

DOI: 10.34185/1991-7848.itmm.2023.01.053

МЕТОДОЛОГІЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОГО ПІДВІСУ

Снегирёв М.Г., Тарасов С.В., Фесенко М.В.

Інститут транспортних систем і технологій НАН України, Україна

Застосування в механічних системах опорних пристроїв, що використовують у роботі принцип магнітної левітації, вирішує низку проблем, серед яких зниження енергетичних витрат, механічного зносу обладнання та експлуатаційних витрат. Це робить конструкцію довговічнішою, екологічнішою і привабливішою з точки зору економіки.

Серед варіантів таких підвісів слід окремо відзначити електродинамічний підвіс, що складається з джерела постійного магнітного поля та провідного треку, в якому при їх відносному русі генеруються індукційні струми. Такий тип підвісу характеризується надійністю, стійкістю роботи та малими енергетичними витратами при високих швидкостях переміщення. Лінійні електродинамічні підвіси використовуються у транспортних системах, аксіальні – у магнітних підшипниках та системах розвантаження валів, у тому числі валів вітроустановок. У плані збільшення надійності та зниження енергетичних витрат серед джерел магнітного поля для підвісів такого типу окремий інтерес представляють джерела на наборах постійних магнітів.

Математичне моделювання динаміки систем електродинамічного підвісу та розрахунок їх параметрів представляє певні труднощі через багатоступінчастий характер загальної моделі системи, в якій кожен наступний етап побудови залежить від попередніх. Вихідним базовим кроком моделювання завжди є визначення просторового розподілу магнітного поля, що генерується джерелом. Це завдання може вирішуватися кількома шляхами, а саме:

- розбиттям магнітної системи на елементи простих конфігурацій та використанням точних, аналітичних рішень для розподілу поля таких частин;
- наближеним розбиттям магнітної системи на набір елементарних диполів; загальне магнітне поле визначається як суперпозиція полів окремих диполів;
- розкладанням компонент поля до ряду Фур'є або за набором гармонійних функцій;
- прямим чисельним розв'язком рівнянь Максвелла на просторовій сітці.

У першому варіанті знаходження аналітичних рішень проводиться інтегруванням рівнянь Максвелла у припущенні, що поле поза магнітною системою виражається через похідні від скалярного або векторного потенціалу. Найбільш зручний цей метод у разі коли магнітна система може бути представлена у вигляді набору прямокутних магнітів. Для таких систем існує точний аналітичний вираз компонент магнітного поля, що дозволяє точно та швидко визначати величини поля на будь-якій відстані від магнітної системи.

Для аксіальних магнітних систем метод магнітних зарядів не має істотної переваги над методом струмів. У виразах для потенціалів аналітично інтегрується лише перший із двох поверхневих інтегралів. Подальше інтегрування має виконуватися чисельно. Однак використання аналітичних виразів для першого інтегралу і в цьому випадку істотно зменшує витрати на чисельні розрахунки. Недоліком зазначеного методу є його обмеження простими формами елементів магнітної системи з однорідною намагніченістю або намагніченістю, що лінійно змінюється.

Як приклад, на рисунках 1 і 2 наведено розрахункові тривимірні розподіли величини нормальної компоненти магнітного поля на певній відстані від лінійного знакозмінного масиву та від аксіального масиву Хальбаха.

Метод розбиття магнітної системи на набір елементарних диполів є наближеним методом, в якій магнітна система розбивається на набір невеликих елементів, кожен з яких представляється магнітним диполем з величиною дипольного моменту, що дорівнює дипольному моменту даного елемента. Приклад розбиття аксіальної системи наведено на рис. 3. Магнітне поле системи обчислюється як сума магнітних полів диполів.

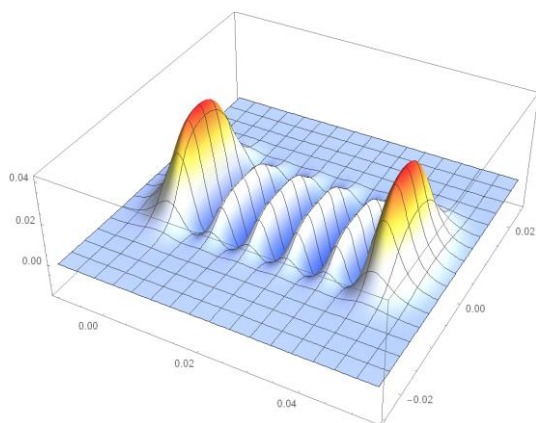


Рисунок 1 – Розподіл нормальної компоненти поля, знакозмінний масив із 11 елементів

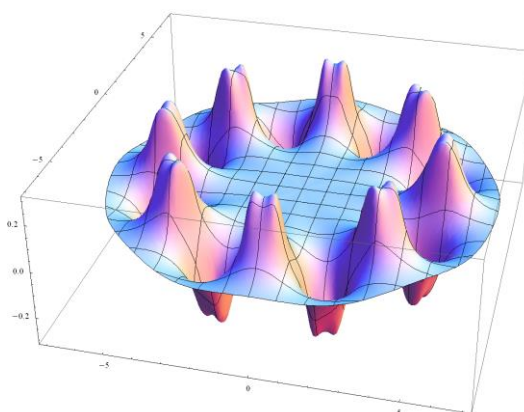


Рисунок 2 – Розподіл нормальної компоненти поля, аксіально-періодичної структури Хальбаха

Перевагами цього методу є відносно висока швидкість обчислень, універсальність та гнучкість, можливість визначати поля від систем складної форми, недоступних аналітичному розрахунку, зокрема аксіальних магнітних систем. Недоліком методу є зниження точності відтворення поля магнітної системи по мірі наближення до неї на відстані порівняні з розмірами елементів розбиття. Як приклад, на рис. 4 наведено графіки точного значення магнітного поля масиву Хальбаха, обчисленого аналітичним методом (синя лінія), та графіки наближених значень, обчислених дипольним методом (червоні лінії), з розбиттям кожного прямокутного магніту системи на 1, 64, 512 та 4096 магнітних діполей.

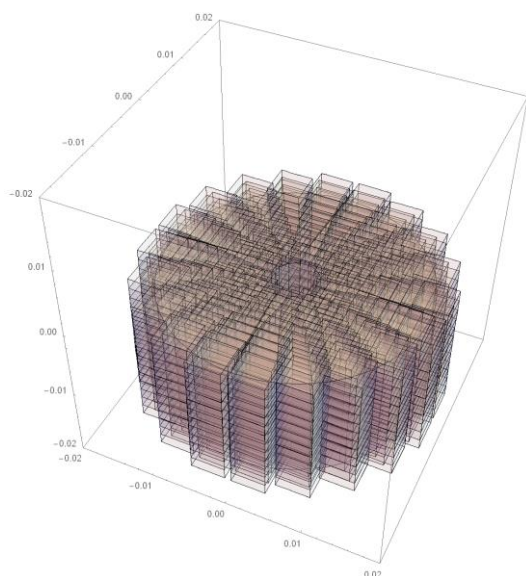


Рисунок 3 – Візуалізація розбиття аксіальної магнітної системи на набір еквівалентних диполів

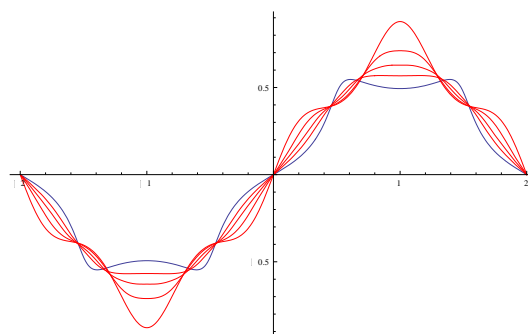


Рисунок 4 – Порівняльні графіки магнітних полів, обчислених методом магнітних зарядів (синя лінія) та методом диполів (червоні лінії)

Метод розкладання компонент поля в ряд Фур'є застосовується для періодичних магнітних структур, де фур'є-образ просторового розподілу характеристик магнітного поля має виражені максимуми. Далі взятє розкладання обмежується набором найбільш значущих мод, інтенсивності мод пов'язуються з величинами джерел поля і обчислюються на цій основі. Для аксіальних магнітних систем розкладання зручніше проводити на основі наборів циліндричних та сферичних ортогональних функцій з використанням функцій Бесселя, сферичних гармонік та поліномів Лапласа.

Перевагою методу є відносна простота отримання результату, наочність та можливість використання аналітичного розкладання компонентів поля для спрощення подальших етапів розрахунку. Метод зручний у застосуванні визначення поля довгоперіодичних і нескінченних магнітних систем.

Разом з цим, як і метод диполів, цей метод є наближеним. Набір обмеженого числа фур'є-гармонік або ортогональних функцій не повною мірою відображає форму реального магнітного поля системи, причому в міру зменшення зазору між системою і точкою, що досліджується, число гармонік потрібних для адекватного відтворення форми поля зростає. Метод має труднощі з моделюванням поля магнітних систем обмеженого розміру, особливо на їх краях. При застосуванні в магнітолевітуючій системі безперервної підкладки, розподіл струмів в якій чутливий до високочастотних компонентів розкладання, метод дає знижені величини коефіцієнтів сили опору та підйомної сили. Помітно краще метод працює для періодичних і дискретно-періодичних треків, у яких магнітне поле, що індуктує токи, усереднюється по площі контурів підкладки.

Останнім методом є пряме чисельне розв'язання рівнянь Максвелла на двовимірній або тривимірній просторовій сітці. Крім самостійно розроблених розрахункових схем, існує ряд готових програмних продуктів, що визначають розподіл магнітного поля цим методом. Як приклад, можна згадати програмний пакет Ansys Maxwell.

Основною перевагою такого методу є його універсальність, застосування до магнітних систем складних конфігурацій, а також можливість урахування нерівномірності намагнічування, нелінійності магнітних властивостей матеріалу та вплив на намагніченість матеріалу магнітних полів від сусідніх елементів конструкції.

Першим недоліком методу є суттєва трудоемність та ресурсомісткість обчислень. Так, у згаданому пакеті Ansys Maxwell рішення системи скінченно-різницевого рівняння для відносно невеликої магнітної системи масиву Хальбаха з 11 елементів потребує використання понад 16 гігабайт оперативної пам'яті. Збільшення розмірів системи накладає ще більші вимоги до ресурсів для обчислень і подовжує час розрахунку.

Також слід окремо відзначити, що магнітні системи, що використовуються в електродинамічному підвісі, відносяться до класу «відкритих», магнітне поле яких поширюється на суттєву відстань від тіла системи. У цьому випадку, граничні умови для поля на зовнішній межі розрахункових ґрат помітно впливають на поле всередині, і для адекватної точності обчислень потрібно вибирати розміри решітки істотно більше розмірів магнітної системи, що додатково збільшує обсяг ресурсів для виробництва розрахунку.

Якість відтворення розподілу поля залежить не тільки від кроку решітки у

районі магнітної системи, а й від кроку решітки у районі, де потрібно визначати поле, що утрудняє визначення вірного значення поля як поблизу елементів системи, а й у помітній відстані від них.

METHODOLOGY FOR MATHEMATICAL MODELING OF ELECTRODYNAMIC SUSPENSION SYSTEMS

Snegirev Maksym, Tarasov Serhii, Fesenko Mykhailo

Abstract. The report considers the methodology of modeling and analysis of magnetic field parameters as a component of a multi-level system of electrodynamic suspension. Known approaches to determining the parameters of such a system are described, their advantages and disadvantages are discussed.

Keywords: magnetic levitation, magnetic induction, magnetic field calculation