

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЧИСЕЛ
У СИСТЕМАХ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ ІЗ РІЗНИМИ МОДУЛЯМИ

Поліський Ю.Д.

Науково-дослідний інститут автоматизації чорної металургії м. Дніпро

Вступ. Застосування паралельної обробки даних на основі системи залишкових класів (СЗК) дозволяє суттєво підвищити швидкодію операцій обробки даних. СЗК називається система числення, у якій довільне число представляється як набір найменших невід'ємних залишків по модулях m_1, m_2, \dots, m_n , тобто $N = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$. Тут $\alpha_i = N \pmod{m_i}$. При цьому, якщо числа m_i взаємно прості, то такому представленню відповідає лише одне число N діапазону $[0, M)$, де $M = m_1 m_2 \dots m_n$. Нехай системою основ поліадичного коду також є система m_1, m_2, \dots, m_r . Число N_1 в поліадичному коді представляється наступним чином

$$N_1 = \pi_1 + \pi_2 m_1 + \dots + \pi_i m_1 m_2 \dots m_{i-1} + \dots + \pi_n m_1 m_2 \dots m_{n-1},$$

де $0 \leq \pi_i \leq m_i - 1, i = 1, 2, \dots, n$.

Постановка задачі. При обробці даних, представлених в СЗК, часто необхідні проміжні перетворення чисел з однієї системи залишкових класів в іншу. Тому операція переходу від однієї системи модулів до іншої, при якій за відомими залишками числа в одній СЗК визначають значення залишків цього числа в іншій СЗК, відноситься до однієї з основних немодульних операцій в системі залишкових класів.

Формалізована постановка задачі така.

Нехай є дві СЗК $C1 = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, $M_1 = m_1 m_2 \dots m_n$,

$C2 = \{p_1, p_2, \dots, p_r\}$, $M_2 = p_1 p_2 \dots p_r$ і число $N = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ таке, що

$N = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) < \min\{M_1, M_2\}$. Необхідно для представлення числа

$N = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ в СЗК $C1$ виконати перетворення на представлення

$N = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t, \dots, \beta_r)$ цього числа в СЗК $C2$, де $\beta_t = N \pmod{p_t}$, $t = 1, 2, \dots, r$.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У ряді робіт запропоновані різні за складністю методи вирішення цієї задачі. У даній статті запропоновано ще один підхід, який також спрощує практичну реалізацію та прискорює

одержання низки результатів.

Формулювання мети дослідження. Метою дослідження є аналітичний розгляд СЗК для реалізації операцій перетворення чисел з однієї системи залишкових класів в іншу.

Виклад основного матеріалу. Підхід до побудови алгоритму перетворення складається з двох етапів.

На першому етапі визначаються позиційні характеристики $0 \leq \pi_i \leq m_i - 1, i = 1, 2, \dots, n$ числа N в системі С1. На другому етапі на підставі отриманих позиційних характеристик формуються залишки $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$.

Отже, перший етап:

$$N_1 = \pi_1 + \pi_2 m_1 + \dots + \pi_i m_1 m_2 \dots m_{i-1} + \dots + \pi_n m_1 m_2 \dots m_{n-1}$$

$$\alpha_1 = N_1 \pmod{m_1} = \pi_1, \quad \pi_1 = \alpha_1.$$

$\pi_i = (N_i m_i^{-1}) \pmod{m_i}$, де $m_i^{-1} \pmod{m_i}$ - обернена мультиплікативна величина, $(m_i^{-1} m_i) \pmod{m_i} = 1$.

Таким же чином отримуються всі позиційні характеристики $0 \leq \pi_i \leq m_i - 1, i = 1, 2, \dots, n$ числа N в системі С1

Другий етап.

Значення шуканих залишків приймається $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \dots, \beta_t = 0, \dots, \beta_r = 0$.

На першій ітерації

$$\beta_t^1(1) = (\beta_t(0) + \pi_n) \pmod{p_t},$$

$$\beta_t^1(2) = (m_{n-1} \beta_t^1(1)) \pmod{p_t}.$$

На другій ітерації

$$\beta_t^2(1) = (\beta_t^1(2) + \pi_{n-1}) \pmod{p_t},$$

$$\beta_t^2(2) = (m_{n-2} \beta_t^2(1)) \pmod{p_t}.$$

.....

На r - й ітерації

$$\beta_t^r(1) = (\beta_t^{r-1}(2) + \pi_1) \pmod{p_t}.$$

Таким чином, розглянутий алгоритм забезпечує перетворення представлення чисел у системах залишкових класів.

Висновки. Досліджено метод реалізації в системі залишкових класів

проблемної операції переходу від представлення числа однією системою модулів до його представлення іншою системою модулів. Підхід базується на визначенні залишків за модулями вхідної системи на основі отриманих залишків по модулях вихідної системи.. Показано, що запропонований метод забезпечує отримання шуканого результату. На основі запропонованого підходу досягається підвищення швидкодії виконання операції перетворення. Представляється доцільним застосувати запропонований підхід в якості перспективного напрямку досліджень складних операцій в системі залишкових класів.

ON ONE APPROACH TO THE TRANSFORMATION OF NUMBERS IN THE SYSTEMS OF THE OTHER CLASSES WITH DIFFERENT MODULES

Poliskyi Yurii

Abstract. The purpose of the study is an analytical consideration of the system of residual classes for the implementation of the operation of converting numbers from one system of residual classes to another. System analysis, number theory, and the Chinese remainder theorem are tools of the research methodology. The method uses the representation of the number both by its remainders and in the polyadic code. The methodology is based on determining the positional characteristics for this module on the basis of the received positional characteristics for the remaining modules of the original system, with the subsequent construction on their basis of the residuals for the modules of the sought system. The theoretical justification of the approach for obtaining an effective solution of this non-modular operation is performed. The considered solutions have high speed and can be effective in the development of modular computing structures for promising information technologies.

Keywords: residual classes; module systems; range of numbers; transformation.