звернення: 22.11.2023)
8. Model 700 Ultimate | Remington. Remington. URL: <https://www.remarms.com/rifles/muzzleloading/model-700-ultimate> (дата звернення: 11.01.2024)
9. Simulink - Simulation and Model-Based Design. MathWorks - Makers of MATLAB and Simulink - MATLAB & Simulink. URL: <https://www.mathworks.com/products/simulink.html> (дата звернення: 11.01.2024)

## MATHEMATICAL MODELING OF THE MILLING PROCESS OF COMPLEX- PROFILE OBJECTS CLAMPED IN A FRONTAL VICE

*Yuriy Kuznetsov, Oleksii Samoilenko, Gao Xinmin*

**Abstract.** *It is known that fractal vices are available on the machine tool market, but in a very limited number and with an unjustifiably inflated cost. The report presents the results of research performed by the authors for the first time with fractal vices. This makes it possible to evaluate the effectiveness of using fractal vices and to direct research to the search for cheaper alternative options.*

**Keywords:** *vise, fractals, machine, milling, modeling, morphology*

### REFERENCE

1. Yu. M. Kuznetsov, G. Sinmin, O. V. Samoilenko. Prerequisites for using the system-morphological approach and the theory of fractals in the creation of vices for objects of complex shape. Scientific news of KPI. 2021.No.4.P. 52–57. URL: <https://doi.org/10.20535/kpispn.2021.4.261849>
2. Yu. M. Kuznetsov, G. Sinmin, O. V. Samoilenko. Creation of a mathematical model of the milling process of a complex profile part fixed in a fractal vise. Promising technologies and devices. 2023. No. 22. P. 74–80. URL: <https://doi.org/10.36910/10.36910/6775-2313-5352-2023-22-11>
3. Vise: pat. 21917 Ukraine : B25B1/00. No. u200611012; statement 18.10.2006; published 10.04.2007, Bull. No. 4. 3 p. URL: <https://sis.nipo.gov.ua/uk/search/detail/304575> (date of application: 11.01.2024)
4. Stage black aluminum fractal vise for hobby - AliExpress. aliexpress.com. URL: [https://a.aliexpress.com/\\_Ew1hdZL](https://a.aliexpress.com/_Ew1hdZL) (access date: 11/22/2023)
5. Stage stainless fractal vise for use - AliExpress. aliexpress.com. URL: [https://a.aliexpress.com/\\_ExwSmKh](https://a.aliexpress.com/_ExwSmKh) (access date: 11/22/2023)
6. Device for obtaining intimate contact with, engaging, or clamping bodies of any shape: patent US1059545A United States: B25B5/163. No. US1912685288A; applied on 21.03.2012; published on 22.04.2013. 10 p.m. URL: <https://patents.google.com/patent/US1059545A/en>
7. Frastal Vise - AliExpress. aliexpress.com. URL: [https://a.aliexpress.com/\\_EGbo3EN](https://a.aliexpress.com/_EGbo3EN) (access date: 11/22/2023)
8. Model 700 Ultimate | Remington. Remington. URL: <https://www.remarms.com/rifles/muzzleloading/model-700-ultimate> (access date: 11.01.2024)
9. Simulink - Simulation and Model-Based Design. MathWorks - Makers of MATLAB and Simulink - MATLAB & Simulink. URL: <https://www.mathworks.com/products/simulink.html> (access date: 11.01.2024)